

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Возбудимость нейронов ФитцХью–Нагумо в сети с однонаправленной
связью.**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4032 группы
направления 03.03.03 Радиофизика
Института физики
Хрущ Даниила Андреевича

Научный руководитель,

к.ф.-м.н., доцент

_____ А. В.Бух

Зав. кафедрой радиофизики

и нелинейной динамики,

д.ф.-м.н., доцент

_____ Г. И. Стрелкова

Саратов 2026 г.

Введение

В современной радиофизике и нелинейной динамике значительное внимание уделяется изучению возбудимых систем, способных генерировать импульсные последовательности. Классическим объектом таких исследований служат нейронные сети, моделируемые ансамблями связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо. Благодаря простоте математического описания и богатству динамических режимов (состояние покоя, автоколебания, спайковая активность) модель ФитцХью–Нагумо широко применяется как в теоретических, так и в экспериментальных радиофизических работах.

Особый интерес представляют сети с однонаправленным межслойным взаимодействием, поскольку они моделируют каскадную обработку сигналов, характерную для сенсорных путей и иерархических структур мозга. Однако, несмотря на обилие работ по синхронизации и химерным состояниям в кольцевых и решётчатых топологиях, целенаправленные исследования возбудимости и спайковой динамики в многослойных системах с направленными связями остаются недостаточно развитыми. Особенно это касается влияния силы связи и интенсивности внешнего шума (например, пуассоновского процесса) на частоту и регулярность генерации спайков.

Цель работы – исследование возбудимости и спайковой динамики нейронов ФитцХью–Нагумо в сетях с различной топологией связей, включая многослойные структуры с однонаправленным межслойным взаимодействием.

Задачи исследования:

1. Провести анализ динамики одиночного нейрона ФитцХью–Нагумо при воздействии внешнего стохастического сигнала, моделируемого пуассоновским процессом.
2. Исследовать проявление рефрактерных свойств нейрона на основе зависимости частоты генерации спайков от интенсивности входного пуассоновского воздействия.

3. Изучить влияние взаимной связи между двумя нейронами ФитцХью–Нагумо на характеристики их спайковой активности.

4. Исследовать изменение коллективной динамики при увеличении числа взаимосвязанных нейронов в сети.

5. Построить модель многослойной нейронной сети с внутрислойными связями и однонаправленным межслойным взаимодействием.

6. Исследовать особенности распространения возбуждения и передачи спайковой активности в многослойной сети в зависимости от структуры связей и параметров взаимодействия между нейронами.

Раздел 1. Математическое моделирование и модель ФитцХью–Нагумо – описание роли математического моделирования, понятий динамической системы и хаоса, а также самой модели с параметрами и режимами.

Раздел 2. Известные результаты исследований сетей нейронов ФитцХью–Нагумо – обзор двух ключевых статей: о контроле стохастической синхронизации с помощью запаздывающей обратной связи и о роли неоднородности шума в глобально связанных сетях.

Раздел 3. Модель связанных нейронов с внешним воздействием – исследуемая модель (уравнения с пуассоновским шумом и связями); результаты численных экспериментов для одного, двух, трёх, пяти нейронов; влияние силы связи σ , топологии ($p=1$ и $p=2$), параметра дальности r ; построение двухслойной сети; анализ цветовых карт межспайковых интервалов для второго и третьего слоёв.

Основное содержание работы

Предметом изучения данной работы является модель связанных нейронов ФитцХью–Нагумо с внешним воздействием, которая задается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,j} &= f(x_{i,j}, y_{i,j}) + \varphi_{i,j}(t) + \frac{\sigma}{B_{i,j}} \sum_{k=i-p}^{i+p} (x_{i,k} - x_{i,j}) + \gamma(x_{i,j-1} - x_{i,j}), \\ y_{i,j} &= g_i(x_{i,j}, y_{i,j}),\end{aligned}$$

$x_{i,j}; y_{i,j}$ – быстрая и медленная переменные;

$\varphi_{i,j}(t) = \delta(t - \tau_l)$ – процесс Пуассона, дельта функции Дирака в моменты времени τ_l при $l = 1, 2, \dots, L$, где τ_l определяет события, возникающие равновероятно в каждый дискретный момент времени. Это

определяет процесс Пуассона с экспоненциальным распределением интервалов времени между импульсами.

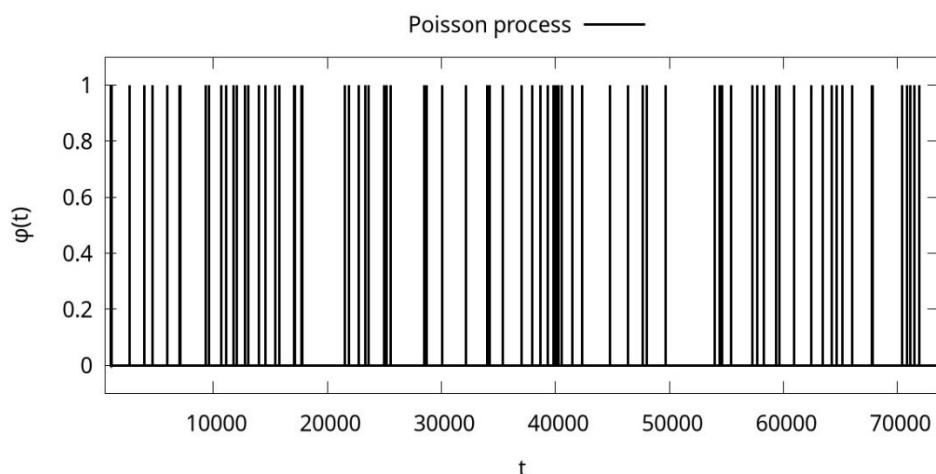


Рисунок 1 — Пример реализации процесса Пуассона при средней частоте $f_{in} = 0,001$, используемый для частотно-временного кодирования сигналов для нейронных сетей.

На рисунке 1 приведена реализация процесса Пуассона, которая представляет собой пример сигнала, который планируется подавать на нейрон. Это так называемый пуассоновский процесс — случайный поток импульсов, где каждый следующий импульс возникает независимо от предыдущего с определенной вероятностью, равной средней частоте генерации импульсов.

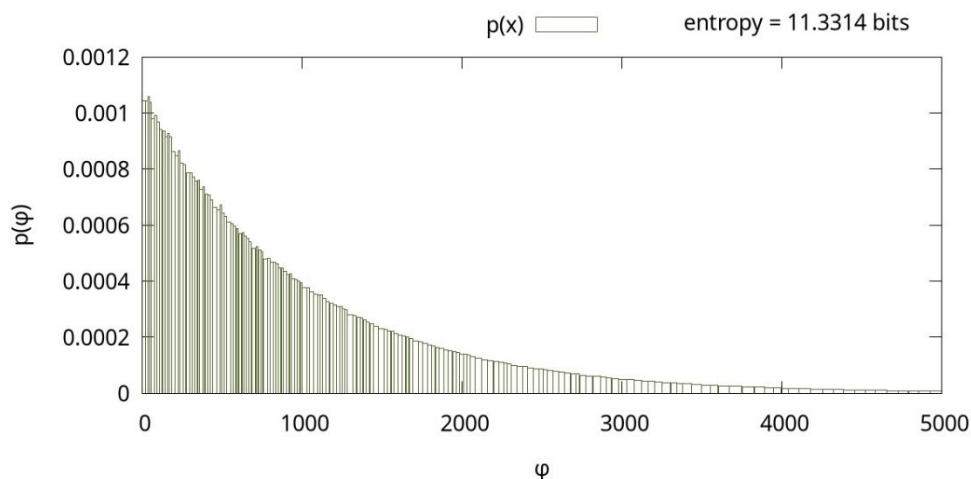


Рисунок 2 — Распределение интервалов времени между импульсами для процесса Пуассона при частоте $f_{in} = 0,001$, представляющее собой экспоненциальное распределение.

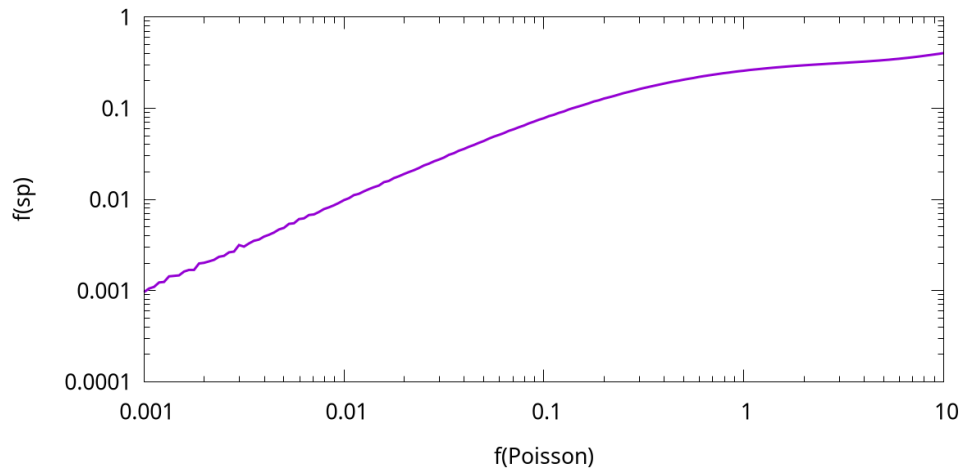


Рисунок 3 — Зависимость частоты спайков на выходе от частоты импульсов на входе для одного нейрона.

График демонстрирует нелинейную зависимость выходной частоты спайков f_{sp} от частоты входных пуассоновских импульсов f_{in} . В области малых f_{in} наблюдается почти линейный рост выходной частоты, что соответствует режиму, в котором каждый входной импульс с высокой вероятностью вызывает спайк.

При увеличении f_{in} рост замедляется. Такое поведение объясняется наличием рефрактерного периода нейрона: после генерации спайка нейрон временно теряет возбудимость, поэтому даже при очень частых входных стимулах спайки не могут следовать с частотой выше некоторого предельного значения спайка на шаг моделирования.

Для двух нейронов при слабой связи ($\sigma=0,05$) выходная частота возрастает по сравнению с одиночным нейроном. Умеренная связь почти удваивает частоту. Чрезмерная связь ($\sigma=0,95$) подавляет активность из-за наложения рефрактерных периодов.

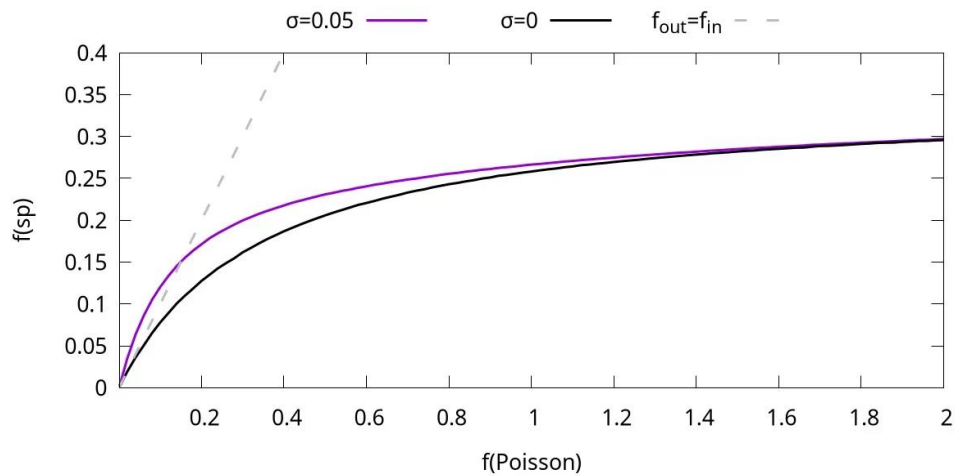


Рисунок 4 — Зависимость частоты спайков на выходе от частоты импульсов на входе для двухнейрона.

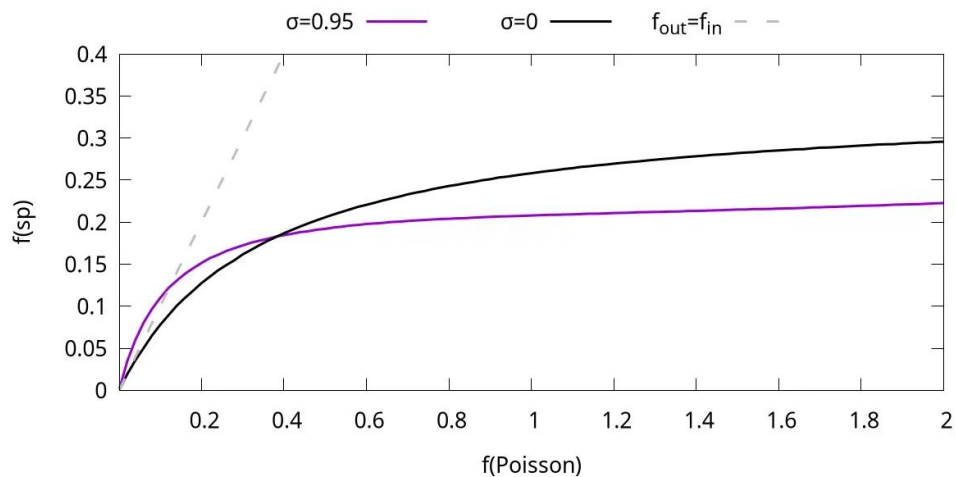


Рисунок 5 — Зависимость частоты спайков на выходе от частоты импульсов на входе для двух нейронов.

Результаты для трех нейронов.

Для сети из трех взаимосвязанных нейронов ФитцХью–Нагумо, объединённых в кольцевую топологию с различной силой связи σ , проведены численные эксперименты, аналогичные для двух нейронов. Установлено, что при слабой связи ($\sigma = 0,05$) выходная частота спайков лишь незначительно превышает отклик одиночного нейрона. Кривая сохраняет нелинейный характер с насыщением, но приближается к идеальному преобразованию значительно ближе, чем в случае двух нейронов.

При сильной связи ($\sigma = 0,65$) выходная частота быстро выходит на насыщение уже при малых входных частотах (около $0,2-0,3$), а дальнейшее увеличение стимуляции практически не меняет отклик. При чрезмерно сильной связи ($\sigma = 0,95$) происходит резкое подавление активности. Таким образом, для трехнейронного ансамбля существует оптимальный диапазон силы связи ($\sigma \approx 0,18...0,4$), обеспечивающий максимальное усиление спайковой активности; превышение этого диапазона приводит к пересинхронизации и подавлению.

Результаты для пяти нейронов.

Для кольцевой сети из пяти нейронов исследованы две топологии: полная связность ($p = 1$, каждый нейрон взаимодействует со всеми остальными) и ближний радиус ($p = 2$, каждый нейрон связан с двумя соседями слева и двумя справа). Эксперименты проводились при тех же значениях силы связи $\sigma = 0,05; 0,18; 0,65; 0,95$. При очень слабой связи ($\sigma = 0,05$) обе топологии практически не отличаются от несвязанного ансамбля – выходная частота совпадает с суммой частот пяти независимых нейронов. При сильной связи ($\sigma = 0,65$) в топологии $p = 1$ спад частоты начинается уже при $f_{in} \approx 0,3$, а в топологии $p = 2$ – позже (при $f_{in} \approx 0,6$) и происходит более плавно. При очень сильной связи ($\sigma = 0,95$) в обеих топологиях выходная частота значительно ниже, чем у несвязанных нейронов, но в $p = 2$ падение наступает при более высоких значениях входной частоты. Таким образом, топология $p = 1$ предпочтительна для максимального усиления редких импульсов при условии точной настройки силы связи; топология $p = 2$ обеспечивает более стабильный отклик в широком диапазоне интенсивностей стимуляции и менее чувствительна к перебору связи.

Влияние параметра дальности на выходную частоту нейронных ансамблей.

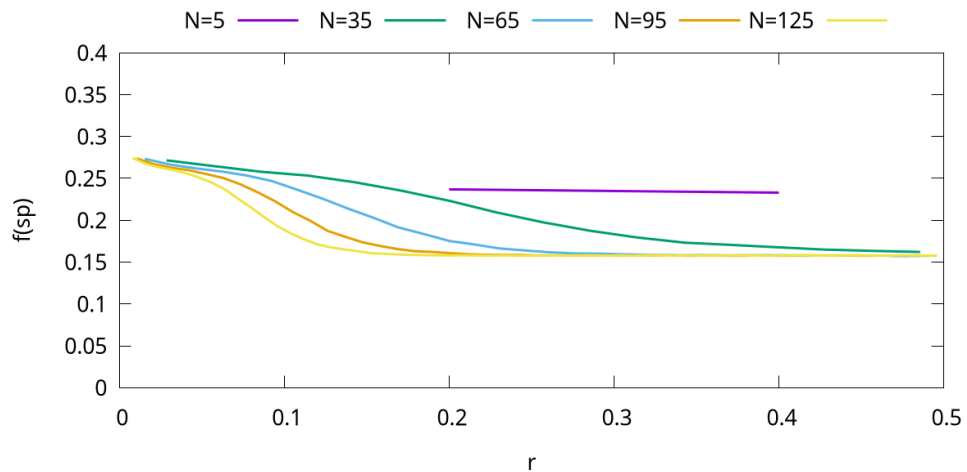


Рисунок 6— Зависимость средней частоты колебаний нейронов второго слоя f от радиуса связи r при размере ансамбля $N=5, 35, 65, 95$ и 125 (цвета обозначены в легенде к графику) для фиксированного значения силы связи $\sigma = 0,25$ и фиксированной частоты импульсов процесса Пуассона $f_{in} = 0,45$.

На рисунке 6 показана зависимость выходной частоты спайков от параметра дальности r при фиксированных значениях силы связи σ и входной частоты f .

Зафиксируем $N = 65$ и $r = 0,15$ при котором средняя частота нейронов выходного слоя снижена относительно максимального δ частоты, но не подавляется так, что влияние размера слоя становится незначительным.

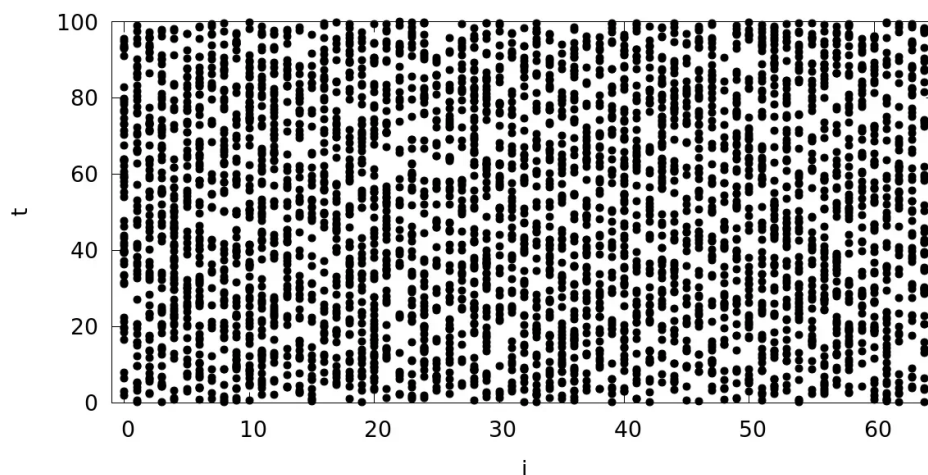


Рисунок 7— Распределение входных импульсов Пуассона по нейронам сети.

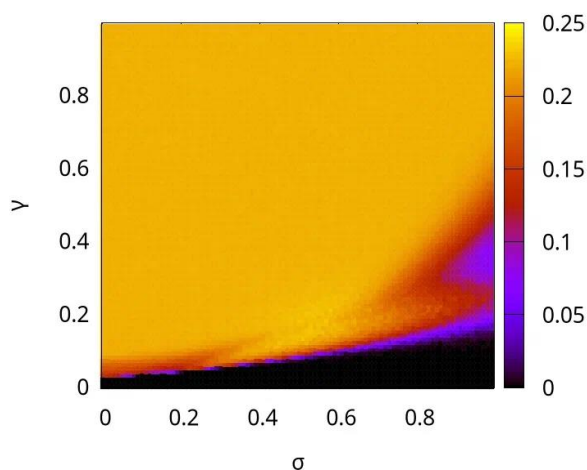


Рисунок 8—Зависимость выходной частоты спайков во втором слое от параметров γ и σ .

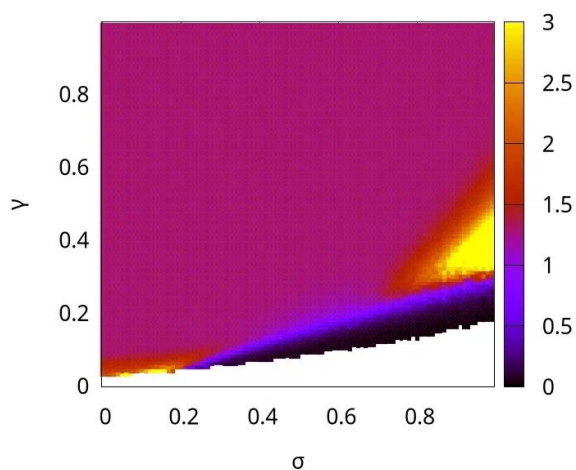


Рисунок 9—Цветовая карта среднего межспайкового интервала между соседними нейронами во втором слое.

На рисунке 9 представлена цветовая карта, на которой оттенком показано среднее время между импульсами соседних нейронов во втором слое сети. В чёрной области внутрислойная связь обеспечивает полную синхронизацию, так что спайки возникают практически одновременно во всех нейронах, а среднее время между событиями соседних элементов стремится к нулю. Белая область соответствует режиму, где частота спайков слишком низка для достоверной оценки синхронизации за время расчётов, либо активность полностью отсутствует. В фиолетовой области синхронизация частично наблюдается, но наряду с синхронными спайками возникают и обособленные события в отдельных нейронах. В сиреневой области и более

ярких оттенках синхронизация отсутствует: импульсы в разных нейронах не согласованы, и среднее время между ними велико.

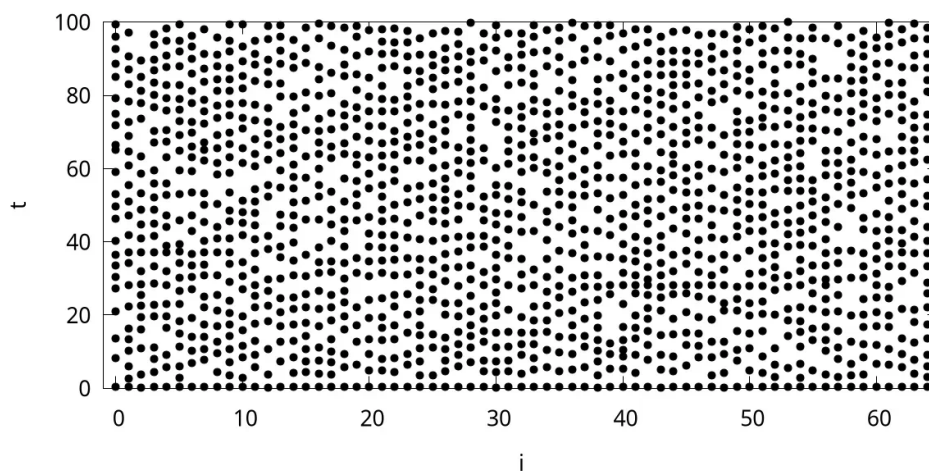


Рисунок 10—Распределение пуассоновских импульсов на втором слое ($\gamma = 0,25$ и $\sigma = 0,5$).

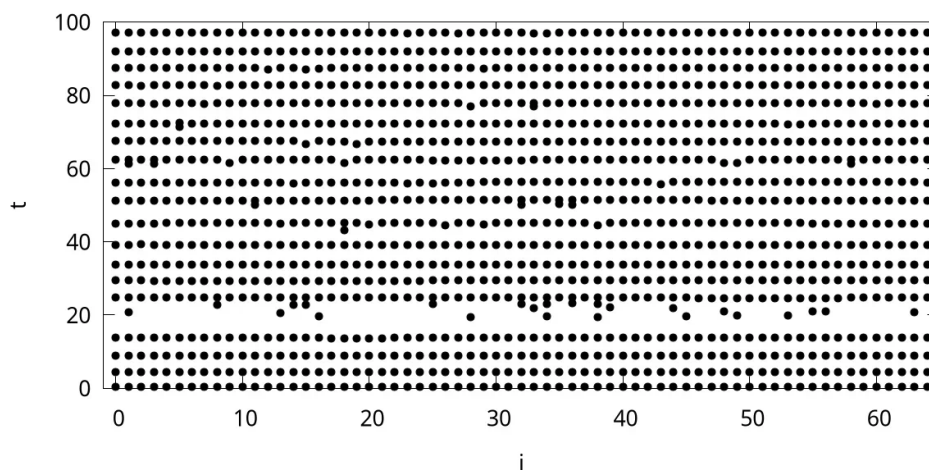


Рисунок 11—Распределение пуассоновских импульсов с частичной синхронизацией на втором слое ($\gamma = 0,1$ и $\sigma = 0,5$).

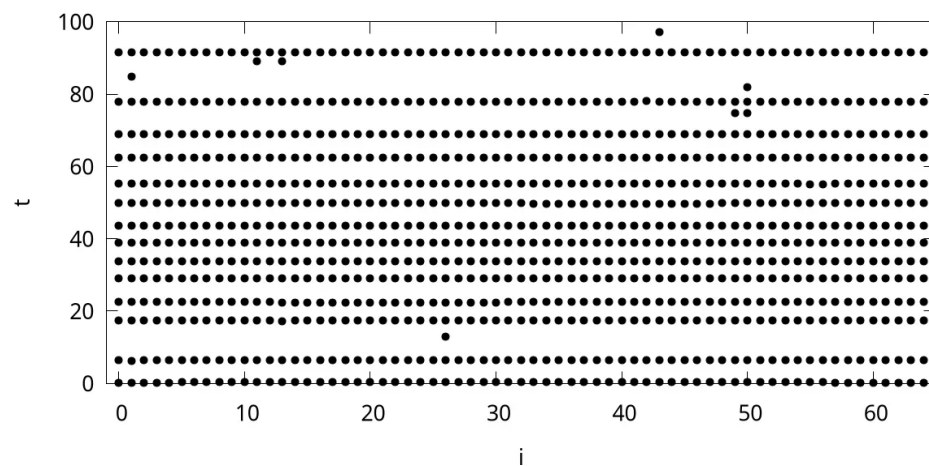


Рисунок 12 — Распределение пуассоновских импульсов с полной синхронизацией на втором слое ($\gamma = 0,2$ и $\sigma = 0,9$).

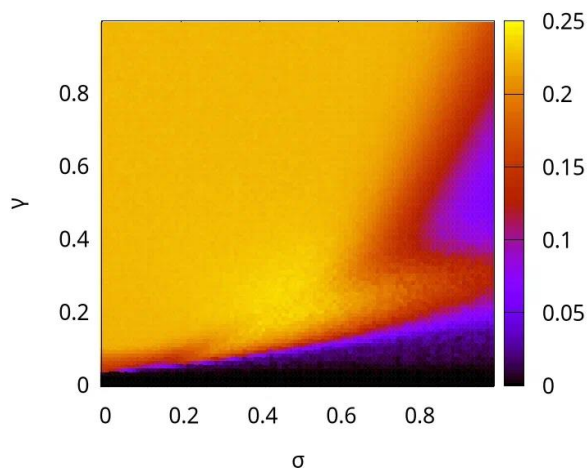


Рисунок 13 — Зависимость выходной частоты спайков во третьем слое от параметров γ и σ .

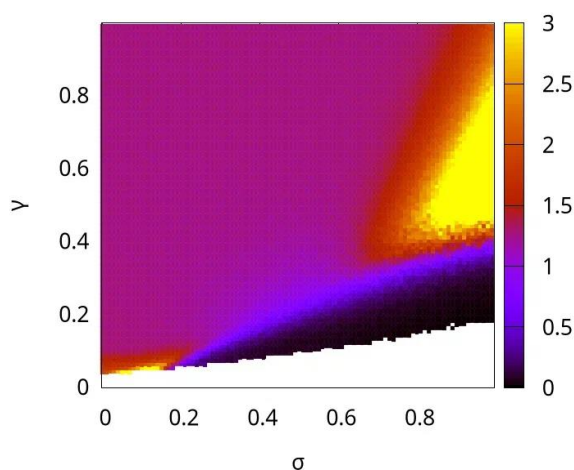


Рисунок 14 — Цветовая карта среднего межспайкового интервала между соседними нейронами во третьем слое.

Для третьего слоя по сравнению со вторым зона полной синхронизации сужается, область асинхронности расширяется, а средние межспайковые интервалы возрастают, что связано с десинхронизацией сигнала при последовательной передаче. Сеть можно масштабировать, настраивая каждый слой отдельно; при этом синхронность интерпретируется как потеря информации, поскольку синхронизированные нейроны не могут служить классификатором.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследована возбудимость нейронов ФитцХью–Нагумо в сетях с разной структурой связей, включая многослойные системы с однонаправленным переносом сигнала. Для одиночного нейрона показано, что случайный пуассоновский сигнал хорошо имитирует синаптическую активность; получены графики колебаний и фазовые портреты, подтверждающие два режима: автоколебательный и возбудимый. Зависимость выходной частоты спайков от входной оказалась нелинейной с насыщением из-за рефрактерного периода.

Для двух связанных нейронов умеренная сила связи почти удваивает частоту спайков, а слишком сильная связь подавляет активность. Для трёх нейронов также найдена оптимальная сила связи. В сети из пяти нейронов полная связность даёт лучший отклик на редкие сигналы, но требует точной настройки, а связь только с ближайшими соседями обеспечивает более устойчивую работу в широком диапазоне. Параметр дальности взаимодействия сильно влияет на частоту: чем он больше, тем частота ниже, причём размер сети (от 5 до 125 нейронов) на эту зависимость не влияет.

Построена двухслойная модель с подходящими значениями внутрислойной и межслойной связи, что позволяет управлять режимами синхронизации (полная, частичная, асинхронность). Работа создаёт основу для создания обучаемых многослойных нейросетей и масштабируемых систем с адаптивными связями.