

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Влияние нелокальной связи на когерентный резонанс  
в ансамблях осцилляторов**

**АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 2 курса 2232 группы  
направления 03.04.03 Радиофизика  
Института физики  
Рябова Алексея Андреевича

Научный руководитель  
к.ф.-м.н., доцент



В.В. Семенов

Заведующий кафедрой  
д.ф.-м.н., доцент



Г.И. Стрелкова

Саратов 2026 г.

## *Введение*

Широкий спектр динамических систем, проявляющих эффект когерентного резонанса и ряд сопутствующих приложений, обуславливает актуальность и научную значимость проблемы управления характеристиками индуцированных шумом колебаний в режиме когерентного резонанса.

Существует несколько групп методов, позволяющих управлять степенью выраженности когерентного резонанса, а также смещать оптимальный уровень шума, отвечающий наиболее регулярным колебаниям. В частности, введение обратной связи с задержкой по времени позволяет управлять характеристиками индуцированных шумом колебаний в системах с возбудимостью типа I и типа II, а также в невозбудимых осцилляторах, демонстрирующих когерентный резонанс. Вторая группа методов задействует особенности шума, такие как свойства корреляции или свойства вероятностного распределения. В сетях связанных осцилляторов возможна реализация методов управления, основанных на свойствах связи, например, путем изменения силы связи или её топологии. В рамках представленной выпускной классификационной работы рассматривается именно этот подход, обсуждаемый на примере нелокального взаимодействия.

**Целью** данной выпускной классификационной работы является исследование роли нелокальной связи при управлении эффектом когерентного резонанса. Для того, чтобы сформулировать более общие выводы, в работе рассматриваются ансамбли связанных возбудимых и невозбудимых осцилляторов.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач**:

1. Исследование коллективной динамики в ансамблях локально, нелокально и глобально связанных возбудимых осцилляторов в режиме когерентного резонанса;
2. Исследование поведения локально, нелокально и глобально связанных невозбудимых осцилляторов в режиме когерентного резонанса;
3. Сравнительный анализ результатов, полученных для возбудимых и невозбудимых систем;

Для выполнения задач, сформулированных выше, было проведено численное моделирование исследуемых ансамблей, для чего были написаны программы на платформе Matlab.

**Актуальность** представленного исследования и полученных результатов обосновывается следующими пунктами:

1. Как уже отмечалось ранее, спектр систем, демонстрирующих эффект когерентного резонанса и сопутствующих приложений необычайно широк. Подобные системы и соответствующие математические модели встречаются при рассмотрении проблем медицины и нейрофизиологии, процессов при передаче сигналов и функционировании телекоммуникационных устройств, химических реакций и др. Разработка принципиально новых фундаментальных методов управления когерентным резонансом открывает новые возможности для прикладных разработок во всех вышеперечисленных областях. По этой причине задача об управлении степенью проявлений когерентного резонанса представляется важной, актуальной как с точки зрения фундаментальной, так и прикладной науки. Важно отметить особую значимость методов усиления когерентного резонанса, поскольку усилить когерентный резонанс, как правило, сложнее, чем ослабить.

2. Управление когерентным резонансом за счет свойств нелокальной связи (путем изменения силы и радиуса связи) ранее не исследовалось отечественными и зарубежными научными группами

Выпускная квалификационная работа имеет следующую структуру:

Во введении проводится анализ литературы по теме исследования, обосновывается актуальность выбранной тематики.

Раздел 1 «Модели и методы исследования» содержит обобщенные сведения об исследуемых моделях и о методах интегрирования, приводятся уравнения исследуемых ансамблей. При исследовании влияния нелокальной связи на эффект когерентного резонанса уравнения рассматриваемых систем интегрировались методом Гюна. В частности, для каждого временного ряда  $x_i(t)$

подсчитывались девиация интерспайковых интервалов, время корреляции и спектр мощности.

Раздел 2 «Когерентный резонанс в ансамблях связанных возбудимых осцилляторов» начинается с описания исследования когерентного резонанса в ансамблях связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо в возбудимом режиме при различной топологии связи и представления системы уравнений, описывающей данный ансамбль. В подразделах 2.1, 2.2 и 2.3 описывается поведение системы при наличии локальной, глобальной и нелокальной связи, соответственно. В каждом подразделе приводятся зависимости усредненных по ансамблю времени корреляции и девиации интерспайковых интервалов от интенсивности шума при изменении параметров связи. Также продемонстрирована эволюция усредненного по ансамблю спектра мощности колебаний при фиксированной интенсивности шума.

Раздел 3 «Когерентный резонанс в ансамблях связанных невозбудимых осцилляторов» посвящен результатам исследования ансамбля осцилляторов ван дер Поля с локальной и глобальной связью. Исследовано также влияние постепенного перехода от локальной связи к глобальной (переход привел к усилению когерентного резонанса), для чего исследовался ансамбль осцилляторов ван дер Поля при наличии нелокальной связи с изменяемым радиусом и фиксированной силой взаимодействия.

Далее в работе формулируется заключение по результатам выполненной работы и приводится список использованной литературы.

### ***Основное содержание работы***

Предметом изучения данной работы являются модели ансамблей осцилляторов в режиме когерентного резонанса. Ниже представлены уравнения, описывающие ансамбль осцилляторов ФитцХью-Нагумо (осцилляторы рассматривались в возбудимом режиме):

$$\varepsilon \frac{dx_i}{dt} = x_i - \frac{x_i^3}{3} - y_i + f_i(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad (1)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = x_i + a + \sqrt{2D}n_i(t).$$

Также представлена формула для ансамбля осцилляторов ван дер Поля (не являются возбудимыми системами):

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} - (\varepsilon + \mu x_i^2 - x_i^4) \frac{dx_i}{dt} + \omega_0^2 x_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_N) + \sqrt{2D}n_i(t). \quad (2)$$

Индексы  $i$  обозначают номера элементов, при этом общее количество элементов в ансамбле выбрано  $N = 100$ . При моделировании уравнений (1) начальные условия выбираются случайными и равномерно распределенными в диапазонах  $x_i(t = 0) \in [-1.5, 1.5]$  и  $y_i(t = 0) \in [-1.5, 1.5]$ . Такие начальные условия позволяют избежать появления бегущих волн, химерных состояний и других пространственно-временных структур, которые потенциально могут возникать в исследуемом ансамбле в присутствии слабого шума.

Осцилляторы ФитцХью-Нагумо рассматривались в возбудимом режиме вблизи бифуркации Андронова-Хопфа (тип возбудимости II)  $a = 1.05$  и  $\varepsilon = 0.01$  в присутствии аддитивного белого гауссова шума интенсивности  $D$ . Осцилляторы ван дер Поля изучались вблизи седло-узловой бифуркации предельных циклов при  $\varepsilon = -0.04$ ,  $\mu = 0.5$ , также при наличии белого гауссова шума интенсивности  $D$ . В обоих случаях взаимодействие между осцилляторами определяется членом  $f_i(x_1, x_2, \dots, x_N)$ . Рассматривались следующие формы связи:

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} (x_j - x_i), \quad (3)$$

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{\sigma}{N} \sum_{j=1}^N (x_j - x_i), \quad (4)$$

где формула (3) описывает локальное взаимодействие при  $R = 1$  и нелокальное при  $R > 1$ , а формула (4) – глобальную связь. Ансамбли (1) и (2) рассматривались в присутствии локальной, нелокальной и глобальной связи.

Исследования динамики ансамбля локально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо показали, что присутствие связи приводит не только к синхронизации стохастических колебаний, но также усиливает когерентный резонанс. Этот эффект заключается в росте пиковой регулярности динамики при увеличении силы связи, что показано на рис. 1 на примерах зависимостей усредненных по ансамблю времени корреляции (рис. 1 (а)) и девиации интерспайковых интервалов (рис. 1 (б)) от интенсивности шума.

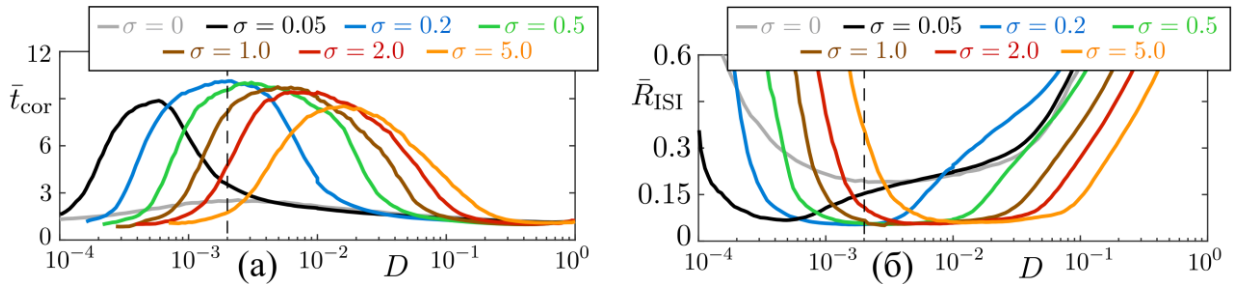


Рисунок 1. Ансамбль (1) в присутствии локальной связи (3): зависимость усредненных по ансамблю времени корреляции (а) и девиации интерспайковых интервалов (б) от интенсивности шума при увеличении силы связи.

Параметры системы:  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $R=1$ .

Как и в случае локального взаимодействия, глобальная связь также способствует усилению когерентного резонанса. Как показано на рис. 2 на примере ансамбля (1), в котором члены, описывающие связь, представлены в форме (4), глобальная связь позволяет увеличить пиковые значения времени корреляции  $\bar{t}_{cor}$  и уменьшить минимальные значения  $\bar{R}_{ISI}$ .

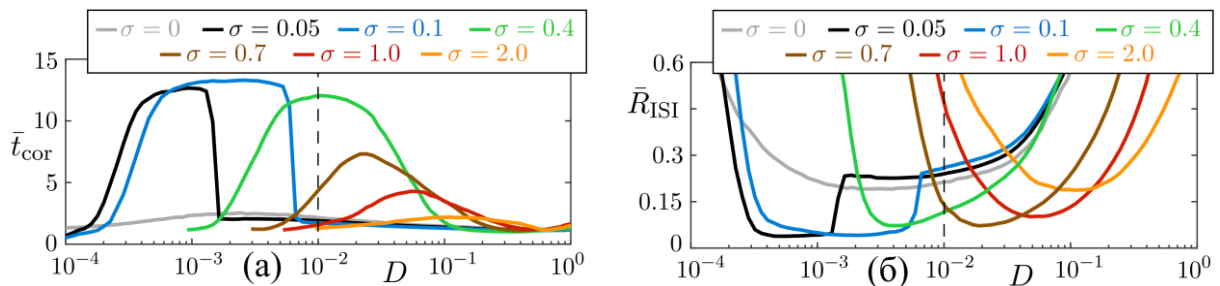


Рисунок 2. Ансамбль (1) в присутствии глобальной связи (4): зависимость усредненного по ансамблю времени корреляции (а) и девиации интерспайковых интервалов (б) от интенсивности шума при увеличении силы связи. Параметры осцилляторов:  $a = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.01$ .

Исследования динамики ансамбля локально связанных осцилляторов ван дер Поля (см. уравнения (2), где связь определена согласно формуле (3) при  $R=1$ ) показали, что увеличение силы связи приводит к подавлению когерентного резонанса. Данный эффект продемонстрирован на рис. 3 (а) на примере зависимостей усредненного по ансамблю времени корреляции от интенсивности шума, полученных при различных значениях силы связи. Как видно на рисунке, увеличение силы связи позволяет значительно снизить пиковое значение  $\bar{t}_{cor}$  по сравнению с динамикой одиночного осциллятора. При этом оптимальное значение интенсивности шума, соответствующее наиболее когерентным колебаниям, остается почти неизменным. Аналогичные результаты были получены в присутствии глобальной связи, хотя степень подавления когерентного резонанса с ростом силы глобальной связи существенно ниже по сравнению со случаем локального взаимодействия.

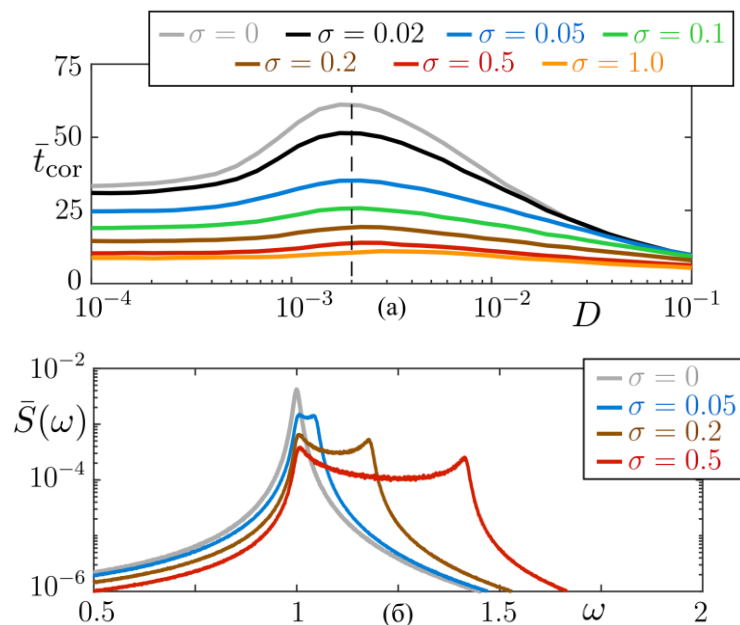


Рисунок 3. Ансамбль (2) в присутствии локальной связи (3): подавление когерентного резонанса за счет действия локальной связи. Эволюция зависимостей усредненного по ансамблю времени корреляции (а) и усредненный спектр мощности колебаний  $x_i(t)$  при фиксированной интенсивности шума  $D = 0.002$  (б).

Другие параметры системы:  $\varepsilon = -0.04$ ,  $\mu = 0.5$ ,  $\omega_0 = 1$ ,  $R = 1$ .

По результатам исследований ансамблей с локальной и глобальной связью были сформулированы гипотезы о влиянии нелокальной связи, которые были полностью подтверждены в численном эксперименте. (см. заключение).

### *Заключение*

В представленной выпускной квалификационной работе эффект когерентного резонанса был рассмотрен в численных экспериментах на примерах ансамблей возбудимых (осцилляторы ФитцХью-Нагумо) и невозбудимых (осцилляторы ван дер Поля) колебательных элементов при различной топологии связи. Первым шагом, исследуемые ансамбли изучались в присутствии локальной и глобальной связи, после чего формулировались гипотезы об ожидаемых эффектах в ансамблях с нелокальным взаимодействием при увеличении радиуса связи (увеличение радиуса связи рассматривалось как постепенный переход от локального к глобальному типу взаимодействия).

В ансамблях связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо в возбудимом режиме наличие связи приводит к усилению эффекта когерентного резонанса по сравнению с динамикой одиночного осциллятора. Однако характер усиления в подобных ансамблях зависит от силы и топологии связи. В частности, при слабой связи усиление когерентного резонанса более ярко выражено при глобальной топологии, в то время как локальная связь более эффективна с точки зрения усиления эффекта при большой силе связи. Как результат, увеличение радиуса нелокальной связи при слабом и сильном взаимодействии приводит к усилению и подавлению когерентного резонанса, соответственно. Также было установлено, что изменение силы и топологии связи в ансамблях возбудимых осцилляторов позволяет варьировать оптимальную интенсивность шума, отвечающую наиболее регулярным индуцированным шумом колебаниям, в широком диапазоне. Важно отметить, что нелокальная связь аналогичным образом (усиливает при слабой связи и подавляет при сильной связи, а также сдвигает интенсивность шума, соответствующую наиболее регулярным

колебаниям) влияет на эффект стохастического резонанса в ансамбле связанных передемпфированных бистабильных осцилляторов.

Характер влияния нелокальной связи в ансамблях невозбудимых осцилляторов коренным образом отличается от эффектов в ансамблях возбудимых систем. В отличие от моделей связанных осцилляторов ФитцХью–Нагумо, наличие связи между осцилляторами ван дер Поля приводит к подавлению эффекта когерентного резонанса, что наблюдалось в ансамблях с локальной, нелокальной и глобальной связью, как при слабой, так и при сильной связи. Однако степень подавления может изменяться в зависимости от топологии: при наличии глобальной связи степень подавления эффекта с ростом силы связи ниже, чем в ансамблях с локальной связью. В результате, ансамбль с нелокальной связью демонстрирует эффект усиления когерентного резонанса с ростом радиуса связи при фиксированной силе взаимодействия.

Несмотря на выявленные отличия, общим свойством для ансамблей возбудимых и невозбудимых осцилляторов является возможность усиления эффекта когерентного резонанса за счет свойств нелокальной связи. Иными словами, нелокальная связь может выступать в качестве конструктивного фактора при управлении когерентным резонансом в ансамблях с принципиально разными свойствами элементов, что свидетельствует о фундаментальной роли нелокальной связи при управлении коллективной динамикой и усилении ее регулярности в ансамблях и сетях связанных колебательных систем.

По результатам исследований были опубликованы две статьи в журналах *The European Physical Journal Special Topics* и *Chaos*:

1. A. Bukh, N. Nikishina, A. Ryabov, E. Rybalova, V. Semenov, T. Vadivasova. Spike activity and coherence resonance in networks of excitable FitzHugh–Nagumo neurons: effects of coupling, noise, and periodic signal // *The European Physical Journal Special Topics*. – 2025. – Т. 234. – №. 6. – С. 1107-1123.

2. A. Ryabov, E. Rybalova, A. Bukh, T. Vadivasova, V. Semenov. Nonlocal-coupling-based control of coherence resonance // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. – 2025. – Т. 35. – №. 9, 091106 (7 страниц).

Также направлена статья в журнал *Physics Letters A*:

3. A. Ryabov, V. Semenov. Nonlocal-coupling-based control of coherence resonance in an ensemble of non-excitable oscillators //arXiv:2603.24210. – 2026.

Полученные результаты были представлены на следующих научных конференциях:

1. А.А. Рябов, Е.В. Рыбалова, В.В. Семенов. Управление когерентным резонансом в ансамбле нелокально связанных возбудимых осцилляторов. Нелинейные дни в Саратове для молодых: сборник научных Н49 трудов / редакционная коллегия: А. А. Короновский (ответственный редактор) [и др.]. – Саратов: Саратовский университет [издание], 2025. – Вып. 18: материалы XXXI Всероссийской научной конференции, 26–30 мая 2025, Саратов. – 27 с.

2. A. A. Ryabov, E. V. Rybalova, A. V. Bukh, T. E. Vadivasova, V. V. Semenov. Applying nonlocal coupling for coherence resonance control. Saratov Fall Meeting — Saratov, Russia (Saratov State University) — September 29 — October 3 — 2025.

3. A. A. Ryabov, E. V. Rybalova, A. V. Bukh, T. E. Vadivasova, V. V. Semenov. Coherence resonance in an ensemble of excitable oscillators with nonlocal coupling. Modeling and Experimental Investigation of the Complex Systems Dynamics — Nizhniy Novgorod, Russia (HSE University) — October 15 — October 18 — 2025.

4. Студенческая научная конференция института физики — Саратов, Россия (Саратовский Государственный Университет) — 28 апреля — 30 апреля — 2026. Второе место в секции «Радиофизика».