

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дискретной математики и информационных технологий

**АДАПТИВНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОЙ ТРАЕКТОРИИ
НА ОСНОВЕ БАЙЕСОВСКОГО ОТСЛЕЖИВАНИЯ ЗНАНИЙ
И ГРАФА ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
направления 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника
факультета КНиИТ
Антонова Виталия Павловича

Научный руководитель
старший преподаватель

П. О. Дмитриев

Заведующий кафедрой
доцент, к. ф.-м. н.

Л. Б. Тяпаев

Саратов 2026

ВВЕДЕНИЕ

Электронные системы управления обучением (Learning Management Systems, LMS) получили широкое распространение как в академической, так и в корпоративной сферах. Вместе с тем сложилось противоречие между массовостью доступа к учебному материалу и отсутствием индивидуализации в процессе его освоения. Распространённые платформы – Moodle, Canvas, Blackboard – предоставляют всем обучающимся одну и ту же последовательность тем и задач, не учитывая индивидуальную скорость освоения, пробелы в пред-требованиях и риск снижения мотивации при несоответствии сложности задач уровню подготовки.

Актуальность темы определяется тем, что альтернативные решения – интеллектуальные обучающие системы (intelligent tutoring systems, ITS) – способные подстраивать содержание под индивидуальный профиль обучающегося, дают прирост успеваемости на 0,4–0,7 стандартного отклонения по сравнению с традиционным групповым обучением. Однако массовый перенос ITS-подходов сдерживается отсутствием единой формальной модели, объединяющей оценку знаний обучающегося, структуру предметной области и стратегию выбора следующей учебной задачи. Основой большинства ITS является байесовское отслеживание знаний (Bayesian Knowledge Tracing, ВКТ). Классический ВКТ обладает рядом существенных ограничений: обновляет состояние одной темы за попытку (хотя реальные задачи часто проверяют несколько тем одновременно); не использует структуру пред-требований предметной области; не содержит явного механизма учёта риска снижения мотивации. Эти ограничения снижают точность модели знаний и качество выбора следующей учебной задачи.

Цель работы – разработать и экспериментально проверить алгоритм адаптивного планирования учебной траектории, основанный на расширенном байесовском отслеживании знаний и графе знаний предметной области.

Задачи исследования:

1. провести анализ существующих подходов к адаптивному управлению обучением, моделей отслеживания знаний и алгоритмов планирования траектории и обосновать выбор базовой модели;
2. разработать расширения классического ВКТ, обеспечивающие

обновление нескольких концептов за одну попытку и обратное распространение сигнала по графу пред-требований, и теоретически обосновать корректность;

3. разработать многокритериальную функцию выбора следующего концепта, учитывающую прирост знаний, движение к цели, сложность темы и риск снижения мотивации, и обосновать состав и значения параметров;
4. провести симуляционный эксперимент со сравнением предложенного алгоритма с четырьмя базовыми стратегиями и статистически подтвердить его преимущество;
5. разработать программный прототип системы и определить ограничения подхода и направления дальнейшего развития.

Объект исследования – процесс адаптивного управления учебной траекторией обучающегося в интеллектуальной обучающей системе.

Предмет исследования – алгоритмы оценки знаний и выбора следующей учебной задачи на основе вероятностной модели знаний и графа предметной области.

Методы исследования. В работе применялись теоретико-вероятностные методы (байесовский вывод, скрытые марковские модели) для формализации модели знаний; теория графов для представления структуры предметной области; методы многокритериального принятия решений для разработки функции выбора темы; имитационное моделирование со статистическим анализом результатов (критерий Манна–Уитни, размер эффекта по Коэну) для экспериментальной валидации.

Научная новизна. Предложено расширение ВКТ, поддерживающее одновременное взвешенное обновление нескольких концептов за одну попытку; предложен механизм обратного распространения сигнала освоения по графу пред-требований с обоснованным коэффициентом затухания; разработана многокритериальная функция выбора концепта, объединяющая прогресс знаний, направление к цели и операциональную метрику риска снижения мотивации.

Практическая значимость. Разработан веб-прототип адаптивной системы управления обучением, демонстрирующий интерпретируемость рекомендаций алгоритма для преподавателя и обучающегося. Симуляция

и прототип используют один и тот же модуль планировщика без дублирования, что обеспечивает прямую переносимость экспериментальных результатов на работающую систему.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первом разделе проведён анализ предметной области.

В подразделе 1.1 выполнен обзор систем управления обучением. Системы классифицированы на три категории по степени адаптивности: неадаптивные (Moodle, Blackboard), частично адаптивные (Canvas Mastery Paths, Duolingo SRS) и полноценные адаптивные ITS (ALEKS, ASSISTments). Установлено, что ни одна из рассмотренных систем не совмещает одновременно взвешенное обновление нескольких концептов, обратное распространение по графу пред-требований, многокритериальный планировщик и операциональную метрику риска снижения мотивации.

В подразделе 1.2 рассмотрены модели отслеживания знаний. Подробно проанализированы байесовское отслеживание знаний (ВКТ, Корбетт & Андерсон, 1995), логистические модели семейства PFA/AFM (Павлик и др., 2009), динамические байесовские сети (Кэзер и др., 2017), глубокие нейросетевые модели ДКТ (Пич и др., 2015) и qДКТ (Сонкар и др., 2020). Обоснован выбор ВКТ в качестве базовой модели: дискретное скрытое состояние "владеет / не владеет" непосредственно соответствует интуитивной модели владения темой и легко интерпретируется; модель работает с первой попытки, без накопления исторических данных, что критически важно для запуска новых курсов; все параметры имеют ясный содержательный смысл и могут задаваться экспертно; модель естественно расширяется на случаи мульти-концептных задач и распространения сигнала по графу.

В подразделе 1.3 проведён обзор алгоритмов планирования учебной траектории. Рассмотрены линейные, жадные стратегии, стратегии на основе знаниевого пространства (теория Фалманя–Дуаньона, 1990, лежащая в основе ALEKS) и подходы на основе обучения с подкреплением. Показано, что многокритериальный подход с явной операциональной функцией ценности ранее систематически не применялся в контексте практики (в отличие от адаптивного тестирования).

В подразделе 1.4 рассмотрена проблема фрустрации в ITS. По Ван Лену (2011) показано, что при доле верных ответов ниже 70–80% эффективность обучения резко падает; по Д'Мелло и Грэзеру (2012) – что фрустрация возникает преимущественно после серии последовательных неудач и, если не снята, переходит в состояние выученной беспомощности. Эти результаты

послужили основанием для операционализации риска фрустрации через счётчик последовательных ошибок в настоящей работе.

Во втором разделе описана формальная модель и предложенные алгоритмы.

В подразделе 2.1 формализован граф знаний предметной области как ориентированный граф без циклов $\mathcal{G} = (C, E)$, где C — множество концептов, E — множество рёбер типа PREREQUISITE с весами $w : E \rightarrow (0, 1]$. Введено понятие достижимого концепта: концепт c достижим, если $m_c < \theta_M$ и $m_p \geq \theta_P$ для всех пред-требований p , где $\theta_M = 0,85$, $\theta_P = 0,5$.

В подразделе 2.2 описана стандартная модель ВКТ как скрытая марковская модель с двумя скрытыми состояниями и двумя наблюдаемыми исходами. Обновление состояния выполняется в три шага: байесовское обновление с учётом параметров шума $P(G)$ (вероятность угадывания) и $P(S)$ (вероятность оговорки); применение вероятности перехода $P(T)$; межсессийное забывание с параметром $P(F)$. Параметры $P(T) = 0,15$, $P(F) = 0,05$, $P(G) = 0,20$, $P(S) = 0,10$ обоснованы анализом типовых диапазонов, принятых в литературе.

В подразделе 2.3 описано первое расширение ВКТ — взвешенное обновление нескольких концептов. Для задачи, связанной с концептами c_1, \dots, c_k с весами $\hat{w}_1, \dots, \hat{w}_k$, нормированные веса $w_i = \hat{w}_i / \sum_j \hat{w}_j$ применяются для масштабирования параметра обучения: $P(T)_i = P(T) \cdot w_i$. Суммарный обучающий сигнал сохраняется ($\sum_i P(T)_i = P(T)$), что подтверждает корректность расширения.

В подразделе 2.4 описано второе расширение — обратное распространение по графу. Для каждого непосредственного пред-требования p концепта c после прироста Δm_c применяется $m_p \leftarrow \min(m_p + \Delta m_c \cdot \lambda \cdot w_{pc}, 1)$, где $\lambda = 0,1$ — коэффициент затухания, w_{pc} — вес ребра. Консервативное значение λ выбрано из принципа слабого правдоподобия: успех в продвинутой теме является косвенным свидетельством владения пред-требованиями, но не доказательством.

В подразделе 2.5 описана многокритериальная функция ценности концепта:

$$V(c) = w_1 G(c) + w_2 D(c) - w_3 T(c) - w_4 F(c),$$

где $G(c) = 1 - m_c$ — потенциал прироста знаний, $D(c) = 1/(1 + d(c, c_{\text{goal}}))$

– близость к цели, $T(c) = \text{difficulty}(c)$ – сложность темы, $F(c)$ – риск снижения мотивации. Веса $w_1 = 0,4$, $w_2 = 0,3$, $w_3 = w_4 = 0,15$ обоснованы как принципиально (компоненты G и D – первичные цели системы; T и F – ограничения), так и эмпирически (систематическим перебором конфигураций).

В подразделе 2.6 описана операционализация риска фрустрации как комбинированная метрика $F(c) = \max(F^{(1)}, F^{(2)})$, где $F^{(1)}$ – превентивная оценка дефицита освоенности пред-требований, $F^{(2)} = \min(\text{streak}(c)/\theta_F, 1)$ – реактивная метрика на основе счётчика последовательных ошибок с порогом $\theta_F = 3$ по рекомендациям Д’Мелло и Грэзера.

В третьем разделе представлено экспериментальное исследование.

В подразделе 3.1 описана методология эксперимента. Применён метод имитационного моделирования с синтетическими обучающимися. Каждый обучающийся задаётся тремя параметрами: индивидуальная скорость обучения $r^{\text{learn}} \in [0,1; 0,5]$, скорость забывания $r^{\text{forget}} \in [0,01; 0,15]$, стабильность ответов $\text{consistency} \in [0,7; 1,0]$. Все диапазоны взяты из литературы по ITS. Эксперимент проведён на 1000 обучающихся при 5 независимых seed-ах; сравниваются пять стратегий: линейная, случайная, жадная, "освоение до порога" (Bloom, 1968) и предложенная.

В подразделе 3.2 представлены основные результаты эксперимента (таблица 1).

Таблица 1 – Результаты основного эксперимента (1000 обучающихся, seed=42)

| Стратегия | Completion | Mean mastery | Median ТТМ | d Коэна |
|---------------------|-------------|--------------|------------|-----------|
| Линейная | 0% | 0,004 | — | –1,67 |
| Случайная | 3% | 0,053 | 275 | –2,15 |
| Жадная | 16% | 0,554 | 270 | –1,28 |
| Освоение до порога | 0% | 0,004 | — | –1,67 |
| Предложенная | 100% | 0,899 | 103 | — |

Предложенный алгоритм достигает цели в 100% случаев при медиане ТТМ = 103 шага, тогда как ближайший конкурент (жадная стратегия) – лишь 16%. Размер эффекта по Коэну во всех сравнениях превышает 1,28 (очень большой по классификации Коэна, 1988), статистическая значимость подтверждена на уровне $p < 0,001$.

В подразделе 3.3 описан стресс-тест на "трудных" обучающихся (500 человек со скоростью обучения в 3 раза ниже нормы и скоростью забывания в 3–5 раз выше). Все четыре базовые стратегии показали 0% completion; предложенный алгоритм сохранил 77% completion. Разрыв 77% против 0% подтверждает, что преимущество не сводится к самосогласованности симуляционной модели.

В подразделе 3.4 проведён систематический перебор 22 конфигураций весов функции ценности. Установлено, что доминирующим фактором является компонент D (близость к цели): при $w_2 < 0,2$ completion падает ниже 30% независимо от w_1 .

В подразделе 3.5 выделены контринтуитивные результаты исследования: (1) классический подход Mastery Learning (Bloom, 1968) без адаптивности функционально эквивалентен линейной стратегии (0% completion); (2) жадная стратегия "учи худшее" даёт лишь 16% из-за отсутствия учёта направления к цели; (3) близость к цели D важнее прироста знаний G в многокритериальной функции; (4) коэффициент λ влияет на скорость, но не на достижимость цели; (5) равные веса критериев (0,25 каждый) катастрофически снижают completion до 33%; (6) алгоритм сохраняет работоспособность на трудных обучающихся.

В четвёртом разделе описана программная реализация прототипа.

В подразделе 4.1 описана архитектура. Система построена по трёхзвенной архитектуре: серверная часть на FastAPI (Python 3.11) с асинхронной обработкой запросов и PostgreSQL для хранения данных; клиентская часть на React 18 с библиотекой React Flow для интерактивного графа знаний. Алгоритмы ВКТ и планировщика реализованы в модулях `algorithms/bkt.py` и `algorithms/planner.py`. Критически важная архитектурная особенность: симуляционный эксперимент и веб-приложение используют один и тот же программный модуль планировщика без дублирования, что гарантирует, что экспериментально проверенный алгоритм и алгоритм в прототипе являются одной программной единицей.

В подразделе 4.2 описан интерфейс обучающегося: рабочий процесс состоит из трёх шагов на каждой итерации. Система отображает рекомендованную тему с объяснением выбора (покомпонентный расчёт $V(c)$); обучающийся решает задачу; граф знаний перекрашивается в реальном

времени, прогресс к цели обновляется в шапке страницы.

В подразделе 4.3 описан интерфейс преподавателя: визуальный редактор графа знаний (двойной клик добавляет концепт, перетаскивание создаёт ребро) и JSON-импорт для работы с большими графами.

В подразделе 4.4 рассмотрены ограничения практической применимости: ручная расстановка параметров сложности концептов и задач требует значительных усилий от преподавателя. В качестве направления дальнейшего развития определена интеграция языковой модели в инструменты преподавателя для автоматизации этой задачи. Подход не противоречит концепции интерпретируемой системы: языковая модель используется как инструмент подготовки контента, а не как элемент алгоритма планирования траектории; алгоритм остаётся полностью детерминированным и объяснимым.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы решены все поставленные задачи и получены следующие результаты.

Проведён сравнительный анализ адаптивных LMS, моделей отслеживания знаний и алгоритмов планирования учебной траектории. Обосновано применение ВКТ в качестве базовой модели как интерпретируемой и работающей без предварительного накопления данных.

Разработаны и теоретически обоснованы два расширения классического ВКТ: взвешенное обновление нескольких концептов за одну попытку (с сохранением суммарного обучающего сигнала) и обратное распространение сигнала освоения по графу пред-требований (с консервативным коэффициентом $\lambda = 0,1$, обеспечивающим информирование о базовых концептах без систематической переоценки их освоенности).

Разработана многокритериальная функция ценности концепта $V(c)$ с четырьмя компонентами. Веса функции $w_1 = 0,4$, $w_2 = 0,3$, $w_3 = w_4 = 0,15$ обоснованы как принципиально, так и систематическим перебором 22 конфигураций. Метрика риска снижения мотивации $F(c) = \max(F^{(1)}, F^{(2)})$ объединяет превентивную и реактивную составляющие.

Проведён симуляционный эксперимент на 1000 синтетических обучающихся при 5 независимых seed-ax. Предложенный алгоритм достигает цели в 100% случаев при медиане ТТМ = 103 шага, тогда как ближайший конкурент (жадная стратегия) – 16%. Размер эффекта по Коэну превышает 1,28 во всех сравнениях ($p < 0,001$). Стресс-тест на трудных обучающихся подтвердил устойчивость: 77% completion против 0% у базовых стратегий.

Разработан и протестирован веб-прототип адаптивной системы управления обучением (FastAPI + React + PostgreSQL) с интерактивной визуализацией графа знаний, объяснением рекомендаций в реальном времени и архитектурой, гарантирующей идентичность алгоритмов в эксперименте и рабочем приложении.

В качестве направлений дальнейшего развития определены: проведение пользовательского исследования с реальными обучающимися; калибровка параметров ВКТ методом EM на собранных данных; интеграция языковой модели в инструменты преподавателя для автоматизации расстановки

параметров сложности при создании курса.

Основные источники информации:

- 1 VanLehn K. The relative effectiveness of human tutoring, intelligent tutoring systems, and other tutoring systems // Educational Psychologist. – 2011. – Vol. 46, № 4. – P. 197–221.
- 2 Corbett A. T., Anderson J. R. Knowledge tracing: Modeling the acquisition of procedural knowledge // User Modeling and User-Adapted Interaction. – 1995. – Vol. 4, № 4. – P. 253–278.
- 3 Pelánek R. Bayesian knowledge tracing, logistic models, and beyond: an overview of learner modeling techniques // User Modeling and User-Adapted Interaction. – 2017. – Vol. 27, № 3–5. – P. 313–350.
- 4 Pavlik P. I., Cen H., Koedinger K. R. Performance factors analysis – a new alternative to knowledge tracing // Proceedings of the 14th International Conference on Artificial Intelligence in Education. – 2009. – P. 531–538.
- 5 Piech C. et al. Deep knowledge tracing // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2015. – Vol. 28. – P. 505–513.
- 6 Käser T., Klingler S., Schwing A. G., Gross M. Dynamic Bayesian networks for student modeling // IEEE Transactions on Learning Technologies. – 2017. – Vol. 10, № 4. – P. 450–462.
- 7 D’Mello S., Graesser A. Dynamics of affective states during complex learning // Learning and Instruction. – 2012. – Vol. 22, № 2. – P. 145–157.
- 8 Bloom B. S. Learning for mastery // Evaluation Comment (UCLA-CSIEP). – 1968. – Vol. 1, № 2. – P. 1–12.
- 9 Falmagne J.-C. et al. Introduction to knowledge spaces: How to build, test, and search them // Psychological Review. – 1990. – Vol. 97, № 2. – P. 201–224.
- 10 Huang Y., González-Brenes J. P., Brusilovsky P. General features in knowledge tracing to model multiple subskills, temporal item response theory, and expert knowledge // Proceedings of the 7th International Conference on Educational Data Mining. – 2014. – P. 84–91.
- 11 Cohen J. Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences. – 2nd ed. – Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988. – 567 p.