

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра дискретной математики и информационных технологий

**ВИЗУАЛИЗАЦИЯ И АНАЛИЗ ПЕРКОЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В
ЭКОСИСТЕМАХ СРЕДСТВАМИ RUTHON**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 4 курса 421 группы
направления 09.03.01 — Информатика и вычислительная техника
факультета КНиИТ
Лебедевой-Преображенской Александры Романовны

Научный руководитель

к. ф.-м. н., доцент

И. Д. Сагаева

Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н., доцент

Л. Б. Тяпаев

Саратов 2026

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Теория перколяции является важным разделом статистической физики и математики, изучающим возникновение связанных структур в случайных средах. Она находит широкое применение в различных областях, включая физику, биологию, экологию и социологию. В экологических системах перколяционные модели позволяют описывать такие процессы, как распространение лесных пожаров, эпидемии растений, фрагментацию среды обитания и миграцию животных. Понимание критических явлений, связанных с переходом от локального к глобальному распространению, имеет важное значение для прогнозирования рисков и разработки стратегий управления природными ресурсами.

Современные вычислительные средства открывают новые возможности для визуализации и анализа сложных динамических процессов. Язык Python с его богатой экосистемой библиотек для научных вычислений (NumPy, SciPy, Matplotlib) и создания интерактивных приложений (Streamlit) предоставляет удобную платформу для реализации перколяционных моделей и проведения вычислительных экспериментов. Разработка интерактивного инструмента, позволяющего наглядно исследовать влияние параметров модели на динамику процесса, является актуальной задачей, способствующей более глубокому пониманию перколяционных явлений.

Цель бакалаврской работы – создание интерактивного инструмента, позволяющего наглядно изучать динамику перколяционных процессов в экосистемах и влияние различных параметров на их развитие.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. Разработать математическую модель перколяции, адаптированную для описания процессов в экосистемах (на примере лесных пожаров и распространения болезней деревьев).
2. Создать интерактивный визуализатор на языке Python, реализующий алгоритмы симуляции и предоставляющий графический интерфейс для управления параметрами.
3. Провести вычислительные эксперименты с различными параметрами модели, проанализировать полученные результаты и выявить пороговые эффекты, характерные для перколяции.

Объект исследования – перколяционные процессы в экосистемах. **Пред-**

мет исследования – методы визуализации и анализа таких процессов с использованием средств Python.

Методологические основы исследования перколяционных процессов, теории фазовых переходов, математического моделирования экосистем и вычислительных экспериментов представлены в фундаментальных трудах С. Бродбента и Дж. Хаммерсли [1], Г. Кестена [2], Ю. Ю. Тарасевича [3], М. Сахими [4], а также в исследованиях по применению теории перколяции в экологии [5, 6]. Теоретическая база работы опирается на методы математического моделирования, теорию вероятностей, численные методы (методы Монте-Карло), а также принципы объектно-ориентированного программирования для реализации программного обеспечения.

Практическая значимость бакалаврской работы заключается в создании законченного программного продукта, который может быть использован для учебных и исследовательских целей при изучении перколяционных явлений. Разработанное интерактивное приложение на базе Streamlit позволяет проводить виртуальные лабораторные работы, варьировать параметры моделирования и мгновенно наблюдать последствия, что способствует глубокому усвоению теоретического материала. Результаты вычислительных экспериментов могут служить основой для оценки критических параметров в реальных экосистемах.

Структура и объём работы. Бакалаврская работа состоит из введения, 6 разделов, заключения, списка использованных источников и 2 приложений. Общий объём работы – 57 страниц, из них 46 страниц – основное содержание, включая 9 рисунков и 3 таблицы, список использованных источников информации – 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Теоретические основы теории перколяции» посвящен систематизации базовых понятий и определений теории перколяции, классификации типов моделей и анализу областей применения в экологических системах. В подразделе 1.1 приведены основные понятия: граф, решётка, кластер, перколяционный порог p_c , бесконечный кластер, фазовый переход и критические индексы. В подразделе 1.2 исследованы два основных типа перколяционных моделей: site-перколяция (перколяция по узлам) и bond-перколяция (перколяция

по связям). Для двумерной квадратной решётки приведены точные значения порогов: $p_c = 0,5$ для bond-перколяции (доказано Г. Кестеном [2]) и $p_c \approx 0,5927$ для site-перколяции (получено численными методами). В подразделе 1.3 проанализировано применение теории перколяции в экологии: моделирование лесных пожаров, распространение болезней растений, фрагментация среды обитания, миграционные коридоры и другие экологические приложения [3]. В подразделе 1.4 представлены математические основы перколяционного перехода: порядок параметра $P_\infty(p) \sim (p - p_c)^\beta$, корреляционная длина $\xi \sim |p - p_c|^{-\nu}$, распределение размеров кластеров $n(s) \sim s^{-\tau}$ и свойство универсальности критических индексов [6]. *Вывод по разделу:* теория перколяции предоставляет мощный математический аппарат для анализа критических явлений в экосистемах, позволяя перейти от качественных описаний к количественным оценкам пороговых параметров.

Второй раздел «Методология симуляционного моделирования» посвящен обоснованию выбора типа симуляционной модели и описанию её компонентов. В подразделе 2.1 рассмотрены основные типы симуляций: дискретные модели (клеточные автоматы), непрерывные модели (дифференциальные уравнения), агентные модели и модели на основе случайных процессов. Для целей данной работы выбраны дискретные модели на основе клеточных автоматов с стохастическими элементами, что обусловлено простотой реализации, высокой производительностью за счёт векторизации вычислений, наглядностью визуализации и возможностью прямого сопоставления с теоретическими предсказаниями теории перколяции. В подразделе 2.2 описаны ключевые компоненты симуляционной модели: параметры модели (вероятность перколяции p , вероятность внешнего воздействия, размер решётки $N \times N$, тип окрестности), переменные состояния (для лесных пожаров: T – дерево, F – огонь, E – пустая клетка; для болезней: H – здоровое, I – заражённое, D – мёртвое), правила переходов, начальные условия, структура данных (двумерный массив NumPy) и механизм синхронного обновления состояний. В подразделе 2.3 обоснован выбор окрестности фон Неймана (4 соседа) и неперIODических границ, что соответствует стандартным моделям перколяции на квадратной решётке и физической постановке задачи. В подразделе 2.4 описан инструментарий реализации: язык Python с библиотеками NumPy (векторизованные вычисления), SciPy (анализ кластерной структуры [5]), Matplotlib (визуализация) и Streamlit (интерактивный интер-

фейс). В подразделе 2.5 представлена трёхслойная архитектура интерактивного приложения: вычислительный слой (классы моделей), слой данных (загрузка и предобработка) и слой представления (UI на Streamlit). В подразделе 2.6 рассмотрены вопросы производительности и оптимизации: векторизация вычислений, ленивое вычисление статистик, кэширование визуализации и ограничение размера решётки для интерактивного режима. В подразделе 2.7 описаны процедуры верификации (модульное тестирование, проверка инвариантов, сравнение с эталонными реализациями) и валидации (сравнение перколяционных порогов с теоретическими значениями, анализ качественного поведения вблизи критической точки). *Вывод по разделу:* разработанная методология симуляционного моделирования обеспечивает корректность, производительность и наглядность перколяционных экспериментов, создавая необходимую основу для практической реализации.

Третий раздел «Описание алгоритмов моделей» посвящен детальному описанию алгоритмов двух базовых моделей: лесных пожаров и распространения болезней деревьев. В подразделе 3.1 представлена модель лесных пожаров, основанная на bond-перколяции. Пространство состояний включает три дискретных состояния клетки: T (дерево), F (огонь), E (пустая клетка). Модель управляется параметром $p \in [0, 1]$ – вероятностью самовозгорания, моделирующей внешние случайные факторы (удар молнии). Правила перехода формулируются следующим образом: клетка в состоянии F переходит в E (дерево выгорело); клетка в состоянии T переходит в F, если среди четырёх соседей есть хотя бы одна клетка в состоянии F или с вероятностью p срабатывает механизм самовозгорания; в остальных случаях состояние не изменяется. Математически правило записывается как:

$$C_{i,j}^{(t+1)} = \begin{cases} E, & \text{если } C_{i,j}^{(t)} = F, \\ F, & \text{если } C_{i,j}^{(t)} = T \text{ и } (\exists \text{ сосед } (i', j') : C_{i',j'}^{(t)} = F \vee \xi_{i,j}^{(t)} < p), \\ T, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $\xi_{i,j}^{(t)}$ – независимые случайные величины, равномерно распределённые на $[0, 1]$. Начальные условия: все клетки в состоянии T, инициирующий очаг создаётся переводом одной или нескольких клеток в состояние F (центр, угол или случайное положение). В подразделе 3.2 описана модель распространения

болезней деревьев, соответствующая site-перколяции. Пространство состояний включает: Н (здоровое дерево), I (заражённое), D (мёртвое). Параметры модели: p_{ext} – вероятность внешнего заражения. Правила перехода: клетка в состоянии I переходит в D (дерево погибает); клетка в состоянии Н переходит в I, если среди соседей есть заражённое дерево или с вероятностью p_{ext} происходит заражение из внешнего источника; мёртвые деревья остаются в состоянии D. Математическая запись аналогична модели пожаров с соответствующей заменой состояний. В подразделе 3.3 описаны общие принципы реализации: векторизованные операции NumPy, создание булевых масок для клеток с заражёнными соседями через сдвиги матрицы, генерация матрицы случайных чисел для вероятностных событий и комбинация условий логическими операциями. *Вывод по разделу:* разработанные алгоритмы обеспечивают эффективную реализацию перколяционных моделей с возможностью обработки больших решёток (до 1000×1000) за приемлемое время.

Четвёртый раздел «Разработка программного средства для моделирования перколяционных процессов» посвящен описанию разработанного интерактивного приложения. В подразделе 4.1 сформулированы цели и требования: создание интерактивного инструмента для моделирования двух типов процессов, обеспечение настройки параметров (размер решётки, вероятности, положение очага), реализация пошагового и автоматического режимов, визуализация состояния системы и графика динамики, функционал загрузки/сохранения конфигураций, производительность для решёток до 200×200 . В подразделе 4.2 описана модульная архитектура приложения: вычислительное ядро (core.py с классами BaseModel, ForestFireModel, DiseaseModel), слой визуализации (visualization.py с функциями отрисовки) и пользовательский интерфейс (main.py на Streamlit). В подразделе 4.3 представлена реализация базовых моделей: синхронное обновление состояний через векторизованные операции NumPy, использование сдвигов массивов для поиска соседей, генерация матрицы случайных чисел для вероятностных событий. В подразделе 4.4 описан пользовательский интерфейс: боковая панель с переключателем типа модели, слайдерами параметров, выбором начального очага, блоком загрузки/сохранения и кнопками управления (Сброс, Шаг, Запустить на 50 шагов); главная область с визуализацией решётки (тепловая карта) и графиком динамики активных клеток. В подразделе 4.5 представлен функционал загрузки и сохранения состо-

яния: формат файла включает тип модели, размер решётки, вероятности p и p_{ext} , список клеток с состояниями, отличными от состояния по умолчанию. В подразделе 4.6 рассмотрены особенности реализации: векторизация вычислений, обработка граничных условий (непериодические границы), кластерный анализ через функцию `label` из SciPy, управление состоянием в Streamlit через `st.session_state`, интерактивность с `st.rerun()`. *Вывод по разделу*: разработанное программное средство успешно реализует поставленные требования, обеспечивая высокую производительность, наглядность и удобство проведения параметрических исследований.

Пятый раздел «Анализ перколяционных процессов в экосистемах» посвящен представлению результатов вычислительных экспериментов. В подразделе 5.1 описана методика проведения экспериментов: для каждого типа модели исследовалось влияние вероятности внешнего воздействия p , размера решётки N , положения начального очага и (для болезней) вероятности внешнего заражения p_{ext} ; фиксировались количество активных клеток, максимальный размер кластера и факт достижения перколяции; каждый эксперимент повторялся не менее 30 раз для усреднения результатов. В подразделе 5.2 представлены результаты моделирования лесных пожаров. В пункте 5.2.1 исследована зависимость динамики от вероятности самовозгорания p (решётка 100×100 , p варьировалось от 0,1 до 0,7): при $p < 0,3$ пожар затухает после сгорания небольшого числа деревьев (локальный режим); в диапазоне $0,3 \leq p \leq 0,5$ наблюдается промежуточное поведение; при $p \geq 0,5$ пожар распространяется на всю территорию, сгорает более 90% деревьев. В пункте 5.2.2 определён перколяционный порог: при варьировании p от 0,4 до 0,6 с шагом 0,01 и 100 симуляциях для каждого значения вероятность перколяции резко возрастает вблизи $p \approx 0,5$, что подтверждает теоретическое значение для bond-перколяции. В пункте 5.2.3 представлена визуализация кластерной структуры для $p = 0,3$ (несколько изолированных кластеров), $p = 0,5$ (перколяционный кластер) и $p = 0,7$ (плотный разветвлённый кластер). В подразделе 5.3 представлены результаты моделирования распространения болезней деревьев. В пункте 5.3.1 исследована зависимость динамики от вероятности заражения p (при $p_{ext} = 0$) и от p_{ext} (при $p = 0,3$): при $p < 0,6$ эпидемия затухает; при $p \approx 0,6$ наблюдается пороговое поведение, близкое к теоретическому значению $p_c \approx 0,5927$ для site-перколяции; при $p > 0,7$ практически все деревья заражаются; нали-

чие внешнего источника ($p_{ext} > 0$) позволяет инфекции распространяться даже при низкой вероятности передачи между соседями. В пункте 5.3.2 показано, что положение начального очага (центр, угол, случайная точка) не оказывает существенного влияния на итоговую долю заражённых деревьев. В пункте 5.3.3 приведены примеры сценариев для докритического ($p = 0,5$), околоскритического ($p = 0,6$) и закритического ($p = 0,7, p_{ext} = 0,1$) режимов. В подразделе 5.4 проведено сравнение с теоретическими предсказаниями: экспериментально определённые пороги $p_c \approx 0,5$ для лесных пожаров и $p_c \approx 0,59$ для болезней совпадают с теоретическими значениями; вблизи порога наблюдается резкое возрастание размера наибольшего кластера; распределение размеров кластеров в критической точке приближённо следует степенному закону $n(s) \sim s^{-\tau}$. *Вывод по разделу:* результаты экспериментов подтверждают корректность разработанных моделей и их пригодность для учебных и исследовательских целей.

Шестой раздел «Обсуждение результатов и практическая значимость» посвящен интерпретации полученных данных и оценке возможностей применения разработанного инструмента. В подразделе 6.1 проведена интерпретация выявленных закономерностей: экспериментально определённые перколяционные пороги совпадают с теоретическими ожиданиями с высокой точностью; анализ динамики активных клеток выявил универсальный характер поведения системы вблизи критической точки, что проявляется в максимальной вариабельности результатов и формировании фрактальных кластерных структур; эксперименты с внешним источником заражения показали, что наличие даже слабого внешнего воздействия способно существенно снизить эффективный перколяционный порог системы. В подразделе 6.2 рассмотрены ограничения разработанных моделей и пути их улучшения: двумерность пространства (рекомендуется переход к трёхмерным решёткам); однородность среды (необходимо введение пространственно-неоднородных параметров $p(x, y)$); дискретность времени и синхронность (рекомендуется реализация асинхронного алгоритма); упрощённая окрестность фон Неймана (возможно использование окрестности Мура или радиуса взаимодействия большего размера). В подразделе 6.3 сформулированы выводы по практической части: разработанное программное средство успешно реализует модели bond- и site-перколяции; результаты экспериментов подтвердили теоретические значения перколяционных порогов; выявлена критическая роль внешних факторов; инструмент готов к использованию в учебном

процессе. *Вывод по разделу:* разработанное программное средство имеет практическую ценность как для образовательных, так и для научных целей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы были проведены исследования перколяционных процессов в экосистемах с разработкой интерактивного программного инструмента для их визуализации и анализа.

На основании выполненной работы можно сформулировать следующие основные результаты и выводы:

1. Разработаны математические модели двух перколяционных процессов на основе клеточных автоматов: модель лесных пожаров (бонд-перколяция) и модель распространения болезней деревьев (сайт-перколяция). Для обеих моделей определены пространства состояний, правила перехода, начальные условия и критерии останова. Алгоритмы реализованы с использованием векторизованных операций NumPy для обеспечения высокой производительности.
2. Создано интерактивное программное средство на языке Python с использованием фреймворка Streamlit. Приложение предоставляет графический интерфейс для настройки параметров моделирования (размер решётки, вероятности перехода, положение очага), визуализации состояния системы в реальном времени, построения графиков динамики и сохранения/загрузки конфигураций экспериментов.
3. Проведена серия вычислительных экспериментов, в ходе которых исследована зависимость динамики процессов от ключевых параметров. Экспериментально определённые значения перколяционных порогов ($p_c \approx 0,5$ для лесных пожаров и $p_c \approx 0,59$ для болезней) совпали с теоретическими предсказаниями для квадратной решётки, что подтверждает корректность реализации моделей.
4. Выявлена критическая роль внешних факторов (вероятность самовозгорания p , вероятность внешнего заражения p_{ext}) в инициировании глобального распространения. Показано, что даже при низкой вероятности передачи между соседями наличие внешнего источника способно перевести систему в закритический режим.
5. Установлено, что положение начального очага (центр, угол, случайная

точка) не оказывает существенного влияния на итоговую долю заражённых/сгоревших деревьев при достижении перколяционного порога, что объясняется симметрией решётки и однородностью правил распространения.

Все задачи, поставленные во введении к работе, были решены в полном объёме: разработана математическая модель перколяции, адаптированная для описания процессов в экосистемах; создан интерактивный визуализатор на языке Python с графическим интерфейсом для управления параметрами; проведены вычислительные эксперименты, проанализированы результаты и выявлены пороговые эффекты.

Разработанное средство также имеет потенциал для использования в научных исследованиях как прототип для более сложных экологических моделей. Возможности сохранения и загрузки состояний позволяют воспроизводить эксперименты и обмениваться сценариями между исследователями.

Основные источники информации:

1. Broadbent, S. R. Percolation Processes: I. Crystals and Mazes / S. R. Broadbent, J. M. Hammersley // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. – 1957.
2. Kesten, H. The Critical Probability of Bond Percolation on the Square Lattice Equals $1/2$ / H. Kesten // Communications in Mathematical Physics. – 1980. – Vol. 74. – P. 41–59.
3. Tarasevich, Yu. Yu. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы: Учебное пособие / Ю. Ю. Тарасевич. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 112 с.
4. Sahimi, M. Applications of Percolation Theory / M. Sahimi. – CRC Press, 1994. – 256 p.
5. Hoshen, J. Percolation and Cluster Distribution. I. Cluster Multiple Labeling Technique and Critical Concentration Algorithm / J. Hoshen, R. Kopelman // Physical Review B. – 1976. – Vol. 14. – P. 3438–3445.
6. Grassberger, P. Critical Percolation in High Dimensions / P. Grassberger // Physical Review E. – 2002. – Vol. 67. – P. 036101.