

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Применение мемристоров для моделирования свойства синаптической
пластичности в спайковых нейронных сетях**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 4061 группы
направления 11.03.02 Инфокоммуникационные
технологии и системы связи
Института физики
Колоколова Максима Дмитриевича

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т. Е. Вадивасова

Зав. кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,
д.ф.-м.н., доцент _____ Г. И. Стрелкова

Саратов 2026 г.

Введение

Создание моделей нейронной активности является актуальным направлением в нелинейной динамике и нейродинамике. Это связано, с одной стороны, с исследованиями процессов в реальных нейронных системах, включая работу головного мозга, а с другой стороны, с развитием и широким использованием искусственных нейронных сетей (ИНС). В настоящее время популярность приобретают спайковые нейронные сети (СНС), в которых информация представляется в виде последовательностей импульсов (спайков), что соответствует процессам в реальных нейронах. В большинстве моделей СНС используется простейшая модель нейрона на основе интегрирующей RC-цепочки (integrate and fire model), которая, однако, не описывает форму спайка и многие биологические особенности. В то же время существует множество осцилляторных моделей биологических нейронов (Ходжкина-Хаксли, ФитцХью-Нагумо, Хиндмарша-Роуза), которые воспроизводят спайковую активность более реалистично. Спайковые нейронные сети на основе нейроморфных осцилляторных моделей нейронов еще мало изучены. Одним из основных методов обучения таких сетей является метод, основанный на свойстве синаптической пластичности (СП), присущем биологическим нейронам. Классической моделью СП служит пластичность, зависящая от времени возникновения спайков (STDP). Согласно правилу Хебба, синаптический вес увеличивается, если постсинаптический нейрон генерирует импульс сразу после пресинаптического, и уменьшается в противоположном случае. Свойство СП может обеспечиваться динамическим характером связи, в частности, взаимодействием через мемристор — двухполюсник, проводимость которого зависит от суммарного протекшего заряда. Таким образом, исследование спайковой активности нейронов ФитцХью-Нагумо при мемристивном характере взаимодействия является важной и актуальной задачей в области нелинейной динамики и инфокоммуникационных технологий.

Цель работы

Целью настоящей выпускной квалификационной работы является разработка и программное моделирование динамики связанных нейронов ФитцХью-Нагумо с использованием мемристорных синапсов для исследования возможностей воспроизведения свойств синаптической пластичности и установление математических моделей и параметров мемристоров.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

Разработать математические модели двух взаимодействующих нейронов и двухслойной сети нейронов с мемристивной однонаправленной связью.

Реализовать программное моделирование динамики указанных систем на языке C++.

Рассчитать характеристики STDP для двух моделей мемристоров и сравнить их с физиологическими данными.

Построить карты спайковой активности постсинаптического нейрона в зависимости от параметров связи и интервала между входными спайками.

Исследовать эффект «накопления воздействия» и возможность передачи сигналов в двухслойной сети.

Актуальность

Впервые исследована динамика нейронов ФитцХью-Нагумо с мемристивными синапсами на основе двух различных моделей мемристоров. Построены карты спайковой активности, демонстрирующие зависимость отклика постсинаптического нейрона от числа входных спайков и интервала между ними. Выявлен эффект «накопления воздействия», позволяющий постсинаптическому нейрону генерировать спайк только при поступлении определённого числа пресинаптических импульсов. Показана принципиальная возможность передачи информации через двухслойную сеть с мемристивными синапсами в условиях подпороговой индивидуальной связи.

Практическая значимость

Результаты работы могут быть использованы при создании нейроморфных систем обработки информации, а также для моделирования процессов обучения и памяти в биологических нейронных сетях. Предложенные модели мемристоров и методика расчёта STDP-характеристик могут найти применение в разработке аппаратных реализаций спайковых нейронных сетей.

Основное содержание работы

В работе рассмотрены две модели мемристора, описываемые уравнениями:

Модель №1

$$f(z, x) = \begin{cases} -\gamma z + k_M \operatorname{sign}(x) [e^{|x|} - e^{x_{th}}], & |x| > x_{th}, \\ 0, & |x| < x_{th} \end{cases} \quad (1)$$

Модель №2

$$\text{где } x = \frac{|U_M|}{U_0}, \quad x_{th} = \frac{U_{th}}{U_0}. \quad (2)$$

$$i_M = G_M(z, U_M) U_M, \quad \dot{z} = f(z, U_M), \quad (3)$$

где U_M – напряжение на мемристоре, i_M – ток, протекающий через мемристор, $G_M(z, U_M)$ – функция, задающая проводимость мемристора, $f(z, U_M)$ – функция, определяющая динамику внутренней переменной мемристора.

Параметр γ определяет «память» мемристора (забывание), k_M — скорость изменения проводимости.

Исследуемые модели взаимодействующих нейронов

Рассмотрены две модели:

Модель 1: два взаимодействующих нейрона

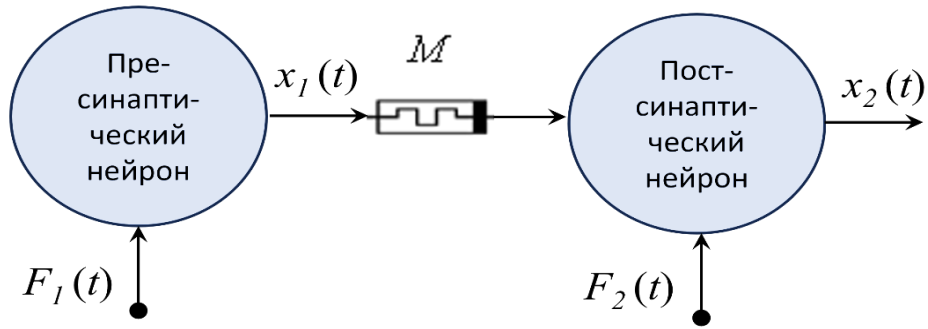


Рисунок 1. Схема взаимодействующих нейронов

Система уравнений для пресинаптического (входного) и постсинаптического (выходного) нейронов ФитцХью-Нагумо с мемристивной связью имеет вид:

Пресинаптический (входной) нейрон:

$$\epsilon \dot{x}_1 = x_1 - y_1 - \frac{1}{3}x_1^3 + F_1(t), \quad \dot{y}_1 = x_1 + a,$$

$$\dot{\Psi}_1 = \omega_{ex1}.$$

Постсинаптический (выходной) нейрон

(4)

$$\epsilon \dot{x}_2 = x_2 - y_2 - \frac{1}{3}x_2^3 + G_M(z)(x_1 - x_2) + F_2(t), \quad \dot{y}_2 = x_2 + a,$$

$$\dot{z} = -\gamma z + f(z, x_1 - x_2)$$

$$\dot{\Psi}_2 = \omega_{ex2},$$

$F_1(t)$ и $F_2(t)$ – внешние воздействия на нейроны. Воздействия в работе задавались в виде периодических импульсов малой длительности.

$$F_1(t) = C\chi(|\sin\Psi_1 - 0.95|), \quad F_2(t) = C\chi(|\sin\Psi_2 - 0.95|), \quad (5)$$

Модель 2: двухслойная сеть

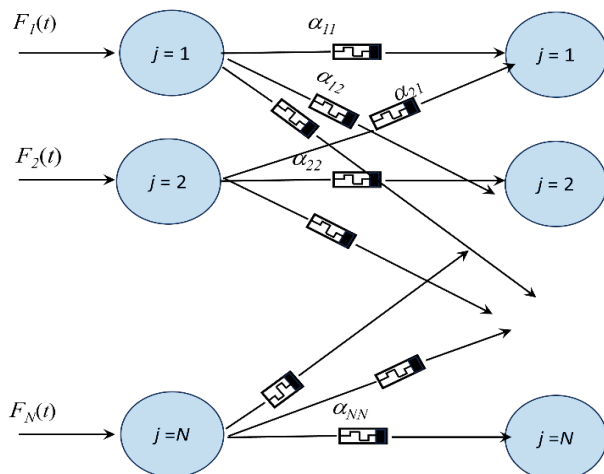


Рисунок 2.

Схематическое изображение м исследуемой двухслойной сети нейронов.

Сеть состоит из двух слоёв по N нейронов в каждом. Нейроны внутри слоя не взаимодействуют. Пресинаптические нейроны воздействуют на постсинаптические через мемристивные проводимости.

Пресинаптический (входной) слой:

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{x}_{1j} &= x_{1j} - y_{1j} - \frac{1}{3}x_{1j}^3 + F_j(t), & \dot{y}_{1j} &= x_{1j} + a, \\ \dot{\Psi}_{1j} &= \omega_{ex} + \sqrt{2D}n_j(t), \end{aligned}$$

Постсинаптический (выходной) нейрон (6)

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{x}_{2j} &= x_{2j} - y_{2j} - \frac{1}{3}x_{2j}^3 + \sum_{i=1}^N \alpha_{ij} G_M(z_{ij})(x_{1i} - x_{2j}), & \dot{y}_{2j} &= x_{2j} + a, \\ \dot{z}_{ij} &= -\gamma z_{ij} + f(z_{ij}, x_{1i} - x_{2j}), \end{aligned}$$

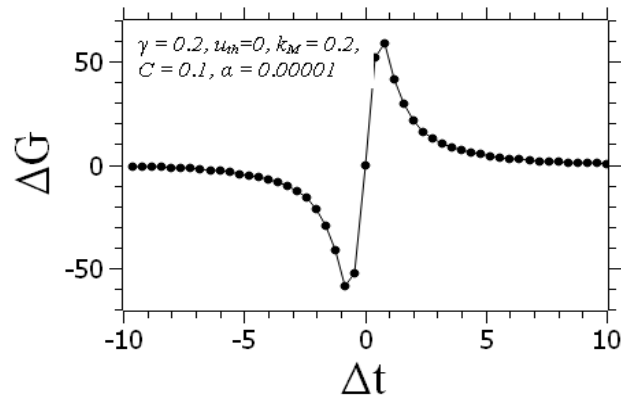
На некоторые нейроны первого слоя воздействуют сигналы в форме коротких прямоугольных импульсов, задаваемых выражением

$$F_j(t) = C_j \chi(|\sin \Psi_{1j} - 0.95|),$$

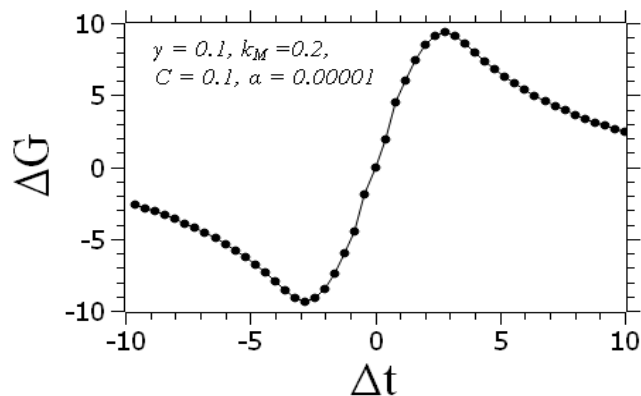
где $\chi(\dots)$ – функция Хэвисайда, C_j – амплитуды импульса, воздействующего на нейрон входного слоя с номером j . Фаза воздействия Ψ_j определяется соответствующим уравнением системы и имеет случайную компоненту, которая задается с помощью источника нормированного гауссова шума $n_j(t)$ с интенсивностью D , добавленного в уравнение для фазы. Все источники $n_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, N$ имеют одинаковую интенсивность D и являются статистически независимыми. Таким образом, на разные входные нейроны воздействуют импульсы, поступающие в различные случайные моменты времени. Средняя частота импульсов одинакова и задается параметром ω_{ex} .

Для обеих моделей мемристоров были рассчитаны зависимости изменения проводимости ΔG_M от временного интервала $\Delta t = t_{post} - t_{pre}$, где t_{pre} – момент зажигания пресинаптического нейрона, t_{post} – момент зажигания постсинаптического нейрона. Полученные при различных параметрах мемристора зависимости различались, но качественно имели однотипный характер и хуже соответствовали используемой при моделировании STDP

зависимости. Особенно это касается участка в окрестности $\Delta t = 0$. Однако положительным значениям интервала Δt соответствовал рост проводимости в то время, как отрицательным – уменьшение. В целом такая зависимость может обеспечить нужный эффект.



а)



б)

Рисунок 3 а) STDP для модели мемристора №1, б) STDP для модели мемристора №2

Для модели двух нейронов исследован отклик постсинаптического нейрона на различное число входных спайков N_{in} (от 1 до 6) в зависимости от коэффициента связи α и интервала между спайками τ .

Основные результаты (для модели №1):

При $N_{in} = 1$ постсинаптический нейрон зажигается только при достаточно больших α и в узком диапазоне τ .

С ростом N_{in} появляются области, где постсинаптический нейрон генерирует 1, 2, 3 и более спайков.

Минимальное пороговое значение α_{min} , при котором возникает хотя бы один спайк, уменьшается с ростом числа входных спайков (табл. 1).

Существуют области параметров (τ , α), где постсинаптический нейрон зажигается только при поступлении 2-х или 3-х входных спайков (рис. 4).

Таблица 1

N_{in}	τ_{min}	α_{min}
1	5.6	0.000063
2	3.6	0.000048
3	1.1	0.000075
4	0.6	0.000083
5	0.6	0.000083
6	0.6	0.000068

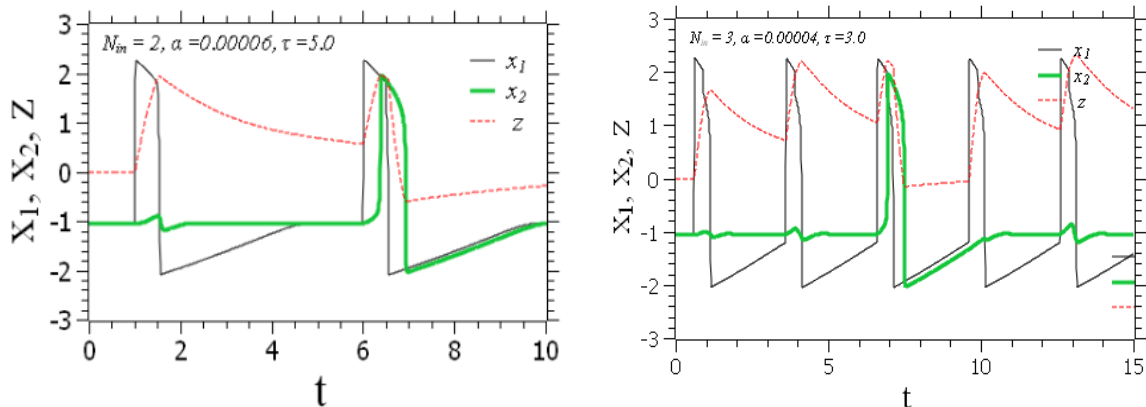
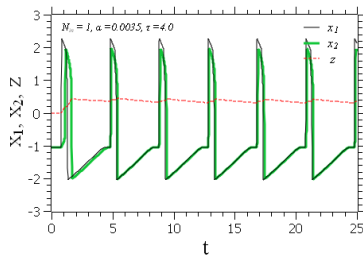


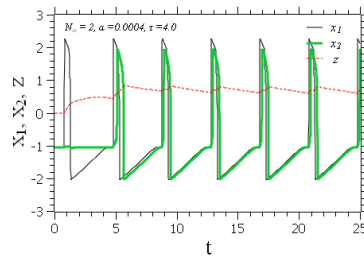
Рисунок 4 Области, где для зажигания постсинаптического нейрона требуется 2 (слева) или 3 (справа) входных спайка

Для модели №2 получены качественно сходные диаграммы, но с другими количественными значениями параметров. В частности, пороговые значения α оказались выше, что связано с меньшей эффективностью данной модели мемристора для реализации STDP.

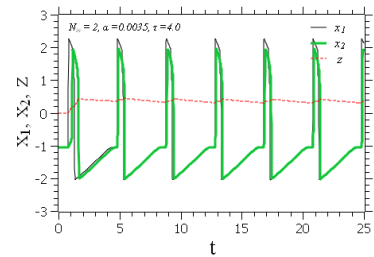
На рис. 5 показаны характерные осциллограммы для различных областей карт активности. Видно, что значение переменной мемристора $z(t)$ нарастает с каждым входным спайком, что приводит к увеличению проводимости G_M . Когда проводимость достигает критического значения, постсинаптический нейрон генерирует спайк. После спайка z частично релаксирует (если $\gamma > 0$), что обеспечивает эффект памяти.



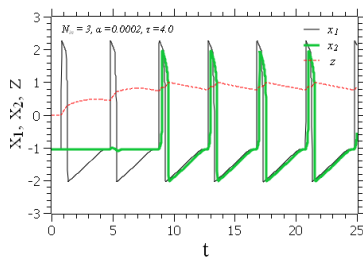
(а)



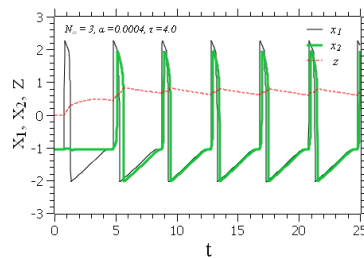
(б)



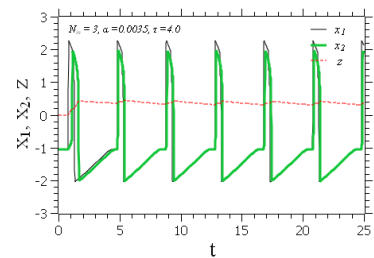
(в)



(г)



(д)



(е)

5.3

Рисунок 5 Форма пре- и постсинаптических спайков и динамика $z(t)$ для разных областей: (а–е) — различные сочетания N_{in} , α , τ

Для модели №2 исследовано влияние частоты внешних импульсов ω_{ex} на динамику системы (рис. 6). Показано, что: Для идеального мемристора ($\gamma = 0$) переменная z монотонно растет, проводимость увеличивается, и постсинаптический нейрон начинает генерировать спайки тем раньше, чем выше частота. Для неидеального мемристора ($\gamma > 0$) рост z ограничен, и выход на стационарный режим происходит с установлением некоторого среднего значения проводимости.

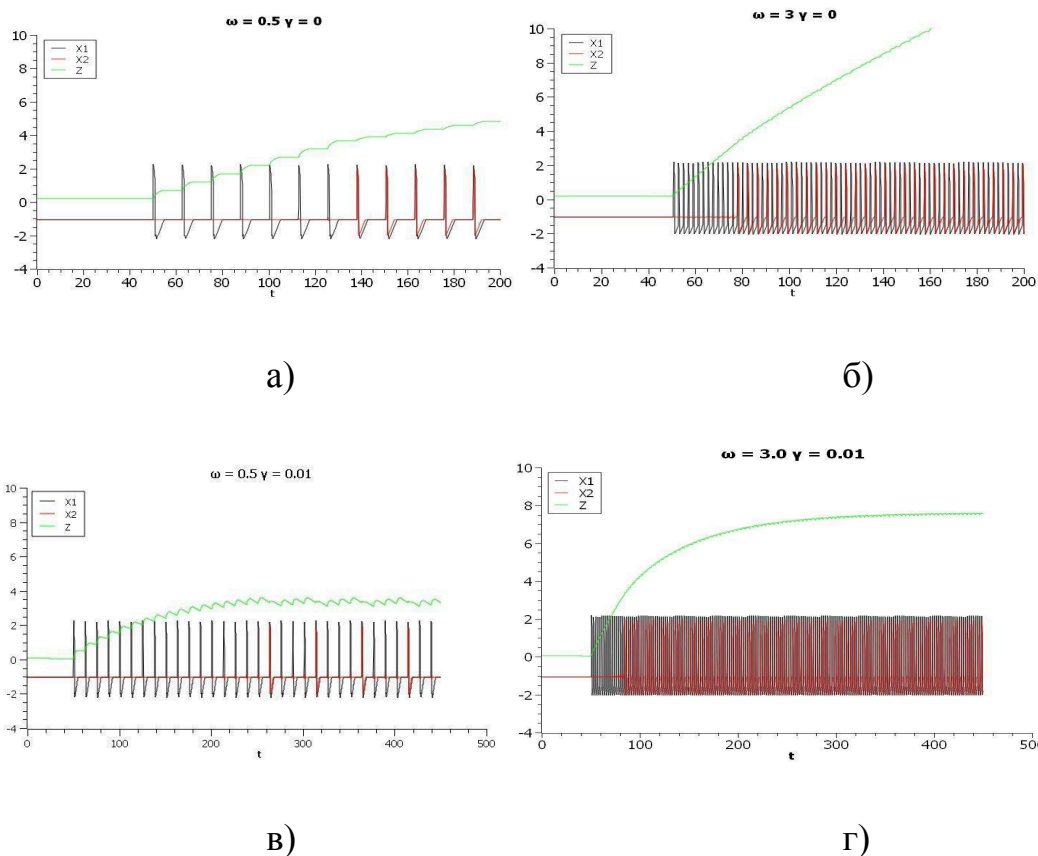
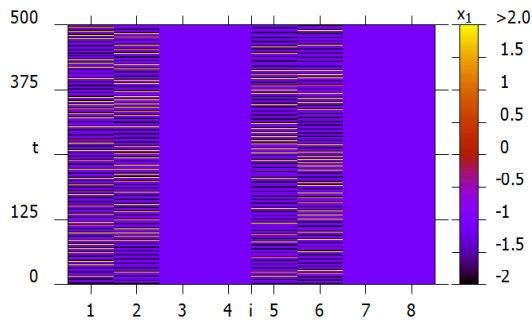


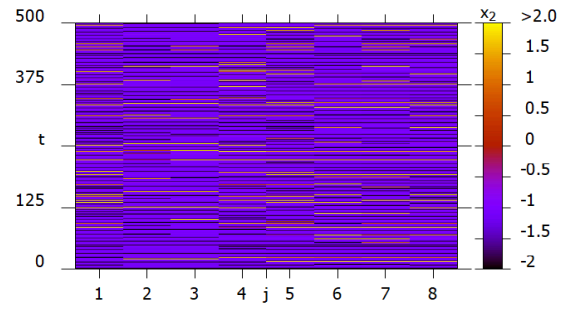
Рисунок 6. Динамика $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $z(t)$ при разных ω_{ex} для идеального (а,б) и неидеального (в,г) мемристора

Проведено моделирование сети из 8 нейронов в каждом слое (рис. 2). Сигналы подавались только на нейроны 1, 2, 5, 6 первого слоя. Коэффициенты связи a_{ij} выбирались случайно в подпороговом диапазоне.

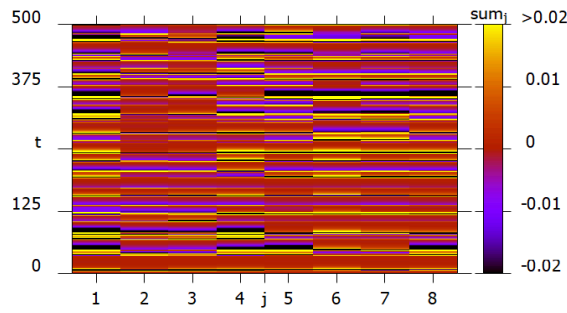
Результаты: Постсинаптические нейроны генерируют спайки не в ответ на каждый пресинаптический спайк, а только при накоплении достаточного суммарного воздействия. Пространственно-временные диаграммы (рис. 7) показывают, что структура входных сигналов и связей определяет вид спайковой активности в выходном слое. Эффект «накопления» позволяет реализовать логические операции типа «совпадение» и «накопление с порогом».



а)

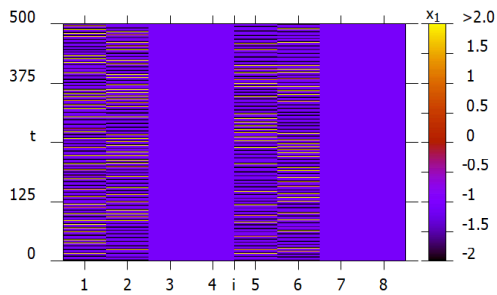


б)

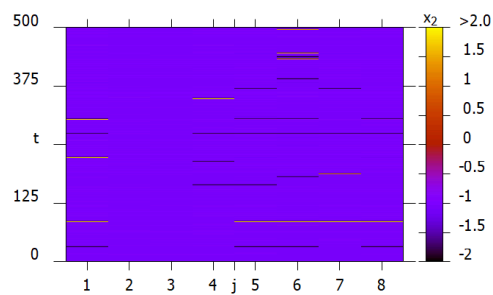


в)

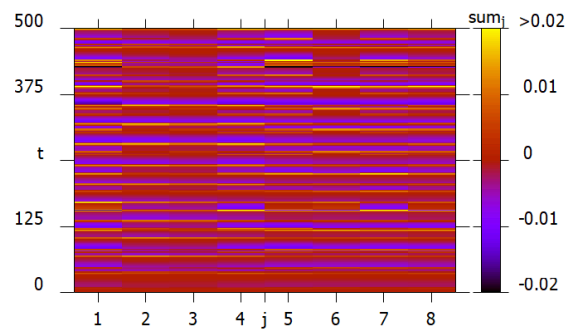
Рисунок 7. Пространственно-временные диаграммы значений $x_{li}(t)$ (а) , $x_{2j}(t)$ (б) и суммы воздействий входных нейронов на j -ый нейрон второго слоя sum_j (в) в сети для модели №1



а)



б)



в)

Рисунок 8 Пространственно-временные диаграммы значений $x_{1i}(t)$ (а) , $x_{2j}(t)$ (б) и суммы воздействий входных нейронов на j-ый нейрон второго слоя sum_j (в) в сети для модели №2

Заключение

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы были получены следующие основные результаты:

Разработаны математические модели двух взаимодействующих нейронов ФитцХью-Нагумо и двухслойной сети с мемристивными синапсами. Реализовано программное моделирование на языке C.

Для двух моделей мемристоров (с порогом и без порога) рассчитаны характеристики STDP. Показано, что модель с порогом (№1) лучше воспроизводит физиологическую кривую, однако обе модели демонстрируют качественно правильное поведение: усиление связи при положительном временном интервале и ослабление при отрицательном.

Построены карты спайковой активности на плоскости «коэффициент связи – интервал между спайками». Обнаружен эффект «накопления воздействия»: при подпороговой индивидуальной связи постсинаптический нейрон может генерировать спайк только после поступления определенного числа пресинаптических импульсов. Пороговое значение коэффициента связи уменьшается с ростом числа входных спайков.

Выявлены области параметров, в которых постсинаптический нейрон зажигается только при наличии 2-х или 3-х входных импульсов, что может быть использовано для реализации нейроморфных логических операций.

Показано, что в двухслойной сети с мемристивными синапсами возможна передача информации при случайных коэффициентах связи и случайных фазах входных сигналов. Пространственно-временная структура спайков в выходном слое коррелирует с паттерном входных воздействий.

Исследовано влияние частоты стимуляции на динамику системы. Для идеального мемристора проводимость неограниченно растёт, что приводит к раннему зажиганию постсинаптического нейрона при высокой частоте. Для

неидеального мемристора с параметром «забывания» устанавливается стационарный режим с ограниченной проводимостью.

Полученные результаты демонстрируют принципиальную возможность использования мемристивных связей в осцилляторных спайковых нейронных сетях для моделирования синаптической пластичности и обучения.

Предложенные модели могут служить основой для создания нейроморфных систем обработки информации с временным кодированием.