

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**
Педагогический институт

Кафедра математики и методики ее преподавания

**ПОДГОТОВКА УЧАЩИХСЯ 9 КЛАССОВ К РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ
ОСНОВНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА**

АВТОРЕФЕРАТ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 431 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование,
профиль подготовки «Математическое образование»
факультета физико-математических и естественно-научных дисциплин

Митрофановой Анастасии Владимировны

Научный руководитель

преподаватель

подпись

дата

О. В. Федорова

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

подпись

дата

И. К. Кондаурова

Саратов 2026

Введение. Линия уравнений и неравенств является важной и обширной содержательно-методической линией школьного курса математики, в то же время она широко представлена на Основном государственном экзамене, проходящим в ходе Государственной итоговой аттестации по итогам освоения программы основного общего образования. Раздел «Уравнения и неравенства» представлен двумя заданиями в первой части экзаменационного варианта и двумя заданиями во второй части.

Поскольку изучение уравнений ведется на протяжении пяти лет, они формируют фундамент для усвоения всего последующего курса алгебры и начал математического анализа в старшей школе. Следовательно, качественная подготовка по данной линии является залогом не только экзаменационного успеха, но и дальнейшего математического развития ученика.

В научно-методической литературе активно рассматриваются вопросы подготовки к решению уравнений в рамках ОГЭ. Так, Э. В. Идрисова отмечает, что понятие уравнения является ведущим алгебраическим понятием, тема богата содержанием и способами решения. Н. В. Щукина и О. В. Корчинская проанализировали задания ОГЭ, привели классификацию алгебраических задач и подтвердили значимость изучения методов решения рациональных уравнений и их систем. Д. А. Луконин обосновал применение системно-деятельностного подхода при обучении решению уравнений и неравенств. Общие подходы к повышению эффективности подготовки к экзамену освещены в работе Е. В. Шелеховой.

Несмотря на обилие учебных и дидактических материалов по данной теме, до сих пор остро стоит вопрос о грамотном структурировании большого объема материала по теме решения уравнений. Существует потребность в четкой классификации типов уравнений ОГЭ и методов их решения, разработке этапности формирования навыков, создании дифференцированных подборок заданий для учащихся с разным уровнем подготовки, выработке эффективных стратегий работы с типичными ошибками.

Цель бакалаврской работы: теоретически обосновать значимость подготовки учащихся к решению уравнений Основного государственного экзамена и разработать тренажер для подготовки учащихся 9 классов к решению уравнений Основного государственного экзамена.

Задачи бакалаврской работы:

- 1) провести анализ КИМ ОГЭ по математике и результатов выполнения заданий 9 и 20, выпускниками 9 классов Саратовской области по итогам ГИА-2025;
- 2) проанализировать содержание теоретического материала учебников при подготовке к решению уравнений ОГЭ;
- 3) проанализировать содержание открытого банка заданий ФИПИ, касающееся уравнений и описать алгоритмы их решения;
- 4) разработать тренажёр и комплекс занятий внеурочной деятельности, по подготовке учащихся 9 классов к решению уравнений.

Методы исследования: анализ научно-методической, математической литературы, нормативных документов, разработка и апробация методических материалов.

Работа состоит из введения, двух разделов («Теоретические аспекты подготовки учащихся к решению уравнений Основного государственного экзамена»; «Методические аспекты подготовки учащихся к решению уравнений Основного государственного экзамена»), заключения, списка из 26 использованных источников, приложения.

Основное содержание работы. Первый раздел «Теоретические аспекты подготовки учащихся к решению уравнений основного государственного экзамена» посвящен решению первой, второй и третьей задач бакалаврской работы.

КИМ ОГЭ содержит 25 заданий и состоит из двух частей. Часть 1 содержит 19 заданий с кратким ответом; часть 2 – 6 заданий с развёрнутым ответом.

Согласно Спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2026 году основного государственного экзамена по математике

линия уравнений и неравенств представлена двумя заданиями в первой части КИМ ОГЭ и двумя заданиями во второй части. Непосредственно решение уравнения представлено заданием 9 первой части (базовый уровень сложности) и заданием 20 (повышенный уровень сложности) второй части КИМ ОГЭ. Согласно статистико-аналитическому отчету о результатах государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования в 2025 году в Саратовской области, предоставленному ГАУ ДПО «СОИРО» среди участников, получивших оценку «2» процент выполнения задания составляет 5%, получивших оценку «3» – 53%, получивших оценку «4» – 92%, получивших оценку «5» – 99%.

Задание 20 проверяет умение выполнять преобразования алгебраических выражений, учитывать область ограничения на переменные, решать уравнения, неравенства, их системы, относится к повышенному уровню и имеет средний процент выполнения 13%, что ниже требуемых 15%. Задание 20 основного периода ГИА в формате ОГЭ в 2025 было представлено уравнением вида

$$(x - 2)(x^2 + 8x + 16) = 7(x + 4).$$

81% участников экзамена выполняют задание на максимальный балл, 4,5% – на 1 балл из-за вычислительной ошибки. Основные ошибки по региону – неверное разложение на множители квадратного трехчлена и неверное вынесение общего множителя за скобки – ошибки относятся к недостаточному владению преобразованиями многочленов в 7-8 классе.

Анализ содержания линии уравнений в учебниках Н. Я. Виленкина для 5-6 классов и Ю. Н. Макарычева для 7-9 классов показывает, что она выстроена как целостная, поэтапная система, направленная на последовательное формирование у учащихся алгебраических знаний, умений и алгоритмического мышления, необходимых для успешного выполнения заданий №9 и №20 ОГЭ. Подготовка осуществляется через постепенное усложнение объектов изучения, расширение понятийного аппарата и развитие метапредметных умений (моделирование, анализ, интерпретация).

Открытый банк заданий ФИПИ представляет собой не просто коллекцию тренировочных примеров, а нормативную основу для формирования контрольных измерительных материалов КИМ ОГЭ. Анализ документов ФИПИ показывает, что задания из этого банка выступают в роли прототипов: реальные экзаменационные варианты создаются на их основе. Ключевая особенность, выявленная в ходе анализа: отсутствие прямого копирования. Разработчики используют алгоритмическую генерацию. Это означает, что числовые коэффициенты, порядок следования заданий и даже формулировки условий могут быть изменены, в то время как математическая суть и структура остаются неизменными.

Задание 9 имеет базовую структуру и выполняется благодаря элементарным умениям работы с уравнениями. Сложность увеличивается не за счет усложнения алгебраических преобразований, а за счет увеличения количества арифметических действий с рациональными числами и дробями.

Задание 20 относится ко второй части (повышенный уровень) и характеризуется интеграцией тем. Анализ открытого банка показывает, что это задание требует не только знания теории, применяемой для решения задания 9, но и аналитическое мышление, т. к. решение базовыми методами либо невозможно, либо нерационально. Так, проверяются еще и более глубокие знания разделов алгебры, т. к. зачастую необходимо учитывать область допустимых значений выражения, уметь применять метод замены переменных, метод группировки.

Проведенный в первом разделе теоретический анализ структуры КИМ ОГЭ, данных по Саратовской области, содержания учебников и открытого банка заданий ФИПИ позволил выявить ключевые проблемы подготовки учащихся к решению уравнений: недостаточную сформированность навыков работы с ОДЗ, потерю корней, трудности в выборе рационального метода решения и низкий процент выполнения задания №20. Выявленные затруднения носят не случайный, а системный характер, что требует не просто дополнительного повторения, а целенаправленной методической системы.

Во втором разделе «Методические аспекты подготовки учащихся к решению уравнений основного государственного экзамена» на основе полученных выводов разрабатываются и описываются практические пути решения этих проблем – комплекс внеурочных занятий и тренажёр, направленные на поэтапную коррекцию типичных ошибок и формирование устойчивых навыков решения уравнений в формате ОГЭ.

Внеурочная подготовка к решению уравнений в 9 классе представляет собой целенаправленный, систематический процесс. Она должна строиться на принципах дифференциации, поэтапного формирования навыков, осознанного применения алгоритмов и работы с типичными ошибками. Основная цель – не только автоматизировать решение базовых уравнений для успешного выполнения задания 9, но и развить у учащихся умения анализировать условие, выбирать рациональный метод и доводить решение до конца с учетом области допустимых значений, необходимые для выполнения задания 20.

Подготовку рекомендуется вести в двух основных форматах: интеграция в основной курс алгебры (7-9 классы) – систематическое изучение и повторение линии уравнений, а также специальные занятия по подготовке к ОГЭ (спецкурсы, факультативы и др.) – интенсивная отработка заданий 9 и 20 с использованием открытого банка ФИПИ и вариантов прошлых лет.

На каждом этапе подготовки важно сочетать теоретическое обобщение (повторение определений, свойств, алгоритмов), фронтальную работу с разбором образцов оформления, индивидуальную и групповую работу (дифференцированные карточки, тренажёры), самопроверку и рефлекссию.

Приведем фрагмент одного из разработанных занятий.

Фрагмент занятия по теме «Вводное занятие. Уравнения: определения, классификация, основные формулы».

На этапе актуализации знаний, фронтально организуется устный опрос. Вопросы проверяют знание основных определений, форм и алгоритмов, устные вычислительные задания и задания на анализ без вычислений. Вопросы расположены от простых к более сложным.

1) Что такое уравнение? Что значит «решить уравнение»? (Ответ: уравнение – это равенство, содержащее переменную. Решить уравнение – значит найти все его корни (или доказать, что их нет).).

2) Верно ли утверждение: «Корень уравнения – это значение переменной, которое обращает уравнение в верное числовое равенство»? (Ответ: Да, верно).

3) Какое уравнение называют линейным? Приведите пример. (Ответ: уравнение вида $ax = b$, где x – переменная, a, b – числа. Пример: $3x = 12$)

4) Как найти неизвестное слагаемое / уменьшаемое / вычитаемое? (Выбирается один из вариантов на выбор учителя) Пример вопроса: «В уравнении $x + 5 = 9$ как найти x ?» (Ответ: чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое: $x = 9 - 5 = 4$).

5) Решите устно линейное уравнение $2x - 5 = 3$. (Ответ: $x = 4$).

6) Какое уравнение называется квадратным? (Ответ: квадратным называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$)

7) Что называют приведенным квадратным уравнением? (Ответ: уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a = 1$).

8) Назовите формулу корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Что такое дискриминант? Как от него зависит количество корней квадратного уравнения? (Ответ: $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, где $D = b^2 - 4ac$. Если $D > 0$ – два корня, $D = 0$ – один корень, $D < 0$ – действительных корней нет).

9) Сколько действительных корней имеет квадратное уравнение, если $b^2 - 4ac$ равно: а) 36; б) 49; в) 0; г) 108; д) -1 ; е) 40; ж) -25 ? (Ответ: а) 2; б) 2; в) 1; г) 2; д) 0; е) 2; ж) 0).

10) Не выполняя вычислений, определите, сколько корней имеет уравнение $x^2 - 5x + 1 = 0$? (Ответ: $D = 25 - 4 = 21 > 0$, значит, два корня).

11) Какое уравнение называется неполным квадратным? Приведите пример. (Ответ: уравнение вида $ax^2 + bx = 0$ или $ax^2 + c = 0$, где $c = 0$ или $b = 0$ соответственно. Пример: $x^2 - 9 = 0$; $x^2 + 5x = 0$).

12) Найдите корни уравнения $x^2 = 16$ устно. Ответ: $x = \pm 4$.

13) Чему равен коэффициент a в уравнении $3 - x^2 = 0$? (Ответ: $a = -1$ (если привести к стандартному виду: $-x^2 + 3 = 0$)).

Этап коррекции знаний. На данном этапе разбираются самые распространенные ошибки, которые допускают выпускники при решении уравнений задания 9 КИМ ОГЭ. Разбор ошибок происходит в формате задания «Найди ошибку», что способствует развитию критического мышления, внимательности и формированию навыка самопроверки. На доске представлены 4 решения уравнений с ошибками. Учащимся предлагается найти ошибку, объяснить её и предложить верное решение. Каждое задание обсуждается коллективно, затем учитель подводит итог.

Пример 1. Решите уравнение $3x - 5 = 2x + 7$. Ошибочное решение: $3x - 2x = 7 - 5 \Rightarrow x = 2$.

Вопрос: «Проверьте подстановкой найденный корень $x = 2$, $3 \cdot 2 - 5 = 1$, а $2 \cdot 2 + 7 = 11$. Что не так?»

Совместный поиск ошибки и комментариев учителя: при переносе слагаемых на противоположную сторону относительно равно их знаки меняются на противоположные, в данном случае при переносе $2x$ в левую часть, а -5 в правую не изменили знаки правильно. Верное решение: $3x - 2x = 7 + 5$, откуда $x = 12$. Проверка: $3 \cdot 12 - 5 = 31$, $2 \cdot 12 + 7 = 31$.

Ответ: 12.

Пример 2. Решите уравнение $x^2 = 5x$.

На доске приведено решение:

$$x^2 = 5x \quad | :x,$$

$$x = 5$$

Ответ: 5.

Проверьте найденный корень $x = 5$, $x = 3$ является корнем уравнения? А $x = 0$? Все ли корни нами были найдены? Где мы могли допустить ошибку?

Комментарий учителя: перед нами неполное квадратное уравнение, деление на x привело к потере корня $x = 0$. Верное решение: $x^2 - 5x = 0$, выносим общий множитель за скобку, получим: $x(x - 5) = 0$, откуда $x = 0$ или $x = 5$, т. к. произведение может быть равно нулю тогда, когда один из множителей равен 0.

Ответ: 0; 5.

Внеурочная подготовка к решению уравнений является неотъемлемой частью системы подготовки обучающихся к Основному государственному экзамену по математике. Данная форма работы призвана предоставить учащимся возможность для самостоятельного освоения и закрепления материала в удобном темпе и в удобное время, а также сформировать устойчивые навыки самоконтроля и ответственности за результаты своей учебной деятельности. В отличие от аудиторной подготовки, регламентированной расписанием и едиными для всех темпами работы, внеурочная деятельность строится на принципах добровольности, индивидуализации и активного использования современных информационно-коммуникационных технологий.

Среди ключевых форм внеурочной подготовки можно выделить: самостоятельную работу с учебными пособиями и сборниками задач, дистанционные консультации с учителем, выполнение тренировочных тестов в онлайн-тренажерах (например, на платформах «Решу ОГЭ», «ЯКласс», «Учи.ру» и др.), участие в вебинарах и онлайн-курсах, а также работу со специализированными образовательными сайтами и блогами.

В дополнение к уже существующим средствам самостоятельной подготовки к ОГЭ был разработан тренажер «УравненияОГЭ», созданный на платформе Google Sites.

Разработанный тренажер представляет собой структурированное тематическое руководство, нацеленное на системную подготовку учащихся 9-х классов к решению уравнений на ОГЭ.

Тренажер имеет чёткую, интуитивно понятную навигацию, построенную в соответствии с логикой изучения темы «Уравнения» и основными типами заданий,

выносимыми на экзамен. Главная страница тренажера содержит краткое приветствие, навигационное меню и ссылки на ключевые разделы. Сам тренажер имеет следующую структуру работы: изучение теоретического материала, решение заданий, итоговое тестирование по изучаемому разделу.

Структура тренажера включает следующие основные разделы:

1. Линейные уравнения – раздел, посвящённый решению линейных уравнений и их систем. Внутри раздела представлены страницы:

- а) теоретический материал – подробное решение избранных уравнений;
- б) задания – подборка типовых задач из открытого банка ФИПИ, а также уравнений, составленных на основе прототипов (уровень задания 9 ОГЭ);
- в) итоговое тестирование – проверочная работа, позволяющая оценить уровень усвоения темы.

2. Квадратные уравнения – крупнейший раздел тренажера, отражающий важность данной темы для успешной сдачи ОГЭ (задания 9 и 20). Внутри раздела выделены подразделы:

- а) неполные квадратные уравнения – теория, задания на решение уравнений вида $ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$, итоговое тестирование;
- б) полные квадратные уравнения – теория и задания на решение уравнений через дискриминант, с применением теоремы Виета, все задания содержат дополнительное условие («запишите больший/меньший корень»), итоговое тестирование.

3. Задание 20 – отдельный раздел, посвящённый наиболее сложным типам уравнений повышенного уровня: целые уравнения высших степеней (решаемые разложением на множители, методом группировки, методом замены переменной), дробно-рациональные уравнения (с обязательным учётом ОДЗ) и иррациональные уравнения. Для каждого типа приводится подробный алгоритм решения и образец оформления.

Разработанный тренажер может использоваться как на занятиях (при организации фронтальной, групповой или индивидуальной работы), во внеурочной деятельности, так и для самостоятельной подготовки.

Проведение самостоятельных работ в ходе апробации разработанных планов-конспектов занятий и тренажера показало положительный результат – учащиеся стали значительно реже допускать ошибки при решении уравнений задания 9 первой части, и гораздо большее количество учащихся приступило к выполнению задания 20 второй части, показывая результат в 1-2 балла.

Заключение. В результате выполнения бакалаврской работы были получены следующие теоретические и практические результаты:

- 1) проведен анализ КИМ ОГЭ по математике и результатов выполнения заданий 9 и 20 выпускниками Саратовской области по итогам ГИА-2025;
- 2) проанализировано содержание теоретического материала учебников при подготовке к решению уравнений ОГЭ;
- 3) проанализировано содержание открытого банка заданий ФИПИ;
- 4) разработан тренажёр и комплекс занятий внеурочной деятельности, по подготовке учащихся 9 классов к решению уравнений; описаны полученные после апробации результаты.