МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
Педагогический институт

Кафедра математики и методики ее преподавания

КУРС ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»

АВТОРЕФЕРАТ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 431 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование,
профиль подготовки «Математическое образование»
факультета физико-математических и естественно-научных дисциплин
Барановой Ирины Вячеславовны

Научный руководитель
доцент, к.п.н., доцент ____________________ Т. А. Капитонова
подпись дата

Зав. кафедрой
к.п.н., доцент ____________________ И. К. Кондаурова
подпись дата

Саратов 2026

Введение. В Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования отмечается, что основная образовательная программа реализуется через урочную и внеурочную деятельность организации. Согласно Федеральной образовательной программе среднего общего образования внеурочная деятельность, является обязательной и неотъемлемой частью реализации основной образовательной программы в соответствии с санитарно-эпидемиологическими требованиями. Учебный курс является основной структурной единицей внеурочной деятельности, одним из средств реализации содержания образования.

Изучением проблемы раскрытия потенциала курсов внеурочной деятельности по математике занимались педагоги и методисты-математики. Н. В. Аргуновой, А. А. Лазаревой, Н. В. Белолюбской теоретически обосновано и практически проверено формирование исследовательских умений обучающихся при реализации курсов внеурочной деятельности, а также уделено внимание демонстрации межпредметных связей алгебры и информатики.

Работы Н. С. Сытиной и Н. Е. Хабибовой анализируют понятие «Внеурочная деятельность» и проблемы ее организации, подчеркивая необходимость научно-методического обеспечения.

Осипов Р. А. рассматривает курсы внеурочной деятельности по математике как средство развития познавательного интереса и повышения уровня знаний, подтверждая это эмпирическими данными.

Жмурова И. Ю. и Таранушич В. А. предлагают внеурочную деятельность как инструмент подготовки к итоговой аттестации, представляя курс по теории чисел.

Многообразие научных публикаций по теме исследования раскрывает значимость различных курсов внеурочной деятельности, демонстрирует целесообразность их использования, однако проблема остается актуальной, в том числе в связи с необходимостью обновления имеющегося методического материала.

Цель бакалаврской работы: теоретически обосновать и разработать методическое обеспечение курса внеурочной деятельности «Производная и ее приложения» для 11 классов.

Задачи бакалаврской работы:

1) охарактеризовать внеурочную деятельность школьников на ступени среднего общего образования.

2) выявить основные требования к учебным курсам внеурочной деятельности.

3) рассмотреть содержание темы «Производная и ее приложения» в школьном учебнике «Алгебра и начала математического анализа» Ю. М. Колягина.

4) составить примерную программу учебного курса внеурочной деятельности «Производная и её приложения» для учащихся 11 класса.

5) разработать и апробировать занятия учебного курса внеурочной деятельности «Производная и её приложения».

Методы исследования: изучение нормативных документов, анализ методической, учебной и математической литературы, разработка и апробация методических материалов.

Структура работы: введение, два раздела («Курс внеурочной деятельности «Производная и ее приложения» для учащихся 11 класса: теоретические аспекты», «Учебный курс внеурочной деятельности «Производная и ее приложения» для учащихся 11 класса: методические аспекты»), заключение и список использованных источников.

Основное содержание работы. Первый раздел «Курс внеурочной деятельности «Производная и ее приложения» для учащихся 11 класса: теоретические аспекты» посвящен решению первых трех задач бакалаврской работы.

Внеурочная деятельность определяется как целенаправленная образовательно-воспитательная работа вне уроков, направленная на развитие индивидуальных способностей и интересов учащихся. Внеурочная деятельность охватывает различные направления: спортивно-оздоровительное, духовно-нравственное, социальное, общеинтеллектуальное и общекультурное. Основные цели внеурочной деятельности по математике:

- пробуждение и развитие познавательного интереса;
- расширение и углубление знаний;
- развитие математического мышления и культуры;
- формирование навыков самостоятельной и творческой работы;
- привитие исследовательских навыков;
- ознакомление с культурно-историческим и практическим значением математики.

Внеурочная деятельность по математике делится на два вида:

1. Работа с учащимися, проявляющими повышенный интерес (углубление знаний, развитие логики, исследовательских навыков).

2. Работа с учащимися, испытывающими трудности (устранение пробелов, индивидуальный подход).

Существует пять основных направлений внеурочной деятельности по математике:

- Познавательная: игры, викторины, олимпиады, факультативы.
- Игровая: деловые, ролевые, социально-моделирующие игры.
- Проблемно-ценностное общение: беседы, дебаты, дискуссии.
- Проектная: индивидуальные и групповые проекты.
- Научно-исследовательская: индивидуальные и групповые исследования.

Тема «Производная и ее приложения» в учебнике Колягина Ю.М. (10-11 классы) включает пять параграфов: «Производная», «Производная степенной функции», «Правила дифференцирования», «Производные некоторых элементарных функций», «Геометрический смысл производной».

Содержание материала:

– **Базовый уровень:** определение производной, касательная, геометрический и физический смысл, правила дифференцирования, производные элементарных функций, вторая производная, экстремумы, построение графиков, применение производной.

– **Углубленный уровень:** добавляется дифференцируемость, применение в физике, прикладные задачи на максимум и минимум.

Второй раздел бакалаврской работы «Курс внеурочной деятельности «Производная и ее приложения» для учащихся 11 класса: методические аспекты» посвящен третьей и четвертой задаче.

Была разработана программа курса, которая содержит пояснительную записку, в которой указаны реализуемое направление внеурочной деятельности, цель, задачи и сроки проведения курса, описана его актуальность, перечислены планируемые результаты освоения данного учебного курса, приведено содержание и тематическое планирование курса. В данном разделе также были разработаны план-конспекты занятий данного курса и приведены результаты апробации, которая проходила в МОУ «СОШ №63 с УИП». Далее представлены фрагменты некоторых занятий.

Фрагмент №1.

2.2. Практическая работа. Исследование функции по алгоритму.

Учитель: В школьном курсе алгебры редко рассматривается полное исследование функции. Давайте запишем алгоритм.

Чтобы исследовать функции, необходимо выполнить следующие пункты:

1. Область определения
2. Нули функции
3. Четность-нечетность
4. Точки разрыва
5. Первая производная
6. Экстремумы
7. Монотонность

8. Вторая производная, ее нули

9. Точки перегиба. Выпуклость, вогнутость

10. Асимптоты

11. Область значений

12. График функции

Рассмотрим пример: Исследовать функцию и построить ее график $y(x) = x^4 - 8x^3 + 432$

1. Область определения: $D(y) = R$ТОЧКА

2. Нули функции: $x^4 - 8x^3 + 432 = 0 \; => x = 6$ТОЧКА

3. Четность, нечетность.

$y(-x) = (-x)^4 - 8(-x)^3 + 432 = y(x) = x^4 + 8x^3 + 432 \neq y(-x), y(x).$

Функция общего вида.

4. Точки разрыва. Точек разрыва нет.

5. Первая производная, ее нули. Критические точки.

$$y' = (x^4 - 8x^3 + 432)' = 4x^2(x - 6);$$

$$y(x)' = 0 => x = 0; x = 6.$$

6. Экстремумы

Так как при переходе через точку $x = 0$ производная не меняет своего знака, то это не экстремум. $y(0) = 432.$

Так как при переходе через точку $x = 6$ производная меняет свой знак с «$-$» на «$+$», то это точка минимума; $y(6) = 0.$

7. Промежутки монотонности (в соответствии с рисунком 1).

$y(x)' \geq 0$ при $x \in [6; \; +\infty)$ функция возрастает;

$y(x)' \leq 0$ при $x \in (-\infty; 6]$ функция убывает.

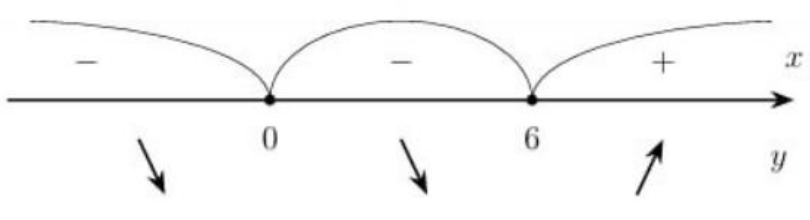

Рисунок 1

8. Вторая производная, ее нули

$$y'' = (y(x)')' = \left(4x^2(x-6)\right)' = 12x(x-4)$$

$$y(x)'' = 0 => x = 0; x = 4.$$

9. Точки перегиба. Выпуклость и вогнутость (в соответствии с рисунком 2).

Точки перегиба: $x = 0; x = 4$

$y(x)'' > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ функция вогнута (выпукла вниз);

$y(x)'' < 0$ *при* $x \in (0; 4)$ функция выпукла

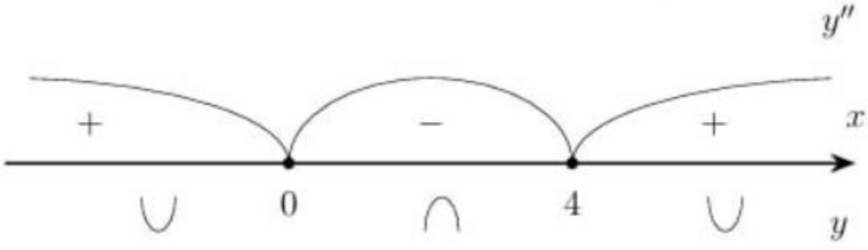

Рисунок 2

10. Асимптоты

Вертикальных асимптот нет.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x) = \infty$

Горизонтальных асимптот нет.

Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^4 - 8x^3 + 432}{x} = \infty$$

Наклонных асимптот нет.

11. Область значений: $E(y) = [0; +\infty)$.

12. График функции (в соответствии с рисунком 3):

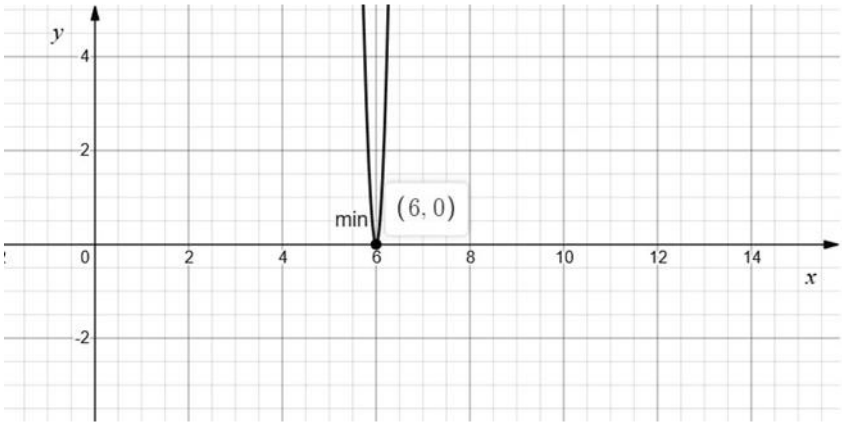

Рисунок 3

Данное задание может быть рассмотрено в следующем варианте:

Задание: с помощью производной, определите, при каких значениях a уравнение $x^4 - 2x^2 + 3 = a$ имеет 3 корня.

Пусть $y(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

1. Область определения $D(y) = R$

2. Первая производная, ее нули. Критические точки.

$$y'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$4x^3 - 4x = 0, x = 0, x = \pm 1$$

3. Так как при переходе через точку $\mathrm{x} = 0$ производная меняет свой знак с «+» на «−», то это точка максимума. $\mathrm{y}(0) = 3$.

При переходе через точку $\mathrm{x} = \pm 1$ производная меняет свой знак с «−» на «+», это точки минимума. $\mathrm{y}(\pm 1) = 2$.

4. Промежутки монотонности.

$y(x)' \geq 0$ при $x \in (-1;\ 0) \cup (1;\ +\infty)$ функция возрастает;

$y(x)' \leq 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ функция убывает.

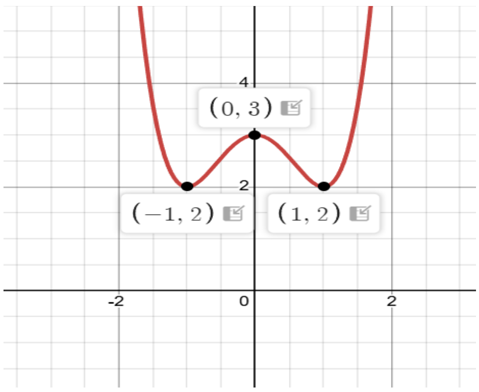

Рисунок 4

Таким образом, по графику можно определить, что при $a = 3$, так как прямая $y = 3$ пересекает график в трех точках, уравнение $x^4 - 2x^2 + 3 = a$ имеет три корня.

Фрагмент №2

2.2. *Учитель:* Напомним, что по определению производной функции в точке называется предел отношения приращения функции в точке x_0. к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю, если этот предел существует. А это значит, что производная функции в заданной точке – это скорость изменения функции при стремлении аргумента к нулю (в соответствии с рисунком 1).

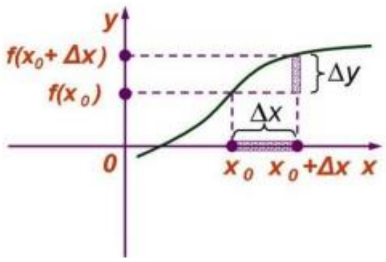

Рисунок 5 – Приращение аргумента и функции

Именно поэтому скорость движения объекта на заданном отрезке пути есть производная функции, задающей данный путь V(t)=S'(t). Ускорение есть производная скорости по времени, т.е. скорость изменения показателей скорости объекта (прыжки скорости) на определенном отрезке пути a(t) = V'(t).

Рассмотрим пример: Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t) = 8t^2 - \frac{2}{3}t^3$, где s(t) – путь в метрах, t – время в секундах. Найти ускорение движения в момент времени $t = 1; t = 3; t = 4$.

Решение: 1) найдем производную первого порядка: $s'(t) = 16t - 2t^2$

2) далее, чтобы найти ускорение, необходимо найди производную второго порядка: $s''(t) = 16 - 4t$

3) теперь найдем ускорение в момент времени $t = 1; t = 3; t = 4$.

$s''(1) = 16 - 4 = 12$ м/с^2

$s''(3) = 16 - 4 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$ м/с^2

$s''(4) = 16 - 4 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$ м/с^2

Ответ: 12, 4, 0

Фрагмент №3

2.2. *Учитель:* В биологии очень часто встает вопрос о нахождении относительного прироста популяции в данный момент времени.

Прирост популяции – это скорость изменения численности популяции за определенный момент времени, т. е. относительный прирост можно найти тоже с помощью производной функции. Если формула, задающая изменения популяции известна, то предел отношения приращения численности популяции к интервалу времени (приращению времени), за который находится прирост – это и есть производная прироста численности популяции за определенный промежуток времени.

Таблица 1 – Алгоритм вычисления относительного прироста популяции

Понятие на языке биологии	*Обозначение*	*Понятие на языке математики*
Численность в момент времени *t*	$x = x(t)$	Функция
Интервал времени	$\Delta t = t - t_0$	Приращение аргумента
Изменение численности популяции	$\Delta x = x(t) - x(t_0)$	Приращение функции
Скорость изменения численности популяции	$\Delta x/\Delta t$	Отношение приращения функции к приращению аргумента
Относительный прирост в данный момент	$\lim\limits_{\Delta t \to 0} \Delta x/\Delta t$	Производная $P = x'(t)$

Рассмотрим пример: Пусть популяция бактерий в момент t (с) насчитывает x(t) особей. $x(t) = 3000 + 100t^2$. Найти скорость роста популяции:

а) в произвольный момент t,

б) в момент t = 1 с.

Решение: 1) $x'(t) = 200t$.

2) $x'(1) = 200$.

Ответ: 200

В ходе проведения апробации работы учащимся была предложена анкета, представленная в таблице 2, направленная на выявление уровня их заинтересованности изучением задач с использованием производной.

Таблица 2

1) Изучаете ли вы в школе прикладные задачи с использованием производной?	
да	нет
2) Можно ли считать изучение задач с использованием производной в школе систематическим?	
да	нет
3) Изучаете ли вы самостоятельно задачи с использованием производной?	
да	нет
4) Считаете ли вы необходимым изучение прикладных задач с использованием производной?	
да	нет

В опросе принимали участие 18 учащихся.

На первый вопрос «Изучаете ли вы в школе прикладные задачи с использованием производной?» ответ «да» выбрали 100% учеников, т.е. 18 человек. Только 12 человек считают изучение задач с использованием производной систематическим. Самостоятельно изучают задачи с использованием производной 72% опрошенных учащихся, т.е. 13 человек. На заключительный вопрос анкеты дали положительный ответ 17 учащихся.

Из полученных результатов анкетирования следует, что учащиеся заинтересованы в решении задач с использованием производной, однако данные задачи в школе изучаются не всегда систематически.

Результаты анкетирования и апробация разработанных занятий показали, что разработанный нами учебный курс внеурочной работы актуален, учащиеся действительно заинтересованы изучением данной темы, и дальнейшее проведение занятий в рамках курса будет продуктивным и результативным.

Заключение. В результате выполнения бакалаврской работы были получены следующие теоретические и практические результаты.

1. Охарактеризована внеурочная деятельность на ступени среднего общего образования: дано определение, выявлены основные требования к ее реализации.

2. Выявлены основные требования, предъявляемые к определение учебному курсу внеурочной деятельности, охарактеризованы основные формы его реализации.

3. Был сделан анализ содержания темы «Производная и ее приложения» в школьном учебнике «Алгебра и начала математического анализа» Ю. М. Колягина.

4. Составлена примерная программа курса внеурочной деятельности «Производная и ее приложения» для учащихся 11 класса.

5. Разработано и апробированы некоторые занятия курса внеурочной деятельности «Производная и ее приложения» для учащихся 11 класса, описаны полученные после апробации результаты.