

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**
Педагогический институт

Кафедра математики и методики ее преподавания

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАРИННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ В 7-9 КЛАССАХ**

АВТОРЕФЕРАТ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 531 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование,
профиль подготовки «Математическое образование»
факультета физико-математических и естественно-научных дисциплин

Макаровой Екатерины Владимировны

Научный руководитель

доцент, к.п.н.

подпись

дата

О. М. Кулибаба

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

подпись

дата

И. К. Кондаурова

Саратов 2026

Введение. В эпоху стремительного технологического прогресса, когда цифровые инновации проникают во все сферы жизни, образование сталкивается с вызовом сохранения глубины и смысла в обучении. Математика, как фундаментальная дисциплина, часто воспринимается школьниками как абстрактная и оторванная от реальности наука, способная вызвать апатию или даже отторжение. Однако алгебра, с ее стройными формулами и логическими конструкциями, таит в себе неисчерпаемый потенциал для творческого и гуманистического подходов. Одним из эффективных способов «оживить» уроки алгебры для учащихся 7-9 классов является интеграция старинных математических задач – тех самых головоломок, которые рождались в древних цивилизациях и эволюционировали через века, от вавилонских глиняных табличек до открытий Ньютона. Эти задачи не просто упражнения в счете; они – мост между прошлым и настоящим, позволяющий ученикам увидеть алгебру как живое наследие человечества, где числа оживают через призму человеческих судеб, культурных достижений и великих открытий.

Актуальность работы обусловлена несколькими ключевыми факторами. Во-первых, Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) требует от школы не только передачи знаний, но и развития у учащихся критического мышления, способности к самостоятельному поиску решений, умения анализировать информацию. Во-вторых, наблюдается снижение познавательной мотивации у школьников при изучении абстрактных математических понятий, особенно в 7-9 классах, где изучаются такие сложные темы, как «Формулы сокращённого умножения», «Рациональные числа», «Решение задач с помощью уравнений» и другие. В-третьих, современные учебники и программы зачастую ограничиваются формальным изложением материала, не уделяя должного внимания историческому аспекту, что лишает учащихся возможности увидеть математику как живую, развивающуюся науку, а не как набор правил и шаблонов. Использование старинных математических задач позволяет восполнить этот пробел: они создают «историческую интригу»,

пробуждают любопытство, формируют уважение к наследию и способствуют развитию универсальных учебных действий.

Теоретическую основу исследования составляют труды отечественных и зарубежных методистов: Ю. М. Колягина, П. М. Эрдниева, Л. Ф. Фридмана, З. У. Колокольниковой, О. Б. Лобановой, О. Н. Макары, И. А. Марушкиной, Е. Ю. Мальковой, И. Б. Фомичёвой, а также исторические источники – «Арифметика» Л. Ф. Магницкого, труды Диофанта, Фибоначчи, Авиценны, а также сборники задач Древнего Китая, Индии.

Цель бакалаврской работы: теоретическое обоснование и практическая демонстрация целесообразности использования старинных математических задач на уроках алгебры в 7-9 классах.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- 1) охарактеризовать сущность понятия «старинная математическая задача»;
- 2) рассмотреть классификацию старинных математических задач;
- 3) исследовать различные способы решения старинных математических задач;
- 4) продемонстрировать целесообразность использования старинных математических задач на уроках алгебры в 7-9 классах;
- 5) разработать план-конспект урока алгебры с использованием старинных математических задач.

Методы исследования: анализ психолого-педагогической, методической и математической литературы; изучение нормативных документов; разработка методических материалов.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух разделов («Теоретические аспекты использования старинных математических задач на уроках алгебры в 7-9 классах», «Методические аспекты использования старинных математических задач на уроках алгебры в 7-9 классах»), заключения и списка из 30 использованных источников.

Основное содержание работы. В первом разделе «Теоретические аспекты использования старинных математических задач на уроках алгебры в 7–9 классах»

раскрывается сущность, значение и методические основы применения историко-математических задач в образовательном процессе. Старинные задачи определяются как особый класс текстовых упражнений, созданных математиками прошлых эпох, отражающих исторический контекст, культурные традиции и научные достижения древних цивилизаций. Они отличаются от современных школьных примеров нестандартностью формулировок, практической направленностью и методологической глубиной, развивая у учащихся не только вычислительные навыки, но и логическое мышление, креативность и культурную осведомлённость.

Раздел строится на анализе теоретических основ понятия «задача» через призму работ отечественных и зарубежных учёных (Л.М. Фридман, Ю.М. Колягин, С.Е. Царева), где задача рассматривается как целенаправленная ситуация с явно заданными условиями и требованиями, требующая преобразования и поиска решения. Старинные задачи интегрируют исторический, культурный и образовательный потенциал, способствуя формированию духовно-нравственных ценностей и преемственности национальной науки.

Выделяется классификация старинных задач по времени и месту возникновения (вавилонские, египетские, греческие, китайские, индийские, европейские, русские), демонстрируется их эволюция от практических вычислительных методов (Вавилон, Египет) до теоретических построений (Греция, Индия) и систематических учебных пособий (Европа, Россия). Приводятся примеры задач из археологических источников (глиняные таблички, папирусы Райнда и Московский, рукописи Сунь-цзы, «Арифметика» Л.Ф. Магницкого, задачи Диофанта, Архимеда, Бхаскары) и их значение для современного обучения.

Особое внимание уделяется методике работы со старинными задачами, включающей этапы:

- анализ исторического контекста (сюжет, эпоха, культурное наследие);
- лексическая работа (объяснение историзмов и архаизмов);
- прогнозирование результатов;

- поиск решения (алгебраический, арифметический, наглядно-геометрический способы, метод подбора, полный перебор вариантов);
- анализ и проверка достоверности решения с учётом исторических данных.

Подчёркивается уникальность старинных задач как инструмента интеграции математики с историей, культурологией и межпредметными связями, способствующего развитию системного мышления, критического анализа и творческой активности учащихся 7–9 классов. Их использование на уроках алгебры позволяет преодолеть формализм учебного процесса, формировать гуманитарно-математическую компетенцию и воспитывать интерес к научному наследию.

Второй раздел «Методические аспекты использования старинных математических задач на уроках алгебры в 7–9 классах» посвящён разработке практико-ориентированных подходов к интеграции историко-математического материала в современный школьный курс алгебры. В нём подробно рассматриваются конкретные примеры применения старинных задач на уроках разных классов, а также методика их адаптации к образовательным стандартам и психолого-педагогическим особенностям обучения подростков.

Раздел начинается с тематического подбора задач, соответствующих основным разделам школьной алгебры для 7-9 классов.

Линейные уравнения с одной переменной (7 класс)

Египетские задачи.

Задача 1. У семи лиц по семи кошек, каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев, из каждого колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа из этого ряда и их сумма?

Задача 2. Некто взял из сокровищницы $\frac{1}{13}$. Из того, что осталось, другой взял $\frac{1}{17}$. Оставил же он в сокровищнице 150. Сколько было в сокровищнице первоначально?

Задача 3. Число и его половина в сумме дают 9. Найдите число.

Греческие задачи.

Задача 4. Пифагор на вопрос, сколько у него учеников, ответил: «Половина изучает математику, четверть – природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, кроме того, есть ещё три женщины». Сколько учеников было у Пифагора?

Задача 5. Найти число, если известно, что от прибавления к нему $\frac{2}{3}$ его и вычитания от полученной суммы её трети получается 10.

Системы линейных уравнений

Китайские задачи.

Задача 6. Имеется 5 больших и 3 маленьких сосуда, вмещающих вместе 26 ху (мера объёма). Также известно, что 1 большой и 4 маленьких сосуда вмещают 15 ху. Сколько вмещает каждый сосуд?

Задача 7. Задача Сунь-цзы: имеются вещи, число которых неизвестно. Если считать их тройками, то остаток 2; если считать их пятёрками, то остаток 3; если считать их семёрками, то остаток 2. Сколько вещей?

Задача 8. В клетке находятся фазаны и кролики. Известно, что у них 35 голов и 94 ноги. Сколько фазанов и сколько кроликов в клетке?

В 8 классе акцент делается на квадратных уравнениях индийского происхождения:

Квадратные уравнения

Индийские задачи (из трудов Бхаскары).

Задача 20. На две партии разбившись, забавлялись обезьяны. Часть восьмая их в квадрате в роще весело резвилась; криком радостным двенадцать воздух свежий оглашали. Вместе сколько, ты мне скажешь, обезьян там было в роще?

Задача 21. Цветок лотоса возвышался над поверхностью пруда на 4 фута. Под напором ветра он скрылся под водой на расстоянии 16 футов от того места, где он раньше поднимался над водой. Какой глубины был пруд?

Задача 22. Над озером тихим, с полфута над водой, высился лотоса цвет. Он рос одиноко, и ветер волной нагнул его в сторону – и уж нет цветка над

водой. Его нашла рыбака рука в двух футах от места, где рос. Сколь озера здесь вода глубока?

Важно, что задачи не только способствуют закреплению знаний, но и педагогически обоснованы – они адаптированы к возрастным особенностям учащихся, могут использоваться как на этапе объяснения нового материала, так и для закрепления или контроля.

В качестве примера приведён полный конспект урока по теме «Решение квадратных уравнений», где показано, как исторический контекст (от вавилонских табличек до трудов Диофанта и Бхаскары) может мотивировать учеников, снизить тревожность и повысить интерес к предмету.

План конспект урока

Тема урока: «Решение квадратных уравнений через призму истории: от глиняных табличек до современной алгебры»

Тип урока: Урок закрепления знаний с элементами исследовательской и проектной деятельности.

Продолжительность: 45 минут.

Класс: 8.

Технологии: проблемно-поисковая, здоровьесберегающая, информационно-коммуникационная (ИКТ).

Цель урока: сформировать навыки решения квадратных уравнений различными способами (разложение на множители, формула корней, геометрический метод), демонстрируя историческое развитие методов решения квадратных уравнений и развивая при этом логическое мышление и интерес к истории науки.

Задачи урока:

– образовательные: рассмотреть квадратные уравнения как часть истории математики, проследив их развитие от вавилонских и египетских задач до современной алгебры; повторить и закрепить методы решения квадратных уравнений (приведение к квадрату, формула корней, разложение на множители);

продемонстрировать связь алгебры с геометрией на примере древних методов решения квадратных уравнений.

– развивающие: развивать умение анализировать текст задачи, выделять условия и требования, сравнивать древние и современные методы решения; формировать навыки критического мышления через реконструкцию исторических задач; тренировать коммуникативные способности (работа в группах, обсуждение гипотез).

– воспитательные: воспитывать уважение к культурному наследию разных цивилизаций (Вавилон, Египет, Греция, Индия); показать универсальность математических методов и их роль в развитии человеческой цивилизации; формировать уверенность в своих силах посредством решения нестандартных задач.

Ход урока

I. Организационный этап (2 минуты).

Приветствие, проверка готовности учащихся.

Сегодня мы отправимся в путешествие во времени. Представьте, что вы – математики Древнего Вавилона или Египта. Вам предстоит решить задачи, которые решали люди за 4000 лет до нас!

Мы вспомним, как решали квадратные уравнения в разные эпохи, и научимся применять эти знания на практике.

II. Собственно урок (41 минута).

2.1 Актуализация знаний (7 минут).

Фронтальный опрос:

1. Что называется квадратным уравнением? Записать общий вид. (Ответ: уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$.)

2. Какие методы решения квадратных уравнений вы знаете? (Ответ: разложение на множители, по формуле корней, графический метод, метод дополнения до полного квадрата.)

3. Как связаны коэффициенты уравнения и его корни? (Ответ: по теореме Виета: $x^1 + x^2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.)

Историческая справка:

- Вавилон (1800–1600 гг. до н.э.): Задачи решались геометрически, с помощью таблиц и пропорций (использование шестидесятеричной системы).
- Египет (1650 г. до н.э.): Папирус Райнда содержит задачи на нахождение площадей и решения уравнений второго порядка.
- Греция (III век до н.э.): Евклид и Диофант использовали геометрические методы, Архимед — метод исчерпывания.
- Индия (VI–XII века): Брахмагупта и Бхаскара сформулировали общие правила решения квадратных уравнений.
- Европа (XVI век): Ал-Кхаразми, Фибоначчи, Виет заложили основы современной алгебры.

2.2 Закрепление изученного материала (20 минут)

Рассмотрим пример из истории:

В «Арифметике» Диофанта нет систематического изложения алгебры, однако в ней содержится систематизированный ряд задач, сопровождаемых объяснениями и решаемых при помощи составления уравнений разных степеней.

При составлении уравнений Диофант для упрощения решения умело выбирает неизвестные.

Вот, к примеру, одна из его задач.

Задача 1. Найти два числа, зная, что их сумма равна 20, а произведение – 96.

Диофант рассуждал следующим образом: из условия задачи вытекает, что искомые числа не равны, так как если бы они были равны, то их произведение равнялось бы не 96, а 100. Таким образом, одно из них будет больше половины их суммы, т. е. $10 + x$, другое же меньше, т. е. $10 - x$. Разность между ними $2x$. Отсюда уравнение

$$(10 - x)(10 + x) = 96$$

$$100 - x^2 = 96$$

$$-x^2 = -4$$

$$x^2 = 4$$

$$x_{1,2} = \pm 2$$

Отсюда, $x = 2$. Одно из искомым чисел равно $10 + 2 = 12$, другое $10 - 2 = 8$. Решение $x = -2$ для Диофанта не существует, так как греческая математика знала только положительные числа.

Видно, что, выбирая в качестве неизвестного полуразность искомым чисел, Диофант упрощает решение; ему удается свести задачу к решению неполного квадратного уравнения.

Рассмотрим еще один пример.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи». Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары.

Задача 2. «Обезьянок резвых стая

Всласть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая

На поляне забавлялась.

А двенадцать по лианам...

Стали прыгать, повисая .

Сколько ж было обезьянок,

Ты скажи мне, в этой стае?»

Решение Бхаскары свидетельствует о том, что он знал о двузначности корней квадратных уравнений.

Соответствующее задаче уравнение:

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

Бхаскара пишет под видом

$$x^2 - 64x = -768$$

и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляет к обеим частям 32^2 , получая затем:

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 32^2$$

$$(x - 32)^2 = 256$$

$$1) \quad x_1 - 32 = 16 \Rightarrow x_1 = 48$$

$$2) \quad x_2 - 32 = -16 \Rightarrow x_2 = 16$$

После анализа исторических задач учащимся предлагается работа по решению современных квадратных уравнений, аналогично древним методам.

Теперь давайте порешаем вместе несколько заданий (комментированный ответ у доски).

Задача 3. Решить следующие квадратные уравнения из «Арифметики» Диофанта.

$$1) \quad 12x^2 + x = 1,$$

$$2) \quad 630x^2 + 73x = 6.$$

Задача 4. (Квадратные уравнения в Европе XIII—XVII вв.).

Квадрат и число 21 равны 10 корням. Найти корень. (Указание: подразумевается $x^2 + 21 = 10x$).

2.3 Применение знаний и умений (групповая работа – 14 минут).

Ученики делятся на группы по 3-4 человека. Каждая группа получает задание из одной из старинных книг.

1) Из «Книги абака» Фибоначчи:

$$1. \quad \frac{36}{10-x} - 3 = \frac{36}{x}$$

$$2. \quad \frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1\frac{1}{2}$$

2) Из книги Региомонтана:

$$1. \quad 10x = x^2 + \frac{100}{27}$$

$$2. \quad y + \frac{1}{y} = 25$$

$$3. \quad 10x - 60 + \frac{10x-60}{x} = 80$$

3) Из «Науки о числе в трех частях» Николая Шюке:

$$1. \quad 3x^2 + 12 = 30x$$

$$2. \quad 144 + x^2 = 36x$$

Таким образом, раздел демонстрирует, что старинные задачи не только развивают математические компетенции, но и формируют критическое мышление, историческую грамотность и межкультурную коммуникацию. Они становятся инструментом интеграции истории науки и современной педагогики, помогая

ученикам увидеть алгебру не как набор абстрактных правил, а как живой процесс, сформированный усилиями разных цивилизаций.

Заключение. В результате выполнения бакалаврской работы были получены следующие результаты:

- 1) Охарактеризована сущность понятия «старинная математическая задача».
- 2) Рассмотрена классификация старинных математических задач по времени и месту возникновения: от вавилонских и египетских задач на распределение и измерение до индийских головоломок, греческих геометрических проблем и европейских алгебраических задач. Такая классификация позволила проследить эволюцию математических методов и выявить закономерности в решении задач разными цивилизациями.
- 3) Исследованы различные способы решения старинных математических задач (алгебраический способ, метод подбора, наглядно-геометрический способ, полный перебор вариантов, арифметический способ, а также другие способы, описанные в древних источниках).
- 4) Продемонстрирована целесообразность использования старинных математических задач на уроках алгебры в 7-9 классах и составлены подборки старинных математических задач по различным темам школьного курса алгебры.
- 5) Разработан план-конспект урока алгебры по теме «Решение квадратных уравнений через призму истории» с использованием старинных математических задач.

Использование старинных математических задач на уроках алгебры обогащает образовательный процесс, делая его более живым, интересным и связанным с реальным миром. Это не только укрепляет знания учащихся, но и развивает критическое мышление, историческое сознание и межкультурную компетентность, формируя целостную картину математики как части всемирного культурного наследия.