

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики, информатики, физики

**ОРГАНИЗАЦИЯ ПОВТОРЕНИЯ ТЕМЫ «УРАВНЕНИЯ» ПРИ
ПОДГОТОВКЕ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ ЗА
КУРС ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 5 курса 151 группы
направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)»,
профили «Математика и информатика»,
факультета математики и естественных наук
Филатова Вадима Игоревича

Научный руководитель
доцент кафедры математики,
информатики, физики _____



27.05.2026

Н.В. Бурлак

(подпись, дата)

Зав. кафедрой математики, информатики, физики
кандидат педагогических наук,
доцент _____



27.05.2026

Е.В. Сухорукова

(подпись, дата)

Балашов 2026

Во введении представлена актуальность проблемы. Актуальность исследования обусловлена фундаментальной ролью темы «Уравнения» в школьном курсе математики. Именно этот раздел служит основой для формирования алгебраического мышления учащихся, представляя собой первый систематический переход от работы с арифметическим материалом к алгебраической составляющей математики. Значимость темы определяется не только её прикладным характером для решения широкого круга задач, но и тем, что она закладывает основу для дальнейшего изучения курса алгебры, включая функции, неравенства и математическое моделирование.

В условиях проведения итоговой аттестации в форме основного государственного экзамена (ОГЭ) задания на решение уравнений встречаются как в первой, так и во второй части экзаменационной работы (№9, №20, №21, №22). Качественное повторение этой линии становится одним из ключевых факторов успешной сдачи экзамена. При этом, как показывает практика, значительная часть учащихся испытывает устойчивые затруднения при решении уравнений, особенно дробно-рациональных и уравнений, сводящихся к квадратным.

Таким образом, возникает противоречие между необходимостью качественной подготовки учащихся к выполнению заданий ОГЭ по теме «Уравнения» и недостаточной разработанностью методических систем повторения, учитывающих типичные затруднения школьников, современные требования ФГОС и изменения в КИМ 2026 года.

Вопросам методики изучения уравнений в школьном курсе математики уделяется большое внимание в научной и методической литературе. Этим темам посвящены труды В.А. Далингера, Г.И. Саранцева, Л.М. Фридмана, Р.С. Черкасова, Н.М. Рогановского. Психологические основы возникновения ошибок при решении уравнений рассмотрены в работах Н.С. Подходовой.

Объект исследования: процесс организации повторения и обобщения учебного материала по алгебре при подготовке к основному государственному экзамену.

Предмет исследования: система упражнений и методические приёмы повторения темы «Уравнения» в рамках подготовки к ОГЭ.

Цель исследования: предложить методические рекомендации при решении уравнений в заданиях ОГЭ.

Задачи исследования:

1. Проанализировать учебно-методическую литературу и нормативные документы (ФГОС, ФРП) для определения места темы «Уравнения» в курсе основной школы.

2. Выявить планируемые результаты освоения темы и определить их связь с контрольно-измерительными материалами ОГЭ.

3. Проанализировать структуру, содержание и критерии оценивания заданий №9, №20, №21 ОГЭ по теме «Уравнения», включая изменения в прототипах 2026 года.

4. Разработать диагностические материалы для выявления типичных затруднений учащихся при решении линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений.

5. Систематизировать характерные ошибки учащихся и предложить методические приёмы их предупреждения.

6. Разработать дифференцированные тренировочные задания и алгоритмические схемы для организации поэтапного повторения темы.

7. Предложить методические рекомендации по включению цифровых тренажёров («Online Test Pad», «ЯКласс») в процесс подготовки к ОГЭ.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и трёх приложений, содержащих дидактические материалы по всем типам уравнений..

В первой главе проведён теоретический анализ линии уравнений в школьном курсе алгебры, рассмотрены планируемые результаты освоения темы в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования и Федеральной рабочей программой, а также определено место уравнений в структуре основного государственного экзамена.

В параграфе 1.1 «Значение и место изучения алгебраического материала в школьном курсе» установлено, что изучение темы «Уравнения»

на углублённом уровне в 7–9 классах представляет собой многоуровневую систему, в которой переплетаются личностное становление, формирование универсальных учебных действий и глубоких предметных компетенций. Линейные, квадратные и дробно-рациональные уравнения изучаются не изолированно, а как взаимосвязанные ступени единого метода математического моделирования, где каждое новое понятие расширяет инструментарий решения практических и теоретических задач. Особое значение имеет переход от арифметического способа решения задач к алгебраическому, который происходит при изучении линейных уравнений в 7 классе. Этот переход является когнитивным скачком: ученик впервые осознаёт, что неизвестное можно обозначать буквой и работать с ним как с известным, применяя свойства равенств. Данный навык находит прямое применение в таких областях, как программирование, управленческая и аналитическая деятельность, требующая формализации процессов и выделения системообразующих параметров.

В рамках Федеральной рабочей программы по математике линия уравнений реализуется последовательно. В 7 классе центральное место занимают линейные уравнения с одной переменной, уравнения, содержащие знак модуля, а также системы двух линейных уравнений с двумя переменными. Именно здесь закладывается базовый алгоритмический аппарат: понятие корня, равносильных преобразований, переноса слагаемых, приведения подобных. Учащиеся учатся решать текстовые задачи на движение, работу, проценты с помощью линейных уравнений и их систем. В 8 классе вводится новый тип — квадратные уравнения, изучаются формулы корней, теорема Виета, а также уравнения, сводящиеся к квадратным (биквадратные, заменой переменной). Квадратные уравнения расширяют класс моделируемых реальных процессов, таких как баллистическое движение, оптимизационные задачи в геометрии и экономике, и служат основой для изучения квадратичной функции и неравенств. В 8–9 классах добавляются дробно-рациональные уравнения, требующие обязательного нахождения области допустимых значений и проверки корней. Этот тип уравнений демонстрирует необходимость строгого контроля над

преобразованиями, поскольку недопустимо умножение обеих частей уравнения на выражение, обращающееся в ноль, и подготавливает учащихся к работе с более сложными моделями в старшей школе.

Особое место линия уравнений занимает в подготовке к итоговой аттестации в форме ОГЭ. Согласно кодификатору, задания на решение уравнений различных типов входят как в первую, так и во вторую часть экзаменационной работы. Таким образом, владение методами решения уравнений является одним из ключевых факторов успешной сдачи экзамена. Значимость темы обусловлена её фундаментальностью и преемственностью, поскольку линейные, квадратные и дробно-рациональные уравнения образуют логически выстроенную цепочку, где прочное усвоение предыдущего типа создаёт базу для понимания следующего. Кроме того, тема имеет ярко выраженную прикладную направленность: умение составлять уравнение по условию задачи — это ключевое метапредметное умение, необходимое для решения задач на движение, работу, проценты, сплавы и смеси. Изучение уравнений также воспитывает «алгебраический стиль» мышления, основанный на оперировании символами, строгости рассуждений и владении стандартными алгоритмами. Наконец, линия уравнений тесно связана с функционально-графической линией, поскольку каждое уравнение с двумя переменными задаёт некоторую линию на плоскости, а решение системы уравнений графически означает поиск точек пересечения этих линий.

В параграфе 1.2 «Планируемые результаты изучения темы» проанализированы три группы планируемых результатов в соответствии с требованиями ФГОС.

Личностные результаты включают патриотическое и гражданское воспитание, которое проявляется через осознание вклада российской математической школы, например работ по теории уравнений и их приложениям. Ценности научного познания и эстетическое воспитание раскрываются через историю развития алгебры, учащиеся видят интеллектуальную красоту в изящном преобразовании уравнений, в симметрии формул корней квадратного уравнения.

Метапредметные результаты охватывают все группы универсальных учебных действий. Познавательные УУД включают базовые логические действия: учащиеся выявляют существенные признаки уравнений, строят цепочки равносильных преобразований, применяют метод от противного, приводят контрпримеры. Базовые исследовательские действия проявляются в постановке вопросов о влиянии дискриминанта на количество корней квадратного уравнения, о причинах появления посторонних корней при решении дробно-рациональных уравнений. Коммуникативные УУД формируются через обсуждение разных методов решения одного уравнения, сравнение их эффективности, аргументированную защиту своего подхода. Регулятивные УУД включают планирование последовательности действий, самоконтроль проверки корней, коррекцию решения при обнаружении ошибки.

Предметные результаты включают теоретико-понятийный фундамент: свободное оперирование понятиями уравнения, корня, равносильных уравнений, области допустимых значений, линейного и квадратного уравнений, дискриминанта, теоремы Виета, дробно-рационального уравнения, параметра. Техника решения и анализа охватывает линейные уравнения и их системы, полные и неполные квадратные уравнения, решение по формуле и с использованием теоремы Виета, анализ количества корней по знаку дискриминанта, дробно-рациональные уравнения с обязательным нахождением ОДЗ и проверкой корней. Кроме того, предметные результаты включают умение моделирования и интерпретации: переводить условие текстовой задачи на движение, работу, проценты, сплавы в уравнение или систему уравнений, критически интерпретировать полученное решение, отбрасывая посторонние корни, не удовлетворяющие ОДЗ или смыслу задачи. Также формируется функционально-графическая грамотность: умение строить графики уравнений с двумя переменными и решать системы графически.

В параграфе 1.3 «Уравнения на итоговой аттестации» выявлено место уравнений в структуре ОГЭ. Экзаменационная работа по математике состоит из двух частей и включает 25 заданий. Уравнения различных типов

представлены как в первой, так и во второй части, что свидетельствует о фундаментальности данной темы. Задание №9 относится к первой части работы с кратким ответом. Здесь проверяется умение решать линейные, квадратные и простейшие рациональные уравнения, а также системы линейных уравнений. Как правило, такие задания не требуют развёрнутой записи решения, а результат записывается в бланк ответов. Задание №20 относится ко второй части работы с развёрнутым ответом. В этом задании учащимся предлагается решить уравнение более высокого уровня сложности. Чаще всего это уравнения, сводящиеся к квадратным: биквадратные, дробно-рациональные уравнения, а также уравнения, решаемые с помощью замены переменной или разложения на множители. Именно в этом задании в полной мере проявляется необходимость владения техникой преобразования алгебраических выражений и глубокого понимания равносильности преобразований. Задание №21 представляет собой текстовые задачи, решение которых практически всегда сводится к составлению и решению уравнения или системы уравнений. Здесь могут использоваться линейные, квадратные или дробно-рациональные уравнения в зависимости от моделируемой ситуации: движение, совместная работа, проценты, смеси и сплавы.

Кроме того, уравнения тесно связаны с заданием №12 (расчёты по формулам), где после подстановки в формулу известных элементов часто выводится линейное или квадратное уравнение, а также с заданием №22 (задачи с параметром), где требуется исследовать количество корней уравнения в зависимости от значений параметра, что является высшей формой проявления алгебраической культуры.

Таким образом, теоретическая база, созданная в первой главе, позволяет перейти к разработке методики повторения уравнений при подготовке к итоговой аттестации, которая представлена во второй главе.

Во второй главе разработана и описана система организации повторения трёх ключевых типов уравнений, вынесенных на итоговую аттестацию: линейных, квадратных и дробно-рациональных. Для каждого типа предложена многоэтапная структура подготовки, включающая

диагностический, содержательный, тренировочный и контрольно-коррекционный этапы, проанализированы типичные ошибки учащихся и разработаны методические приёмы их предупреждения.

В параграфе 2.1 «Линейные уравнения на итоговой аттестации» рассмотрена методика организации повторения линейных уравнений. Несмотря на кажущуюся простоту, этот раздел является фундаментом алгебраической грамотности, поскольку без прочного владения алгоритмами решения линейных уравнений невозможно успешное освоение квадратных и дробно-рациональных уравнений, а также большинства текстовых задач. В структуре ОГЭ линейные уравнения встречаются как в явном виде в задании №9 первой части, так и в качестве неотъемлемого этапа решения заданий №21. Согласно новым прототипам 2026 года, задание №9 может включать уравнения, требующие предварительного приведения подобных, раскрытия скобок, работы с обыкновенными и десятичными дробями, а также пропорциями.

Подготовка начинается с диагностического этапа, для которого разработана самостоятельная работа, включающая 5–6 уравнений разного уровня: с целыми коэффициентами, с дробями, со скобками, с модулем и с параметром. Анализ работ позволяет составить индивидуальную карту ошибок для каждого ученика и групповой профиль класса. На этапе актуализации опорных знаний восстанавливаются правила раскрытия скобок, приведения подобных слагаемых, свойства равносильности уравнений, понятие корня. Кроме того, рассматриваются частные случаи, когда уравнение не имеет корней или имеет бесконечно много корней.

Тренировочный этап занимает центральное место. Используются дифференцированные карточки на основе открытого банка заданий ОГЭ, где класс разбивается на три группы: базовый уровень (уравнения с обычным приведением подобных), повышенный уровень (уравнения с раскрытием скобок) и углублённый уровень (уравнения с дробными вычислениями). Применяется технология «пошагового контроля», когда учащиеся записывают каждый шаг решения на отдельной строке и сверяются с эталоном, что предотвращает накопление ошибки. Эффективно

использование цифровых тренажёров, которые позволяют создать бесконечную выборку уравнений с автоматической проверкой. Особое внимание уделяется приёму «Найди ошибку», где учащиеся не только исправляют ошибку в готовом решении, но и комментируют, какое правило было нарушено. Для текстовых задач, моделью которых служит линейное уравнение, разработан четырёхшаговый алгоритм моделирования: введение переменной, выражение других величин через неё, составление уравнения на основе равенства, вытекающего из условия, решение и интерпретация результата с учётом реального смысла задачи.

Систематизированы типичные ошибки учащихся при решении линейных уравнений. Для преодоления этих ошибок предлагаются методические приёмы: многократное проговаривание алгоритма, пошаговый контроль, использование опорных схем, обязательная проверка корней подстановкой, ведение индивидуальных листов коррекции.

В параграфе 2.2 «Квадратные уравнения на итоговой аттестации» рассмотрены особенности повторения квадратных уравнений, которые занимают центральное место в алгебраической линии школьного курса и встречаются в ОГЭ в заданиях №9 (базовый уровень), №20 (повышенный уровень), №21 (текстовые задачи) и №22 (задачи с параметром).

Диагностический этап включает самостоятельную работу с уравнениями разных типов: полными, неполными, приведёнными, а также уравнениями с параметром. На этапе актуализации опорных знаний восстанавливаются понятия полных и неполных квадратных уравнений, способы их решения, теорема Виета и дискриминант. Формулируется алгоритм решения полного квадратного уравнения.

Тренировочный этап включает дифференцированные карточки на три уровня сложности: базовый (простейшие полные и неполные уравнения), повышенный (уравнения с дробными коэффициентами и уравнения, сводящиеся к квадратным) и углублённый (уравнения с параметром и биквадратные уравнения). Используется технология «пошагового контроля» с обязательной фиксацией каждого этапа: определение коэффициентов, вычисление дискриминанта, запись формулы корней, упрощение ответа.

Цифровые тренажёры предоставляют большие наборы заданий на решение квадратных уравнений по формуле, теореме Виета и неполные квадратные уравнения с автоматической проверкой.

Для текстовых задач, приводящих к квадратному уравнению, используется тот же четырёхшаговый алгоритм моделирования, но добавляется важный этап интерпретации корней: отбрасывание отрицательных и нулевых значений, не удовлетворяющих смыслу задачи (длина, время, скорость не могут быть отрицательными).

Систематизированы типичные ошибки: неверное определение коэффициентов, путаница в формуле корней, непонимание роли дискриминанта. Для преодоления этих ошибок предлагаются многократное проговаривание алгоритма, использование опорных схем, обязательная проверка найденных корней подстановкой в исходное уравнение.

В параграфе 2.3 «Дробно-рациональные уравнения на итоговой аттестации» представлена методика повторения наиболее сложного типа уравнений. Дробно-рациональные уравнения требуют от учащихся не только свободного владения техникой преобразования целых алгебраических выражений, но и осознанного оперирования понятием области допустимых значений, понимания условий равносильности преобразований. В структуре ОГЭ они встречаются в задании №9 (простейшие), в задании №20 (чаще всего именно этот тип) и в задании №21 (текстовые задачи на совместную работу или движение по воде).

Диагностический этап включает самостоятельную работу, позволяющую выявить, понимают ли учащиеся разницу между целым и дробным уравнением, умеют ли находить общий знаменатель и помнят ли об обязательной проверке корней. На этапе актуализации опорных знаний восстанавливаются понятия алгебраической дроби, ОДЗ (знаменатель не равен нулю), основного свойства дроби, алгоритма приведения к общему знаменателю. Ключевым является построение жёсткого алгоритма из четырёх шагов: выписать ОДЗ, разложить знаменатели на множители, найти общий знаменатель и умножить на него обе части уравнения, решить полученное целое уравнение, исключить корни, не входящие в ОДЗ.

Тренировочный этап включает дифференцированные карточки: базовый уровень (простейшие пропорции и уравнения с однократным приведением к общему знаменателю), повышенный уровень (уравнения, требующие разложения знаменателей на множители) и углублённый уровень (уравнения, решаемые методом замены переменной). Цифровые тренажёры предлагают задания, где система обязательно требует ввода ОДЗ перед вводом ответа, что отлично дисциплинирует учащихся. Для текстовых задач, математической моделью которых служит дробно-рациональное уравнение, используется пятишаговый алгоритм: введение переменной, выражение других величин, составление уравнения, решение, интерпретация с обязательным комментарием о реальном смысле ОДЗ (скорость, время, производительность не могут быть отрицательными или нулевыми).

Систематизированы специфические ошибки учащихся. Концептуальные ошибки включают игнорирование ОДЗ (самая распространённая ошибка), непонимание условия равенства дроби нулю, неверное применение основного свойства пропорции, умножение обеих частей на выражение с переменной без учёта его возможного обращения в ноль. Для преодоления этих ошибок предлагаются жёсткое требование записи ОДЗ в начале решения, разбор контрпримеров, демонстрирующих последствия игнорирования ОДЗ, использование алгоритмических листов, где каждый шаг жёстко зафиксирован и требует заполнения, приём «Исправь решение», где учащимся даётся решение с типичными ошибками.

Выводы по второй главе. Разработанная методическая система повторения темы «Уравнения» включает диагностический, содержательный, тренировочный и контрольно-коррекционный этапы. Для каждого типа уравнений (линейных, квадратных и дробно-рациональных) предложены алгоритмические схемы решения, дифференцированные дидактические материалы на основе открытого банка заданий ОГЭ, цифровые тренажёры («Online Test Pad», «ЯКласс»), приёмы работы с типичными ошибками и методика работы с текстовыми задачами №21. Выявлены и систематизированы три группы ошибок: концептуальные, операционные и ошибки моделирования, а также психологические трудности. Предложенные

методические приёмы направлены на их предупреждение и коррекцию, что создаёт основу для качественной подготовки учащихся к выполнению заданий №9, №20 и №21 ОГЭ по теме «Уравнения».

В заключении в ходе выполнения работы была достигнута цель исследования и решены все поставленные задачи.

Проведён теоретический анализ линии уравнений в школьном курсе алгебры, установлено её системообразующее значение. Рассмотрены планируемые результаты освоения темы в соответствии с ФГОС [2] и ФРП [1]. Выявлено место уравнений в ОГЭ (задания №9, №20, №21, №22).

Разработана и описана методика подготовки к ОГЭ по теме «Уравнения», включающая диагностический, содержательный, тренировочный и контрольно-коррекционный этапы. Созданы диагностические материалы, алгоритмические схемы, дифференцированные тренировочные задания. Систематизированы типичные ошибки учащихся и предложены методические приёмы их предупреждения. Обосновано использование цифровых тренажёров («Online Test Pad», «ЯКласс») в процессе подготовки.

Таким образом, доказано, что системная организация повторения, основанная на поэтапном выявлении и коррекции затруднений учащихся, использовании алгоритмических схем и цифровых ресурсов, повышает качество подготовки к итоговой аттестации по теме «Уравнения». Разработанные материалы могут быть использованы учителями математики при организации уроков повторения и студентами педагогических направлений в ходе практики. Перспективой дальнейшего исследования является разработка комплекса заданий с параметром для углублённой подготовки к ОГЭ.

27.05.2026

Иванов В.А.