III

Методика обучения и воспитания (математика)

С.В. Лебедева
СГУ им. Н.Г. Чернышевского
Саратов, 2014

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Механико-математический факультет

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ (МАТЕМАТИКА)
МОДУЛЬ 1
НЕПРЕРЫВНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ: СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ АСПЕКТ

Учебно-методическое пособие

для студентов, обучающихся по направлению 44.03.01 – педагогическое образование, профиль – математическое образование

Саратов, 2014

УДК 51(072.8)(076.5)

Рекомендовано к печати
кафедрой математики и методики её преподавания
Саратовского государственного университета имени Н.Г.Чернышевского

Л 33 **Лебедева С.В. Методика обучения и воспитания (математика). Модуль 1. Непрерывный курс математики: содержательный аспект**: Учебно-методическое пособие с электронным приложением на CD для студентов, обучающихся по направлению подготовки 44.03.01 – педагогическое образование, профиль – математическое образование / С.В. Лебедева – Саратов, 2014. – 149 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ

Применяется практико-ориентированная технология обучения. По каждой теме читается обзорная или проблемная лекция, затем проводится практическое занятие или семинар.

Учебный рейтинг по дисциплине определяется следующей таблицей

1	2	3	4	5	6	7	8
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
Для студентов очной формы обучения							
18	–	36	16	10	10	10	100
Для студентов заочной формы обучения							
8		12					20
			30	10	10	30	80
8		12	30	10	10	30	100

<u>Лекции</u>. На каждой из 9 лекций студент очной формы обучения может получить 2 балла при успешном выполнении следующих видов деятельности по изучению теоретического материала:

– прослушивание обзорной / проблемной лекции – 0,2 балла,

– ответы на контрольные вопросы по теме – 1,2 балла,

– постановка / решение серии проблемных вопросов (участие в коллективной беседе) – 0,6 балла.

На каждой из 4 лекций (1 × 45 мин.) студент заочной формы обучения может получить 2 балла при успешном выполнении следующих видов деятельности по изучению теоретического материала:

– прослушивание обзорной лекции – 0,4 балла,

– конспектирование лекционного материала – 1,6 балла,

<u>Практические занятия</u>. Рабочей программой предусмотрены практические занятия двух типов: мастер-классы и традиционные практические занятия.

На каждом из 13 традиционных практических занятий студент очной формы обучения может получить 2 балла при успешном выполнении всех предусмотренных видов деятельности по развитию практических умений.

За участие в каждом мастер-классе студент

– очной формы обучения получает 2 балла,

– студент заочной формы обучения может получить 4 балла.

<u>Самостоятельная работа.</u> Самостоятельная работа студентов очной формы обучения заключается:

– во внеаудиторной работе с теоретическим материалом темы,

– в изучении дополнительного материала темы (конспектирование, рецензирование),

– в выполнении практических контрольных заданий данных в ходе лекции,

– в электронном представлении структуры дидактических единиц разного уровня школьного курса математики (в виде структурных схем),

– в решении других возникающих в ходе аудиторных занятий проблемных задач.

Студент заочной формы обучения может получить 30 баллов за выполнение заданий семестровой самостоятельной работы, заключающейся:

– в изучении теоретического материала курса (ответы на контрольные вопросы) – 5 баллов,

– в проведении логико-дидактического анализа содержания школьных учебников – 25 баллов (5 баллов за каждый полный логико-дидактический анализ).

Автоматизированное тестирование (10 баллов). Тест представлен 30 вопросами, позволяющими оценить степень усвоения материала модуля.

Другие виды учебной деятельности (10 баллов).

Творческая контрольная работа (5 баллов) позволяет студентам изучить углубленно тему «Методика внеурочной, внеклассной и внешкольной работы по математике».

Дополнительные баллы студенты могут получить за участие в групповых проектах: «Методические требования к новому поколению учебной литературы по математике» и «Оценка качества обучения и воспитания (математика)»; – и работе круглого стола. Участие в каждом проекте оценивается по 50-балльной шкале.

Промежуточная аттестация – зачёт.

– выполнение письменной зачётной работы,

– собеседование по курсу для студентов заочной формы обучения.

Зачёт по дисциплине выставляется на основании рейтинга следующим образом: 0-70 баллов – «не зачтено»,
71-100 баллов – «зачтено».

Прослушивание обзорной / проблемной лекции с последующим ответом на контрольные вопросы по теме

Обзорная лекция – это систематизация научных знаний на высоком уровне, допускающая большое число ассоциативных связей в процессе осмысления информации, излагаемой при раскрытии внутрипредметной и межпредметной связи, исключая детализацию и конкретизацию. Как правило, стержень излагаемых теоретических положений составляет научно-понятийная и концептуальная основа всего курса или его крупных разделов. После обзорной лекции студенту предлагается ответить на контрольные вопросы по изучаемому материалу.

На проблемной лекции новое знание вводится через проблемность вопроса, задачи или ситуации. При этом процесс познания студентов в сотрудничестве и диалоге с преподавателем приближается к исследовательской деятельности. Содержание проблемы раскрывается путем организации поиска ее решения или суммирования и анализа традиционных и современных точек зрения.

Постановка / решение серии проблемных вопросов

Постановка проблемы – это этап формулирования вопросов для исследования. Поиск решения – этап формулирования нового знания.

В ходе обзорной лекции постановку проблемы студенты осуществляют в ходе специально выстроенного учителем диалога.

Если лекция проблемная, то проблемные вопросы формулируются преподавателем, а задача студентов в ходе лекции предложить вариант решения указанных проблем или наметить план поиска решения.

Внеаудиторная работа с теоретическим материалом

Внеаудиторная работа с теоретическим материалом каждой темы – самостоятельное изучение отдельных аспектов темы по материалам лекции с последующей самопроверкой усвоения:

– теоретического материала с помощью обучающего теста [1],

– практических умений посредством выполнения контрольных заданий данных в ходе лекции.

Внеаудиторная работа с теоретическим материалом каждой темы – основа для выполнения заданий на практических занятиях.

Конспектирование дополнительного материала

Конспектирование – (от лат. cons-pectus – обзор, очерк), краткое письменное изложение содержания статьи, книги, лекции, включающее в себя основные положения и их обоснование фактами, примерами и т.д.

В процессе конспектирования студенты учатся выделять главное, последовательно излагать материал, устанавливать связи между отдельными положениями. Конспектирование развивает логическое мышление, совершенствует культуру речи, закрепляет в памяти прочитанное и услышанное. Овладение навыками конспектирования необходимо для занятий самообразованием.

Конспектирование – процесс творческий, каждый конспект отражает индивидуальные особенности, направленность мыслей, интересы конспектирующего.

Не следует путать конспектирование и составление тезисов. Тезисы кратко формулируют основные положения письменного или устного текста, но в отличие от конспекта не содержат фактического материала.

Тезисы, дополненные фактическим материалом (цифры, схемы, таблицы и т.д.), примерами, аналогиями и т.п., представляют собственно конспект. В процессе конспектирования используются различные способы выделения текста: подчёркивание, шрифтовые выделения и т.д.

Приступая к конспектированию следует:

(1) уяснить смысл всего текста в целом,

(2) разделить его на основные части (составить план),

(3) сформулировать в каждой части главные мысли (тезисы), последовательно их изложите, подкрепив фактическим материалом, примерами и т.д.

Рецензирование дополнительного материала

Результаты изучения дополнительного материала (как правило, статьи), предлагаемого преподавателем, студенты могут оформить не только в виде конспекта, но и в виде рецензии. Рецензирование – процесс письменного критического разбора и оценки произведения. Рецензия должна включать в себя следующую информацию:

1. Полное название статьи, должность автора статьи, Ф.И.О. автора.

<u>Пример</u>:

РЕЦЕНЗИЯ

на статью «ИЗУЧЕНИЕ ТЕМЫ «УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ПАРАМЕТРАМИ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ (ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИЙ ЭТАП)»[1] Т.А. Капитоновой, Ю.А. Овечкиной [Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки. Сборник научно-методических трудов: Выпуск 7. – Саратов: ИЦ «Наука», 2009. – С.41-46.]

2. Краткое описание проблемы, которой посвящена статья.

<u>Пример</u>:

Статья Т.А. Капитоновой, Ю.А. Овечкиной посвящена изучению возможностей включения задач с параметрами в пропедевтический курс математики (5-6 классы) и построению на этой основе процесса обучения решению уравнений и неравенств с параметрами в курсе алгебры 7-9 классов.

3. Степень актуальности предоставляемой статьи.

<u>Пример</u>:

Актуальность данной статьи не вызывает сомнения, поскольку задачи с параметрами являются своеобразным показателем уровня развития математических способностей. Они позволяют проверить не только уровень знаний и умений школьников, но и степень формализации восприятия математического материала, степень обобщения математического материала, свёрнутость мышления, гибкость и рациональность мыслительного процесса, качество математической памяти.

4. Наиболее важные аспекты, раскрытые автором в статье.

<u>Пример</u>:

В статье определена роль задач с параметрами в математическом образовании школьников. При этом подчёркивается: «В школьный курс алгебры и начал анализа задачи с параметрами включены в программу углубленного изучения математики (профильных классов), но не являются обязательными для изучения в общеобразовательных классах. Поэтому многие учащиеся общеобразовательных классов и школ с подобными задачами на уроках почти не встречаются».

Авторы выделяют те темы школьного курса алгебры, в которых «присутствует идея «параметра»». К таким темам отнесены следующие семь тем: «Функция прямая пропорциональность», «Линейная функция», «Линейное уравнение», «Квадратное уравнение», «Простейшие тригонометрические уравнения», «Показательная функция», «Логарифмическая функция».

Выделены три основных типа учебных задач с параметром школьного курса математики: «(1) нахождение решений линейных и квадратных уравнений общего вида;

[1] Текст статьи размещён в Приложении 2

(2) исследование количества их корней в зависимости от значений параметров; (3) нахождение решений простейших тригонометрических уравнений общего вида».

Выявлены «трудности, с которыми сталкиваются учащиеся, при решении задач с параметрами …:

– при решении даже простейших уравнений и неравенств, содержащих параметры, приходится производить ветвление всех значений параметров на отдельные классы, при каждом из которых задача имеет решение;

– необходимо чётко и последовательно следить за сохранением равносильности решаемых уравнений или неравенств с учётом области определения выражений, входящих в уравнение или неравенство;

– необходимо учитывать выполнимость производимых операций;

– возможность решения одного и того же уравнения (неравенства), содержащего параметр, различными методами».

Авторами статьи выдвигается гипотеза: «Разрешению этих трудностей может помочь более раннее знакомство учащихся с понятием параметра. Ученикам следует дать представление о понятии «параметр» уже в 5 классе при изучении темы «Действия с обыкновенными дробями»». Далее авторами приводятся примеры заданий для учащихся 5-6 классов, позволяющие познакомить школьников с понятием параметра «как специальной переменной, имеющей фиксированное значение».

Приводятся основные типы задач с параметром характерных для курса алгебры 7 и 8 классов. Авторы полагают, что обязательное включение в программу математики указанных типов задач приведёт к тому, что «к концу восьмого класса у учащихся должно сложиться чёткое представление о том, что «решить уравнение с параметром», означает:(1) исследовать, при каких значениях параметра(ов) уравнение имеет корни и сколько их при разных значениях параметра(ов); (2) найти все выражения для корней и указать для каждого из них те значения параметра(ов), при которых это выражение определяет корень уравнения».

Мастер-класс

Мастер-класс – современная форма проведения обучающего тренинга-семинара для отработки практических навыков по различным методикам и технологиям с целью повышения профессионального уровня и обмена передовым опытом участников, расширения кругозора и приобщения к новейшим областям знания.

Мастер-классы проводятся непосредственно перед практическими занятиями. В результате студенты должны освоить следующие технологии:

– анализ методических материалов;

– логико-дидактический анализ дидактических единиц учебника;

– классифицирование учебных задач по различным основаниям;

– обобщение педагогического опыта.

Мастер-классы проводят преподаватель и студенты старших курсов. Мастер-классу по каждой теме предшествует одноимённая лекция.

Для подготовки к участию в мастер-классе студент должен:

– выявить 2-3 проблемных вопроса, оставшихся не освещёнными в ходе соответствующей лекции,

– предложить своё решение выявленных проблем,

– иметь в распоряжении необходимый методический инструментарий.

Практические работы

Практические работы представляют собой серию заданий, позволяющих применить полученные знания к решению профессионально значимых учебных и педагогических задач: анализ учебных текстов (логико-дидактический анализ дидактических единиц различного уровня), анализ методических разработок и проектирование на основе результатов анализа учебных и методических материалов.

Логико-дидактический анализ учебного материала – важнейшее средство формирования системного подхода к изучению содержания математического образования.

Анализ содержания школьного курса математики позволяет вычленить элементы учебного материала, из которых и конструируется содержание любого раздела. Такими элементами являются: математические понятия, суждения (признаки и свойства понятий), учебные действия (математические процедуры) и математические задачи. Исходя из особенностей каждой из групп названных элементов, формируется методика обучения понятиям, методика изучения теорем, методика овладения правилами и алгоритмами и обучения решению задач. А тот факт, что эти компоненты встречаются практически в каждом разделе школьного курса математики, позволяет выстроить на этой базе *общую* методику обучения математике, которая отражает основные закономерности обучения названному учебному предмету. В то же время логико-дидактический анализ элементов учебного материала дает возможность выявить специфику каждого из элементов и учесть ее при конструировании процесса обучения (Плакатина О.И.).

Задания практических работ студенты могут выполнять как индивидуально, так и в парах (в этом случае результаты анализа каждый фиксирует в своей тетради). Для выполнения заданий практических работ необходим методический инструментарий: школьные учебники математики, дидактические материалы и методические разработки. Школьные учебники математики и дидактические материалы можно взять из библиотечного фонда кафедры (411 ауд. 9 корпуса СГУ), методические разработки необходимо подготовить заранее.

Автоматизированное тестирование

Тест, позволяющий оценить степень усвоения материала модуля, состоит из 30 вопросов теоретического и практического характера. Материал считается усвоенным, если тест пройден не менее чем на 70 % (7 баллов).

Время тестирования – 45 минут. Предусмотрена одна пробная попытка.

Для подготовки студентов к автоматизированному тестированию разработаны обучающие тесты [1], размещённые в электронной библиотеке учебно-методических материалов ЗБ СГУ.

Творческая контрольная работа

«Методика внеурочной, внеклассной и внешкольной работы по математике»

Контрольная работа состоит из трёх частей.

В первой (теоретической) части студентом описываются психолого-педагогические и методические основы конкретной формы внеклассной работы в терминах Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» и ФГОС общего образования.

Во второй (практической) части дается методическая разработка занятия (по теме контрольной работы) с приложением средств наглядности и дидактических материалов.

В третьей части формулируются основные выводы по работе.

<u>Вариант 1. Математический кружок</u>.

Примерное содержание

I. Роль математического кружка в учебно-воспитательном процессе. Цели и задачи. Организационные вопросы частоты и периодичности занятий, формы работы на кружке; планирование работы, подготовка и проведение занятий, организация выступлений членов кружка; выбор материала, первое и заключительное заседания кружка; накопление материалов занятий кружка и пр.

II. Разработка тематики занятий математического кружка с учётом возрастных особенностей учащихся. обеспечение преемственности в работе кружка.

Составление плана-конспекта (сценария) занятия кружка.

Составление аннотированного библиографического списка по тематике кружковых занятий.

III. Выводы.

<u>Вариант 2. Школьная математическая печать</u>.

Примерное содержание

I. Роль школьной математической печати в расширении математического кругозора учащихся. Различные формы школьной математической печати: математическая стенная газета, математический листок, журнал математического кружка, тематический стенд и тематический уголок в кабинете математики, альбом с решениями задач (повышенной степени сложности, занимательных, исторических, задач по различным профилям обучения, олимпиадных и пр.), календарь знаменательных дат, фотомонтаж и фотогазета и т.д.

Система методических требований к различным формам школьной математической печати: цель выпуска. Название, содержание, оформление, периодичность выпуска, работа над составлением.

II. Разработка тематики математических газет на один год для учащихся одного класса (предваряется краткой характеристикой класса).

Изготовление математической стенгазеты на любую тему. Проектирование её цифрового аналога.

III. Выводы.

Вариант 3. Математический вечер.

Примерное содержание

I. Роль математических вечеров в повышении интереса школьников к математике. Воспитательное значение математических вечеров.

Подготовка вечера: организация, подбор материала, оформление. Особенности проведения математических вечеров в различных классах, проблема выбора тематики, использования ТСО и средств наглядности.

II. Разработка тематики вечеров (Перечень) для одного из классов. Разработка сценария вечера из составленного Перечня. Составление библиографического списка к разработанному сценарию.

III. Выводы: эффективность математического вечера.

Вариант 4. Математические олимпиады.

Примерное содержание

I. Значение математических олимпиад в развитии интеллектуальной сферы учащихся. Подготовка к математической олимпиаде как один из способов обогащения ментального опыта учащихся. История возникновения и распространения математических олимпиад. Классные, школьные, районные, городские, областные, всероссийские, международные олимпиады: характеристика олимпиады каждого уровня.

Особенности олимпиадных задач, критерии оценки за их решение. Работа учителя по подбору и составлению таких задач в плане подготовки учащихся к участию в олимпиаде.

II. Подготовка материалов для проведения школьных олимпиад в 5-11 классах: подбор, составление, решение олимпиадных задач различными способами

III. Выводы: методические рекомендации по подготовке школьников к участию в олимпиадах

Вариант 5. Математические игры и развлечения.

Примерное содержание

I. Целесообразность использования игровой формы занятий во внеклассной работе с учащимися различных классов. Условия эффективности игровых форм. Классификация, описание и методика организации различных математических игр и развлечений. Игры и развлечения серии «Занимательные головоломки» (2012, коллекция логических игр от издательства DeAgostini) и «Мир математики» (2014 г., серия книг от издательства DeAgostini).

II. Составление библиографического списка статей, в которых даны сценарии занятий с использованием математических игр и развлечений.

Разработка сценария игры для учащихся класса.

III. Выводы.

Вариант 6. Внеклассные чтения по математике.

Примерное содержание

I. Роль внеклассного чтения математической литературы в повышении интереса учащихся к предмету, в углублении их знаний, в приобретении навыков самостоятельной работы с книгой. Анализ трудностей, связанных с чтением математической литературы. Книги для внеклассного чтения по математике: «Архимедово лето» [2], «Рассказы о решении задач» [3] и др.: особенности построения текста и изложения математического материала. Внеклассное чтение математической литературы, размещённой в сети Интернет: особенности организации. Серия книг «Мир математики» от издательства DeAgostini (2014 г.).

II. Разработка методических рекомендаций по организации внеклассного чтения математической литературы.

Составление перечня книг и их краткой аннотацией) для внеклассного чтения в одном из классов (предваряется краткой характеристикой класса).

Разработка сценария конференции по результатам внеклассного чтения математической литературы.

III. Выводы.

<u>Вариант 7. Математические соревнования</u>.

Примерное содержание

I. Целесообразность использования математических соревнований во внеклассной работе с учащимися различных классов. Условия эффективности математических соревнований. Математическое соревнование как коллективное творческое дело.

Методика организации математических соревнований.

II. Составление библиографического списка статей, в которых даны сценарии математических соревнований. Рецензия (анализ) одной статьи из библиографического списка.

Разработка сценария математического соревнования для учащихся параллели.

III. Выводы.

<u>Вариант 8. Театрализованные историко-математические представления</u>.

Примерное содержание

I. Роль театрализованных математических представлений в повышении мотивации к изучению математики учащихся нематематических классов. Театрализованные историко-математические представления как средство реализации содержательно-методической линии «Математика в историческом развитии» и достижения метапредметных результатов обучения. Театрализованные историко-математические представления как коллективное творческое дело.

Методика организации театрализованных математических представлений.

II. Составление библиографического списка статей, в которых даны сценарии театрализованных математических представлений. Рецензия (анализ) одной статьи из библиографического списка.

Разработка сценария театрализованного математического представления.

III. Выводы.

Вариант 9. Литературное математическое творчество учащихся.

Примерное содержание

I. Определение литературного математического творчества учащихся. Роль литературного математического творчества в повышении мотивации к изучению математики учащихся нематематических классов. Литературное математическое творчество как средство реализации достижения личностных и метапредметных результатов обучения. Литературная математическая проза и поэзия. Математические сказки как способ выявления и фиксации свойств математических объектов и явлений и как форма литературного творчества.

II. Разработка методических рекомендаций по привлечению учащихся к литературному математическому творчеству.

Разработка методических рекомендаций для учащихся по составлению математической сказки.

Составление сборника математических стихов и сказок.

III. Выводы.

Вариант 10. Художественное математическое творчество учащихся.

Примерное содержание

I. Определение художественного математического творчества учащихся. Роль художественного математического творчества в повышении мотивации к изучению математики учащихся нематематических классов. Художественное математическое творчество как средство реализации достижения личностных и метапредметных результатов обучения. Художественное математическое творчество как кристаллизация математических знаний учащихся.

II. Разработка методических рекомендаций по привлечению учащихся к художественному математическому творчеству.

Подборка результатов художественного математического творчества учащихся/

III. Выводы.

Источником информации для студентов при написании контрольной работы могут служить: отечественная и зарубежная литература (монографии, учебники, учебные и учебно-методические пособия), периодические издания (в том числе статьи Российской газеты, посвящённой образованию), сборник «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки» (издаётся кафедрой математики и методики её преподавания СГУ с 2003 года), материалы научных конференций и семинаров, а также беседы с учителями, учёными и собственный педагогический опыт. В процессе работы над избранной темой рекомендуется, как можно чаще, обращаться к журналам «Математика в школе», «Квант», «Математический сборник», «Математические заметки», «Математика» (приложение к «Первое сентября»).

Учебные проекты

Проект 1

«Методические требования к новому поколению учебной литературы по математике»

Основополагающий вопрос. Стоит ли учителю математики использовать в учебном процессе учебник (учебно-методический комплект), рекомендованный (допущенный) Министерством образования и наук России? Или же учитель должен разработать собственный образовательный ресурс по своему предмету?

Проблемные вопросы и задания:

1. Какова роль учебника в обучении математике на пропедевтическом, базовом и профильном уровнях?
2. Провести сравнение концепций традиционных учебников математики и учебников нового поколения.
3. Каковы функции современного учебника математики?
4. Охарактеризовать специализированные педагогико-эргономические требования к школьному учебнику.
5. Учебник – основной компонент в структуре УКМ по математике.
6. Учебник в составе новой информационно-коммуникационной образовательной среды.
7. Бумажные учебники или электронные книги: все «за» и «против».
8. Электронный учебник – новый жанр учебной литературы.
9. Охарактеризовать методический аспект разработки современных учебников по математике.
10. Как проводится общественно-государственная экспертиза учебников?

Литература.

1. Аденин, В.А. Конструирование школьного учебника. / В.А. Аденин // Школьные технологии. – 2004. – № 2. – С. 134-143.
2. Басовская, Е.Н. Методика изучения дидактических возможностей учебных материалов. / Е.Н. Басовская, Л.В. Болотник. – М.: ЦГО, 1997. – 60 с.
3. Беспалько, В.П. Теория учебника: дидактический аспект. / В.П. Беспалько.– М.: Педагогика, 1998. – 160 с.
4. Беспалько, В.П. Учебник. Теория создания и применения. / В.П. Беспалько. – М.: НИИ школьных технологий, 2006. – 188 с.
5. Зуев, Д.Д. Школьный учебник. / Д.Д. Зуев. – М: Педагогика, 1983.– 240 с.
6. Кузнецов, А.А. Учебник в составе новой информационно-коммуникационной образовательной среды / А.А. Кузнецов, С.В. Зенкина // Информатика и образование. – 2009. – №6. – С.3-11.
7. Саранцев, Г.И. Диалектический подход к осмыслению категории «знание». / Г.И. Саранцев // Педагогика. – 2001. – № 3. – С. 10-16.
8. Семиряжко, В.А. Философский и методический аспекты разработки современных учебников по математике. / В.А. Семиряжко // Математика в школе. – 2006. – № 9. – С.50-54.

9. Современный учебник: Проблемы проектирования учебной книги в условиях модернизации школьного образования. // Сб. науч. трудов / Под ред. А.В.Хуторского. – М.: ИСМО РАО, 2004. – 263 с.

10. Учебник: создание – выбор – обучение. / Сост. Г.А. Воронина. – М.: Изд-во МГУ, 2006. – 256 с.

Проект 2

«Оценка качества обучения и воспитания (математика)»

Основополагающий вопрос. Каковы основные направления обеспечения и развития качества школьного образования?

Проблемные ситуации:

Ситуация 1. Ученица 9 класса знает все определения, законы (формулы) и правила школьного курса алгебры. На фронтальных опросах она неизменно получает «5». Проблемы возникают, когда учитель просит привести примеры, подтверждающие те или иные математические утверждения или записать формулу для конкретного случая (описав его в общем виде). Наибольшие трудности у девочки возникают при использовании имеющихся знаний, то есть при решении математических задач: проговорив все «необходимые для решения» формулировки, записав нужные формулы, она не знает, с чего начать решение, но наметив с помощью учителя план решения, всегда получает верный ответ. Оценка по алгебре – «4».

Ситуация 2. Ученик 11 класса берётся за решение новой нестандартной задачи по алгебре и часто находит новые, оригинальные подходы к решению. К сожалению учителя, этот учащийся редко доводит до конца решение задачи и никогда, если удалось вывести общее решение, не работает с числовыми значениями), зачастую, пропуская большую часть рассуждений, записывает ответ (если ответ не верен, трудно выявить этап решения, на котором произошла ошибка). Во время коллективных обсуждений, эвристических бесед демонстрирует умения творчески применять полученные теоретические познания на практике в новой, нестандартной ситуации, за что получает «5», контрольные работы часто учитель оценивает на «3». Оценка по алгебре/геометрии – «4».

Ситуация 3. Часто текущий контроль студентов-первокурсников по математическим дисциплинам проводится с помощью нескольких параллельных форм (вариантов) теста, разработанного самим преподавателем или группой преподавателей. Считается, что этот вид контроля имеет большое значение для стимулирования у студентов стремления к самостоятельной систематической работе над выполнением аудиторных и внеаудиторных заданий, повышения интереса u1082 к учению и чувства ответственности за его результаты.

Ситуация 4. Учитель математики вызвал к доске двух учеников, которые решали типовые задачи средней степени сложности. Практически одновременно ребята закончили выполнять задание. Все задачи были решены верно. В конце урока учитель, подводя итоги, оценил работу этих ребят таким образом: «А… получает «5», а М… поставим «4»: он опять отвлекал весь класс своим поведением!».

Ситуация 5. В конце каждого урока, с целью осуществления контроля за усвоением учебного материала, учитель проводит тест, состоящий из 10 заданий (они взяты из сборника ГИА). Тем, кто выполнил 8-10 тестовых заданий (их, как правило, немного, 3-5 человек), учитель ставит в журнал оценку «4» или «5». Остальные ребята должны решить тестовые задания в рамках домашней работы и отчитаться в выполнении.

Ситуация 6. Система задач для студентов 1 курса по элементарной математике в I семестре представлена пятью группами: тестовые задания (128 задач), задачи I уровня сложности – математические алгоритмические (190 задач), задачи II уровня сложности – математические эвристические (150 задач), задачи III уровня сложности – практические (79 задач) и творческие задания (33 задачи). Тестовые задания имеют четыре варианта ответа, среди которых находится один верный. Выполненное творческое задание представляет собой мультимедийный гипертекстовый документ. Каждая задача имеет свой «вес» – V. Вес тестового задания – 10 баллов, вес задачи I уровня – 20 баллов, II уровня – 30 баллов, III уровня – 40 баллов, вес творческого задания – 100 баллов.

Для получения зачёта студенту достаточно пройти тест по каждой теме с результатом не менее 70% верных ответов и набрать 1000 баллов за решение задач, причём каждая тема должна быть «представлена» не менее, чем 100 баллами. За каждое правильно решённое задание студент получает максимальное количество баллов V только в том случае, если он единственный из группы выполняет это задание. В противном случае максимальное количество баллов V за правильно решённое задание, делится на количество решающих N, и каждый получает за это задание $\mathcal{V}/\mathcal{N}$ баллов. Задачи, решённые на аудиторных занятиях под руководством преподавателя, оцениваются в 1 балл.

Ситуация 7. Учащиеся плохо написали контрольную работу. Учитель на классном часе (а затем, и на родительском собрании) стыдил учеников (и их родителей) за недостаточный уровень подготовки к контрольной работе: «О контрольной работе было известно за неделю. Неужели нельзя было дома найти и прорешать аналогичные задания (а родителям проследить за этим) и таким образом подготовиться?! Как не стыдно подводить школу в самый ответственный момент?!.».

Ситуация 8. На каждом уроке математики учитель проводит фронтальный опрос и выставляет учащимся отметки в журнал, руководствуясь следующими положениями: «2» – ученик не отвечал или отвечал неправильно; «3» – ученик ответил мене двух раз или дал менее чем половину неверных ответов; «4» – ученик ответил три раза и все ответы верные или ученик ответил более трёх раз но один раз ошибся; «5» – ученик отвечал более тёх раз и ни разу не ошибся. При этом количество вопросов таково, что не позволяет каждому ученику ответить даже три раза. Учитель объясняет это тем, что подобный приём позволяет развивать и поддерживать инициативность учащихся, дух соревновательности и высокий темп работы на уроке.

Ситуация 9. Учитель, чтобы «наладить дисциплину в классе», даёт ученикам проверочную работу (на весь урок), включив в неё все задания, предназначенные для классной работы.

Ситуация 10. Процесс обучения математике организован так, что все уроки «работают» на итоговую аттестацию за курс основной школы: учащиеся решают «на оценку» одни и те же задачи из Сборника итоговой аттестации. Задачи на 2 балла служат основой для составления тестов, которые учитель регулярно проводит; задачи на 4 балла составляют базу для письменной контрольной работы; решения задач на 6 баллов заучиваются и проверяются в начале каждого урока (письменная проверочная работа).

Ситуация 11. Учитель вызвал к доске трёх учеников решать типовые задания (№ 1342): а, б, в. Ученик, решавший задание (а), работал медленно: долго читал и записывал условие задачи, о чём-то сосредоточенно думал, – всё это вынуждало учителя постоянно задавать наводящие вопросы, давать указания, подгонять («Пиши быстрее!») и понукать («Ну, что там у тебя?..») ученика. Ученик, решавший задание (б), в это время работал «без помощи учителя», но постоянно оглядывался на одноклассников, которые давали ему разнообразные советы, подсказки и прямые указания, что и как писать. Ученик часто исправлял решение, допустил описку, логика его решения не всегда отличалась строгостью. Ученик, решавший задание (в), работал самостоятельно, его решение было оформлено аккуратно, математические преобразования были тождественны, но ученик допустил арифметическую ошибку, на наличие которой ему указал учитель. Ошибка была обнаружена и исправлена учеником самостоятельно. Все учащиеся в итоге получили правильный ответ. Учитель выставил следующие оценки: (а) – «3», (б) – «4», (в) – «5».

Ситуация 12. Оценивая контрольную работу, учитель ориентируется только на конечный результат решения задач: совпадает с ответом – задача решена правильно, не совпадает – задача не решена.

Ситуация 13. Учитель выставляет четвертные оценки по результатам ответов у доски и текущим контрольным работам.

Ситуация 14. Ученица пришла на урок математики после болезни. В это время проводилась контрольная работа, которую девочка (до этого стабильно получавшая за контрольные «4» и «5») написала на «3». Эту оценку учительница выставила в журнал, не разрешив переписать работу. Всё это стало причиной конфликта, в который были втянуты, помимо учителя и ученицы, родители, классный руководитель и администрация школы.

Ситуация 15. Учитель, снижает оценку за четверть, если ученик не участвует в работе математического кружка, в математических олимпиадах и других видах внеурочной работы по математике.

Литература.

1. Давыдова Л.Н. Зачетно-рейтинговая система контроля и оценки результатов обучения. – Режим доступа: http://iii04.pfo-perm.ru/Data2004/DConf04/DavidovaLN.htm.

2. Качество результатов обучения и его оценка. – Режим доступа: http://www.plam.ru/ucebnik/kontrol_kachestva_obuchenija_pri_attestacii_kompetentnostnyi_podhod/p3.php.

3. Коновалова Н.Д. Формирующее оценивание. – Режим доступа: http://www.profistart.ru/ps/blog/23793.html.

4. Контроль в учебном процессе. – Режим доступа: http://psyera.ru/5161/kontrol-v-uchebnom-processe.

5. Контроль и оценка результатов обучения информатике в школе. – Режим доступа: http://www.gmcit.murmansk.ru/text/bit/1999/41/2.HTM.

6. Контрольно-оценочная деятельность педагогов. – Режим доступа: http://mozliceum.na.by/mr_kontrol.php.

7. Лаврентьев Г.В., Лаврентьева Н.Б., Неудахина Н.А. Оценка качества результатов обучения. – Режим доступа: http://www2.asu.ru/cppkp/index.files/ucheb.files/innov/Part2/ch6/glava_6_1.html.

8. Педагогический контроль и оценка качества образования. – Режим доступа: http://xpt.narod.ru/files/html/xpt/materials/pedagogicheskij_kontrol.htm .

9. Пластун О.Н. Оценка качества дополнительного образования в учреждении дополнительного образования детей: основные задачи и пути реализации. – Режим доступа: http://festival.1september.ru/articles/511997/.

10. Эффективная школа: о направлениях обеспечения и развития качества школьного образования за рубежом. – Режим доступа: http://upr.1september.ru/article.php?ID=200701807.

Рекомендуемые этапы работы над проектом

1. Подобрать учебную литературу по теме исследования. По материалам этих источников сформировать терминологическое поле проблемы исследования: определить основные понятия темы.

2. Подобрать научную литературу по теме исследования. Выделить проблемы, поднимаемые авторами научных работ, и возможные решения заявленных проблем. Раскрыть проблемные вопросы, проанализировать и решить проблемные ситуации.

3. Подобрать статьи по теме исследования из периодических изданий, материалов научных конференций и сборников научных статей (за последние 3 года). Выяснить, что нового появилось в педагогической науке по теме исследования?

4. Весь имеющийся материал систематизировать (Содержание, Введение).

5. Раскрыть содержание проблемы (Глава 1, Глава 2).

6. Ответить на основополагающий вопрос (Заключение).

7. Оформить Список использованных источников с аннотациями.

8. Подготовить презентацию, доклад, научную статью.

Круглый стол

Подвести итог изучению содержания непрерывного курса математики можно в ходе работы круглого стола, на котором будут обсуждаться проблемы современного состояния содержания общего математического образования в России и за рубежом, а также оцениваться результаты проектной деятельности студентов.

Промежуточная аттестация

Формой промежуточной аттестации является зачёт, который оценивается при очной форме обучения по 10-балльной шкале, при заочной форме обучения – по 30-балльной шкале.

Зачётная работа состоит из двух заданий.

Задание 1. Определить принадлежность каждого задания из КИМ ГИА / ЕГЭ к той или иной содержательно-методической линии школьного курса математики, указать модуль, в рамках которого идёт обучение решению заданий данного вида.

Задание 2. провести логико-дидактический анализ дидактической единицы 6 уровня (параграфа школьного учебника).

Задание зачётной работы	Рейтинг	
	очная форма обучения	заочная форма обучения
Задание 1	4 балла	6 баллов
Задание 2	12 баллов	18 баллов

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ АУДИТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Занятие 1 (вводное). Предмет методики обучения и воспитания (математика)

Содержание лекции. Методику обучения математике составляют: методология обучения математике (диалектика, системный анализ и деятельностный подход; концепции образования, воспитания и развития; объект и предмет методики обучения; конструирование методических систем и внешних сред; положения, связывающие внешнюю среду с исследуемой методической системой; методы исследования методики; взаимосвязь теории и практики обучения), теория обучения математике (в теории методики обучения математике воплощаются закономерные связи между компонентами методической системы обучения математике), технологии обучения (определяют способ функционирования методической системы) и приложения (использование методологии и теории в решении частных проблем, например, при разработке процесса формирования конкретного понятия).

Понятие методической системы обучения (общая направленность обучения). Методы как способ реализации целей и содержания обучения, как воплощение психологических механизмов обучения и учения. Роль ориентации педагога на методические системы (открываются возможности упростить процедуру выбора конкретных методов).

Методические системы в их историческом развитии: репродуктивное обучение, догматическое обучение, сообщающее (объяснительно-иллюстративное) обучение, развивающее обучение, программированное обучение, проблемное обучение, задачная (поисково-исследовательская) система обучения, продуктивная (критериально-ориентированная) система обучения, система проективного обучения, система контекстного обучения, имитационная (моделирующая) система обучения, информационная система обучения.

Характерные черты современной российской методической системы обучения: научно обоснованное планирование процесса обучения, единство и взаимопроникновение теоретической и практической подготовки, высокий уровень трудности и быстрый темп изучения учебного материала, максимальная активность и достаточная самостоятельность обучающихся, сочетание индивидуальной и коллективной деятельности, насыщенность учебного процесса техническими средствами обучения, комплексный подход к изучению различных предметов.

I. Контрольные вопросы и задания.

1. Как возникали предметные методики обучения (например, методика обучения математики)?

2. Что является объектом методики обучения и воспитания (математика)?

3. Что является предметом методики обучения и воспитания (математика)?

4. Охарактеризуйте структуру методики обучения математике.

5. Охарактеризуйте методологию методики обучения математике.

6. Опишите отношение методики обучения математике и дидактики.
7. Опишите отношение методики обучения математике и психологии.
8. Опишите отношение методики обучения математике и логики.
9. Что понимают под методической системой обучения математике?
10. Что понимают под средой обучения математике?
11. Что относят к теории обучения математике?
12. Как связаны методическая система обучения и технология обучения математике?
13. Что относят к приложениям методики обучения математике?

II. Изучение хрестоматийного материала: Саранцев Г.И. Методология предметных методик обучения. – Режим доступа: http://www.portalus.ru/modules/shkola/rus_readme.php?subaction=showfull&id=1191929488&archive=&start_from=&ucat=&. .

III. Информационный ресурс для самостоятельного изучения – презентация (на CD) **1.Метод.система.pps**

Занятие 2. Цели математического образования (лекция)

Содержание лекции. Образование на современном этапе характеризуется усилением внимания к ученику, к его саморазвитию и самопознанию; вниманием ученика к окружающему миру и к себе; воспитанию умения находить своё место в жизни. Целью современного образования является полное достижение развития тех способностей личности, которые нужны её в обществе.

Математическое образование – испытанное столетиями средство интеллектуального развития в условиях массового обучения; такое развитие обеспечивается принятым в качественном математическом образовании систематическим дедуктивным изложением теории в сочетании с решением хорошо подобранных задач [4].

Характеристические особенности математики в «Федеральном ядре содержания общего образования» [2, с.35-36]. Математика – наука о наиболее общих и фундаментальных структурах реального мира, дающая важнейший аппарат и источник принципиальных идей для всех естественных наук и современных технологий; без знания математики невозможно выработать адекватное представление о мире; математически образованному человеку легче войти в любую новую для него объективную проблематику. Математика позволяет успешно решать практические задачи: оптимизировать семейный бюджет и правильно распределять время, критически ориентироваться в статистической, экономической и логической информации, правильно оценивать рентабельность возможных деловых партнёров и предложений, проводить несложные инженерные и технические расчёты для практических задач. Математика наиболее точная из наук, поэтому учебный предмет «Математика» обладает исключительным воспитательным потенциалом: воспитывает интеллектуальную корректность, критичность мышления, способность различать обоснованные и необоснованные суждения, приучает к продолжительной умственной деятельности. Для многих школьная математика является необходимым элементом предпрофессиональной подготовки. Несмотря на то, что математика – единая наука без чётких граней между её разными разделами, информационный массив курса школьной математики в соответствие с традицией разбит на разделы: «Арифметика», «Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ», «Вероятность и статистика»; вместе с тем предполагается знакомство школьников с историей математики и овладение следующими общематематическими понятиями и методами: определения и начальные (неопределяемые) понятия, доказательства, аксиомы и теоремы, гипотезы и опровержения, контрпример, типичные ошибки в рассуждениях, прямая и обратная теоремы, существование и единственность объекта, необходимое и достаточное условия верности утверждения, доказательство от противного, метод математической индукции, математическая модель, математика и задачи физики, химии, биологии, экономики, географии, лингвистики, социологии и пр.

Цели математического образования. Государственные потребности в определённо уровне математической подготовки в общеобразовательной школе и социокультурные приоритеты школьного математического образования обычно декларируются в целях обучения математике, которые в свою очередь оказывают влияние на определение методологической базы и содержания предмета, обуславливают выбор методов работы с учебным материалом, форм организации предметной деятельности, предопределяют систему подготовки учителей, которые в дальнейшем будут преподавать предмет и т.п. Основные цели обучения математике (в широком смысле): овладение всеми учащимися элементами мышления и деятельности, которые наиболее ярко проявляются в математической ветви человеческой культуры и которые необходимы каждому человеку для полноценного развития в современном обществе; создание условий для зарождения интереса к математике и развития математических способностей одарённых школьников. Цели обучения математике (в узком смысле): общеобразовательные (овладение учащимися системы математических знаний, умений и навыков, дающей представление о предмете математики, о математических приёмах и методах познания, применяемых в математике), воспитательные (воспитание активности, самостоятельности, ответственности, нравственности, культуры общения, эстетической и графической культуры), развивающие (формирование мировоззрения, логической и эвристической составляющих мышления, алгоритмического мышления, пространственного воображения).

Разнообразие формулировок целей обучения математике в зависимости от их ориентации на деятельность учителя, учебную деятельность учащихся или конечный результат. Достижение целей обучения математике определяется функциями обучения математике.

Функции обучения математике: образовательная, развивающая, воспитательная, информационная, эвристическая, прогностическая, эстетическая, практическая, контрольно-оценочная, корректирующая, интегрирующая. Все функции обучения взаимосвязаны, зависят друг от друга и реализуются на практике в различных сочетаниях. Обучение математике, реализуя свои функции, обеспечивает достижение основных целей обучения.

Цели обучения математике в начальной школе, в основной школе, в средней (полной) школе в личностном, метапредметном и предметном направлениях.

Принципы обучения математике. Общедидактические (совокупность единых требований, которым должно удовлетворять обучение): научности, доступности, наглядности, сознательности и активности, прочности усвоения знаний, систематичности, последовательности, учёта возрастных особенностей, индивидуализации обучения, воспитывающего обучения. Принципы обучения математике, положенные в основу Концепции развития о математического образования в Российской Федерации [5].

Метод обучения – историческая категория. Любой метод обучения предполагает цель, систему действий, средства обучения и намеченный результат. На протяжении всей истории педагогики проблема методов обучения разрешалась с различных точек зрения: через формы деятельности; через логические структуры и функции форм деятельности; через характер познавательной деятельности. Описание метода обучения включает описание деятельности учителя, деятельности учащегося и способа их взаимосвязи. Наряду с термином «метод обучения» используют термины «прием», «способ»; будем считать эти понятия более узкими, чем понятие метода. Составной частью методов обучения являются приемы учебной деятельности учителя и учащихся (М.И. Махмутов). За приемами учебной работы скрыты приемы умственной деятельности (анализ и синтез, сравнение и обобщение, доказательство, абстрагирование, конкретизация, выявление существенного, формулирование выводов, понятий, приемы воображения и запоминания). Методические приемы – действия, способы работы, направленные на решение конкретной педагогической задачи.

Классификация методов обучения по характеру познавательной деятельности (М.Н. Скаткин, М.И. Махмутов, И.Я. Лернер): объяснительно-иллюстративные (рассказ, лекция, беседа, демонстрация и т.д.); репродуктивные (решение задач, повторение опытов и т.д.); проблемные (проблемные задачи, познавательные задачи и т.д.); частично-поисковые – эвристические; исследовательские. Классификация информационно-развивающих методов обучения: передача информации в готовом виде (лекция, объяснение, демонстрация учебных кинофильмов и видеофильмов, прослушивание аудиозаписей и др.); самостоятельное добывание знаний (самостоятельная работа с книгой, самостоятельная работа с обучающей программой, самостоятельная работа с информационными базами данных – использование информационных технологий). Классификация методов обучения по компонентам деятельности (Ю.К. Бабанский): организационно-действенному – методы организации и осуществления учебно-познавательной деятельности; стимулирующему – методы стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности; контрольно-оценочному – методы контроля и самоконтроля эффективности учебно-познавательной деятельности. Классификация методов обучения по дидактическим целям: методы актуализации знаний, методы изучения нового материала, методы закрепления изученного материала, методы повторения и обобщения материала, методы контроля, методы коррекции знаний. Классификация методов обучения по способам изложения учебного материала: монологические или информационно-сообщающие (рассказ, лекция, объяснение); диалогические (проблемное изложение, беседа, диспут). Классификация методов обучения по источникам передачи знаний (А.А. Вагин, П.В. Гора): словесные: рассказ, лекция, беседа, инструктаж, дискуссия; наглядные: демонстрация, иллюстрация, схема, показ материала, график; практические: упражнение, лабораторная работа, практикум. Классификация методов обучения по учету структуры личности (сознания, поведение, чувства): сознание (рассказ, беседа, инструктаж, иллюстрирование и др.); поведение (упражнение, тренировка и т.д.); чувства – стимулирование (одобрение, похвала, порицание, контроль и т.д.). Педагогическая классификация: методы преподавания и методы учения. Специальные методы обучения – адаптированные для обучения основные методы познания, применяемые в самой математике, характерные для математики методы изучения действительности: построение математических (в том числе компьютерных) моделей, способы абстрагирования, используемые при построении таких моделей, аксиоматический метод. Классификация методов обучения по формам организации учебной деятельности: традиционные (форма взаимодействия учащихся и учителя, в которой учитель является основным действующим лицом и управляющим ходом урока, а учащиеся выступают в роли пассивных слушателей, подчиненных директивам учителя), активные (совокупность способов организации и управления учебно-познавательной деятельностью обучаемых, которые обладают следующими основными признаками: вынужденная активность обучения; самостоятельной выработкой решений обучаемым; высокой степенью вовлечённости обучаемых в учебный процесс; преимущественной направленностью на развитие или приобретения математических умений и навыков; постоянной обратной связью учащихся и учителя, и контролем за самостоятельной работой обучения; к ним относят: проблемный (перспективный) метод; лабораторный метод; метод программированного обучения; эвристический метод; игровые методы и пр.), интерактивные (ориентированы на более широкое по сравнению с активными методами взаимодействие учеников не только с учителем, но и друг с другом и на доминирование активности учащихся в процессе обучения; место учителя в интерактивных уроках сводится к направлению деятельности учащихся на достижение целей урока; учитель также разрабатывает план урока (обычно, это интерактивные упражнения и задания, в ходе выполнения которых ученик изучает материал); среди интерактивных методов – метод проектов, методы ИКТ и пр.).

Формы обучения (образования) можно определить как механизм упорядочения учебного процесса в отношении позиций его субъектов, их функций, а также завершенности циклов, структурных единиц обучения во времени. Формы обучения могут быть классифицированы по многим основаниям. Все многообразие организационных форм обучения с точки зрения решения ими целей образования и систематичности их использования делят на основные, дополнительные, вспомогательные.

С позиций целостности образовательного процесса основной организационной формой обучения является урок. В нем отражаются преимущества классно-урочной системы обучения, которая при массовости охвата учащихся обеспечивает организационную четкость и непрерывность учебной работы. Знание учителем индивидуальных особенностей учащихся и учащимися друг друга позволяет с большим эффектом использовать стимулирующее влияние классного коллектива на учебную деятельность каждого ученика. Традиционный урок. Урок активного обучения. Интерактивный урок.

Дополнительные формы организации обучения. Дополнительные занятия проводятся с отдельными учащимися или группой с целью восполнения пробелов в знаниях, выработки умений и навыков, удовлетворения повышенного интереса к учебному предмету. Для удовлетворения познавательного интереса и более глубокого изучения определенных предметов с отдельными учащимися проводятся занятия, на которых решаются задачи повышенной трудности, обсуждаются научные проблемы, которые выходят за рамки обязательных программ, даются рекомендации по самостоятельному освоению интересующих проблем.

Вспомогательные формы организации обучения. К ним относятся те из них, которые направлены на удовлетворение многосторонних интересов и потребностей учащихся в соответствии с их склонностями. Это, прежде всего, факультативы и разнообразные формы кружковой и клубной работы. Наряду с постоянно действующими формами организации внеучебной деятельности большое значение в структуре целостного педагогического процесса имеют и такие эпизодические мероприятия, как олимпиады, викторины, конкурсы, смотры, соревнования, выставки, экспедиции и т.п.

Современные формы организации получения образования, их классификация.

I. <u>Контрольные вопросы и задания</u>.

1. Перечислите основные характеристические особенности математики, описанные в Фундаментальном ядре содержания общего образования.

2. Охарактеризуйте роль математического образования в развитии личности.

3. Охарактеризуйте цели обучения математике. Как соотносятся цели образования и цели обучения математике?

4. Какие уровни обучения математике выделяются?

5. Охарактеризуйте функции обучения математике.

6. Каким основным задачам должно отвечать содержание образования математике?

7. Что такое принцип обучения? Охарактеризуйте основные дидактические принципы в обучении математике.

8. Перечислите и охарактеризуйте общедидактические принципы обучения.

9. Какие принципы положены в основу Концепции развития математического образования в Российской Федерации? Охарактеризуйте их.

10. Какие классификации методов обучения существуют?

11. Охарактеризуйте методы учения и методы преподавания.

12. Охарактеризуйте основную, дополнительные и вспомогательные формы организации обучения математике.

13. Перечислите формы учебных занятий.

II. Изучение хрестоматийного материала

1. Шарыгин И.Ф. Цели, задачи и стандарты математического образования. – Режим доступа: http://testolog.narod.ru/other/other_17.htm.

2. Глейзер Г.Д., Медведева О.С. О ценностных и смысловых ориентирах школьного математического образования – Режим доступа: http://gazeta.lbz.ru/vyp/nomer.php?ELEMENT_ID=1094.

III. Информационные ресурсы для самостоятельного изучения: презентации (на CD): **2.Цели.pps, 3.Принципы.pps, 4.Методы.pps.**

IV. Задания для самостоятельной работы:

1. Охарактеризуйте содержание понятий: метод обучения, способ обучения, приём обучения, общие методы обучения, специальные методы обучения, формы обучения. Разработайте схему, демонстрирующую взаимосвязь этих понятий.

2. Проведите сравнительный анализ традиционных, активных и интерактивных методов обучения.

3. Проведите сравнительный анализ традиционных, активных и интерактивных уроков.

Занятие 3. Постановка и реализация целей (мастер-класс)

I. Методический инструментарий. Структурирование урока – необходимый этап подготовки учителя к уроку. Цель этого этапа – создание подходящей «конструкции» (структуры) для реализации основной цели и связанных с нею задач урока.

Основным структурным компонентом урока является его тема, в которой заявлены объект и предмет изучения. Необходимо помнить, что никакие два урока не могут иметь одинаковую тему даже в том случае, когда объект изучения – один и тот же. Кроме того, в теме не фиксируется деятельность учащихся по изучению материала, то есть в названии не должны фигурировать глаголы: изучение, закрепление, повторение и пр.

Следующим компонентом урока является его цель – то основное, ради чего данный урок проводится. Понятно, что цель урока – одна, и как правило, она является дидактической. Тема урока и его цель взаимосвязаны: в теме отражена цель урока.

Цель урока реализуется:

– через постановку и достижение (по ходу урока) ряда задач дидактического, развивающего и воспитательного характера;

– перечень формируемых в ходе урока компетенций;

– указание личностных, метапредметных и предметных результатов обучения, достижение которых на определенном уровне возможно в ходе урока.

Рассмотрим наиболее применяемую в учительской практике постановку задач обучения математике в зависимости от их ориентации на деятельность учителя.

Дидактические задачи описывают основные этапы изучения материала в рамках разрабатываемого урока. Развивающие (развитие интеллектуальной сферы личности учащегося) задачи отражают содержание учебного материала и деятельности учащихся по его изучению, поэтому формулировка этого блока задач напрямую зависит как от содержания учебного материала, так и форм организации деятельности (форм работы) учащихся. Постановка воспитательных (развитие эмоциональной и волевой сфер личности учащегося) задач зависит только от тех форм деятельности учащихся на уроке, которые планирует учитель (и наоборот, если воспитательная/развивающая составляющая урока – первична, то её реализация возможна только в ходе определённых видов и форм деятельности учащихся, в противном случае, воспитательные/развивающие задачи заведомо не достижимы).

Содержание структурного компонента «Оборудование» представляет перечень всех необходимых для урока материальных средств обучения не являющихся непременными атрибутами урока, то есть в разделе «Оборудование» не указывают учебник, мел, доску и пр., но указывают методический инструментарий учителя (тексты проверочных работ «Многочлены», презентация «Задачи на движение», раздаточный материал «Обыкновенные дроби» и т.п.) и принадлежности учащихся (набор шаблонов «Графики», тетрадь для творческих работ, игровое поле «Комбинаторика», ОСК «Производная», блокнот-справочник, сигнальные карточки, табель успеваемости по предмету и т.п.).

Содержание структурного компонента «Специфические особенности методики» – описание всех методических приёмов, характеризующих работу учителя и учащихся на уроке. Например: «Практикуется методика работы Шаталова – составление опорных сигналов-конспектов по каждой теме» или «Каждый раз контроль над усвоением материала проводится с использованием компьютерной презентации, которая составлена от лица сказочного персонажа – Незнайки. Незнайка задаёт ряд вопросов (в форме тестов), предлагает найти ошибку в решении задачи, задать ему вопрос по теме».

Понятно, что при таком подходе, читателю становиться ясны основные идеи учителя, автора работы, и не вызывают смущения комментарии: «Корректируем ОСК» или «Ученики задают Незнайке вопросы (интерактивная доска)».

Мало, грамотно сформулировать тему, цель и задачи урока, указать необходимое оборудование, важно правильно спроектировать ход урока.

Любой урок можно разбить на три основных этапа.

Первый этап урока – организационный момент (оргмомент) – как правило, длится несколько секунд (максимальное время на оргмомент – 5% времени урока), призван сконцентрировать внимание учащихся и сориентировать, направить их на работу.

Неоднозначно отношение будущих и практикующих учителей к этому этапу, которое разнится от полного игнорирования оргмомента, до его детального (в ролях) описания.

Договоримся, что если в ходе оргмомента учитель как обычно приветствует учащихся, проверяет их готовность к уроку, отмечает отсутствующих, то в плане-конспекте этап фиксируется одним словом «Оргмомент» без указания времени, так как в этом случае длительность этапа составляет несколько секунд. Если же в ходе оргмомента происходит формирование групп, пересаживание учащихся, формирование новых рабочих мест (круглых столов), выдача комплекта материалов для работы и т.п., то этап описывается полностью с обязательным указанием времени на его проведение.

Второй этап урока – работа с учебным материалом (собственно урок) – реализует цель урока, соответствует стадии изучения материала темы учащимися, определяет тип урока:

Актуализация знаний (АЗ)

Изучение нового материала (ИНМ).

Усвоение изученного материала (УИМ)

Закрепление изученного материала (ЗИМ)

Повторение, обобщение и систематизация материала (ПОМ)

Контроль знаний и умений (КЗ)

Коррекция знаний, умений и навыков (КОР).

Исходя их этого, следует, что любимого многими комбинированного урока просто не существует: изучение учащимися материала темы находится на одной из семи вышеперечисленных стадий.

Другое дело, когда решая проблему, например, усвоения сложного материала (урок усвоения материала), учитель достигает поставленной цели через ряд дидактических задач, связанных с этапами изучения материала:

(1) повторить основные теоретические положения (в форме фронтального опроса),

(2) выполнить упражнения (на распознавание, классифицирование, выделение, сравнение) на усвоение материала (в форме беседы и ответа у доски с комментарием),

(3) проконтролировать степень усвоения материала (в форме теста с последующим самоконтролем),

(4) при необходимости, начать работу по коррекции знаний, ликвидации обнаружившихся пробелов, для чего

(5) обратиться вновь к изученному теоретическому материалу.

Возможен другой сценарий: (4) закрепление изученного материала.

В этом случае собственно урок будет иметь следующую структуру.

II. Усвоение изученного материала. 2.1 Повторение материала (фронтальный опрос – 5 мин.) 2.2 Усвоение материала – упражнение на распознавание (беседа – 3 мин) – упражнение на классифицирование (ответа у доски с комментарием – 3 мин) – упражнение на выделение (ответа у доски с комментарием – 3 мин) – упражнение на сравнение (беседа – 3 мин) 2.3 Контроль над усвоением материала (тест – 3 мин) 2.4.а Коррекция знаний (20 мин) – изучение теоретического материала: – работа с учебником – 7 мин, – образец ответа – 3 мин – усвоение материала: – упражнение на классифицирование (беседа – 4 мин) – упражнение на сравнение (ответа у доски с комментарием – 3 мин) – упражнения на распознавание и выделение (самостоятельная работа – 4 мин) 2.4.б Закрепление изученного материала (самостоятельная работа –20 мин)

Итак, структурными компонентами (этапами) собственно урока, являются:

(1) актуализация знаний,

(2) изучение нового материала,

(3) усвоение материала,

(4) закрепление материала,

(5) повторение материала,

(6) обобщение и систематизация материала,

(7) контроль над усвоением материала,

(8) коррекция знаний.

При этом должны выполняться следующие требования.

1. Этап актуализации знаний предшествует изучения нового материала.

2. Усвоение материала не всегда выделяют в отдельный этап: иногда усвоение материала идёт параллельно его изучению или закреплению.

3. Контроль над усвоением материала можно включать перед/после любым другим этапом собственно урока.

4. Повторение материала (в соответствии с принципом непрерывности повторения) либо предшествует этапам изучения, усвоения или закрепления нового материала (так называемое базовое повторение, в содержание которого включаются только вопросы, способствующие наилучшему изучению,

усвоению, закреплению материала соответственно), либо завершает урок (как правило, в этом случае повторяется материал ранее пройденных тем).

5. Этап обобщения и систематизации вводят в случае необходимости упорядочения большого объёма теоретического материала, изучавшегося на протяжении нескольких уроков. Далее следует этап закрепления материала, представленного на качественно новом уровне.

6. Этап коррекции знаний может начинать урок или завершать его.

Каждый этап собственно урока дополняется указанием на временную протяжённость и ссылкой на формы работы по освоению учебного материала.

Следует помнить, что одна и та же форма работы на разных этапах изучения материала, реализует совершенно разные задачи, поэтому и требования к её организации принципиально разные. Так, например, беседа на этапе актуализации знаний существенно отличается от беседы на этапе изучения нового материала.

В первом случае предметом беседы становится обсуждение проблемной ситуации, постановка проблемной задачи, поиск путей её решения и, как следствие, формирование мотивационной основы изучения нового материала. Вопросы беседы – не имеют однозначных ответов, допустимы гипотезы, домыслы, пространные рассуждения.

Во втором случае, беседа – способ активизации познавательной деятельности учащихся. Вопросы ставятся таким образом, чтобы либо подвести учащихся к вполне определённой мысли, либо инициировать вспоминание некоторого факта, либо удостовериться в понимании и осмыслении учащимися излагаемого материала. Разрабатывается целая система вспомогательных и уточняющих вопросов, подбираются контрпримеры и соответствующий иллюстративный материал. Здесь неуместны и недопустимы ни пространные рассуждения, ни фантазии на тему, ни какие-либо другие способы уклонения от намеченной цели – изучения нового материала.

Третий этап – итог урока – занимает 5% времени урока, представлен тремя основными блоками: домашнее задание, целевой итог, результативный итог урока.

III. ИТОГ УРОКА (3 мин). 3.1 Домашнее задание – Выучить определения основных понятий темы – Решить № 1-5. Предложить план решения задачи № 6 – Примести чертёжные принадлежности и CD-RW – Подготовить историко-математический материал по теме 3.2. Целевой итог урока 3.3. Результативный итог урока. Ответ у доски: А… Илья Б… Сергей В… Мария Г… Дарья Оценить презентации учащихся: 1 место – 2 место – 3 место –

Блок домашнее задание включает описание должной подготовки учащихся к следующему уроку по направлениям:

(1) теоретическая подготовка (работа с теоретическим материалом),

(2) закрепление сформированных умений и навыков (практическая работа),

(3) творческая деятельность учащихся,

(4) техническая подготовка (поиск и/или изготовление необходимых принадлежностей, инструментария).

Целевой итог урока – краткое обозрение, отчёт о степени и качестве достижения цели урока. Формой целевого итога, является, как правило, монолог учителя, реже – коллективные диалоговые приёмы: рапорт групп, обозрение, фронтальные сообщения о реализации задач урока и пр.

Если целевой итог – монолог учителя, то приводить этот монолог совсем необязательно: вряд ли можно запланировать слова, характеризующие ещё не осуществлённую деятельность учащихся по изучению материала.

Если целевой итог основан на коллективных диалоговых приёмах, то тогда используемая форма указывается.

Результативный итог урока – этап рефлексии и оценки деятельности учащихся учителем с последующим выставлением отметок. Здесь возможны споры, в том числе коллективные, по поводу той или иной отметки, дебаты и дискуссии, и в результате – коллегиально принятое решение о выставлении/не выставлении отметки. Игнорирование этого этапа урока учителем приводит, как правило, к затяжным межличностным конфликтам или конфронтации классного коллектива и учителя.

Описание этого этапа сводится к указанию способа оценивания деятельности учащихся. Если учитель выбирает поурочный балл, то целесообразно составить таблицу, в которой фиксировалась бы деятельность учащихся на каждом этапе урока. Если проверяются знания и умения, то за основу оценки берётся ответ у доски. В этом случае ограничиваются списком учащихся, которых запланировано опросить на уроке. Если практикуется накопительная или рейтинговая оценка, то без обращения к табелю успеваемости по предмету, зачётной карточке, плашке, Книге достижений и т.п. (принадлежность учащегося) не обойтись. Это и надо указать при описании результативного этапа урока.

II. Мастер-класс «Целевая модель авторской программы».

Авторская программа курса по выбору «Текстовые задачи». 9-й класс (Мамелина Н.А.)	
Структурный компонент программы	**Анализ**
Актуальность курса в математическом образовании. В обучении математике текстовые задачи всегда занимали особое место. Пока мы будем учить детей на русском языке – не только великом и могучем, но и достаточно трудном, пока мы хотим учить их сравнивать, выбирать наиболее простой путь достижения поставленной цели, пока мы не отказались от воспитания гибкости и критичности мышления, пока мы стараемся увязывать обучение математике с жизнью, нам будет трудно обойтись без текстовых задач.	

В школьном курсе математики применяется раннее использование уравнений в решении текстовых задач, хотя использование арифметических способов решения задач способствует общему развитию учащихся, развитию не только логического, но и образного мышления, лучшему освоению естественного языка, а это повышает эффективность обучения математике и смежных дисциплин. Ориентируя школьников на поиск красивых, изящных решений математических задач, учитель тем самым способствует эстетическому воспитанию учащихся и повышению их математической культуры. Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины освоения учебного материала, поэтому актуальность курса заключается в том, что здесь шире рассматриваются задачи не только на составление уравнений и систем уравнений, но и арифметическими способами. В данном курсе показаны методы и алгоритмы решения основных типов текстовых задач, встречающиеся на итоговой аттестации в школе, при сдаче ЕГЭ, на что не уделяется внимание при решении задач на уроках математики в школе. Введение курса позволит учащимся 9 классов убедиться в том, что математические знания, представления о роли математики в современном мире стали необходимыми компонентами общей культуры, а учащимся с математическими способностями поможет сделать правильный выбор профиля дальнейшего обучения. Важное место уделяется способам общения учащихся на занятиях, которые содержат элементы парного, группового, коллективного решения проблемных ситуаций, диалог в ходе решения, защиту решений, самостоятельную проработку теоретического материала, элементы контроля и самоконтроля, создание и защита презентаций. Тематика задач не выходит за рамки основного курса, но уровень их трудности повышенный.	
<u>Основная цель курса</u>: расширить и систематизировать знания учащихся, связанных с решением текстовых задач; определить уровень способностей учащихся и уровень их подготовки к профильному обучению в школе и вузе, продолжить работу по интеллектуальному развитию учащихся, формированию определённого уровня абстрактного и логического мышления.	
<u>Основные задачи, стоящие перед данным курсом:</u> – сформировать у учащихся полное представление о решении текстовых задач; – сформировать высокий уровень активности, раскованности мышления, проявляющейся в продуцировании большого количества разных идей, возникновении нескольких вариантов решения задач, проблем; – развить интерес к математике, способствовать выбору учащимися путей дальнейшего продолжения образования; – расширить рамки школьной программы; – способствовать развитию логического мышления.	

Требования к уровню подготовки учащихся. В результате изучения курса учащиеся должны знать: – классификацию и основные типы текстовых задач; – алгоритм решения текстовой задачи; – особенности выбора переменных в зависимости от типа задач; – способы и методы их решения. В результате изучения курса учащиеся должны уметь: – определять тип текстовой задачи, знать особенности методики её решения, использовать при решении различные способы; – применять полученные математические знания при решении задач; – применять полученные математические знания в решении жизненных задач; – использовать дополнительную математическую литературу с целью углубления материала основного курса.	
Тематическое планирование **№ Тема Кол-во часов** 1. Понятие текстовой задачи и их роль в школьном курсе математики 1 2. Решение текстовых задач арифметическим способом 1 3. Задачи на движение 2 4. Задачи на совместную работу 2 5. Задачи на проценты 2 6. Задачи на смеси и сплавы 2 7. Задачи на прогрессии 2 8. Нестандартные способы решения текстовых задач 3 9. Текстовые задачи на конкурсном экзамене 2	
Содержание курса 1. Понятие текстовой задачи и их роль в школьном курсе математики (1 ч.) Понятие текстовой задачи. История использования текстовых задач в России. Текстовые задачи в зарубежной школе. Решение старинных задач. 2. Решение текстовых задач арифметическим способом (1 ч.) Задачи на натуральные и рациональные числа, на «части», решение задач «от конца к началу», подсчёт среднего арифметического. 3. Задачи на движение (2 ч.) Движение навстречу друг другу, движение в одном и противоположных направлениях. Движение по реке. Движение по кольцевым дорогам. Движение по эскалатору. Относительность движения. Чтение графиков движения. 4. Задачи на совместную работу (2 ч.) Понятие работы и производительности, рассмотреть алгоритм решения задач на работу. Формула зависимости объёма выполненной работы от производительности и времени её выполнения. Задачи на конкретную и абстрактную работу. Задачи на перекачивание жидкостей насосами. 5. Задачи на проценты (2 ч.) Процент. Отношения. Нахождение числа по его части, нахождение части от числа. Простой и сложный процентный рост. Формула сложных процентов. 6. Задачи на смеси и сплавы (2 ч.) Масса смеси. Массовая концентрация вещества. Процентное содержание вещества. Объёмная концентрация вещества. Задачи на концентрацию и процентное содержание. Переливание и процентное содержание.	

7. Задачи на прогрессии (2 ч.) Формулы n-го члена и суммы n-первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Бесконечная геометрическая прогрессия при $\lvert q \rvert < 1$. Комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии. 8. Нестандартные способы решения текстовых задач (3 ч.) Задачи, связанные с геометрией. Переформулировка задачи. «Лишние» неизвестные. Использование делимости. Решение задач в общем виде. Метод подобия. 9. Текстовые задачи на конкурсном экзамене (2 ч.) Задачи из ГИА, ЕГЭ. Задачи для конкурсных экзаменов (МГУ, МГИМО, МГПУ и другие).	
Литература для учащихся: 1. Кочагина М.Н., Кочагин В.В. «Малое ЕГЭ» по математике: 9 класс – М.: Эксмо, 2008 2. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. – М.: Просвещение, 1990 3. Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др. Сборник заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации в 9 классе. – 5-изд. – М.: Просвещение, 2010 4. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Алгебра: Доп. Главы к школьному учебнику 9 кл.: учеб. Пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. Под ред. Г.В. Дорофеева. – М.: Просвещение, 2003 5. Пичурин Л.Ф. За страницами учебника алгебры: Книга для учащихся 7-9 кл. общеобразовательных учреждений – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1999 6. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. – М. Просвещение, 1984 7. Шевкин А.В. Текстовые задачи. 7-11 классы: Учебное пособие по математике. – М.: Русское слово РС, 2003	
Литература для учителя: 1. Звавич Л.И., Аверьянов Д.И., Пигарев Б.П. и др. задания для подготовки к письменному экзамену по математике в 9 классе: Пособие для учителя. – М. Просвещение, 1999 2. Кочагина М.Н., Кочагин В.В. «Малое ЕГЭ» по математике: 9 класс – М.: Эксмо, 2008 3. Лурье М.В., Александров Б.И. Задачи на составление уравнений. – М.; Наука, 1990 4. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. – М.: АСТ-Астрель, 2002 5. Прокофьев А., Соколова Т., Бардушкин В., Фадеичева Т. Текстовые задачи. Материалы вступительных экзаменов в МИЭТ. // Математика, 2005, № 9. 6. Сканави М.Н., Егерев В.К., Зайцев В.В. и др., 2500 задач по математике с решениями для поступающих в вузы. – М. «ОНИКС 21 век», «Мир и образование», 2002 7. Тоом А. Как я учу решать текстовые задачи. // Математика, 2004, № 46, № 47 8. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика. Справочник для старшеклассников, поступающих в вузы. – М. «АСТ-ПРЕСС», 2001 9. Шевкин А.В. Текстовые задачи в школьном курсе математики (5-9-е классы). – М.: Педагогический университет	

III. Мастер-класс «Целевая модель урока».

Практическая работа на тему «Определение числа П (пи) методом Монте-Карло». 6-й класс (Чёлышкина Наталья Сергеевна)	
Структурный компонент плана-конспекта урока	**Анализ**
Цели: – познакомить учащихся с одним из применений метода Монте-Карло на практике, показать, как случай может выступать в качестве инструмента при выполнении расчетов; – способствовать развитию навыка самостоятельной работы; – воспитывать настойчивость, внимательность.	
Оборудование: мультимедийный проектор; миллиметровая бумага.	
Ход урока	
I. Организационный момент Постановка цели урока.	
II. Актуализация знаний 1) В чем состоит сущность метода Монте-Карло? (Сущность метода Монте-Карло состоит в создании математической модели физического процесса) 2) С каким применением метода Монте-Карло мы уже встречались? (С применением метода для оценки площадей фигур)	
III. Изучение темы урока – Сегодня на уроке мы с вами познакомимся с еще одним примером применения метода Монте-Карло: определение числа π. Но сначала познакомимся с историей развития данного понятия, с его родоначальником-Архимедом. Впервые обозначением этого числа греческой буквой π воспользовался британский математик Джонс в 1706 году, а общепринятым оно стало после работ Леонарда Эйлера в 737 году. Это обозначение происходит от начальной буквы греческих слов περιφέρεια (периферия) – окружность, периферия и περίμετρος (периметрос) – периметр. История числа π шла параллельно с развитием всей математики. Некоторые авторы разделяют весь процесс на 3 периода: древний период, в течение которого π изучалось с позиции геометрии, классическая эра, последовавшая за развитием математического анализа в Европе в XVII веке, и эра цифровых компьютеров. π (произносится «пи») – математическая константа, выражающая отношение длины окружности к длине её диаметра. Обозначается буквой греческого алфавита «пи». То, что отношение длины окружности к диаметру одинаково для любой окружности, и то, что это отношение немногим более 3, было известно ещё древнеегипетским, вавилонским, древнеиндийским и древнегреческим геометрам. Самое раннее из известных приближений датируется 1900 годом до н. э. Архимед, возможно, первым предложил математический способ вычисления π. Для этого он вписывал в окружность и описывал около неё правильные многоугольники. Принимая диаметр окружности за единицу, Архимед рассматривал периметр вписанного многоугольника как нижнюю оценку длины окружности, а	

периметр описанного многоугольника как верхнюю оценку. Рассматривая правильный 96-угольник, Архимед получил оценку .

Сведения о жизни Архимеда оставили нам Полибий, Тит Ливий, Цицерон, Плутарх, Витрувий и другие. Они жили на много лет позже описываемых событий, и достоверность этих сведений оценить трудно.

Архимед родился в Сиракузах, греческой колонии на острове Сицилия. Отцом Архимеда был математик и астроном Фидий, состоявший, как утверждает Плутарх, в лизком родстве с Гиероном, тираном Сиракуз. Отец привил сыну с детства любовь к математике, механике и астрономии. Для обучения Архимед отправился в Александрию Египетскую – научный и культурный центр того времени.

В Александрии Архимед познакомился и подружился со знаменитыми учёными: астрономом Кононом, разносторонним учёным Эратосфеном, с которыми потом переписывался до конца жизни. В то время Александрия славилась своей библиотекой, в которой было собрано более 700 тыс. рукописей.

По-видимому, именно здесь Архимед познакомился с рудами Демокрита, Евдокса и других замечательных греческих геометров, о которых он упоминал и в своих сочинениях.

По окончании обучения Архимед вернулся в Сицилию. В Сиракузах он был окружён вниманием и не нуждался в средствах. Из-за давности лет жизнь Архимеда тесно переплелась с легендами о нём.

Слава Архимеда-инженера была внезапной и ошеломляющей, оставившей след в сознании всего эллинистического мира, перешагнувшей границы стран и столетий. Инженерный гений Архимеда проявился при драматических обстоятельствах осады Сиракуз весной 214 г. до н.э., когда Архимеду было уже за семьдесят. Эта победа над римлянами стала величайшим триумфом, который когда-либо выпадал на долю ученых.

В своей «Всемирной истории», написанной примерно через пятьдесят лет после осады Сиракуз, Полибий рассказывает: «Начальники расположились станом невдалеке от города и решили, что сухопутное войско пойдет на приступ со стороны Гексапил (шестивратная башня в северной стене Сиракуз, куда входила леонтинская дорога), а флот – против Ахрадины (приморский район Сиракуз) у портика, именуемого Скитским, где стена тянется вдоль моря. Приготовив плетенки (переносные укрытия), метательные орудия и все прочее, нужное для осады, римляне надеялись благодаря многочисленности рабочих рук покончить с приготовлениями в течение пяти дней и не дать неприятелю подготовиться. Но при этом они не приняли в расчет искусство Архимеда, не учли, что иногда один даровитый человек способен сделать больше, чем множество рук...

Архимед заготовил внутри города такие средства обороны, что защитникам не было необходимости утруждать себя непредусмотренными работами на случай неожиданных способов нападения; у них заранее было все готово к отражению врага...

Итак, Аппий сделал попытку приблизиться к той части стены, которая с востока упирается в Гексапилы, а Марцелл с шестьюдесятью пятипалубными судами направился против Ахрадины. Находившиеся на каждом судне люди были вооружены луками, пращами и легкими

дротиками, чтобы прогонять врага с зубцов стен. Вместе с ем римляне сняли у восьми пятипалубных судов весла – у дних с правой стороны, у других с левой, – связали суда попарно бортами, лишенными весел, и, действуя веслами только с наружных сторон, стали подводить к городской стене так называемые самбуки (штурмовые трапы, укрепленные на кораблях).... Однако Архимед соорудил машины, которые могли выбрасывать снаряды на любое желаемое расстояние, Враги были еще далеко от города, когда Архимед из своих больших дальнобойных метательных машин стал поражать их корабли таким множеством тяжелых снарядов и стрел, что они никак не могли уберечься от них и оказались беспомощными и бездеятельными. Когда Архимед замечал, что снаряды попадают слишком далеко... он пускал в ход меньшие машины, соответственно нужному ему расстоянию... Лишь только римляне начинали выставлять против города самбуки, осажденные тотчас же пускали в ход свои машины, находившиеся внутри городских стен и остававшиеся до этих пор незаметными для врага. Когда надо было пустить их в дело, они поднимались над бастионами и высовывали свои клювы далеко вперед от укреплений города. Одни несли на себе камни, весившие не менее десяти талантов (четверти тонны), другие – груды свинца. Как только самбуки приближались к стенам, осажденные, ослабляя при помощи канатов блоки, к которым «клювы» этих машин были подвешены, поворачивали их вправо или влево – туда, где это было нужно; затем открывались задвижки и из клюва падал на самбуки камень, который разбивал не только машину, но и корабль, на котором она стояла, подвергая находившихся на ней воинов величайшей опасности. В распоряжении сиракузян были и другие машины; когда приближались вражеские корабли, покрытые специальными плетенками для защиты от стрел, бросаемых через отверстия в стенах, эти машины бросали камни такой величины, что находившиеся на носах кораблей принуждены были спасаться бегством. Кроме того, по приказу Архимеда опускалась железная лапа, привязанная к цепи. Этой лапой машинист, управлявший клювом машины, точно рулем корабля, захватывал нос корабля и затем опускал вниз другой конец машины, находившейся внутри городских стен. Он поднимал таким образом в воздух нос корабля и ставил корабль отвесно на корму, а затем закреплял неподвижно основание, а лапа и цепь отделялись при помощи каната. Непосредственным результатом этого было то, что корабли либо падали на бок, либо совершенно опрокидывались; еще чаще (так как носы падали с большой высоты в море) корабли совершенно наполнялись водой и погружались к ужасу тех, которые на них находились. Марцелл оказался в очень тяжелом положении. Все его планы терпели крушение. Потери римлян были огромны, а осажденные глумились над всеми их усилиями... Аппий с войском очутился в столь же трудном положении и потому совсем отказался от приступа. И действительно, находясь еще далеко от города, римляне сильно терпели от метательных машин Архимеда, ибо сиракузяне имели наготове множество превосходных и метких метательных орудий. Оно и понятно, так как Гиерон дал на них деньги, а Архимед изобрел и мастерски исполнил. Итак, когда римляне приближались к городу,	

одни из них были, как я говорил уже выше, непрерывно обстреливаемы через отверстия в стене, терпели урон и не могли продолжать наступление, другие, надеявшиеся пробиться вперед под защитой плетенок, гибли под ударами камней и бревен, падавших сверху. Много бед причинили сиракузяне римлянам и теми машинами с железными лапами... Лапы эти поднимали воинов в полном вооружении и кидали их вниз... Аппий с товарищами возвратился на стоянку и устроил совещание с трибунами, на котором единогласно решили испытать все мыслимые средства, но отказаться от надежды взять Сиракузы приступом...

Марцелл, раздосадованный неудачами, вынужден был сделать попытку тайком, ночью подойти к городу на кораблях. Когда римляне подошли к берегу на расстояние выстрела, Архимед употребил другое средство против воинов, сражавшихся с судов. Он велел сделать в стене приблизительно на высоте человеческого роста отверстия, с наружной стороны имевшие ширину пальца в четыре; у отверстий изнутри стены он поставил стрелков с легкими скорпионами (самострелами), через отверстия обстреливал корабельных воинов и тем отнимал у них возможность что-нибудь сделать...

Римляне оставались под стенами города в течение восьми месяцев, и не было такой уловки или отважного дела, перед которым они остановились бы, но на приступ идти они уже ни разу не осмелились. Такова чудесная сила одного человека, одного дарования, умело приспособленного к какому-либо специальному делу. Вот и теперь, располагая столь значительными силами сухопутными и морскими, римляне надеялись с первого же приступа взять город и сделали бы это, если бы кто-нибудь изъял из среды сиракузян одного этого старичка. Но он был, и римляне не решались даже идти на приступ».

Текст Полибия интересен во многих отношениях, тем более что его близость по времени к описанным событиям и авторитет Полибия как объективного историка позволяют считать описанные факты достоверными.

Во-первых, ясно, что Архимед являлся одним из непосредственных руководителей обороны. Власть в Сиракузах в это время принадлежала офицерам Ганнибала (Гиппократу и Эпикиду), но о них Полибий здесь и не упоминает. Двум римским полководцам – Марцеллу и Аппию противопоставлен Архимед, причем Архимед показан не только создателем системы обороны, но и ее организатором. Полибий это специально подчеркивает, употребляя выражение «по приказу Архимеда» или рассуждая о том, что римляне взяли бы город, если бы кто-нибудь изъял ученого из среды сиракузян. Из рассказа Полибия явствует, что машинами для обороны города Архимед занимался задолго до того, как они пригодились. Эти машины поразили воображение современников. И не только машины. Полибия явно восхищает и удивляет глубокая, мы бы сказали, математическая продуманность обороны. Видимо, Архимед умел рассчитывать не только геометрические соотношения. Но сейчас основной интерес в тексте Полибия для нас представляет описание архимедовых машин. В рассказе же Полибия этот перечень выглядит так: *Метательные машины, Машины для сбрасывания камней и «груд свинца» на корабли, Машины с «железными лапами», опрокидывавшие корабли и хватавшие воинов, Применение бойниц, устроенных в теле крепостных стен.*

Существует легенда, согласно которой Архимед спас Сиракузы от нападения римлян, когда направил солнечные лучи от вогнутого зеркала на вражеские корабли, входившие в гавань, и поджег их.

Подробный рассказ о применении зеркал Архимеда содержится в «Истории», составленной Цеци, который пишет: «Когда римские корабли находились на расстоянии полета стрелы, Архимед стал действовать шестиугольным зеркалом, составленным из небольших четырехугольных зеркал, которые можно было двигать при помощи шарниров и металлических планок. Он установил это зеркало так, чтобы оно пересекалось в середине зимней и летней солнечными линиями, и поэтому принятые этим зеркалом солнечные лучи, отражаясь, создавали жар, который обращал суда римлян в пепел, хотя они находились на расстоянии полета стрелы».

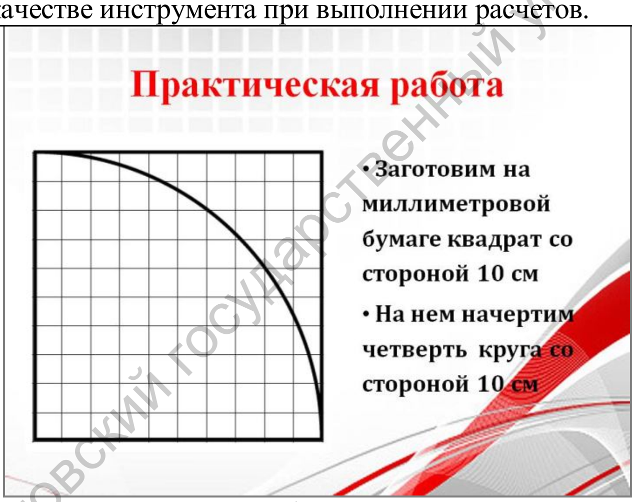
Затем учитель зачитывает стихи:

Гордый Рим трубил победу
Над твердыней Сиракуз,
Но трудами Архимеда
Много больше я горжусь.
Нужно только постараться,
И запомнить все как есть
И отдать старинке честь
3,1415926...

(три, четырнадцать, пятнадцать, девяносто два и шесть).

Сегодня каждый из вас будет «Архимедом» и получит «свое» число π.

Итак, вам уже известно, что π – есть отношение длины любой окружности к ее диаметру. Следовательно, число π можно подсчитать, зная длину окружности и ее диаметр. Но мы воспользуемся другим способом: методом Монте-Карло и вновь убедимся в том, что случай может выступать в качестве инструмента при выполнении расчетов.



IV. Практическая работа

Учащиеся заготавливают на миллиметровой бумаге квадрат со стороною 10 см. На нем чертится четверть круга радиусом 10 см.

Вспомним, как вычисляется площадь круга.

$S_{круга} = \pi r^2$

Так как мы имеем четверть круга, то площадь изображенного сектора равна:

$S_{сект} = \pi r^2/4$

Значит, $\pi = 4S_{сект}/r^2$, а $r = 10$ см

$\pi = 4S_{сект}/100$

 Определять площадь методом Монте-Карло мы уже умеем: $S_{сект} = S_{кв} \cdot \frac{n}{N}$ Для этого используем таблицу случайных чисел. *Sкв* = 100, *N* – количество всех поставленных точек, *n* – количество точек, попавших внутрь сектора. Учащиеся выполняют работу и ведут подсчёт числа π. Обсуждаются полученные результаты.	
V. Подведение итогов практической работы	
VI. Подведение итогов урока. Задание на дом: Ответьте на вопросы: – Как повысить точность числа π, находимого статистическим методом? – Где еще можно применять метод Монте-Карло?	

IV. <u>Мастер-класс «Целевая модель внеклассного мероприятия»</u>.

[Внеклассное мероприятие по математике. Тема: «Конкурс смекалки» (Дедовец О.В.)]	
Структурный компонент сценария мероприятия	**Анализ**
<u>Актуальность мероприятия</u>. Внеклассное мероприятие для 6-классников способствует применению знаний учащихся в нестандартных ситуациях, позволяет продемонстрировать им свою смекалку, воспитывает дух соревнования, умение работать в коллективе, а исторические задачи в стихотворной форме способствуют поддержанию интереса к предмету.	
<u>Цель</u>: развить познавательную активность учащихся; способствовать умению мыслить в нестандартных ситуациях, способствовать сплочению детского коллектива.	
<u>Оборудование</u>: классная доска; карточки с заданиями	
<u>План конкурса:</u> 1. Вступительное слово учителя 2. Представление жюри, команд 3. Приветствие команд 4. Разминка // Веселые вопросы болельщикам 5. Конкурс «Кто быстрей» // Круговые задания болельщикам	

6. Конкурс «Экскурс в историю» // Задания болельщикам 7. Конкурс капитанов // Задание членам команды и болельщикам 8. Домашнее задание // Задание болельщикам «Как я узнаю?» 9. Подведение итогов конкурса (во время подсчета баллов и определения команды-победительницы и лучшего болельщика проводится конкурс «Кто внимательней»); 10. Награждение победителей.	
<u>Сценарий.</u>	
1. Вступительное слово учителя: *«Математик, который не является в известной мере поэтом, никогда не будет настоящим математиком»* *(К. Вейерштрасс)* Дроби появились в глубокой древности. При разделе добычи, при измерениях величин, да и в других похожих случаях люди встречались с необходимостью ввести дроби. Умение оперировать дробями в Древнем Риме воспринималось как чудо. Люди, знающие дроби, пользовались особым почетом и уважением. В средние века действия с дробями египтяне считали самой сложной областью математики. До сих пор немцы говорят про человека попавшего в затруднительное положение, что он «попал в дробь». На сегодняшнем конкурсе и командам и болельщикам необходимо показать свои знания, находчивость и смекалку. В конце конкурса мы определим команду-победительницу и лучшего болельщика. Итак, в путь.	
2. Представление жюри, команд Членами жюри могут быть старшеклассники, родители, классные руководители, члены администрации школы. Команды: ГНОМ – главное – находчивость, остальное мелочи. ТИП – таланты и поклонники	
3. Приветствие команд	
4. Разминка Вопрос команде **К ужину – три поджаренных ломтика.** Мама очень вкусно поджаривает ломтики хлеба, пользуясь специальной маленькой сковородкой. Поджарив одну сторону каждого ломтика, она переворачивает его на другую сторону. Поджаривание каждой стороны длится 30 с, причем па сковороде умещается только два ломтика. Сообразите, каким способом при этих условиях мама поджаривает обе стороны трех ломтиков только за 1,5 минуты, а не за две, и вы получите к ужину 3 вкусных поджаренных ломтика. Веселые вопросы болельщикам 1) Четыре яблока не разрезая их, нужно разделить между тремя приятелями так, чтобы никто из них не получил больше, чем все остальные. Как это сделать? Ответ: один человек получит два яблока, а остальные – по одному. 2) Когда нельзя сокращать сократимую обыкновенную дробь?	

Ответ: Иногда обыкновенной дробью выражают нумерацию углового дома квартала (числитель – номер дома на одной улице, знаменатель – номер дома на другой улице). Такую дробь сокращать нельзя.

3) За книгу заплатили 60 р. и еще половину её стоимости. Сколько стоит книга?

Ответ: 90 рублей.

5. Кто быстрей?

Задание командам

Вычисли: $$\frac{\left(15-9\frac{1}{3}\right):\frac{2}{3}}{\left(19\frac{2}{3}-11\frac{7}{9}\right)\cdot\frac{9}{71}}-8{,}45.$$

Ответ: 1/20

Круговые задания болельщикам	Ответ
$\left(\frac{9}{20}-\frac{11}{30}\right)\cdot 36$	*3*
$\left(1{,}25+1\frac{1}{6}\right):29+\frac{11}{12}$	*1*
$\left(2\frac{1}{15}-\frac{8}{45}\right):\frac{17}{36}$	*4*
$\left(5-2\frac{8}{15}\right):1\frac{7}{30}$	*2*

6. Экскурс в историю

История сохранила нам мало черт биографии замечательного древнего математика Диофанта. Все, что известно о нем, почерпнуто из надписи на его гробнице – надписи, составленной в форме математической задачи.

Задача	**Решение задачи**
Путник! Здесь прах погребен Диофанта.	
И числа поведать могут, о чудо,	
сколь долог был век его жизни	*x*
Часть шестую его представляло	
прекрасное детство	*x/6*
Двенадцатая часть протекала еще жизни –	
покрылся пухом тогда подбородок	*x/12*
Седьмую в бездетном браке провел Диофант	*x/7*
Прошло пятилетие:	
Он был осчастливлен	
рождением прекрасного первенца сына	*5*
Коему рок половину лишь жизни	
прекрасной и светлой	
Дал на земле по сравненью с отцом	*x/2*
И в печали глубокой	
Старец земного удела	
Конец воспринял,	
Переживши года четыре с тех пор,	
Как сына лишился	*4*
Скажи, сколько лет жизни достигнув,	
Смерть воспринял Диофант?	$x=x/6+x/12+x/7+5+x/2+4$

Решение:

Решив уравнение и найдя, что $x = 84$, узнаем следующие черты жизни Диофанта: он женился 21 года, стал отцом на 38 году, потерял сына на 80-м году и умер 84 лет.

Задания болельщикам

Древнегреческий математик Пифагор родился на острове Самос, расположенный в Эгейском море. По совету Фалеса 22 года Пифагор набирался мудрости в Египте. В Вавилон он попал не по своей воле. Во время завоевательных походов на Египет войска полководца Камбиза взяли Пифагора в плен и продали в рабство. Он более 10 лет жил в Вавилоне, изучал древнюю культуру и достижения науки разных стран. Вернувшись на родину, Пифагор организовал пифагорейский орден и школу философов и математиков. Туда принимались с большими церемониями после долгих испытаний.

О, Пифагор благородный, любимец муз Геликонских,
Сколько жаждущих знаний юношей в доме содержишь?
– Одна половина стремиться познать математики чуда,
Четвертая часть изучает бессмертную матерь-природу,
Седьмая ж – молчанье задачей себе намечает,
Прибавь к ним трех женщин-красавиц, средь коих
Прекрасней всех дева Диана, узнаешь,
Сколь я юных жрецов веду в храм высокой науки

Ответ: 28

7. Конкурс капитанов

Задание капитанам

Отец завещал трем своим сыновьям 19 лошадей. Старший сын должен был получить 1/2, средний 1/4, а младший 1/5 всех лошадей. Когда отец умер, его сыновья никак не могли поделить между собой завещанных им лошадей и решили обратиться за помощью к приятелю отца. Тот, подумав, решил помочь братьям. Для этого он привел свою лошадь, так, что оказалось всего двадцать лошадей. Из них 10 – получил старший брат, 5 – средний и 4 младший. Оставшуюся лошадь приятель отца отвел домой. Какая и кем была допущена ошибка при разделе наследства?

Ответ: отцом $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1/5 = (10 + 5 + 4)/20$

Задание членам команды и болельщикам

Когда Гераклом Герион
Был в жаркой битве сокрушен,
То победителю в награду
Быков отличных было стадо;
Быков на луг отправил он
И погрузился в крепкий сон.
Но сын Вулкана Какус смелый
К быкам, как вор, прополз умело
И сделал все, что он хотел:
Он отобрать себе успел
Одну шестнадцатую стада;
Теперь добычу спрятать надо.
В пещеру он быков загнал,
Куда свет дня не проникал,
И вход туда прикрыл надежно:
Найти быков здесь невозможно!
Когда Геракл пришел на луг,
Он насчитал сто двадцать штук.
И не осталось в нем сомненья,
Что состоялось похищенье.
В нем сердце закипело злобой.
Быков он ищет, смотрит в оба,
И вдруг как бы из-под земли
Услышал, что ревут они.
К пещере бросился он в гневе,
Все разметал он в этом хлеве
И Какуса убил в мгновенье,
Быков добыл из заточенья;
И стадо бы угнать скорей, –
Все получил царь Эвристей.
Теперь скажи мне, вычислитель,
Скольких быков злой похититель
Из стада увести сумел,
И сколько всех быков имел
Геракл могучий и отважный, –
Все это знать нам очень важно?

8. Домашнее задание

Команды обмениваются ребусами на тему «Дроби», приготовленными заранее. Побеждает та команда, которая быстрее отгадает ребус соперника.

Задание болельщикам

«Как я узнаю?». Номер дома, в котором вы живете, умножьте на 4, к результату добавьте 7, полученное число умножьте на 25, прибавьте к полученному произведению свой возраст (целое число ваших лет) и число 125. Скажите мне, какое число у вас получилось, и я назову вам номер дома, в котором вы живете и сколько вам лет. Как я все это узнаю?

Ответ: $(4x + 7) \cdot 25 + y + 125 = 100x + y + 300$

x – номер дома

y – ваш возраст

15	14	2	23
16	7	24	13
11	3	20	4
8	1	19	22
21	15	9	17
12	18	10	6

9. Подведение итогов

Пока жюри подводит итоги «Конкурса смекалки» проводится игра «Кто внимательней»

10. Награждение победителей

Команде-победительнице – шоколадные медали;

Команде проигравших – медали из баранок.

Лучшему болельщику – ожерелье из шоколадных конфет.

Список литературы:

1. Перельман Я.И. Занимательная алгебра/ под ред. и с доп. В.Г. Болтянского – М.: Издательство «Наука» главная редакция физико-математической литературы, 1970 г.

2. Шустер Ф.М. Материал для внеклассной работы по математике: Кн. для учителя. – 2-е изд., перераб. – Мн.: Нар. асвета, 1984.

3. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся 4-8 кл. сред. шк. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 1988.

V. Мастер-класс «Целевая модель учебного проекта».

Проект по математике. Тема: "Прогрессия – движение вперед" (Бурцева О.А.)

Визитная карточка проекта	Анализ
Хотелось уйти от сухих математических формул и показать материал в более интересной, наглядной форме, связанной с реальными практическими задачами. Показать связь с окружающим миром. Людям свойственно подмечать закономерности в окружающих явлениях. Мир чисел – не исключение! Простейших навыков счета достаточно, чтобы подметить систему в последовательности: 1,7,13, 19, 25,… или 1, 2, 4, 8, 16,… Но математика математикой, а в жизни с растущими геометрическими прогрессиями надо обращаться осторожно. Если в геометрической прогрессии растет стадо – скоро ему не хватит пастбища.	

Если число распадов в куче плутония – дело идет к атомному взрыву! А если доходы фирмы – ой,… не связывайтесь с этими «благодетелями».	
<u>Дидактические цели проекта:</u> 1. Формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов на основе самостоятельной деятельности. 2. Создание условий для наглядного представления учащимися результатов деятельности с помощью презентации, буклета.	
<u>Методические задачи:</u> 1. Учить осознавать теоретический материал, его значение в жизни человека. 2. Научить применять теоретический материал в задачах. 3. Продолжить развивать навыки самообразования, самоконтроля, взаимоконтроля, умения работать индивидуально, в парах, в группах. 4. Совершенствовать использование Microsoft Power Point для оформления результатов исследований. Тема “Прогрессии” в планировании курса алгебры в 9 классе составляет 16 уроков.	
В процессе изучения темы я предлагаю учащимся поработать над проектами, в которых нужно ответить на <u>основополагающий вопрос</u>: *Отражается ли окружающий мир в зеркале математических прогрессий?*	
Вместе с этим ставлю перед учащимися <u>проблемные вопросы</u>: *1. Почему в жизни с растущими геометрическими прогрессиями надо обращаться осторожно?* *2. Заполонят ли кролики весь Земной шар, если они размножаются в геометрической прогрессии?* *3. А в геометрических построениях встречаются прогрессии?*	
<u>Этапы и сроки проведения проекта.</u> 1. «Мозговой штурм» (выбор тем исследований учеников) – 7 урок данной темы. 2. Формирование групп для проведения исследований, выдвижение гипотез решения проблем – 8 урок. 3. Выбор творческого названия проекта (совместно с учащимися) - 8 урок. 4. Обсуждение плана работы учащихся индивидуальной или в группе – 9 урок. 5. Обсуждение со школьниками возможных источников информации – 9 урок. 6. Самостоятельная работа групп по выполнению заданий – 1 неделя (между 9 и 13 уроками). 7. Подготовка школьниками презентации и публикаций по отчету о проделанной работе, консультации учителя – 14 урок. 8. Защита ученических проектов – 16 урок.	
<u>Оформление результатов проекта:</u> – публикация (буклет, брошюра), – презентация.	
<u>Критерии оценки проекта:</u> 1. Актуальность работы 5 баллов – работа актуальна и эта актуальность доказана; 3 балла – работа актуальна; 1 балл – работа неактуальна.	

2. Научно-исследовательский подход 5 баллов – в основе работы лежит знание теории, с помощью которой обобщены данные самостоятельного экспериментального исследования; 3 балла – работа носит характер обобщения литературы, заканчивается предложением новой идеи, но не подкреплена исследовательской базой; 1 балл – работа носит реферативный характер.	
3. Содержательность и логичность изложения 5 балов – работа выполнена содержательно, материал изложен логично и последовательно, наглядный материал уместен; 3 балла – работа выполнена содержательно, однако выводы логически не обоснованы; 1 балл – работа выполнена несодержательно, отсутствует логичность и последовательность в изложении материала.	
4. Презентация проекта 5 балов - текст хорошо написан, сформированные идеи ясно изложены и структурированы, слайды представлены в логической последовательности, использованы эффекты анимации, вставлены графики, таблицы, фотографии, видеоролики; 3 балла – средства визуализации не соответствуют содержанию, отсутствует логическая последовательность подачи информации; 1 балл – число слайдов превышает 10, текст слайдов отображает полное содержание проекта.	
5. Защита проекта 5 балов – эмоциональное, логическое и короткое по времени изложение проектной работы с использованием наглядного материала, автор, чётко отвечая на вопросы, организует обратную связь с аудиторией; 3 балла – в выступлении не просматривается личное отношение автора к проекту, отвечает на вопросы, направленные только на понимание темы; 1 балл – чтение основного содержания работы, ответы на вопросы не раскрывают глубокого знания выбранной темы.	

Занятие 4. Взаимосвязь, преемственность и интеграция математики и других учебных предметов и дисциплин в структуре общего образования (лекция)

Содержание лекции. Различные подходы к определению понятия интеграции в обучении. Интеграция в обучении как ведущая форма организации образования, основанная на всеобщности и единстве законов природы, целостности человека и целостности восприятия субъектом окружающего мира, и находящая своё выражение в интеграции учебных предметов, позволяющей перейти от локального, изолированного рассмотрения различных предметов и явлений действительности к их взаимосвязанному, комплексному изучению, что способствует более эффективному изучению материала.

Интеграция в обучении в России: исторический аспект.

Виды интеграции. Выделяют (В.Т. Фоменко) различные виды интеграции по способу развёртывания содержания во времени: вертикальная интеграция (характеризуется несовпадением логических и временных отношений), горизонтальная (характеризуется совпадением логических и временных отношений, когда содержание выводится на один временной уровень). Межпредметная интеграция – интеграция двух и более образовательных областей, предметных областей, учебных дисциплин, учебных тем (в рамках разных дисциплин), уроков (в рамках разных учебных предметов). Внутрипредметная интеграция направлена, прежде всего, на укрупнение дидактических единиц. Межпредметная интеграция может сочетаться с внутрипредметной, образуя единое научное поле.

Признаки интеграции. Результаты интеграции.

Межпредметные связи – педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, нашедших своё отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитывающую функции в их органичном единстве. Выделяют (И.Д. Зверев) три вида межпредметных связей, опираясь на структуру учебных предметов и структуру процесса обучения, общность которых является основой данной классификации: содержательно-информационные (на основе содержания знания), операционно-деятельностные (на основе учебно-познавательной деятельности и умений учащихся в обучении), организационно-методические (на основе тех или иных методов и организационных форм).

Моделирование – основа интеграции математики и информатики.

I. Контрольные вопросы и задания.

1. Охарактеризуйте различные подходы к определению понятия интеграции в обучении.
2. Назовите основные виды интеграции.
3. Перечислите признаки интеграции.
4. Каковы основные результаты интеграции?
5. Дайте определение межпредметным связям.
6. Перечислите межпредметные познавательные задачи и умения.
7. Определите роль моделирования в интеграции математики и информатики.

II. Изучение хрестоматийного материала:

1. Кречетников К. Г. Интеграция дисциплин в учебном процессе. – Режим доступа: http://aeli.altai.ru/nauka/sbornik/2001/krehetnikov.html.

2. Губанова А. А. Реализация межпредметных связей информатики и математики для формирования целостного научного мировоззрения учащихся. – Режим доступа: http://ito.su/2001/ito/I/1/I-1-19.html.

3. Родионова О. Л. Учебный проект как основа интеграции математических и естественнонаучных знаний учащихся средней школы // Концепт: научно-методический электронный журнал официального сайта эвристических олимпиад «Совёнок» и «Прорыв». – Декабрь 2011, ART 1101. – Киров, 2011. – Режим доступа: http://www.covenok.ru/koncept/2011/1101.htm.

III. Информационный ресурс для самостоятельного изучения – презентация (на CD) **5.Интеграция.pps**

IV. Задания для самостоятельной работы:

1. Законспектируйте статью Родионова О. Л. Учебный проект как основа интеграции математических и естественнонаучных знаний учащихся средней школы // Концепт: научно-методический электронный журнал официального сайта эвристических олимпиад «Совёнок» и «Прорыв». – Декабрь 2011, ART 1101. – Киров, 2011

2. Проведите сравнительный анализ определений интеграции, сформулированных в лекции и данных автором статьи «Интеграция дисциплин в учебном процессе».

3. Как Вы понимаете утверждение: «Важнейшей интегративной задачей учебных дисциплин следует признать обеспечение реального вклада в фундаментальную, технологическую и методическую подготовку обучаемых к дальнейшему образованию и профессиональной деятельности»?

4. Перечислите педагогические, общедидактические и психологические условия, способствующие формированию научных понятий на междисциплинарной основе.

5. Выявите роль информатики в формировании научного знания на междисциплинарной основе.

6. Дополните тезисы Губановой А.А. фактическим материалом, результаты оформите в таблицу:

№ п/п	Тезис	Фактический материал, обоснование
1	Выявление факторов, влияющих на научное мировоззрение учащихся – перспективное направление интеграции.	– Настоящее время характеризуется как переход к новому постиндустриальному (информационному) обществу, картина мира, в котором строится на триединой основе вещества, энергии и информации; – первоочередной задачей образования является подготовка к жизни в этом обществе и, следовательно, формирование целостного мировоззрения, базирующегося на информационном подходе к действительности; – значительная роль в школьном образовании, таким образом, отводится изучению информатики, в первую очередь, основным элементам ее теоретической составляющей; – информатика становится интегрирующей дисциплиной, ее понятийный аппарат связывает в единую системную картину знания как естественнонаучных, так и гуманитарных дисциплин в школьном образовании.
2	Информатика в теоретической ее части «выросла» из математики, использует активно математический аппарат.	
3		

Занятие 5. Интеграция математики и других учебных предметов и дисциплин в структуре общего образования (мастер-класс)

I. Методический инструментарий. Результаты интеграции (по уровням интеграции):

– разработка новых учебных предметов, курсов;

– разработка новых специальных курсов, обновляющих содержание внутри одного или нескольких предметов;

– разработка циклов (блоков) уроков, объединяющих материал одного или ряда предметов с сохранением независимого существования;

– разовые интегрированные уроки разного уровня и характера;

– система межпредметных познавательных задач.

Признаки интеграции:

– интеграция строится на взаимодействии разнородных, ранее разобщённых элементов;

– интеграция связана с качественными и количественными преобразованиями взаимодействующих элементов;

– интеграционный процесс имеет свою логико-содержательную основу;

– интеграционный процесс имеет свою структуру;

– интеграция имеет педагогическую целесообразность и относительную самостоятельность.

II. Мастер-класс «Степень интеграции в авторской программе».

Интегрированный летний интеллектуальный лагерь «Математика в географии» (Гаврилюк О.В.)	
Структурный компонент программы	**Анализ**
Интеллектуальный летний лагерь рассчитан на аудиторию учащихся 6-7 классов. Проводится после окончания учебного года, в июне месяце, в первую половину дня учителями географии и математики.	
По программе в математике и географии 6-го класса созвучны темы: – масштаб и его виды, – построение и работа с графиками и диаграммами, – определение среднего арифметического (средних температур), – определение координат.	
Как показывает опыт, учащиеся сталкиваются с серьезными трудностями при перенесении знаний и умений, приобретенных на одном предмете (например, на математике), на другой (на географию). Данный курс позволяет в комфортной обстановке повторить пройденные темы, а также показать взаимосвязь географии и математики. Такая внеурочная учебная деятельность поможет понять детям, что наука география, изучая законы природы, использует математические методы, которые позволяют проводить точные измерения и расчеты. Успешное усвоение данного учебного материала во многом зависит от творческого сотрудничества учителей предметов географии и математики. Обращение к знаниям в разных областях помогает увидеть неразрывную связь между учебными предметами.	

Цели и задачи интеллектуального лагеря: получение углубленных знаний по предметам география и математика, повторение тем и отработка навыков и умений для успешной сдачи ГИА и ЕГЭ. А также расширение кругозора детей, развитие творческих способностей, привлечение к исследовательской деятельности. Снятие психологической нагрузки, накопившейся в течение учебного года с помощью занятий на свежем воздухе, игровых моментов, нетрадиционного подхода к решению обычных задач.	
Тематика занятий интегрированного интеллектуального лагеря «Математика в географии».	
Занятие 1. Составление простейшего плана пришкольной территории с помощью глазомерной маршрутной съемки местности. Занятие на свежем воздухе. Решение задач на определение расстояний: – Пользуясь формулой S = NL, где N – число шагов, L – длина шага, определите длину и ширину классной комнаты. – Измерение расстояний на местности с помощью формулы где N – число шагов, L – длина шага. – Определение сторон горизонта, движение в заданном направлении и по азимуту.	
Занятие 2. Построение плана пришкольной территории в масштабе, по результатам проведенных измерений ходе глазомерной маршрутной съемки местности. – Обработка полученных данных. – Выбор масштаба. – Построение простейшего плана на бумаге.	
Занятие 3. Игра на открытом воздухе «В поисках клада» – Движение в заданном направлении. – Ориентирование на местности разными способами. – Определение направлений, расстояний, азимута. – Изучение видового разнообразия растительности на пришкольной территории – Определение процентного соотношения видового разнообразия деревьев на пришкольной территории.	
Занятие 4. Работа с графиками, климатическими диаграммами, определение Азимута. Построение графиков, диаграмм по данным для Калининградской области. Чтение графиков, диаграмм, решение задач. Определение Азимута.	
Занятие 5-6. Решение географических задач – Решение задач на определение средней суточной (годовой) температуры и амплитуды температур. – Решение задач на определение температуры воздуха на высоте. – Решение задач на определение атмосферного давления. – Решение задач на определение влажности воздуха. – Решение задач на определение процентного соотношения. – Решение задач на определение географических координат.	
Занятие 7. Исследовательская работа на открытом воздухе. Определение загрязнения воздуха в районе школы. Подсчитать количество автомобилей, проезжающих на	

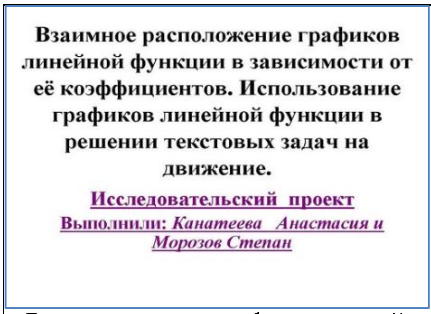
<table>
<tr><td>ближайшей автостраде (выбирается участок длиной 0,1-1 км) в течение одного часа.
Рассчитать приблизительное количество газов, которое выбрасывают автомобили. Известно, что один автомобиль выбрасывает за сутки 1 кг выхлопных газов, в состав которых входит 30 г угарного газа. Данные занести в таблицу.
<table>
<tr><th>Тип транспорта</th><th>Количество за один час</th><th>Выхлопные газы</th><th>Угарный газ</th></tr>
<tr><td>Легковые автомобили</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Грузовые автомобили</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Автобусы</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Мотоциклы</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Итого</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Из отзывов о лагере:</u>
«В интеллектуальном лагере мне больше всего понравилось искать клад по заданиям: находить стороны горизонта, определять азимут по компасу, вычислять расстояние, ориентироваться по компасу и местным признакам. Также было интересно с помощью разных измерений построить план школьного двора».
Жураховский И. 6-Б
«15 июня 2011 года в интеллектуальном лагере «Математика в географии» мы искали клад. Мне понравились задания. Я научился определять азимут на местности, ориентироваться по сторонам горизонта, решать математические задачи. В конце мы нашли сладкий клад».
Ефименко А. 7-А
«Мне запомнилось больше всего, что летом в интеллектуальном лагере мы искали клад возле нашей школы. Учителя придумали хитрые задания, которые мы должны были правильно решить: ориентировались по компасу,
измеряли расстояния, ходили в нужном направлении, после чего получили заслуженный поощрительный клад».
Подлесный В. 6-В.</td><td></td></tr>
</table>

III. <u>Мастер-класс «Степень интеграции бинарного урока».</u>

<table>
<tr><td colspan="2"><u>Интегрированный урок (алгебра + физика) «Линейная функция и ее свойства в физических процессах». 7-й класс (Борисова Н.А., Никитина Е.А.)</u></td></tr>
<tr><th>Структурный компонент плана-конспекта урока</th><th>Анализ</th></tr>
<tr><td><u>Цели урока:</u>
– формирование представления о единстве школьных дисциплин в понимании целостности окружающего мира;
– обобщение и систематизация материала, полученного на уроках математики и физики, связанного с линейной функцией;
– рефлексия степени усвоения материала урока.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Задачи:</u></td></tr>
<tr><td>образовательные:
– рассмотреть свойства линейной функции и их графическое представление на координатной плоскости;
– выявить свойства линейной функции в физических процессах и научиться применить их в решении задач;
– научить применять математический и физический способы решения текстовых задач на движение;
– научить переводить графическое изображение линейной функции с математической модели на физическую модель и наоборот;
– проверить знания и умения по данной теме.</td><td></td></tr>
</table>

развивающие: – вывести уравнение прямолинейного равномерного движения, используя рисунки и графики; – развивать умение анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы из экспериментов; – развивать логическое мышление, творческие способности, смекалку и сообразительность через познавательную деятельность учащихся; – развивать умения самостоятельно добывать и применять знания для решения физических и математических задач;	
воспитательные: – формировать умение слушать и вступать в диалог, учитывая позицию оппонентов и участвовать в коллективном обсуждении возникающих проблем; – повышать мотивацию к обучению через нетрадиционное проведение уроков; – воспитывать личностные качества, необходимые для самообразования.	
Методы обучения: наглядно-иллюстративный, проблемно-исследовательский, репродуктивный, беседа, самостоятельная работа.	
Формы работы на уроке: классно-урочная, индивидуальная, групповая, фронтальная.	
Тип урока: комбинированный.	
Технические средства обучения: компьютер, мультимедийный проектор, интерактивная доска.	
Дополнительное оборудование и средства обучения: маркеры (красный, синий, чёрный), линейка; презентации в MS WORD, MS Power Point; распечатанные текстовые материалы для работы на уроке и текстовые материалы с домашними заданиями по математике и по физике математике, журнал оценок в EXCEL.	
Актуальность использования средств ИКТ – наглядность и экономия времени за счёт заранее подготовленного иллюстративного материала, зрительное восприятие способствует лучшему усвоению материала и разнообразит урок, формирует навыки и умения работы с интерактивной доской.	
Продолжительность урока: 2ч. 45 мин.	
План урока. 1. Вступление (2мин.) 2. Актуализация знаний по алгебре и по физике. Блиц - опрос «Повторение понятия и свойств линейной функции» (3мин.) 3. Рассмотрение проекта «Расположение графиков линейной функции в зависимости от её коэффициентов» (10 мин.) 4. Математический метод решения задачи «Про Колобка» с помощью графика линейной функции (10 мин.) 5.Решение задачи на движение «Про Колобка» физическим способом (10 мин.) 6. Аналогия коэффициентов линейной функции и физических постоянных и переменных величин в уравнениях движения (5 мин.) 7. Решение задачи на движение физическим и математическим способами (15 мин.) 8. Задача «Артем – путешественник». Чтение графика движения и его обоснование (10 мин.) 9. Рассмотрение проекта «Линейная функция в физических процессах» (10 мин.) 10. Самостоятельная работа по теме «Решение задачи на движение физическим и математическим способами» (10 мин.) 11.Подведение итогов урока и домашнее задание (5 мин.)	

Ход урока	
1. Вступление Учитель физики знакомит учащихся с целями, задачами и кратким содержанием урока. Свой рассказ сопровождает слайдами компьютерной презентации: – Сегодня мы проводим необычный урок: на одном занятии мы повторим, закрепим и значительно расширим знания одновременно по двум предметам – алгебре и физике. Поэтому наш урок называется интегрированным. Нам предстоит вспомнить и закрепить свойства линейной функции и перенести эти свойства на физическую природу: физические явления и процессы, связанные с линейной функцией. В ходе урока перед вами со своими проектами–исследованиями выступят ваши одноклассники, сделавшие свои открытия в этой области. Основная цель этого интегрированного урока: показать, что мир, в котором мы живём, един, а физика и математика – это лишь инструменты познания проявления свойств этого мира.	
2. Актуализация знаний. Блиц-опрос «Повторение понятия и свойств линейной функции» Учитель математики продолжая рассказ коллеги, делает переход к актуализации знаний по теме «Определение линейной функции, её свойства и график» (примерное содержание смотри ниже). Повторение осуществляется в форме фронтального опроса в сопровождении слайдов. Вопросы последовательно один за другим появляются на слайде по мере ответов на них. – Для того, чтобы вы лучше поняли новый материал и смогли активно включиться в работу на уроке, давайте повторим всё, что нам стало известно о линейной функции с уроков алгебры. Учитель фронтально ведёт опрос желающих ответить на вопросы по изученному материалу, связанному с линейными функциями. - Что называется линейной функцией? - Что является графиком линейной функции? - Какими свойствами обладает линейная функция? Учитель физики дает информацию о физических процессах и линейных зависимостях в них: – Линейные функции применяются во многих физических процессах. Перед вами представлена схема, показывающая, при изучении каких разделов физики мы будем встречаться с линейной функцией в школьном курсе. Например, в кинематике – это графики пути, перемещения, координаты прямолинейного равномерного движения; скорости, ускорения при прямолинейном равнопеременном движении; в динамике – графики зависимости Fтяж (m), Fтр (P), Fупр (x),… в разделе «Законы сохранения» – графики зависимостей Еп(h), W(t), p (t),… в квантовой физике – графики Екин (частота падающего света) в теории фотоэффекта, … Учителя завершают повторение и обобщение материала, связанного с линейной функцией. Далее они оценивают ответы учащихся в электронном журнале в EXCEL, открыв его по гиперссылке на слайде.	


Взаимное расположение графиков линейной функции в зависимости от её коэффициентов. Использование графиков линейной функции в решении текстовых задач на движение.

Исследовательский проект

Выполнили: *Канатеева Анастасия и Морозов Степан*

3. Рассмотрение проекта «Расположение графиков линейной функции в зависимости от её коэффициентов».

Учитель математики делает переход к выступлению учащихся с исследовательским проектом по теме «Расположение графиков линейной функции в зависимости от её коэффициентов» перед классом (примерное содержание представлено ниже).

– На уроках алгебры мы познакомились с понятием основными свойствами линейной функции. Ваши одноклассники пожелали более детально и глубже изучить эту тему. В результате им удалось открыть для себя и для нас новый способ решения текстовых задач с помощью графиков. Сейчас они познакомят вас со своими выводами и открытиями.

Создатели проектной работы знакомят одноклассников с материалами и наработками по теме своего исследования. Они рассказывают о зависимости расположения графика линейной функции на координатной плоскости от коэффициентов её формулы. В заключение выступления они показывают графическое решение их авторской текстовой задачи и определяют достоинства и недостатки представленного метода.

4. Математический метод решения задачи «Про Колобка» с помощью графика линейной функции.

Учитель математики вызывает одного учащегося к доске и предлагает решить графическим методом, используя знания свойств линейной функции, задачу «Про Колобка».

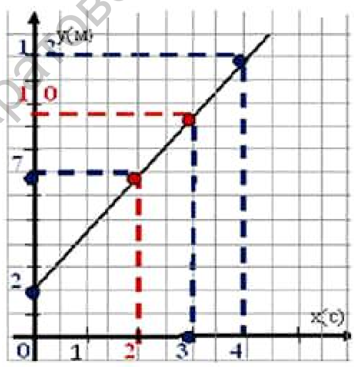
– Сейчас, когда вы познакомились с основными правилами применения графического метода, давайте решим таким способом задачу «Про Колобка». А пока будем решать задачу, подумайте, какой способ решения вам покажется проще: рассмотренный нами сегодня способ с помощью графика или всё же традиционные способы, часто применяемые на уроках – алгебраический и арифметический.

Задача «Про Колобка». Колобок отдыхал на поляне в двух метрах от дуба. Вдруг поднялся ветер и перенес Колобка на 10 м за 4 секунды. На каком расстоянии от дерева находился Колобок через три секунды после начала движения? Через какое время он окажется в семи метрах от дуба?

РЕШЕНИЕ. 1. Составим таблицу значений аргумента времени *x (с)* и значений функции расстояния от времени *y(м)* в формуле движения Колобка $y = y(x)$.

x – аргумент	0	4	3	?
y(x) – значение функции	2	2 +10 = 12	?	7

В этой таблице выделим: синим цветом известные числовые данные задачи, красным – неизвестные числовые данные задачи.



2. В координатной плоскости *sOt* отметим точки с соответствующими координатами, указанными в таблице, и, учитывая линейную зависимость $y = kx + b$ прямолинейного движения и её график, построим полупрямую, исходящую из точки *(0;0)* и проходящую через точку *(4;12)*.

Ответом на первый вопрос задачи является ордината точки прямой с абсциссой *3*, а на второй вопрос – абсцисса точки прямой с ординатой *7*.

Через 3 секунды после начала движения Колобок был в 9,5 метрах от дерева. В 7 метрах от дерева Колобок был через 2 секунды.

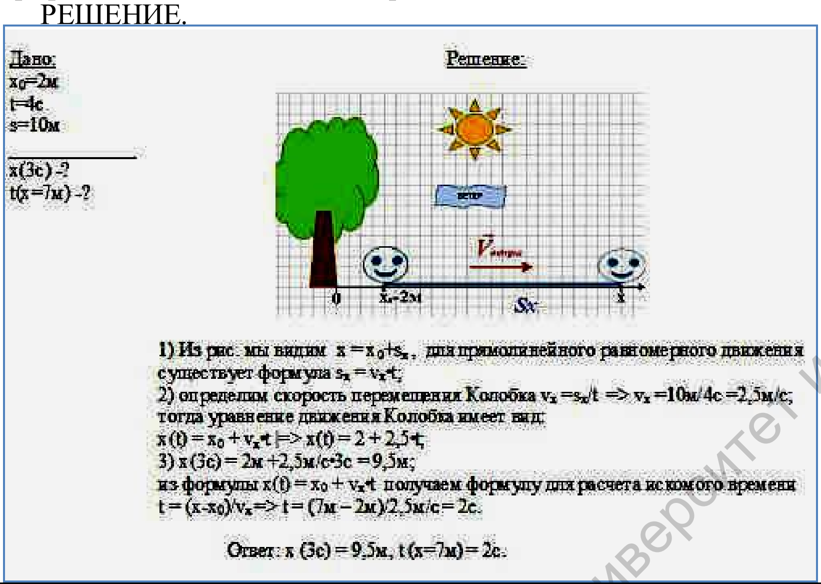
Ответ: 9,5 м, 2 с.

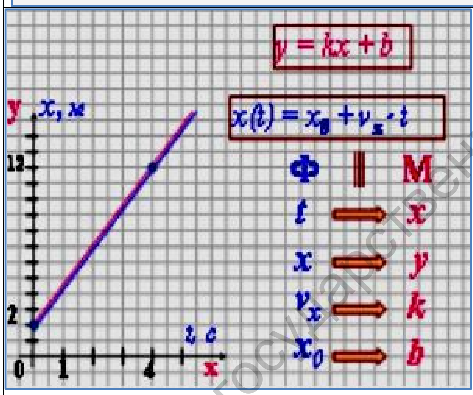
Учитель опрашивает учащихся, выясняя эффективность графического способа.

5. Решение задачи на движение «Про Колобка! физическим способом.

Учитель физики, решая задачу с классом на доске, выводит уравнение прямолинейного равномерного движения и строит график этого движения на интерактивной доске.

РЕШЕНИЕ.





6. Аналогия коэффициентов линейной функции и физических постоянных и переменных величин в уравнениях движения.

Учитель математики в беседе с учащимися устанавливает аналогию коэффициентов формул, обратив их внимание на слайд и рисунок в печатных материалах.

Аналогия между линейными функциями в физике и математике.

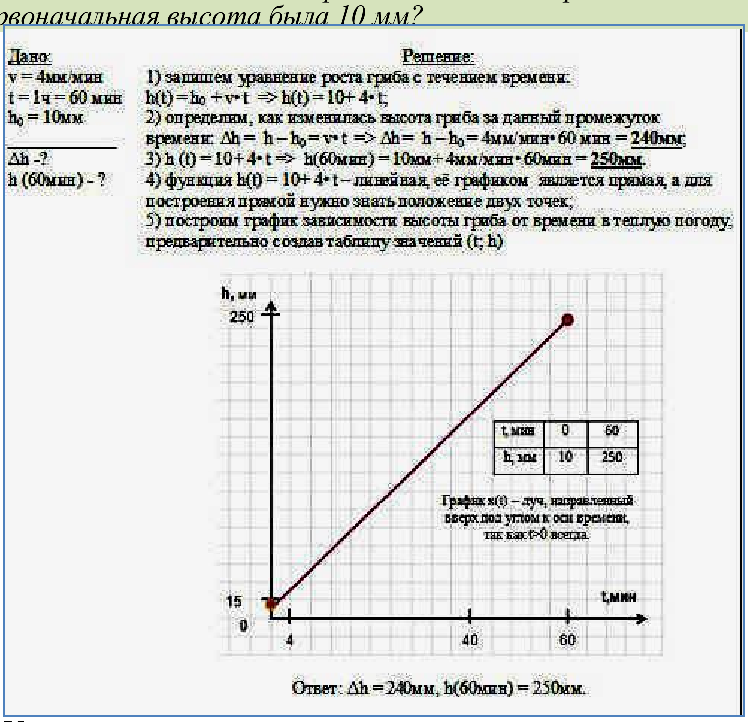
– Перед вами координатная плоскость с обозначениями двух формулы линейной функции и уравнения движения. Мы решили задачу «Про Колобка» математическим и физическим способами и увидели, что график к задаче не зависит от способа её решения. Давайте же проведём аналогию коэффициентов в физике и математике.

Учитель ведёт беседу фронтально, опрашивая учащихся, и проводит аналогию уравнения движения в физике с формулой линейной функции в математике. При этом в презентации аналогичные коэффициенты открываются поэтапно.

7. Решение задачи «Грибная пора» на движение физическим и математическим способами.

Учитель физики вызывает одного учащегося к доске и предлагает решить задачу с помощью уравнения движения.

Задача «Грибная пора». Скорость роста гриба в теплую погоду равна 4мм/мин. На сколько бы вырос гриб и какова бы была его высота, если бы он рос с такой же скоростью1ч и его первоначальная высота была 10 мм?



Дано:
$v = 4$мм/мин
$t = 1$ч $= 60$ мин
$h_0 = 10$мм

Δh -?
h (60мин) - ?

Решение:
1) запишем уравнение роста гриба с течением времени:
$h(t) = h_0 + v\cdot t \Rightarrow h(t) = 10 + 4\cdot t$;
2) определим, как изменилась высота гриба за данный промежуток времени: $\Delta h = h - h_0 = v\cdot t \Rightarrow \Delta h = h - h_0 = 4$мм/мин$\cdot 60$ мин $= 240$мм;
3) $h(t) = 10 + 4\cdot t \Rightarrow h(60\text{мин}) = 10\text{мм} + 4\text{мм/мин}\cdot 60\text{мин} = 250$мм.
4) функция $h(t) = 10 + 4\cdot t$ – линейная, её графиком является прямая, а для построения прямой нужно знать положение двух точек;
5) построим график зависимости высоты гриба от времени в теплую погоду, предварительно создав таблицу значений (t; h)

t, мин	0	60
h, мм	10	250

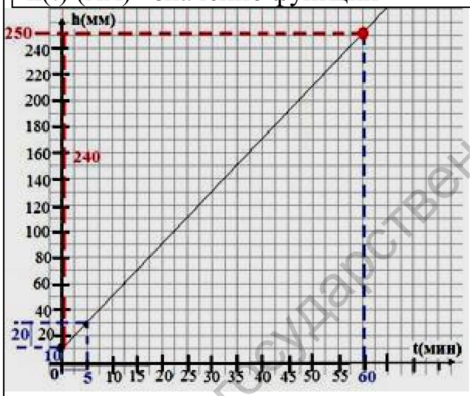
График x(t) – луч, направленный вверх под углом к оси времени, так как t>0 всегда.

Ответ: $\Delta h = 240$мм, h(60мин) = 250мм.

Учитель математики вызывает одного учащегося к доске и предлагает решить графическим методом, используя знания свойств линейной функции, задачу «Грибная пора».

РЕШЕНИЕ

t (мин) – аргумент	0	5	60
h(t) (мм)– значение функции	10	10 +20 = 30	?



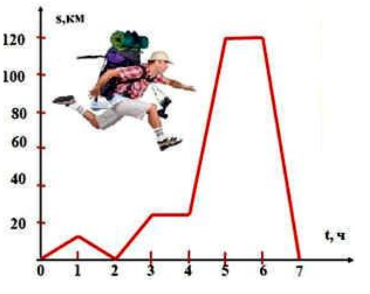
По условию задачи предполагается, что рост гриба происходит равномерно, следовательно, мы имеем дело с линейной функцией *y = h(t),* где *t (мин)* – аргумент функции роста гриба или абсцисса точки, *h(t) (мм)* – значение функции роста гриба или ордината точки на координатной плоскости.

Определив вид функции по смыслу задачи, можем выделить из условия задачи координаты двух точек. Через отмеченные в координатной плоскости точки построим прямую и по ней найдём ответ – значение функции по значению аргумента *t =1 ч = 60 мин*. В задаче используются большие значения данных, поэтому для применения графического способа важно правильно выбрать удобный масштаб. Оптимальным будет масштаб по оси абсцисс *Ot 5 мин* в 2-х клетках, по оси ординат *Oh – 10 мм* в 1-й клетке. Скорость роста гриба слишком мала, поэтому полезно провести вычисление дополнительных удобных данных: *4 мм/мин · 5 мин =20 мм*. Т.к. начальная ордината полупрямой *y = 10*, то ордината точки при значении аргумента *5* равна *20 + 10 = 30*. Значит, можно составить таблицу данных для построения графика. По графику находим ординату точки прямой с абсциссой *60*. Итак, высота гриба через *1 час* будет равна *250 мм*, гриб вырос на *250 мм – 10 мм = 240 мм*.

Ответ: 250 мм, на 240 мм.

<table>
<tr>
<td>

8. Задача «Артем–путешественник». Чтение графика движения и его обоснование. Учитель физики зачитывает задачу вслух, обращая внимание на слайд презентации и текстовые материалы у учащихся. Учитель ведёт беседу, добиваясь верного ответа от учащихся. Вопросы отражаются на слайде по мере поступления ответов и продублированы в раздаточных печатных материалах.



Задача «Артем – путешественник». Любознательный Артем отправился в путешествие. При этом он передвигался разными способами - на мотоцикле, пешком, на вертолете.

1) Где он оказался через 2ч после начала движения?

2) Как он перемещался на каждом участке пути (в каждом звене ломаной)?

3) Сколько времени и когда отдыхал?

4) Сколько времени Артем был в пути?

В предыдущих задачах мы имели дело с одной линейной функцией и уравнением движения. Но в нашей жизни чаще присутствуют комбинированные виды движений. В этом случае графиком движения будет не одна полупрямая линия, а ломаная из нескольких отрезков. Одну из таких текстовых задач, в которой условия представлены в координатной плоскости в виде графика, мы решим .

РЕШЕНИЕ:

1) Через 2ч после начала движения путешественник вернулся на место старта (s=0).

2) Мы знаем, что чем больше угол наклона графика пути к оси времени, тем больше скорость тела, поэтому: а) самый малый угол наклона графика соответствует перемещению пешком (на первом и втором участках пути); б) на третьем участке пути турист перемещался на мотоцикле, так как угол наклона несколько больше первоначального; в) на пятом и седьмом участках пути он перемещался на вертолёте, здесь самые большие углы наклона графика пути к оси времени, они соответствуют самым большим скоростям; г) на четвертом и шестом участках путешественник отдыхал, так как перемещение равно нулю.

3) Турист отдыхал по 1ч там, где перемещение отсутствует, это четвертый и шестой участки пути.

4) Артем был в пути 7 часов.

</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>

9. Рассмотрение проекта «Линейная функция в физических процессах».

Учитель физики делает переход к выступлению учащихся с исследовательским проектом по теме «Линейная функция в физических процессах» перед классом (примерное содержание представлено ниже).

На уроках физики мы познакомились с силами упругости, трения, тяжести; с формулами этих сил, которые представляют частный случай линейной функции – прямую пропорциональность. Ваши одноклассники пожелали более детально и глубже изучить эту тему. В результате им удалось провести исследования зависимостей данных сил от различных факторов. Сейчас они познакомят вас со своими выводами и открытиями.

Создатели проектной работы знакомят одноклассников с материалами и наработками по теме своего исследования.

</td>
<td></td>
</tr>
</table>

10. Самостоятельная работа по теме «Решение задачи на движение физическим и математическим способами». Учитель математики делает переход к самостоятельной работе по рассмотренной теме на печатных текстовых материалах и предлагает решить задачи на движение математическим и физическим способами по вариантам. Задания самостоятельной работы Вариант №1. 1. Решите задачу по физике аналитически и постройте график указанного движения. Путешественник, находившийся в 100м от домика лесника, продолжил движение со скоростью 4 м/с вдоль дороги. На каком расстоянии он окажется через 15 с от домика? Что представляет собой уравнение его движения? 2. Решите задачу по математике с помощью графика линейной функции. Из пункта А в пункт В выехал мотоциклист со скоростью 30км/ч. Через 2 часа из В навстречу мотоциклисту выехал автобус со скоростью 60км/ч. На каком расстоянии от пункта А и через какое время после выезда автобуса произойдёт встреча, если расстояние между А и В равно 150км? Вариант №2. 1. Решите задачу по физике аналитически и постройте график указанного движения. Медведь из сказки «Маша и медведь» шел с гостинцами в деревню и присел на пенёк в 90м от своей избушки. Отдохнув, он пошел со скоростью 3м/с. На каком расстоянии от избушки окажется медведь через 15с после отдыха? Что представляет собой уравнение его движения? 2. Решите задачу по математике с помощью графика линейной функции. Из посёлка на станцию вышел пешеход со скоростью 5км/ч. Через 2,5 часа вслед за ним из этого же поселка выехал автобус со скоростью 60км/ч. На каком расстоянии от посёлка и через какое время после выезда автобуса произойдёт встреча?	
11. Подведение итогов урока и домашнее задание. Учителя фронтально задают вопросы по рассмотренной теме урока. Подведение итогов занятия. 1. Какие физические процессы описываются линейной функцией? 2. Какие способы решения задач на движение вы узнали сегодня на уроке? 3. Как решить задачу математическим способом? 4. Как решить задачу физическим способом? Учителя оценивают работу наиболее активных учащихся на уроке, выставляют оценки по физике и по математике в электронном журнале Excel. Учителя поясняют домашнее задание, которое учащиеся должны сдать на следующем уроке. Домашнее задание по математике и физике. По физике. 1. Бамбук растет со скоростью 2 см/ч. Чему будет равна высота растения через неделю? Построить графики этой зависимости h(t) , если а) h_0 =0, б) h_0 =1см. 2. Составьте задачу о своем движении из школы домой. Постройте примерный график этого движения. По алгебре. Решите задачи с помощью графиков линейной функции. 1. Мотоциклист, движущийся по шоссе со скоростью 40 км/ч, миновал бензоколонку. Через час мимо этой же бензоколонки проехала машина со скоростью 90км/ч. На каком расстоянии от бензоколонки машина догнала мотоциклиста? 2. От вокзала по шоссе выехал автобус со скоростью 45 км/ч. Через 20 мин. Вслед за ним выехал автомобиль со скоростью 60км/ч. Через какое время после выезда автомобиля расстояние между ними будет равно 10 км?	

IV. Мастер-класс «Степень интеграции познавательного внеклассного мероприятия».

Интегрированное внеклассное мероприятие (математика + биология) по теме «Производственное совещание по охране леса» (Лебедева Т.С., Лебедева С.Ю.)	
Структурный компонент сценария мероприятия	**Анализ**
Форма проведения: деловая игра	
Цели: Образовательные: – решение типовых задач на проценты в нестандартных ситуациях; – составление задач на проценты, используя данные из окружающего мира; – проведение несложных исследований по столбчатым диаграммам; – сформировать у обучающихся представление о роли леса в жизни человека и природы; – познакомиться с экологическими проблемами леса. Развивающая: развитие элементов логического мышления, творческой деятельности, речи, мировоззрения. Воспитательная: воспитание познавательного интереса, элементов культуры общения, экологической культуры, привитие интереса к деятельности по улучшению окружающей среды.	
Подготовка к мероприятию: Мероприятие готовят учителя и группа учащихся (5-11 классы), состав которой определяется от индивидуальных качеств учащихся (общительность, активность, творческое мышление, любознательность и т.д.). Эта группа составляет сценарий мероприятия, подбирает задания под руководством учителей, изучает литературу по проблеме деловой игры, готовит диаграммы, необходимые для работы. Задания должны быть разно уровневыми: 1, 2, 3 уровни. Диаграммы используются лишь в случае, когда остальные ученики не смогут выполнить задание на их построение. Мероприятие «Производственное совещание» проводится в «Лесхозе», в который пришли «врачи», изучающие экологическую обстановку в районе. На производственном совещании присутствуют: «инженеры» по лесопользованию, по охране леса, по лесокультурам, «механизаторы», формируется группа экспертов из старшеклассников по проверке задач, 2плановый отдел» и «дизайнеры» в ходе мероприятия составляют памятку по охране леса, остальные учащиеся разбиваются учителем на группы «Лесничества» (в соответствии с уровнем учебной деятельности). В центре зала столы для работников лесхоза и врачей, по усмотрению расставляются столы для сформированных группы учащихся. В начале мероприятия сообщается тема, каждой группе дается организационное задание: назвать своё лесничество (например, Новобарятинское, Муравьинское, Казадаевское) и выбрать лидера.	
Оборудование: карточки с заданиями, диаграммы, листы альбомной бумаги для выполнения заданий, мультимедийный проектор, презентация – мультимедийное сопровождение урока, плакаты: «Лес да цветы – земное царство, воздух в лесу – лучшее лекарство», «Срубить дерево – 5 минут, вырастить – 100 лет», эпиграф.	

Ход мероприятия	
Любите родную природу: Озёра, леса и моря, Ведь это же наша с тобою Навеки родная земля. На ней мы с тобою родились, Живём мы с тобою на ней. Давайте же, люди, все вместе Мы к ней относиться добрей.	
1. Вводное слово учителя биологии: Добрый день! Сегодня у нас необычное мероприятие: деловая игра «Производственное совещание». А эпиграф к нашему мероприятию звучит так (зачитывает эпиграф, слайды № 1, 2). Нет ничего краше и привлекательней нашей природы, а леса – это величайшее творение природы, краса и гордость нашей планеты. Именно в них с необычайной силой и выразительностью представлены могущество и величественная красота природы. Процветание леса во многом зависит от экологи. Поэтому на сегодняшнем производственном совещании мы должны выяснить экологическую обстановку в нашем районе и внести ваши предложения по улучшению охраны леса и возобновлению его ресурсов Учитель математики: А так же решить возникшие в практике задачи, используя изученный материал по теме «Проценты». Все предложения по улучшению окружающей среды и природоохранной деятельности мы сформулируем в виде памятки: «Как сберечь лес».	
2. Производственное совещание: Слово предоставляется директору «Местного лесхоза» Директор: Начнем наше производственное совещание, здесь мы собрались для того, чтобы выслушать наших гостей-врачей и попытаться помочь им в решении их проблем. Врач-эколог: Вашему вниманию предлагаю несколько слайдов, наглядно иллюстрирующих экологическое положение нашего района. Врач-терапевт: Рассмотрим экологическое положение в Стерлитамакском районе с медицинских позиций. Представителям лесничеств раздаются карточки с заданиями, задания выполняются всей группой.	
Задача №1. Новобарятинское лесничество (I уровень): Средняя продолжительность жизни жителей Стерлитамакского района составляет 64 года, причем 8% из этих лет мы проживаем за счет медицины. На сколько лет врачи продлевают жизнь? Ответ: на 5, 12 года Муравьинское лесничество (II уровень): Выбросы загрязняющих веществ в атмосферу города Стерлитамака со всех производственных объектов в 1997 г. составили 8065 тыс. тонн. При чем после очистки в специальных очистных сооружениях выбросы составили 18, 4%. сколько тонн загрязняющих веществ выброшено в атмосферу без очистки. Ответ: 6581, 04 тыс.тонн Казадаевское лесничество (III уровень): Численность населения Стерлитамакского района в 2002 г. составила 264400 человек, из них переболело заболеваниями органов дыхания: 34, 9 %, а в 2010 году переболело 43, 3%, численность населения 273500 человек. Сколько человек переболело: а) в 2002 г. б) в 2010. Изобразить наглядно полученные значения в виде столбчатой диаграммы, в) на сколько процентов увеличилось заболевание органов дыхания в 2010 году. Ответ : а) 92276 человек, б) 118426 человек, в) на 8, 4%	

(Ответ 3 группы проверяется с помощью диаграммы презентации, 1, 2 группу проверяют старшеклассники – эксперты). Врач-терапевт: Как видим из диаграммы: результаты неутешительные. Экологическая обстановка ухудшается, а это ведет к увеличению заболеваний органов дыхания, онкологических больных. Врач-эколог: Частично исправить эту ситуацию поможет лес. Лес – это легкие Земли. В Башкортостане лесные ресурсы значительны. Общая площадь земель лесного фонда нашей республики составляет 6, 3 млн. га. .Леса занимают около 9, % территории края. Учитель биологии и химии: Но, к сожалению, красоту леса порой губит человеческая беспечность… Выгорание лесов. Во время показа слайдов ученик читает стихотворение под музыку: *Лесной пожар, гонимый ветром жалит ,* *Уничтожая все живое на пути,* *И звери в диком шоке убегают ,* *На шкуру получая волдыри.* *Кто не успел уйти от возгоранья,* *Тот погибает в пепельном дыму,* *Душой своею в небо улетая,* *Останки превращаются в золу…* *И все бегут, поджав хвосты и гривы,* *Бегут, несутся звери напролом,* *Не нападают никому на спины,* *Друг друга не грызут, таков закон!* *В рассвете дня поближе к водопою,* *Чтоб охладить горящий пыл огня* *И окунуться в воду с головою:* *Спасенье ради жизни – не за зря!* Инженер по охране леса: предлагаю выполнить задания, связанные с проблемами экологического положения.	
Задача № 2. Новобарятинское лесничество: В 2009г на тушение пожаров было затрачено – 99224р., в 2011 – 74418р. На сколько процентов уменьшились затраты денег? (Ответ: на 25 %) Муравьинское лесничество: В 2005 г. от пожаров погибло 1, 5 га леса, в 2006 г. в 2 раза больше. В 2007 г. в 9 раз больше. На сколько процентов увеличилась площадь леса, погибшего от пожаров? Изобразите в виде столбчатой диаграммы величину площади леса, погибшего от пожаров за 3 года. Ответ: 1700 % Казадаевское лесничество: Один га леса в течение года способен поглощать столько углекислого газа, сколько его выдыхают 232 человека. Сколько процентов это составляет от общего числа людей, проживающих в г.Стерлитамаке. Численность г. Стерлитамак 273500 человек в 2010 г. Сколько га леса, должно находиться в пределах района, чтобы в чистоте содержать г. Стерлитамак? Ответ: 0,08% составляет 232 человека, в пределах нашего района должно находиться 1179 га. . Инженер по охране леса: Обсудим результаты. Как видим из диаграмм, очень много денег тратится на тушение пожаров, а ведь почти все пожары происходят по вине людей. Вы подсчитали, сколько га леса нужно для того, чтобы содержать в чистоте воздух? Инженер по лесопользованию: Одной из важнейших причин гибели леса является его вырубка, в большинстве случаев – незаконная. Рассмотрим данные по этой проблеме.	

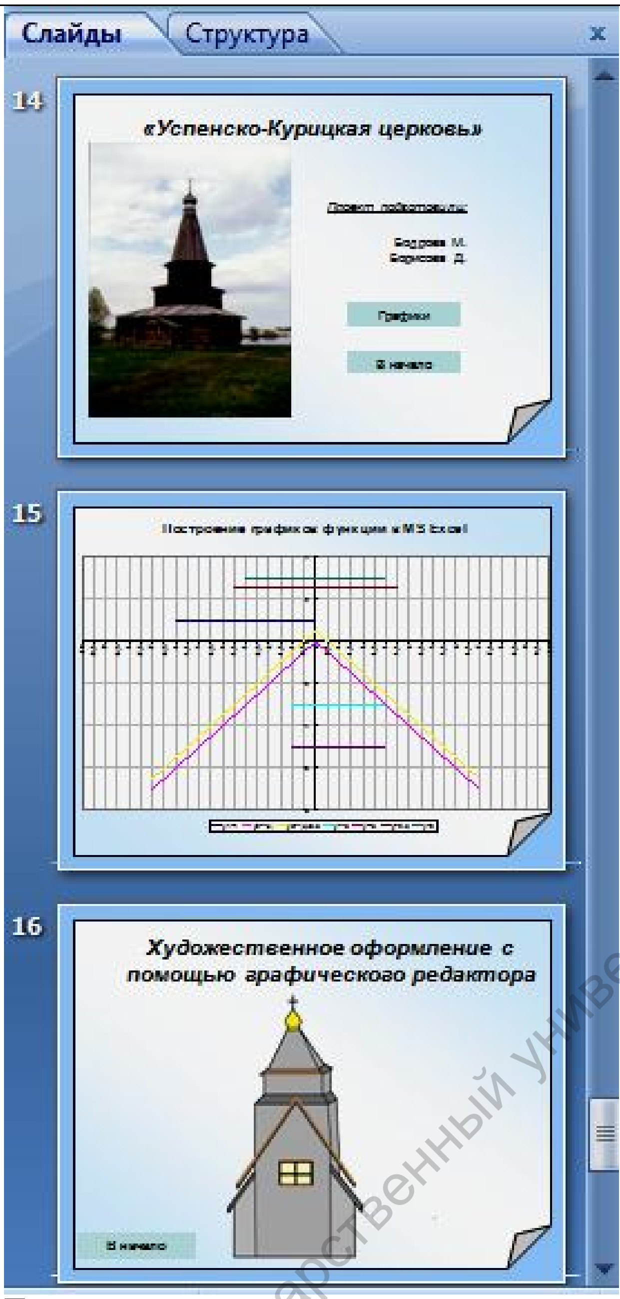
Задача № 3. Задание трем лесничествам: В 1996 г. было вырублено 320 га, в 1997 г. 300 га, в 2010 – 240 га. . Сравните площади вырубок. Округлите результаты до целых, изобразите полученные данные в виде столбчатой диаграммы. Ответ: Площади вырубок уменьшились в 1997г. на 6%, в 2010 на 25%. Инженер по лесопользованию: Как мы видим из диаграммы, происходит уменьшение незаконных вырубок. А так же нами исследовано, что общая часть вырубок занимает небольшой процент от общей площади лесного фонда нашего района. Значит наша работа состоит в продолжении надзора за незаконной вырубкой, а большую часть штрафов можно было бы отдать на улучшение экологической обстановки в городе. Учитель биологии: Как уберечь лес? Что вы делаете для поддержания нормальной экологической обстановки и что бы вы хотели сделать? (Ответы детей) Инженер по охране леса: Я предлагаю организовать специальные места отдыха и посадку леса в черте города. Директор: Мы проводим немало работ по улучшению экологического положения в районе. Об этом расскажут представители нашего лесхоза. Выступление представителей лесхозов: Восстановление лесов Выступление инженера по лесокультурам: Наша работа состоит в восполнении лесного фонда.	
Задача № 4. Задача всем лесничествам: В 2007 г. было посажено саженцев – 250 га, в 2008 и 2009г. площадь составила 72% от площади 2007 г. Изобразить наглядно изменение площади посадки саженцев за 3 года. Инженер по лесокультурам: Итак, как мы видим, саженцев высаживается меньше, чем вырубается деревьев. А почва из-за выброса неочищенных сточных вод с каждым годом ухудшается. Наше предложение – организовать посадку хвойного леса в городе. И просьба к КОС улучшить очищения сточных вод. Директор: Какие предложение по улучшению экологической обстановки могут внести механизаторы. Механизатор: Предлагаю оценить обстановку с нашими данными по Стерлитамаку и выяснить, что можно сделать совместными усилиями.	
Задача № 5. Сколько тонн отходов от автотранспорта было выброшено в 2011 году в атмосферу г.Стерлитамака, если угарный газ составил 10300 тонн, оксид азота – 13%, от величины угарного газа, оксиды серы, составили 3, 5% от величины угарного газа. Ответ : 11999, 5 тонн. Механизатор: Как показывают результаты, большое количество вредных веществ выбрасывается в атмосферу автотранспортом. Предлагаю конструкторам подумать над снижением выбросов от автотранспортных средств.	
Директор: Мы выслушали мнения наших специалистов, сделали необходимые подсчеты и выводы об экологической обстановке в г. Стерлитамаке и Стерлитамакском районе. Все предложения по улучшению окружающей среды и природоохранной деятельности в процессе нашего совещания поступали в плановый отдел, который вместе с дизайнерами разработали памятку жителям, администрации района и города, администрации промышленных объектов по улучшению экологической обстановки и охране леса. (Эксперты зачитывают основные пункты и раздают памятки) см. приложение. Директор: Спасибо за работу, производственное совещание объявляется закрытым!	

V. Мастер-класс «Степень интеграции учебного проекта».

Межпредметный проект «Застывшие в веках страницы истории Великого Новгорода» (Пак М.В., Начарова Т.В.)	
Визитная карточка проекта	**Анализ**
Итак, учащимся 8 класса было предложено выполнить проект на вышеуказанную тему и была приятно удивлена тем, что им эта идея сразу понравилась. Зная, что на уроках информатики и информационных технологий ребята знакомятся с основными принципами работы и возможностями табличного процессора MS Excel, я обратилась к учителю информатики с предложением о реализации математической составляющей данного проекта в табличном процессоре MS Excel. Она эту идею поддержала и, более того, посоветовала для представления результатов проектной деятельности использовать не только возможности табличного процессора, но и умение учащихся работать с графическим редактором. Когда целостная картина проектной деятельности учащихся была сформирована, мы приступили к обсуждению этого с детьми: – определили цели проекта; – разбились на группы; – выработали план действий; – сформулировали задачи; – оговорили сроки работы; – обсудили форму представления результатов работы над проектом. В ходе деятельности над проектом учащимся пришлось проделать большой объём работы. Они выбрали исторические памятники, познакомились с историей их возникновения и причинами создания, выяснили: какую роль они сыграли в жизни родного города. Пришлось просмотреть много литературы, провести поиск в сети Интернет. Благодаря правильной организации групп, учащиеся смогли хорошо организовать свою работу, где каждый отвечал за выполнение определённой задачи.	
Для работы над математической составляющей проекта мы повторили, как строятся графики изученных нами функций, как с помощью преобразований в Декартовой системе координат можно получить из них другие. Вспомнили способы задания уравнений функций по их графикам. Поскольку выбранные исторические сюжеты у некоторых групп учеников содержали линии уравнений ещё нами не изученные, то ребята изъявили желание узнать, что это за функции, если они таковыми являются, и, как задать их уравнения. Таким образом, учащиеся оказались в ситуации, когда им не хватало имеющихся у них знаний. Я была очень рада, что вместо того, чтобы «обойти такие острые углы», они попросили рассмотреть с ними эти вопросы дополнительно. Сама деятельность над проектом всех нас очень захватила – и учителей и учеников, поэтому много времени мы проводили в индивидуальных консультациях после учебных занятий. Работа проходила и в кабинете математики, и в кабинете информатики за компьютерами.	
В качестве формы представления результатов работы над данным проектом был выбран интегрированный урок математики и информатики с использованием мультимедийного оборудования. Причиной такого решения стало то, что в ходе проектной деятельности произошло создание нового	

целого на основе выявленных однотипных элементов и частей в нескольких прежде разных единицах (учебных предметах, видах деятельности). Затем получилось «приспособление этих элементов и частей в несуществующий ранее монолог особого качества» (Н.С. Светловская). Важным условием интеграции таких предметов как математика и информатика послужило построение материала на основе естественного подчинения единой цели и функции в этих предметах и в методике. Кроме того «процесс сближения и связи наук происходил наряду с процессами дифференциации» (Л.Н. Бухарева). На таком уроке у школьников может быть создано достаточно целостное представление об окружающем мире и найдена общая платформа сближения предметных знаний (Ю.М. Колягин), получен шанс на развитие эрудиции и обновление существующей узкой специализации в обучении.	
Урок – это часть жизни ребёнка, и проживание этой жизни должно совершиться на уровне высокой общественной культуры. Сорокаминутный момент жизни – это продолжение домашней, уличной жизни, это «кусок истории личностной судьбы ребёнка». Предметные программы, к сожалению, составлены так, что знания ученика остаются разрозненными, искусственно расчленёнными по предметному признаку. Потребность преодолеть эти противоречия и привела к решению завершить работу над нашим проектом в виде интегрированного урока. Ещё одной причиной выбора завершающего этапа проектной деятельности в качестве интегрированного урока явилось то, что на нём есть возможность избежать дискомфорта у слабых и средних учеников. Группы учащихся, принимавшие участие в работе над проектом, обладали различным уровнем знаний по предметам, мотивацией, умением работы на компьютере. При решении проблемных ситуаций каждому участнику групповой работы приходилось справляться с ней на доступном ему уровне, а нам (учителям) подходить дифференцированно для помощи им с учётом их интересов, способностей, специфики мыслительной деятельности. Поэтому и получившиеся проекты должны были быть разного уровня сложности. А на интегрированном уроке есть возможность продемонстрировать сильные стороны каждого мини-объединения. Исходя из выше изложенных соображений, был составлен план-конспект урока для защиты проектов учащихся.	
Цель: *Образовательная* – создание у учащихся более целостного представления о том, что сочетание линий в жизни (в частности в архитектуре) является реальным воплощением математической модели «Взаимосвязь графиков функций в Декартовой системе координат»; знакомство с основными принципами работы и возможностями табличного процессора MS Excel. *Воспитательная* – привитие интереса к истории родного города и воспитание чувства гордости за свершения своих предков. *Развивающая* – развитие коммуникативных способностей, творческих, умения организовать свою деятельность в рамках групповой работы.	

Задачи: завершить работу над проектом: Реализовать математическую модель, полученную в ходе групповой работы над проектом, в табличном процессоре MS Excel. Осуществить художественную составляющую проекта с помощью любого графического редактора (по выбору учащихся). Защитить свой проект.	
Ход урока: 1. Вступление: – постановка целей урока; – составление плана работы; – прогноз итога урока; – рефлексия. 2. Групповая работа: – построение графиков в MS Excel; – проецирование полученной математической модели; – художественная обработка проекта; – защита проекта: историческая справка, рассказ о математической составляющей проекта, рассказ об основных принципах построения графиков с использованием информационных технологий, ответы на вопросы по работе, выставление оценок; 3. Сдача документации (дневник проекта). 4. Рефлексия.	
Работая над проектом, каждая группа учащихся сохраняла полученные результаты в памяти компьютера. Понятно, что на уроке защиты проекта невозможно заново проделать ту работу, которую дети выполняли в течение месяца. Поэтому решено было создать мультимедийную презентацию на основе достижений учащихся. Это позволило достичь целей, поставленных перед учениками на данный урок. Каждая группа учеников представила свою проектную работу. Георгиевский собор <Рисунок 2> <Рисунок 3> <Рисунок 4> Алексеевский крест <Рисунок 5> <Рисунок 6> <Рисунок 7> Новгородский Вечевой колокол <Рисунок 8> <Рисунок 9> <Рисунок 10> Церковь Иоанна Богослова на Витке <Рисунок 11> <Рисунок 12> <Рисунок 13> Успенско-Курицкая церковь <Рисунок 14> <Рисунок 15> <Рисунок 16> Ребята рассказали об истории создания выбранных ими памятников, где они были установлены и где находятся в настоящее время, предоставили фотографии и художественные рисунки.	



Представители групп выступили с рассказом о том, какие линии на рисунках они смогли рассматривать как графики уравнений и как происходил процесс задания этих уравнений. Показали на примерах уравнений отдельных функций, каким образом заносятся формулы и производятся расчеты по ним, как строятся сами графики в табличном процессоре MS Excel.

В заключение защиты своих проектов, каждая группа предоставила документацию – дневник проекта, который содержал письменно оформленные все этапы работы: фотографию или иллюстрацию из книги взятого в разработку памятника, помещённый в систему координат рисунок, историческую справку, напечатанный лист, с построенными на компьютере графиками, расчёты для получения уравнений графиков, художественно завершённый рисунок. В конце урока был проведен анализ результата своей деятельности (рефлексия) с участниками проекта и выставление оценок.

По мнению присутствовавших учителей, урок получился, а это значит, поставленная цель достигнута. Участники групп, осуществившие проектную деятельность, получили большое удовлетворение от работы над проектом, от возможности продемонстрировать свои знания по данной тематике в области математики и информатики, от грамотных выступлений на защите. Все учащиеся обогатили себя новыми знаниями и в вопросах построения графиков функций, и в задании уравнений по графикам, и в работе с компьютерными программами. Немаловажную роль играет и то, что ребята больше узнали об истории своего родного города и почувствовали гордость за великое мастерство своих предков на протяжении многих веков.	

Занятие 6. Интеграционные связи математики (практическое занятие)

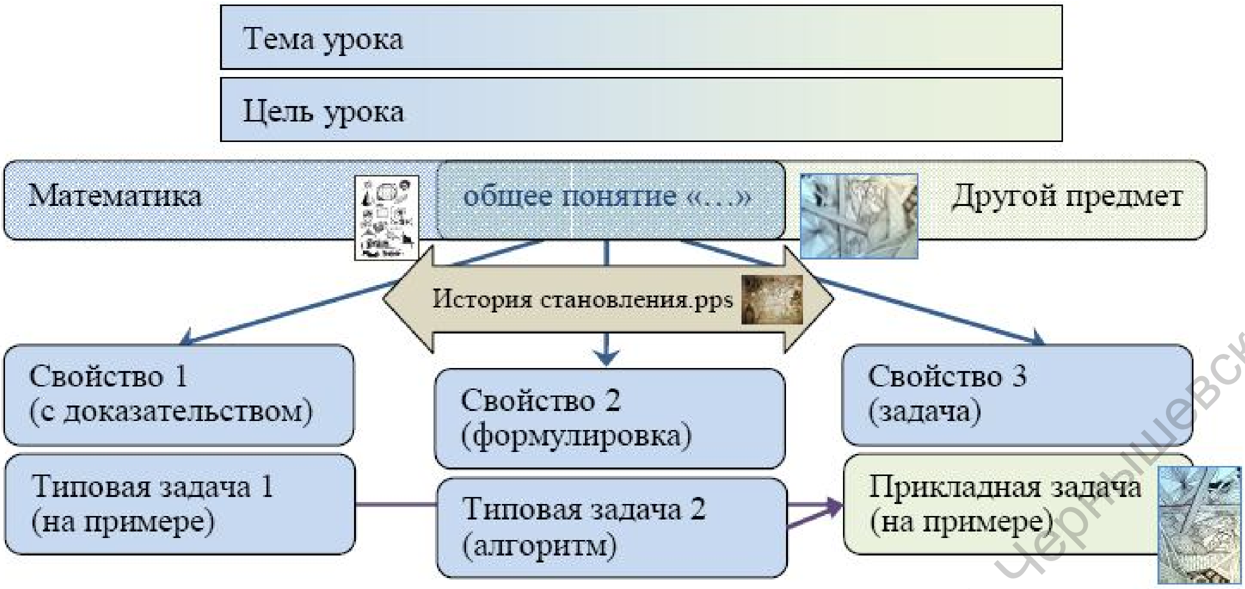
Задание 1. Составить схемы (см. образец) для выявления интеграционных связей математики и других учебных предметов.

Задание 2. Разработайте содержание бинарного урока математика + … (например,

математика + *информатика,*
математика + *физика,*
математика + *химия,*
математика + *биология,*
математика + *экономика*),

для чего:

1. Определитесь с темой урока.
2. Сформулируйте цель урока.
3. Определитесь с видом интеграции.
4. Возьмите на кафедре (ауд.411) нужные школьные учебники, учебно-методические пособия, дополнительную литературу.
5. Определите, какие понятия каждой предметной области по выбранной теме вы будите формировать на уроке. Как связаны понятия ваших предметных областей? Как наилучшим образом продемонстрировать учащимся эту связь?
6. Выберите, какие свойства изучаемых понятий Вы рассмотрите с учениками? В какой форме?
7. Подумайте, какие процедуры, связанные с рассматриваемыми понятиями, Вы предложите ученикам для формирования соответствующих общих или специальных умений? Как обоснуете их необходимость? Каким образом продемонстрируете их полезность в той и другой предметной области?
8. Определитесь с тем, какие средства наглядности Вы можете использовать на уроке?
9. Фиксируйте содержание урока в виде структурной схемы (см. образец):



Занятие 7. Структура непрерывного курса математики (лекция)

<u>Содержание лекции</u>. Структура является формой представления дисциплины как целостной системы, при этом материал курса становится обозримым, определяются внутренние связи учебного материала в курсе. Под структурой понимается графическая форма представления содержания курса в виде взаимосвязанных модулей (блоков, разделов, тем) в соответствии с принятой автором логикой организации, построения курса. Применительно к учебному курсу структура имеет сложный (двойственный) характер: с одной стороны, она определяет внутреннее логическое построение материала курса и соответствии с современным научным знанием в данной предметной области, с другой – зависит от личной позиции автора учебного курса, от его внутреннего видения взаимосвязи и взаимозависимости материала учебного курса. Эти два характеризующих структуру положения могут соотноситься друг с другом следующим образом: приоритетное влияние на структуру курса оказывает или классическое, устоявшееся, традиционное структурирование материала курса, или авторское, оригинальное видение внутренней организации материала. В ходе структуризации материала курса преподаватель глубже осознает логику организации материала, которой он придерживается в курсе, фиксирует ее и получает возможность построить иную (часто не в единственном варианте) структуру курса.

Модульная (блочная) структура учебного курса – структура курса, состоящая из завершенных составных частей (учебных модулей), что допускает различные образовательные траектории его изучения и позволяет использовать один и тот же курс в образовательных программах различного объема и назначения.

Учебно-методический модуль (УММ) – автономная организационно-методическая структура учебной дисциплины, включающая дидактические цели (перечни знаний, умений и навыков, которые должны быть получены обучающимися в результате работы над модулем), логически завершенную единицу учебного материала (теоретическую и практическую части, индивидуальные задания), методическое руководство и систему контроля знаний (тесты и контрольные работы для входного и выходного контроля, задания на определение «выживаемости» знаний (отсроченный контроль, тест остаточных знаний). Учебно-методический комплекс (УМК) – включает в себя элементы, необходимые для эффективной реализации учебного процесса (учебное пособие, руководство по изучению дисциплины, глоссарий, тесты, хрестоматию и др.)

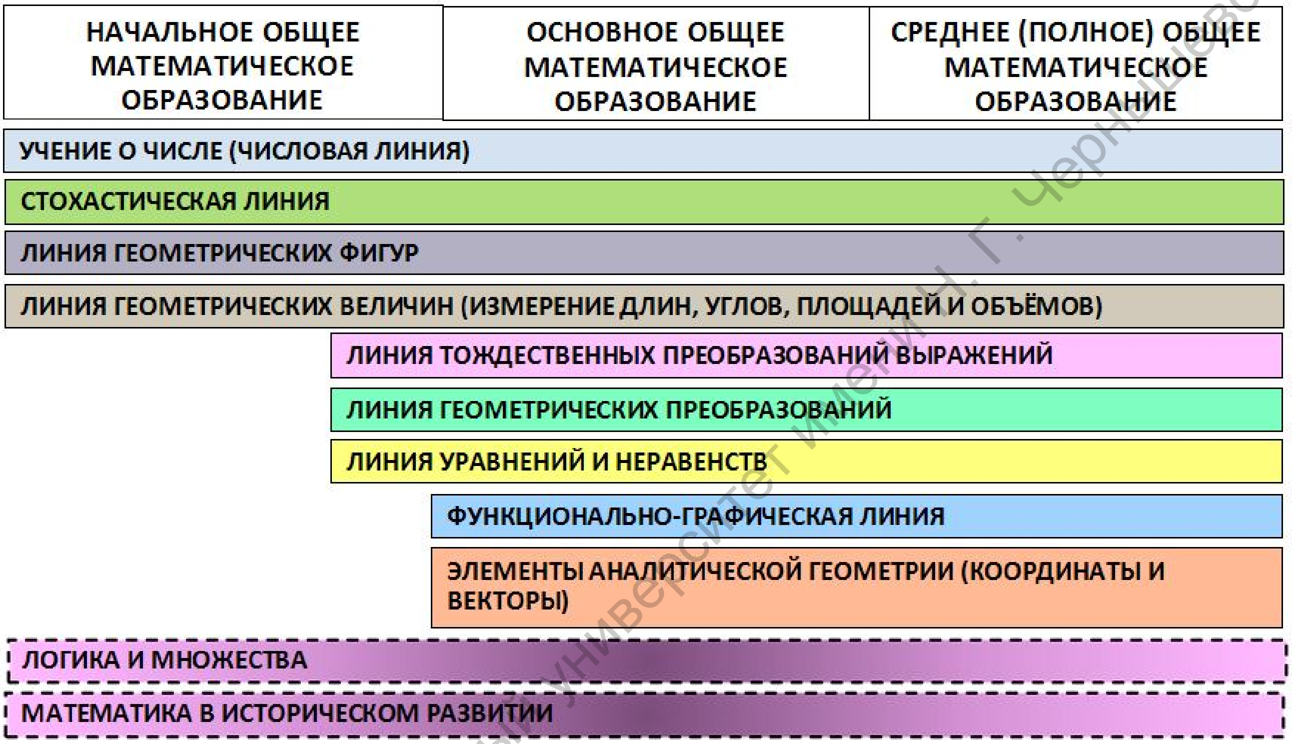
Ведущие содержательные линии задают структуру непрерывного курса. Чтобы устойчивой была не только структура учебной дисциплины, но и само содержание (конечно же, в определённых границах, позволяющих педагогу реализовывать свои педагогические предпочтения и учитывать специфику учебного заведения), необходимо понять: на какой основе, в соответствии с какими принципами следует производить наполнение ведущих содержательных линий.

Понятия как основа содержательной линии. Понятия в школьном курсе математики. Анализ содержания школьной программы по математике показывает, что различные математические понятия выполняют неодинаковые функции, играют, соответственно, различные роли в школьном курсе. Многие понятия (понятия одночлена, многочлена, алгебраической дроби, четной функции, параллелограмма, пирамиды и т.п.) занимают в нем локальное место, изучаются в пределах одного раздела, а в дальнейшем лишь используются в других разделах, может быть, на другом материале. Одни из них имеют более широкое, по сравнению с другими, применение, однако используются они именно в том варианте, в каком были изучены. За пределами основного раздела (темы, параграфа, главы) представления учащихся об этих понятиях обогащаются лишь за счет рассмотрения новых ситуаций применения. Другая группа понятий (понятия числа, функции, уравнения, геометрической фигуры, геометрической величины и другие.) характеризуется тем, что каждое из них как бы пронизывает все содержание школьного курса или значительную его часть. Как правило, в эту группу входят фундаментальные понятия математической науки, отражающие ее ведущие идеи. Вокруг этих понятий группируется соответствующее содержание (другие понятия, связанные с базовым; суждения и действия, необходимые для их усвоения). При этом, практически при каждой новой встрече с понятием обогащаются представления учащихся о нем: расширяются их знания о содержании этого понятия и его объеме.

Все это содержание, хотя и изучается в различных темах и разделах, представляет собой некое целостное образование с многочисленными внутренними связями. Именно в подобных случаях говорят о содержательных линиях школьного курса математики. Специфическое содержание, связанное с определенным базовым понятием и соответствующим методом (с каждой содержательной линией связаны специальные методы), определяет и специфику методики изучения этого блока материала. Именно поэтому говорят не просто о содержательных, а о содержательно-методических линиях.

Существенные признаки понятия «ведущая содержательная линия школьного курса математики»: (1) содержание, выделяемое в ведущую линию, представляет собой некоторый целостный блок учебного материала; (2) изучается на протяжении длительного времени (в течение нескольких лет); (3) содержит одно из фундаментальных понятий математики-науки и ряд связанных с ним понятий; (4) включает в себя один или несколько специальных математических методов, базирующихся на данном фундаментальном понятии; (5) базовое (фундаментальное) понятие линии по мере «прохождения» по школьному курсу неоднократно расширяет свое содержание; увеличивается число примеров понятия, известных учащимся; (6) рассматриваемый блок материала характеризуется многочисленными связями внутри школьного курса математики (Плакатина О.И.).

Ниже представлены содержательно-методические линии современного школьного курса математики.



Содержательные линии	Специальные методы
Числовая линия	арифметические операции в различных числовых множествах; вычислительный метод
Стохастическая линия	метод математического моделирования, методы решения комбинаторных задач, методы описательной статистики
Линия геометрических фигур	метод цепочки треугольников; метод геометрических мест точек (пересечения фигур)
Линия геометрических величин	метод исчерпывания (интегрального исчисления); методы «разрезания», дополнения и «перекраивания» фигур; методы нахождения площадей и объемов
Линия тождественных преобразований выражений	метод тождественных преобразований
Линия геометрических преобразований	метод геометрических преобразований
Линия уравнений и неравенств	метод уравнений и неравенств при решении задач (метод моделирования); обобщенные методы решения уравнений и неравенств
Функционально-графическая линия	метод исследования функций; функциональный метод решения уравнений и неравенств
Элементы аналитической геометрии	векторный метод; координатный метод

Основные линии школьного курса математики с учётом критерия знаний и умений: формально-оперативная (формирование навыков вычислений, тождественных преобразований, решения уравнений, исследования функций и т.п.), содержательно прикладная (решение текстовых, геометрических задач,

задач с физическим, техническим, экономическим и т.п. содержанием), вычислительно-графическая (формирование умений строить таблицы, графики, диаграммы, а также умения осуществлять приближенные вычисления, прикидку, пользоваться калькулятором), логическая (формирование системы понятий и фактов путем построения определений и доказательств), теоретико-множественная (формирование умений и навыков использования теоретико-множественной символики, знание основных положений классической теории множеств, умение проводить основные операции над множествами), культурно-историческая (формирования представлений о математике как части человеческой культуры, для общего развития школьников, для создания культурно-исторической среды обучения).

I. Контрольные вопросы и задания.

1. Перечислите содержательно-методические разделы школьного курса математики.
2. Охарактеризуйте раздел «Арифметика».
3. Охарактеризуйте раздел «Алгебра».
4. Охарактеризуйте раздел «Функции».
5. Охарактеризуйте раздел «Вероятность и статистика».
6. Охарактеризуйте раздел «Геометрия».
7. Что понимают под содержательно-методической линией школьного курса? Перечислите основные содержательно-методические линии школьного курса математики.
8. Какие линии возникли в результате интеграции основных содержательно-методических линий школьного курса математики?
9. Перечислите особенности новой линии «Логика и множества».
10. Какой цели служит линия «Логика и множества»?
11. Перечислите особенности новой линии «Математика в историческом развитии».
12. Какой цели служит линия «Математика в историческом развитии»?
13. Перечислите основные линии ШКМ с учетом критерия знаний и умений.
14. Охарактеризуйте логическую линию ШКМ.
15. Охарактеризуйте формально-оперативную линию ШКМ.
16. Охарактеризуйте прикладную линию ШКМ.
17. Охарактеризуйте вычислительно-графическую линию ШКМ.
18. Охарактеризуйте теоретико-множественную линию ШКМ.
19. Охарактеризуйте культурно-историческую линию ШКМ.
20. Перечислите основные учебно-методические комплекты и новые проекты издательства «Просвещение».
21. Перечислите основные учебно-методические комплекты и новые проекты издательства «Академия».
22. Перечислите УМК по математике издательства «Мнемозина».

II. Изучение хрестоматийного материала: сайты ИД «Просвещение»: http://www.prosv.ru, «Мнемозина»: http://www.mnemozina.ru.

III. Информационные ресурсы для самостоятельного изучения (на CD): презентации: **6.Структура.pps,**
МГУ-школе.pps,
УМК ИД Дрофа.pps,
УМК СШ изд-ва Просвещение.pps,
УМК ИД Мнемозина.pps,
УМК изд-ва Просвещение.pps,
УМК Истоминой.pps,
УМК Потоскуев-Звавич.pps, УМК Смирновых.pps;
текстовые документы: **УМК для НШ ИД Дрофа.doc,**
УМК ИД Академия.doc.

IV. Задания для самостоятельной работы:

1. Охарактеризуйте УМК по математике для начальной школы Э.И. Александровой.
2. Что представляет собой методическая система развивающего обучения математике в 1-4 классах Н.Б. Истоминой: концепция курса и её практическая реализация?
3. Охарактеризуйте логику построения курса математики для начальной школы Н.Б. Истоминой.
4. Охарактеризуйте методический подход Н.Б. Истоминой к формированию понятий.
5. Охарактеризуйте систему учебных заданий курса математики Н.Б. Истоминой.
6. Охарактеризуйте методику обучения решения текстовых задач Н.Б. Истоминой.
7. Охарактеризуйте методику формирования представлений о геометрических фигурах Н.Б. Истоминой.
8. Назовите функции многоуровневого учебника.
9. Какие виды учебников для профильного обучения предлагает ИД «Просвещение»? Перечислите пособия для профильной школы, выпущенные ИД «Просвещение». Перечислите учебники математики предпрофильной подготовки, выпущенные ИД «Просвещение».
10. Охарактеризуйте федеральный учебно-методический комплект по стереометрии для X-XI классов с углубленным и профильным изучением математики (Е.В. Потоскуев, Л.И. Звавич).
11. Перечислите научно-методические особенности учебников серии «МГУ – школе».
12. Охарактеризуйте УМК «Математика 5-6» (авторы: Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд).
13. Охарактеризуйте УМК авторского коллектива под руководством А.Г. Мордковича.
14. Перечислите основные компоненты и особенности УМК И.М. Смирновой и В.А. Смирнова.

Занятие 8. Логико-дидактический анализ школьных учебников математики и их структурных компонентов (мастер-класс)

Методический инструментарий.

– Для создания целостного представления о содержании школьного курса математики целесообразно рассмотрение его как системы. Логико-дидактический анализ учебного материала представляет собой один из вариантов системного анализа, отражающий специфику тех систем, к которым применяется – к содержанию школьного курса математики. Отдельные компоненты системы образуют системы более низкого порядка (подсистемы – уровни), а вся система, в свою очередь, является подсистемой системы более высокого порядка. Изъятие или включение отдельной темы не изменяет качества рассматриваемой системы (результатов усвоения содержания школьного курса), а введение или исключение содержательной линии приводит к качественным изменениям.

– Презентация (на CD) **7.Содержание.pps**

– Приложение 1

– Образец описания ДЕ$_6$ в качестве структурного компонента школьного учебника математики.

Дидактические единицы школьного курса математики		
УРОВЕНЬ	**НАЗВАНИЕ**	**ПРИМЕР**
1 уровень	Предметная область	Математика. Информатика
2 уровень	Дисциплина: раздел	Математика: арифметика
3 уровень	Содержательно-методическая линия	Числовая линия
4 уровень	Модуль	Натуральные числа (глава I)
5 уровень	Тема	Натуральные числа и шкалы (параграф 1)
6 уровень	Параграф	Обозначения натуральных чисел (пункт 1)
7 уровень	Определения, свойства, процедуры, задачи	Натуральное число, цифра, десятичная запись натурального числа, разряд в десятичной записи натурального числа, классы разрядов, однозначные натуральные числа, двузначные натуральные числа, …, многозначные натуральные числа, миллион, миллиард, натуральный ряд, свойства натурального ряда, единица, нуль

– Школьный учебник математики.

Глава I

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 1. Натуральные числа и шкалы

1. Обозначение натуральных чисел

Для счета предметов применяют ***натуральные числа***. Любое натуральное число можно записать с помощью десяти ***цифр***: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Такую *запись* чисел называют ***десятичной***.

Последовательность всех натуральных чисел называют ***натуральным рядом***:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, ...

Самое *маленькое* натуральное число — единица (1). В натуральном ряду каждое следующее число на 1 больше предыдущего. Натуральный ряд *бесконечен*, наибольшего числа в нем нет.

Значение цифры зависит от ее места в записи числа. Например, цифра 4 означает: 4 *единицы*, если она стоит на последнем месте в записи числа (***в разряде единиц***); 4 *десятка*, если она стоит на предпоследнем месте (***в разряде десятков***); 4 *сотни*, если она стоит на третьем месте от конца (***в разряде сотен***).

Цифра 0 означает ***отсутствие единиц данного разряда*** *в десятичной записи числа.* Она служит и для обозначения числа **«нуль»**. Это число означает «ни одного». Счет 0 : 3 футбольного матча говорит о том, что первая команда не забила ни одного гола в ворота противника.

Нуль ***не относят*** *к натуральным числам.*

Если запись натурального числа состоит из *одного знака* — одной цифры, то его называют ***однозначным***. Например, числа 1, 5, 8 — однозначные.

Если запись числа состоит из двух знаков — двух цифр, то его называют ***двузначным***. Например, числа 14, 33, 28, 95 — двузначные.

Так же по числу знаков в данном числе дают названия и другим числам:
числа 386, 555, 951 — *трехзначные*;
числа 1346, 5787, 9999 — *четырехзначные* и т. д.

Двузначные, трехзначные, четырехзначные, пятизначные и т. д. числа называют ***многозначными***.

Для чтения многозначных чисел их разбивают, начиная справа, на группы по три цифры в каждой (самая левая группа может состоять из одной или двух цифр). Эти группы называют ***классами***.

Три первые цифры справа составляют класс единиц, три следующие — класс тысяч, далее идут классы миллионов, миллиардов и т. д.

Миллион — это тысяча тысяч (1000 тыс.), его записывают: 1 млн или 1 000 000.

Миллиард — это 1000 миллионов. Его записывают: 1 млрд или 1 000 000 000.

Число 15 389 000 286 записано в таблице.

Это число имеет 286 единиц в классе единиц, нуль единиц в классе тысяч, 389 единиц в классе миллионов и 15 единиц в классе миллиардов.

Классы	миллиарды			миллионы			тысячи			единицы		
Разряды	сотни	десятки	единицы	сотни	десятки	единицы	сотни	десятки	единицы	сотни	десятки	единицы
Число		1	5	3	8	9	0	0	0	2	8	6

15 миллиардов 389 миллионов 286

Чтобы *прочитать число*, называют слева по очереди число единиц каждого класса и добавляют название класса. *Не произносят* название класса единиц, а также класса, все три цифры которого — нули.

Какие числа применяют для счета предметов?
Назовите первые шестнадцать чисел натурального ряда.
Назовите все цифры.
Приведите примеры: двузначных чисел, трехзначных чисел, шестизначных чисел.
Назовите разряды в классе единиц.
Назовите по порядку первые четыре класса в записи натуральных чисел.
Как читают многозначные числа?

К

1. Прочитайте числа 15; 152; 514; 2537; 5007; 52 615. Что означает цифра 5 в записи каждого из этих чисел? Что означает цифра 0 в записи каждого из чисел 30; 408; 50 618; 400 003?

2. Напишите число, в котором:

а) 9 сотен 0 десятков 3 единицы;
б) 5 сотен 8 десятков 0 единиц;
в) 3 тысячи 2 сотни 4 десятка 1 единица;
г) 3 единицы 4 десятка 5 сотен 6 тысяч;
д) 9 сотен 5 десятков 0 единиц 3 тысячи;
е) 7 тысяч 8 единиц 0 сотен 0 десятков.

Прочитайте эти числа.

6

I. Мастер-класс. Проведём логико-дидактический анализ п.1. «Обозначения натуральных чисел» параграфа 1 «Натуральные числа и шкалы» главы 1 «Натуральные числа» учебника:

Математика: Учеб. Для 5 кл. общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд. – 17-е изд., перераб. – М.: Мнемозина, 2005. – 280 с.

Комментарий 1. Логико-дидактический анализ (ЛДА) дидактической единицы 6 уровня – параграфа учебника – начинается с выделения дидактических единиц 7 уровня.

Как правило, абзац содержит одну дидактическую единицу 7 уровня (ДЕ), но иногда авторы учебника, исходя из требований, предъявляемых к представлению учебной информации, объединяют в одном абзаце несколько ДЕ. Бывает, что из тех же соображений, одна ДЕ занимает более одного абзаца.

Так, в первом абзаце п.1 «Обозначение натуральных чисел» объединены три ДЕ:

– определение натурального числа,

– свойство записи натуральных чисел,

– определение десятичной записи натурального числа.

Второй и третий абзацы отданы под определение натурального ряда.

Четвёртый абзац включает в себя характеристические свойства множества натуральных чисел – аксиоматическое определение множества натуральных чисел.

Комментарий 2. Следующий этап логико-дидактического анализа заключается в выявлении структуры дидактической единицы 6 уровня, которую целесообразно из соображений наглядности представить в виде схемы.

Центральную часть схемы занимают основные ДЕ: определения понятий, свойства понятий, описания процедур. Слева от основных ДЕ размещаются разнообразные информационные модели описываемых объектов и явлений: рисунки, схемы, статистические данные и т.п. Справа – примеры понятий, выполнимости свойств.

Схема, отражающая структуру параграфа, является отправной точкой для разработки с учащимися опорных сигналов (конспектов сигналов) по данной теме

Структурирование содержания параграфа позволяет выявить возможные проблемы в восприятии и усвоении изучаемого материала и разработать:

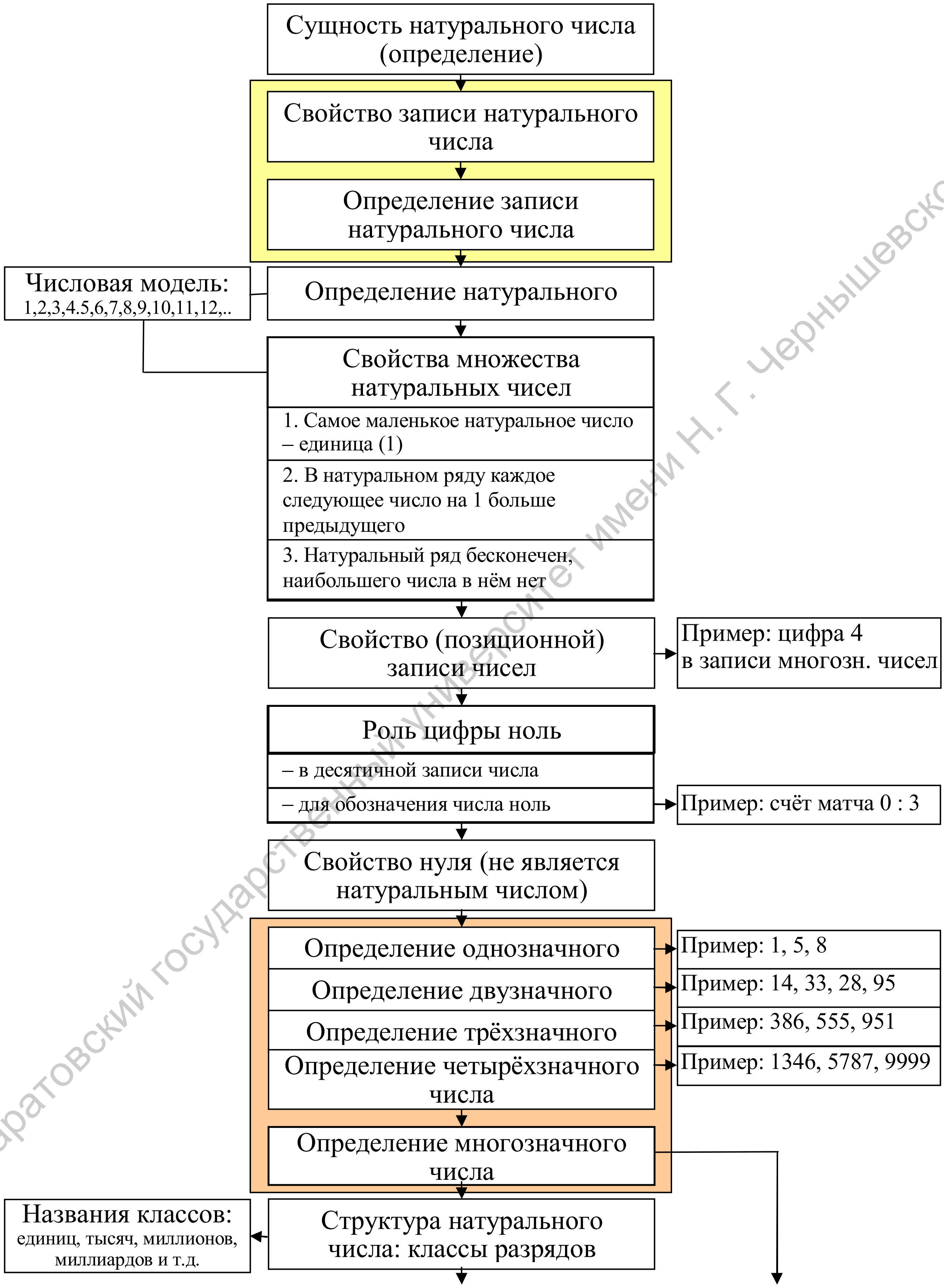
– систему сопутствующих ДЕ параграфа информационных моделей,

– систему специально подобранных упражнений на усвоение и закрепление наиболее сложных для восприятия и усвоения ДЕ,

– ряд проблемных вопросов для более углубленного изучения материала и т.д.

Выявим структуру п.1. «Обозначения натуральных чисел», составим структурную схему.

п.1. Обозначения натуральных чисел



Комментарий 3. Представим типологию дидактических единиц 6 уровня (параграфов):

– I тип – в параграфе вводятся понятия

– II тип – в параграфе рассматриваются свойства понятий

– III тип – в параграфе разбираются методы решения типовых задач

– IV тип – в параграфе вводятся понятия и рассматриваются их свойства

– V тип – в параграфе рассматриваются свойства понятий и разбираются методы решения типовых задач.

– VI тип – в параграфе вводятся понятия и разбираются методы решения типовых задач.

– VII тип – в параграфе вводятся понятия, рассматриваются их свойства и разбираются методы решения типовых задач.

П. 1 «Обозначения натуральных чисел» относится к VI типу дидактических единиц 6 уровня, в нём вводятся понятия, и даются алгоритмы записи и чтения натуральных чисел

Комментарий 4. Далее характеризуется каждое понятие темы, изображается дерево понятий, формулируются обобщающие выводы.

1. Понятие **цифры** вводится остенсивно: предъявляются знаки: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, – которые и объявляются цифрами.

2. Понятие **натурального числа** определено в учебнике неявно разными способами: генетически, аксиоматически, индуктивно, определения: (1) реальное (употребляемое при счёте предметов) и (2) номинальное (аксиоматические через указание свойств, которыми должны удовлетворять натуральные числа).

3. Понятия **однозначного, двузначного, …, многозначного числа** определены явно; определения номинальные классические (через род «натуральное число» и видовое отличие – количество цифр).

4. Понятие **натурального ряда** определено в учебнике неявно разными способами: остенсивно (путём предъявление числовой модели) и аксиоматически; кроме того даётся и явное номинальное (через род «последовательность» и видовое отличие: члены – натуральные числа).

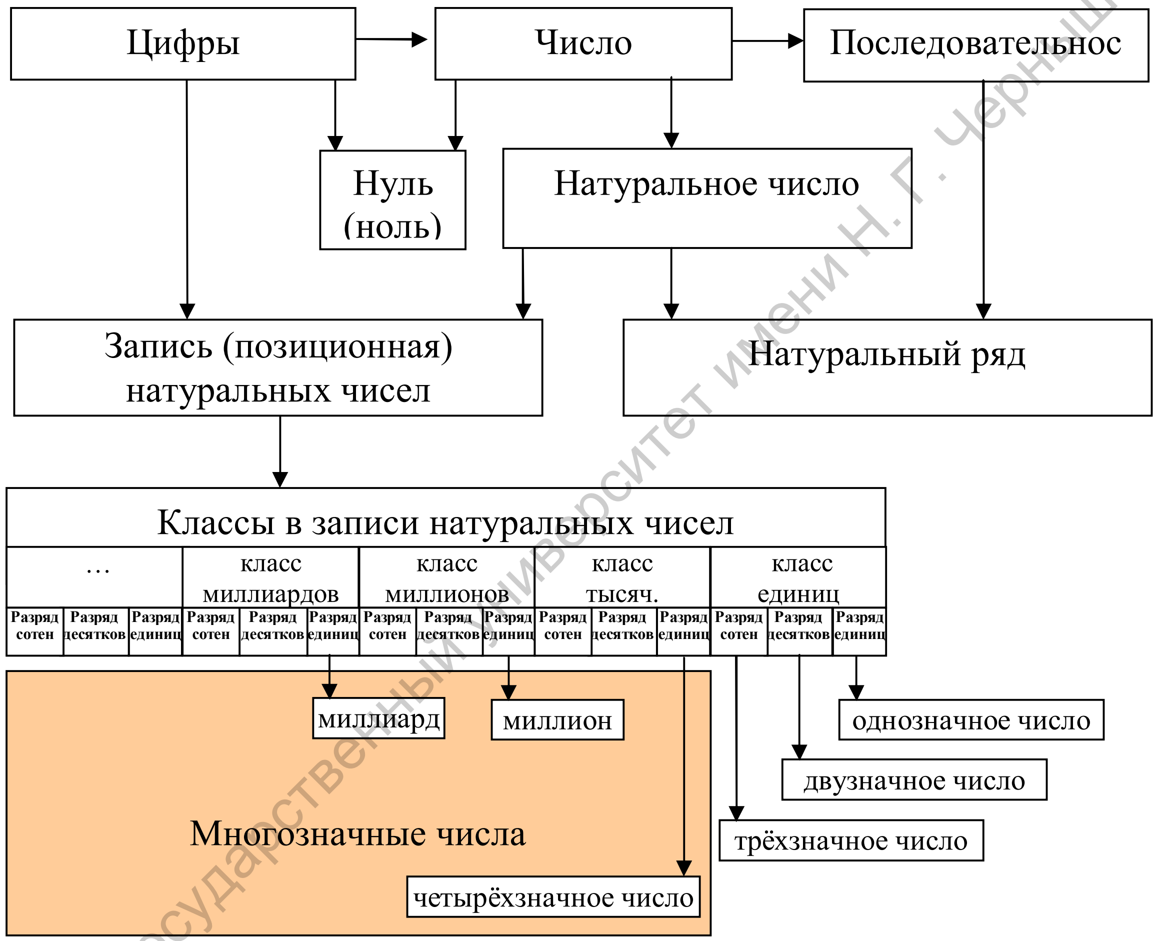
5. Понятия **миллиона, миллиарда** определены явно; определение номинальные классические (через род «многозначные числа» и видовое отличие – количество классов)

6. В тексте пункта даётся представление о **позиционной системе записи** натуральных чисел, но понятия позиционной системы не вводится.

7. Представление о **последовательности** даётся на интуитивном уровне.

Связь понятий можно представить в виде следующей схемы (дерево понятий):

п.1. Обозначения натуральных чисел (понятия)



Итак, в п. 1 «Обозначения натуральных чисел»:

– даётся ряд понятий, как правило, несколькими способами,

– новыми являются понятия натурального числа (представления о действиях с которыми учащиеся получили в начальной школе) и натурального ряда;

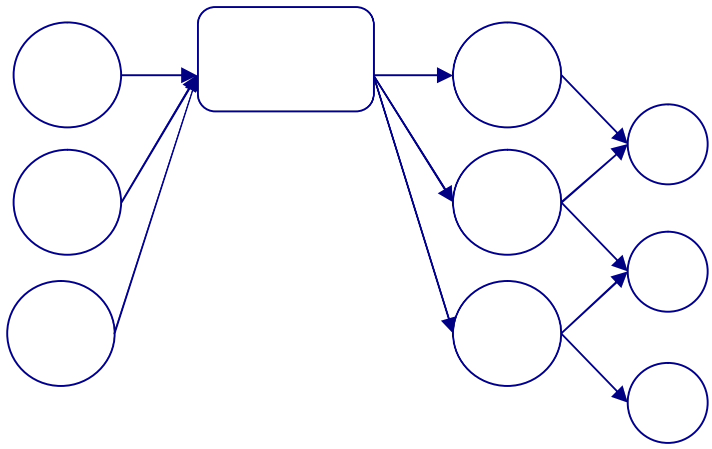
– никаких новых обозначений не даётся;

– даётся представление о позиционной системе счисления (роль цифры в записи натурального числа).

Комментарий 5. Перечисляются признаки математических объектов (характеристические свойства, зафиксированные в определениях – не рассматриваются); указываются теоремы, в которых формулируются признаки объекта в виде: *название – формулировка.*

Перечисляются свойства математических объектов; указываются теоремы, в которых формулируются свойства объекта в виде: *название – формулировка.*

Даётся характеристика каждой теоремы (в какой форме сформулирована: в условной или категоричной; приводится с доказательством или без доказательства; если теорема доказывается, то доказательство прямое или косвенное; указывается математический аппарат доказательства, приём доказательства).



Изображается граф теорем. формулируются обобщающие выводы.

Комментарий 6. Процедуру можно определить как систему последовательно осуществляемых операций, обладающую следующим свойством: после любой операции, входящей в ее состав, либо больше не выполняется никаких операций, либо выполняется некоторая определенная операция, либо имеет место разветвление процедуры, то есть выполняется одна из некоторого конечного набора операций.

То, какая именно операция осуществляется при разветвлении вслед за данной операцией, может однозначно определяться тем, выполняются ли некоторые четкие условия, содержащие ссылки на тот или иной признак (признаки) какого-либо объекта (объектов). Разветвления, обладающие этим свойством, называют однозначно детерминированными, а все прочие разветвления – неоднозначно детерминированными.

Назовём процедуру алгоритмической – алгоритмом – если она состоит из эффективных операций и не содержит неоднозначно детерминированных разветвлений.

Алгоритм, кратко сформулированный в виде некоторого предложения (для лучшего запоминания) назовём правилом; любое правило может быть развёрнуто и представлено системой последовательно осуществляемых операций.

Квазиалгоритмическая процедура – алгоритмическое предписание – может содержать неоднозначно детерминированные разветвления, но то, какая именно операция осуществляется при таком разветвлении вслед за данной операцией, с достаточно высокой вероятностью определяется тем, выполняются ли условия того типа, который был описан выше при характеристике однозначно детерминированных разветвлений.

Процедуры, описываемые как фактически осуществленные – примеры решения типовых задач (примеры) – обычно не содержат разветвлений.

Логический анализ математической процедуры:

– определение процедуры: алгоритм, правило, пример решения типовой задачи;

– выделение последовательности операций и логических связок в процедуре;

– установление связи с другими знаниями.

Математический анализ математической процедуры – установление математической основы (базовых математических положений, которые позволяют строить процедуру).

При логико-дидактическом анализе параграфа проводится логический или логико-математический анализ каждой процедуры.

В п. 1 «Обозначения натуральных чисел» даются:

– правило чтения многозначных чисел: **«их разбивают, начиная справа, на группы (классы) по три цифры (самая левая группа может состоять из одной или двух цифр) <…>**

Чтобы прочитать число, называют слева по очереди число единиц каждого класса и добавляют название класса. Не произносят название класса единиц, а также класса, все три цифры которого – нули»;

– пример чтения многозначного числа 15 389 000 286 с использования информационной табличной модели:

«Число 15 389 000 286 записано в таблице.

Это число имеет 286 единиц в классе единиц, нуль единиц в классе тысяч, 389 единиц в классе миллионов и 15 единиц в классе миллиардов.

Классы	**миллиарды**			**миллионы**			**тысячи**			**единицы**		
Разряды	**сотни**	**десятки**	**единицы**	**сотни**	**десятки**	**единицы**	**сотни**	**десятки**	**единицы**	**сотни**	**десятки**	**единицы**
Число		**1**	**5**	**3**	**8**	**9**	**0**	**0**	**0**	**2**	**8**	**6**

15 миллиардов 389 миллионов 286»

Правило и пример чтения многозначных чисел поясняют и дополняют друг друга. С другой стороны, в п.1 нет указаний, как записать многозначное число, информация о котором поступает по аудиальным каналам восприятия, например, пятнадцать миллиардов триста восемьдесят девять тысяч двести восемьдесят шесть. Это следует учитывать при подготовке к уроку.

Комментарий 7. После того, как проанализирован теоретический материал параграфа, приступают к анализу задачного материала.

Сначала выясняют, достаточно ли в учебнике упражнений на усвоение теоретического материала (материала ДЕ$_6$ – параграфа). Как известно, для качественного освоения ДЕ$_7$ необходимо не менее 3 упражнений на усвоение, причём, чем сложнее ДЕ$_7$, тем или число упражнений должно быть больше, или упражнения заменяются решением некоторой проблемной задачи.

В п. 1 «Обозначения натуральных чисел» можно выделить 10 основных ДЕ$_7$, каждой из которых соответствует определённое число упражнений на усвоение (см. таблицу):

Соотношение теоретического материала и упражнений для его усвоения в п. 1 «Обозначения натуральных чисел»

№	ДЕ$_7$	Упражнения на усвоение	
		№	всего
1	определение натурального числа	7	1 задача
2	определение и свойство записи натурального числа	1. КВ2 (5 чисел), 2(а-е), 3(а-к), 7, 15, **24**[2]	24 задачи
3	определение (аксиоматическое, в нашей структуре «свойства множества натуральных чисел») множества натуральных чисел	**23 (а-д)**	5 задач
4	роль цифры ноль	1. КВ3 (5 чисел)	5 задач
5	структура натурального числа: классы разрядов	4(7 чисел), 14	8 задач
6	определение многозначного числа	6 (9 чисел), 14, **25**	11 задач
7	определение миллиона		
8	определение миллиарда		
9	представление числа в табличной информационной модели	можно продемонстрировать на № 3(а-к)	10 задач
10	правило вербального представления числа (чтение многозначных чисел).	1. КВ1 (5 чисел), 2(а-е), 4 (7 чисел), 5 (12 чисел), 8, 9, 10(а-в), 13, **26**	37 задач

Как видно из таблицы, недостаточно упражнений только для выявления сути понятия «натуральное число», что вполне объяснимо: с этими числами учащиеся работали при изучении начального курса математики (1-4 классы) При желании, учитель может подобрать упражнения, аналогичные задаче № 7.

Комментарий 8. Далее анализируется содержание, возможные методы, способы и приёмы решения задач (не являющихся упражнениями на усвоение теоретического материала) к п.1.

К п. 1 «Обозначения натуральных чисел» можно выделить единственный тип задач: (№№ 11, 12, **27**) **Запишите все трёхзначные / двузначные числа, в записи которых употребляются только числа А и В** (относится к стохастической линии; задача № 11 даётся с образцом рассуждения и оформления, в № 12, **№ 27** – включены дополнительные требования: найти сумму получившихся чисел и разделить её на некоторое число (№ 12)).

Комментарий 9. По результатам ЛДА формулируются выводы относительно возможностей урока по изучению материала ДЕ$_6$, необходимой подготовки учителя к этому уроку.

Результаты ЛДА п. 1 «Обозначения натуральных чисел» позволяют сделать вывод: изучение материала данного пункта возможно в течение одного урока. Тип урока – урок изучения нового материала (ИНМ).

[2] Жирным шрифтом в таблице выделены задания домашней работы

Занятие 9. Логико-дидактический анализ дидактических единиц пятого уровня – темы школьного учебника (практическое занятие)

Содержание занятия.

Задание 1. Провести логико-дидактический анализ структурной единицы 5 уровня, относящейся к числовой линии.

Методическое указание. Начните ЛДА с определения точек вхождения ДЕ$_5$ в содержание выбранного Вами учебника. Затем проведите ЛДА каждой ДЕ$_6$, сформулируйте выводы.

Например, модуль «Обыкновенные дроби» числовой линии школьного курса математики представлен в содержание учебника: *Математика: Учеб. для 5 кл. общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд. – 17-е изд., перераб. – М.: Мнемозина, 2005. – 280 с.* – одноимённой темой (§ 5) главы II «Дробные числа» и включает в себя 8 ДЕ$_6$:

п. 22 Окружность и круг

п. 23 Доли. Обыкновенные дроби

п. 24 Сравнение дробей

п. 25 Правильные и неправильные дроби

п. 26 Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

п. 27 Деление и дроби

п. 28 Смешанные числа

п. 29 Сложение и вычитание смешанных чисел

Задание 2. Обменяйтесь с сокурсников результатами проделанного ЛДА, оцените его работу, выскажите свои замечания.

Задание 3. Обоснуйте несостоятельность сделанных Вам замечаний или исправьте их.

Занятие 10. Числовая линия школьного курса математики (практическое занятие)

Методический инструментарий. Презентация (на CD) **Числовая линия.pps.**

Содержание занятия.

I. Самостоятельное изучение теоретического материала по теме «Особенности содержания и методики школьной арифметики: числовая линия школьного курса алгебры» с использованием указанного методического инструментария.

Контрольные вопросы и задания.

Вариант 1.

1. Выделите логическую составляющую числовой линии.
2. Перечислите элементы числовой линии в порядке их введения в ШКМ.
3. Как можно определить сложение натуральных чисел?
4. Как изучаются свойства операций вычитания, деления и извлечения квадратного корня в ШКМ?
5. Перечислите методические особенности изучения чисел в НШ.

6. В чём суть принципа сочетания методов индукции и дедукции при изучении чисел в ШКМ?

7. В чём суть проблемы формирования «правильных» алгоритмов действий с положительными и отрицательными числами?

Вариант 2.

1. Выделите формально-оперативную составляющую числовой линии.

2. Охарактеризуйте внутренние связи числовой линии.

3. Как определяются основные операции на множестве целых чисел?

4. Насколько системно разворачивается числовая линия в ШКМ?

5. Перечислите методические особенности изучения чисел в 5-6 классах.

6. Охарактеризуйте различные методические подходы к решению проблемы порядка изучения десятичных и обыкновенных дробей.

7. Как мотивировать введение иррациональных чисел?

Вариант 3.

1. Выделите прикладную составляющую числовой линии.

2. Охарактеризуйте внешние связи числовой линии.

3. Как определяются основные операции на множестве рациональных чисел?

4. В чём суть принципа общности решения типовых задач? Привести примеры.

5. Перечислите методические особенности изучения чисел в 7-9 классах.

6. Эквивалентны ли понятия «дробь», «дробное число», «смешанное число»?

7. В чём суть проблемы формирования «правильных» алгоритмов действий с иррациональными числами?

Вариант 4.

1. Выделите вычислительно-графическую составляющую числовой линии.

2. Мотивация введения и изучения элементов числовой линии.

3. Необходимо ли в ШКМ ставить вопрос о выполнимости тех или иных операций? Ответ обосновать.

4. В чём суть принципа перманентности и минимальности для расширения числового множества? Привести примеры.

5. Перечислите методические особенности изучения чисел в 10-11 классах.

6. Эквивалентны ли понятия «десятичная дробь», «десятичная запись числа»?

7. В чём суть проблемы формирования «правильных» алгоритмов действий с логарифмами?

Вариант 5.

1. Выделите теоретико-множественную составляющую числовой линии.

2. Существует ли общая идея введения чисел в ШКМ? Если существует, то укажите, в чём её суть?

3. Как изучаются свойства операций сложения, умножения и возведения в степень в ШКМ?

4. Охарактеризуйте способы построения нового числового множества в контексте расширения числового множества.

5. Приведите пример сочетания методов индукции и дедукции при изучении дробей.

6. Как мотивировать введение отрицательных чисел?

7. В чём суть проблемы формирования «правильных» алгоритмов действий с иррациональными числами, записанными в тригонометрической форме?

II. Логико-дидактический анализ темы числовой линии.

Задание 1. Попытайтесь обосновать логику изложения теоретического материала и подбора задач анализируемого Вами школьного учебника, исходя из полученных знаний по теме «Особенности содержания и методики школьной арифметики: числовая линия школьного курса алгебры».

Задание 2. Доработайте необходимыми ДЕ$_7$ содержание темы, изложенной в учебнике.

Занятие 11. Основные содержательно-методические линии курса алгебры (лекция)

Содержание лекции.

Линия тождественных преобразований. Начальный курс математики – модуль «Арифметические действия»: Числовое выражение. Установление порядка выполнения действий в числовых выражениях со скобками и без скобок. Нахождение значения числового выражения. Использование свойств арифметических действий в вычислениях (перестановка и группировка слагаемых в сумме, множителей в произведении; умножение суммы и разности на число).

Основной курс математики – модуль «Алгебраические выражения»: Буквенные выражения (выражения с переменными). Числовое значение буквенного выражения. Допустимые значения переменных. Подстановка выражений вместо переменных. Преобразование буквенных выражений на основе свойств арифметических действий. Равенство буквенных выражений. Тождество. Степень с натуральным показателем и ее свойства. Одночлены и многочлены. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и квадрат разности. Формула разности квадратов. Преобразование целого выражения в многочлен. Разложение многочленов на множители. Многочлены с одной переменной. Корень многочлена. Квадратный трехчлен; разложение квадратного трехчлена на множители. Алгебраическая дробь. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение, деление алгебраических дробей. Степень с целым показателем и ее свойства. Рациональные выражения и их преобразования. Доказательство тождеств. Квадратные корни. Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям.

Полный курс математики – модуль «Трансцендентные выражения»: Преобразование выражений, содержащих степенную, тригонометрические, логарифмическую и показательную функции.

Линия уравнений и неравенств. Начальный курс математики – модуль «Числа и величины»: Сравнение и упорядочение чисел, знаки сравнения.

Основной курс математики – модуль «Уравнения»: Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Свойства числовых равенств. Равносильность уравнений. Линейное уравнение. Квадратное уравнение: формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Решение уравнений, сводящихся к линейным и квадратным. Примеры решения уравнений третьей и четвертой степеней. Решение дробно-рациональных уравнений. Уравнение с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными, примеры решения уравнений в целых числах. Система уравнений с двумя переменными. Равносильность систем. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными; решение подстановкой и сложением. Примеры решения систем нелинейных уравнений с двумя переменными. Решение текстовых задач алгебраическим способом. Декартовы координаты на плоскости. Графическая интерпретация уравнения с двумя переменными. График линейного уравнения с двумя переменными; угловой коэффициент прямой; условие параллельности прямых. Графики простейших нелинейных уравнений: парабола, гипербола, окружность. Графическая интерпретация систем уравнений с двумя переменными.

Модуль «Неравенства»: Числовые неравенства и их свойства. Неравенство с одной переменной. Равносильность неравенств. Линейные неравенства с одной переменной. Квадратные неравенства. Системы неравенств с одной переменной.

Полный курс математики – модуль «Равносильность уравнений, неравенств и их систем».

Модуль «Уравнения»: Решение степенных, тригонометрических, логарифмических и показательных уравнений. Графическая интерпретация уравнений с двумя неизвестными и их систем.

Модуль «Неравенства»: Метод интервалов – метод решения алгебраического неравенства с одной переменной. Решение степенных, тригонометрических, логарифмических и показательных неравенств. Графическая интерпретация неравенств с двумя неизвестными и их систем.

Функционально-графическая линия.

Содержание, непосредственно связанное с понятием функции, включает следующие компоненты:

1) функциональные понятия: область определения, область значений функции, график функции; сюда же относят понятия, использующиеся для определения функции при различных трактовках: переменная, соответствие, виды соответствий и другие, а также частные виды функций:

2) понятия, выражающие свойства функций: четность (нечетность), периодичность, монотонность, обратимость, непрерывность и другие;

3) теоремы, выражающие свойства определенных классов функций, а также их признаки;

4) учебные действия (процедуры): распознавания функций некоторых классов; исследования функций; построения графиков функций; конструирование функций, обратных данным, и другие.

Изучение конкретных видов функций не только расширяет число примеров понятия, известных учащимся, но и обогащает их знания о содержании понятия функции, поскольку новые свойства вводятся, чаще всего, при изучении тех видов функций, где эти свойства удобно иллюстрировать и изучать.

В школьном курсе математики изучаются такие понятия, которые в математике-науке являются фундаментальными, находят самое широкое применение благодаря развитым математическим методам, тем не менее, в программе по математике для средней школы они не образуют соответствующей содержательной линии. К таким относятся понятия производной и интеграла, глубина изучения которых и сфера применения весьма ограничены: учащиеся знакомятся с основными идеями, учатся применять понятия в некоторых ситуациях, но по-настоящему методы интегрального и дифференциального исчисления «не работают». Первоначально при введении понятий производной и интеграла в школьную программу предполагалось более широкое их применение, например, при выводе формул площадей и объемов некоторых фигур, установление тесных связей с курсом физики. В этом случае можно было бы, вероятно, говорить о соответствующей линии программы. В настоящее же время реализуются лишь отдельные фрагменты первоначального замысла, хотя и тогда (в период реформы математического образования 70-х годов) не предполагалось углубленное изучение этих вопросов в школе (речь не идет о специальных классах углубленного изучения математики). Поэтому сейчас имеет смысл относить названные понятия к функциональной линии, где их рассмотрение завершает изучение материала.

Эти элементы содержания – ДЕ –распределены по модулям следующим образом.

Основной курс математики – модуль «Функции»: Основные понятия. Зависимости между величинами. Представление зависимостей формулами. Понятие функции. Область определения и множество значений функции. Способы задания функции. График функции. Свойства функций, их отображение на графике. Примеры графиков зависимостей, отражающих реальные процессы.

Модуль «Числовые функции»: Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики и свойства. Линейная функция, ее график и свойства. Квадратичная функция, ее график и свойства. Степенные функции с натуральными показателями 2 и 3, их графики и свойства. Графики функций $y = \sqrt{x}$. $y = 3\sqrt{x}$, $y = |x|$.

Полный курс математики – модуль «Функции»: Функция и способы её задания. Чтение и построение графиков функций. Основные свойства функции: монотонность, промежутки возрастания и убывания, максимумы и минимумы, ограниченность функций, четность и нечетность, периодичность. Композиция функций. Обратная функция. Непрерывность. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Метод интервалов.

Модуль «Элементарные функции»: линейная, квадратичная, многочлен, дробно-линейная, степенная, показательная, логарифмическая.

Модуль «Тригонометрические функции»: Тригонометрические функции, формулы приведения, сложения, двойного угла.

Модуль «Преобразования графиков функций».

Модуль «Производная функции»: Понятие о производной функции в точке. Физический и геометрический смысл производной. Использование производной при исследовании функций, построении графиков. Использование свойств функций при решении текстовых, физических и геометрических задач. Решение задач на экстремум.

Модуль «Первообразная функции»: Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла.

I. Контрольные вопросы и задания.

Линия тождественных преобразований

1. Почему так важно изучать тождественные преобразования?
2. Почему линия тождественных преобразований – традиционная линия ШКМ на протяжении многих десятилетий?
3. Выделите основные направления изучения тождественных преобразований в ШКМ.
4. В чём суть пропедевтики линии тождественных преобразований?
5. Выделите основные направления изучения тождественных преобразований на пропедевтическом уровне.
6. Выделите основные направления изучения тождественных преобразований в 5-6 классах.
7. Основной итог пропедевтического курса алгебры.
8. Перечислите основные аспекты изучения линии тождественных преобразований в 7 классе.
9. Перечислите основные аспекты изучения линии тождественных преобразований в 8 классе.
10. Перечислите основные аспекты изучения линии тождественных преобразований в 9 классе.
11. Перечислите основные аспекты изучения линии тождественных преобразований в 10-11 классах.
12. Перечислите основные методические проблемы линии тождественных преобразований в ШКМ.
13. В чем различия определений понятия тождества?
14. Почему в ШКМ возможны различия в определении понятия тождества?

15. Какое определение тождества и по какой причине является базовым (основным) в ШКМ?

16. Укажите роль мотивации изучения тождественных преобразований.

Линия уравнений и неравенств

1. Охарактеризуйте основные процессы, сопровождающие обучение в рамках линии уравнений и неравенств.

2. Зачем в ШКМ выделяются и изучаются отдельные классы уравнений и неравенств?

3. Роль уравнений в обучении математике.

4. Перечислите типы задач ШКМ, решаемые методом «уравнений и неравенств».

5. Какова роль метода «уравнений и неравенств» в обучении математике?

6. Сформулируйте цель изучения метода «уравнений и неравенств».

7. В чём мировоззренческое значение метода «уравнений и неравенств»?

8. Сформулируйте суть метода «уравнений и неравенств».

9. Перечислите методические задачи, связанные с овладением учащимися методом «уравнений и неравенств».

10. Этапы процесса формирования метода «уравнений и неравенств».

11. Охарактеризуйте объективную сторону метода уравнений и неравенств.

12. Охарактеризуйте субъективную сторону метода уравнений и неравенств.

13. В чём суть функционального подхода к определению понятия уравнения?

14. В чём суть предикатного подхода к определению понятия уравнения?

15. Перечислите основные приемы преобразования уравнений.

16. Перечислите основные методы решения уравнений.

17. Охарактеризуйте процесс обобщения приемов решения уравнений.

18. Какие основные обобщенные приемы решения уравнений формируются в 5-6 классах?

19. Сформулируйте обобщенный прием решения линейных уравнений (неравенств) с одной переменной.

20. Какие основные обобщенные приемы решения уравнений формируются в 7-9 классах?

21. Какие основные обобщенные приемы решения уравнений формируются в 10-11 классах?

22. В чём трудность изучения уравнений и их систем?

23. Как применяется теория равносильности при решении уравнений и их систем?

24. Перечислите источники приобретения и потери корней уравнения.

25. В чём суть предикатного подхода к определению понятия неравенства?

26. В чём суть функционального подхода к определению понятия неравенства?

27. Содержание темы «Неравенства» в начальной школе.

28. Содержание темы «Неравенства» в 5-6 классах.

29. Содержание темы «Неравенства» в 7 классе.

30. Содержание темы «Неравенства» в 8 классе.

31. Содержание темы «Неравенства» в 9 классе.

32. Какие основные обобщенные приемы решения неравенств формируются в 7-9 классах?

33. Содержание темы «Неравенства » в 10-11 классах.

34. Какие основные обобщенные приемы решения неравенств формируются в 10-11 классах?

35. На проверку каких умений направлены задания итоговой аттестации (9 класс) по теме «Неравенства»?

Функционально-графическая линия

1. Приведите генетическую трактовку понятия «функция».

2. Приведите логическую трактовку понятия «функция».

3. Какой подход к определению понятия «функция» является ведущим в практике современной школы?

4. Перечислите компоненты системы понятия «функция».

5. Кратко охарактеризуйте процесс введения понятия «функция».

6. Назовите основной методический приём, применяемых при введении понятия «функция».

7. Выделите основные направления введения понятия «функция»; кратко охарактеризуйте каждое.

8. Почему необходимо рассматривать различные способы задания функции?

9. Охарактеризуйте индуктивный подход к введению понятия «функция».

10. Охарактеризуйте дедуктивный подход к введению понятия «функция».

11. Охарактеризуйте основные аспекты изучения классов функций.

12. Приведите методическую схему изучения «функции, входящей в класс».

13. Перечислите методические особенности изучения прямой и обратной пропорциональной зависимости.

14. Выпишите последовательность действий построения графиков функций методом «загустения» точек.

15. Перечислите методические особенности изучения линейной функции.

16. Опишите методику построения графика линейной функции.

17. Опишите методику изучения свойств линейной функции.

18. В чём суть приема оценочного исследования функции?

19. Перечислите методические особенности изучения квадратичной функции.

20. В чём главная особенность квадратичной функции?

21. Перечислите способы построения графика квадратичной функции.

23. Перечислите методические особенности изучения степенной, показательной и логарифмической функций.

24. Перечислите методические особенности изучения тригонометрических функций.

II. Изучение хрестоматийного материала:

1. Содержательно-методические линии курса математики «Учусь учиться» для 5−6 классов авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон. – Режим доступа: http://www.sch2000.ru/employees/consultation/introduction/lines.php.

2. Математика и информатика в основной школе /Школьный гид [сайт]. – Режим доступа: http://schoolguide.ru/index.php/midschool-matem.html.

III. Информационные ресурсы для самостоятельного изучения – презентации (на CD):

Тождественные преобразования.pps,
Уравнения и неравенства.pps
Функции.pps

IV. Задания для самостоятельной работы:

1. Приведите пример использования методического приёма *мотивации тождественных преобразований через разъяснение их целесообразности* при изучении тождественных преобразований.

2. Приведите пример использования методического приёма *вариативности записи* при изучении тождественных преобразований.

3. Приведите пример использования методического приёма *наглядности в обучении* при изучении тождественных преобразований.

4. Приведите пример использования методического приёма *проведения аналогии между тождествами и числовыми равенствами.*

5. Приведите пример *теоретического обоснования тождеств.*

6. Приведите пример *использования разных способов тождественных преобразований (доказательства тождества).*

7. Приведите пример *организации анализа рациональности тех или иных преобразований в том или ином случае.*

8. Приведите пример *организации поиска решения задач, связанных с тождественными преобразованиями.*

9. Приведите пример *организация поиска ошибок, связанных с тождественными преобразованиями.*

10. Приведите пример *детального разбора ошибок, связанных с тождественными преобразованиями, с выявлением их сущности и причин возникновения.*

11. Выявите связь понятий «уравнение» и «тождество».

12. Укажите основные методические аспекты, связанные с доказательством неравенств.

13. Выделите основные аспекты, связанные решением неравенств и их систем.

14. Докажите неравенство Коши, используя метод доказательства по определению.

15. Докажите синтетическим методом неравенство $x_2+y_2+z_2 \geq xy+yz+xz$ на множестве R_+.

16. Выделите логическую составляющую функционально-графической содержательной линии.

17. Выделите формально-оперативную составляющую функционально-графической содержательной линии.

18. Выделите прикладную составляющую линии функционально-графической содержательной линии.

19. Выделите вычислительно-графическую составляющую функционально-графической содержательной линии.

20. Выделите теоретико-множественную составляющую функционально-графической содержательной линии.

21. Приведите пример системы упражнений на установление связей между тремя основными способами задания функции (формулой, графиком, таблицей).

Занятие 12. Линия тождественных преобразований, линия уравнений и неравенств, функционально-графическая линия (практическое занятие)

Содержание занятия.

Задание 1. Проведите логико-дидактический анализ тем разделов «Алгебра» и «Функции».

Задание 2. Разработайте коммуникативно-дидактические приёмы изучения материала линии тождественных преобразований.

Вариант 1.

Перечислите методические приемы, способствующие осознанному усвоению тождественных преобразований. Приведите примеры для конкретной темы линии тождественных преобразований.

Вариант 2.

Перечислите приемы управления учебной работой обучающихся при изучении тождественных преобразований. Приведите примеры для конкретной темы линии тождественных преобразований.

Вариант 3.

Как можно повысить интерес учащихся в процессе изучения тождественных преобразования? Приведите примеры для конкретной темы линии тождественных преобразований.

Задание 3. Предложите решение некоторых методических проблем линии уравнений и неравенств.

Вариант 1.

Охарактеризуйте общую идею решения любого уравнения / неравенства, не являющегося простейшим уравнением/неравенством какого-либо типа. Предложите способ довести эту идёю до учащихся.

Вариант 2.

Охарактеризуйте основное направление процесса формирования обобщенных приемов решения уравнений и неравенств. Приведите примеры упражнений на формирование обобщённых приёмов решения уравнений и неравенств для конкретной темы.

Вариант 3.

Какими должны быть задания на формирование умения определять способ решения уравнения? Приведите примеры таких уравнений.

Задание 4. Как в курсе начал математического анализа выстраивается дальнейшее обобщение, общие представления о свойствах функций и их графиков?

Занятие 13. Основные содержательные линии курса геометрии (лекция)

Содержание лекции.

Линия геометрических фигур.

Начальный курс математики – модуль «Геометрические фигуры»: Взаимное расположение предметов в пространстве и на плоскости (выше – ниже, слева – справа, сверху – снизу, ближе – дальше, между и пр.). Распознавание и изображение геометрических фигур: точка, линия (кривая, прямая), отрезок, ломаная, угол, многоугольник, треугольник, прямоугольник, квадрат, окружность, круг. Использование чертёжных инструментов для выполнения построений. Геометрические формы в окружающем мире. Распознавание и называние: куб, шар, параллелепипед, пирамида, цилиндр, конус.

Основной курс математики – модуль «Наглядная геометрия»: Наглядные представления о фигурах на плоскости: прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Четырехугольник, прямоугольник, квадрат. Треугольник, виды треугольников. Правильные многоугольники. Изображение геометрических фигур. Взаимное расположение двух прямых, двух окружностей, прямой и окружности. Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира. Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Изображение пространственных фигур. Примеры сечений. Многогранники. Правильные многогранники. Примеры разверток многогранников, цилиндра и конуса. Понятие о равенстве фигур.

Модуль «Геометрические фигуры на плоскости»: Прямые и углы. Точка, прямая, плоскость. Отрезок, луч. Угол. Виды углов. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла. Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярные прямые. Теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых. Перпендикуляр и наклонная к прямой. Серединный перпендикуляр к отрезку. Геометрическое место точек. Свойства биссектрисы угла и серединного перпендикуляра к отрезку.

Треугольник. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники; свойства и признаки равнобедренного треугольника. Признаки равенства треугольников. Неравенство треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника.

Теорема Фалеса. Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора. Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0° до 180°; приведение к острому углу. Решение прямоугольных треугольников. Основное тригонометрическое тождество. Формулы, связывающие синус, косинус, тангенс, котангенс одного и того же угла. Решение треугольников: теорема косинусов и теорема синусов. Замечательные точки треугольника.

Четырехугольник. Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки. Трапеция, средняя линия трапеции.

Многоугольник. Выпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники.

Окружность и круг. Дуга, хорда. Сектор, сегмент. Центральный угол, вписанный угол; величина вписанного угла. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Вписанные и описанные многоугольники. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

Решение задач на вычисление, доказательство и построение с использованием свойств изученных фигур.

Полный курс математики – модуль «Геометрические фигуры в пространстве»: многогранники, шар и сфера, круглые тела и поверхности; их основные свойства. Взаимное расположение фигур. Параллельное проектирование, изображение пространственных фигур.

Линия геометрических величин.

Начальный курс математики – модуль «Геометрические величины»: Геометрические величины и их измерение. Измерение длины отрезка. Единицы длины (мм, см, дм, м, км). Периметр. Вычисление периметра многоугольника. Площадь геометрической фигуры. Единицы площади (см^2, дм^2, м^2). Точное и приближённое измерение площади геометрической фигуры. Вычисление площади прямоугольника.

Основной курс математики – модуль «Измерения, приближения, оценки»: единицы измерения длины, площади, объема.

Модуль «Наглядная геометрия»: Длина отрезка, ломаной. Периметр многоугольника. Единицы измерения длины. Измерение длины отрезка, построение отрезка заданной длины. Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира. Понятие площади фигуры; единицы измерения площади. Площадь прямоугольника, квадрата. Приближенное измерение площади фигур на клетчатой бумаге. Равновеликие фигуры. Понятие объема; единицы объема. Объем прямоугольного параллелепипеда, куба.

Модуль «Измерение геометрических величин»: Длина отрезка. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Периметр многоугольника. Длина окружности, число π; длина дуги окружности.

Градусная мера угла, соответствие между величиной центрального угла и длиной дуги окружности. Понятие площади плоских фигур. Равносоставленные и равновеликие фигуры. Площадь прямоугольника. Площади параллелограмма, треугольника и трапеции. Площадь многоугольника. Площадь круга и площадь сектора. Соотношение между площадями подобных фигур. Решение задач на вычисление и доказательство с использованием изученных формул.

Полный курс математики – модуль «Измерение геометрических величин»: Понятие объёма пространственных тел. Объёмы многоугольников и круглых тел. Площадь поверхности многоугольника. Площадь поверхности круглых тел. Решение задач на вычисление и доказательство с использованием изученных формул.

Линия геометрических преобразований.

Вопрос о необходимости включения в школьную программу раздела о геометрических преобразованиях в школьный курс математики ставился прогрессивными преподавателями математики еще в конце XIX – начале XX века. Важнейшая роль этого материала для осмысления природы курса геометрии, обозначенная Феликсом Клейном, высветила его методологическую функцию. Геометрия согласно идеям Ф. Клейна рассматривается как наука о свойствах фигур, инвариантных относительно группы геометрических преобразований. В частности, элементарная (и школьная) геометрия изучает свойства фигур, инвариантные относительно группы подобий. Поэтому стала ясной необходимость разъяснения учащимся этой, одной из важнейших, идей математики-науки. Первоначально представления учащихся о геометрических преобразованиях ограничивались только рассмотрением особых случаев взаимного расположения фигур. Но при таком «метафизическом» подходе совершенно скрытой остается функциональная природа геометрических преобразований, процессуальная сторона вопроса. В 60-70-х годах прошлого уже века была предпринята попытка введения в курс 9 класса темы «Геометрические преобразования». Однако такое локальное включение раздела в программу не дало ожидаемых результатов, учащиеся, воспитанные на классических традициях, не воспринимали идеи и методы геометрических преобразований. Та же картина наблюдается в настоящее время, когда вопрос о геометрических преобразованиях рассматривается только в двух темах: геометрические преобразования фигур на плоскости и в пространстве, а методы геометрических преобразований за пределами этих тем практически не используются. Иная ситуация наблюдалась, когда обучение геометрии осуществлялось по учебнику под ред. А.Н. Колмогорова[3]. Анализ этого учебника позволяет выделить содержательно-методическую линию геометрических преобразований. Изучение материала продолжалось в курсе стереометрии[4], кроме того, пропедевтика этого раздела активно осуществлялась

[3] Колмогоров А.Н. и др. Геометрия 6-8. – М.: Просвещение, 1979.

[4] Клопский В.М., Скопец З.А., Ягодовский М.И. Геометрия 9-10: Учеб. Пособие для 9 и 10 классов средней школы / под ред. З.А. Скопеца. – М.: Просвещение, 1977.

в учебниках 4-5 классов. Таким образом, можно было говорить об этой линии как об одной из ведущих для всей программы по математике. Несмотря на это высокого уровня владения материалом не достигалось и при работе по названным учебникам, что объясняется причинами, скорее субъективного характера: первоначально многие учителя были не готовы к преподаванию этого принципиально нового для них раздела, недостаточно были проработаны методические аспекты его изучения. И все же наблюдения показывали, что идеи и методы геометрических преобразований в тот момент усваивались учащимися значительно лучше, чем в предшествующий и последующий периоды.

Основной курс математики – модуль «Наглядная геометрия»: Понятие о равенстве фигур. Центральная, осевая и зеркальная симметрии. Изображение симметричных фигур.

Основной и полный курсы математики – Модуль «Геометрические фигуры»: Геометрические преобразования. Понятие о равенстве фигур. Понятие о движении: осевая и центральная симметрии, параллельный перенос, поворот. Понятие о подобии фигур и гомотетии.

Решение задач на построение, вычисление, доказательство. Применение при решении геометрических задач соображений симметрии и подобия.

I. <u>Контрольные вопросы и задания</u>.

1. Определите значимость геометрических знаний для современного человека.
2. Назовите основные современные тенденции в обучении геометрии.
3. Укажите возможности дифференциации обучения детей (6-12 лет) с разным уровнем развития и разными способностями с помощью геометрии.
4. Укажите возможности индивидуализации обучения детей с разными психофизиологическими особенностями с помощью геометрии.
5. Укажите возможности создания условий для развития познавательного интереса учащихся основной школы с помощью геометрии.
6. Укажите возможности создания условий для эмоционального развития учащихся с помощью геометрии.
7. Укажите возможности обеспечения полноценного математического образования с помощью геометрии в условиях профильного обучения математике.
8. Охарактеризуйте роль геометрии в обучении.
9. Охарактеризуйте роль геометрии в развитии учащихся.
10. Охарактеризуйте уровни овладения и усвоения материала.
11. Охарактеризуйте наглядно-практический уровень изучения геометрического материала.
12. Охарактеризуйте логико-теоретический уровень изучения геометрического материала.
13. Перечислите методические аспекты изучения геометрических фигур.
14. Сформулируйте определение понятия измерения. Что является основой любого измерения?

15. Сформулируйте определение понятия геометрического измерения.

16. Охарактеризуйте роль геометрических измерений в науке и в жизни.

17. Охарактеризуйте роль геометрических измерений в школьном курсе математики.

18. Определите место геометрических измерений в школьном курсе математики.

19. Перечислите основные направления изучения геометрических измерений в школьном курсе математики.

20. Сформулируйте определение понятия геометрической величины.

21. Охарактеризуйте процесс изучения геометрических величин на пропедевтическом уровне в курсе математики начальной школы.

22. Почему тема «Измерение величин» является одной из наиболее трудных для осмысления учениками начальной школы?

23. Приведите пример построения геометрической величины.

24. Перечислите свойства геометрической величины.

25. Перечислите свойства меры геометрической величины.

26. Охарактеризуйте уровни изучения темы «Измерение геометрических величин».

27. В чём заключается единство подхода к изучению геометрических величин на теоретическом уровне?

28. Сформулируйте определение площади простой фигуры.

29. Сформулируйте определение объёма простого тела (многогранника).

30. Перечислите приёмы решения задач на вычисление площадей.

31. Какие требования к уровню обязательной подготовки по теме «Измерение геометрических величин» проверяются с помощью задач ГИА?

32. Какие требования к уровню обязательной подготовки по теме «Измерение геометрических величин» проверяются с помощью задач ЕГЭ?

33. Какие элементы содержания школьного курса геометрии, связанные с геометрическими измерениями, проверяются с помощью задач ГИА?

34. Какие элементы содержания школьного курс геометрии, связанные с геометрическими измерениями, проверяются с помощью задач ЕГЭ?

35. Понятие геометрического преобразования и группы преобразований.

36. Охарактеризуйте роль геометрических преобразований в математике.

37. Охарактеризуйте роль геометрических преобразований в науке.

38. Определите место геометрических преобразований в школьном курсе математики.

39. Перечислите основные направления изучения геометрических преобразований в школьном курсе математики.

40. Как связаны геометрические преобразования и числовые функции?

41. Определите основные понятия теории геометрических преобразований.

42. Как бы Вы представили учащимся всё разнообразие геометрических преобразований?

43. С чего следует начинать изучение геометрических преобразований в школьном курсе математики?

44. Охарактеризуйте роль и место темы «Движение» в науке и математическом образовании школьников.

45. Как связаны геометрическое и механическое движения?

46. Как изучаются геометрические преобразования в старшей школе?

47. Какие элементы содержания школьного курса геометрии, связанные с геометрическими преобразованиями, проверяются с помощью задач ГИА?

48. Какие элементы содержания школьного курса геометрии, связанные с геометрическими преобразованиями, проверяются с помощью задач ЕГЭ?

II. <u>Изучение хрестоматийного материала</u>: Геометрия: основная и старшая школа: система учебно-методических комплектов «Алгоритм успеха» / ИЦ «Вентана-граф». – Режим доступа: http://www.vgf.ru/geom.

III. <u>Информационные ресурсы для самостоятельного изучения:</u> презентации (на CD):

Геометрические фигуры.pps,
Вычисления в геометрии.pps,
Геометрические преобразования.pps,

IV. <u>Задания для самостоятельной работы.</u>

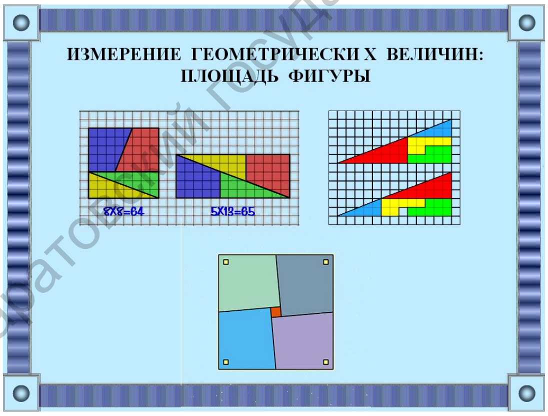
1. Приведите свой пример задания, направленного на овладение умениями извлекать информацию из условий и требований.

2. Приведите свой пример задания, направленного на овладение действием выведения следствий из данных условий.

3. Приведите свой пример задания, направленного на овладение приемом переформулировки требования.

4. Приведите свой пример задания, направленного на овладение умением читать чертеж.

5. Опишите процесс изучения в начальном курсе математики темы «Измерение величин» по одному из учебников следующих авторов: (а) Э.И. Александрова, (б) И.И. Аргинская и Е.И. Ивановская, (в) Н.Б. Истомина, (г) М.И. Моро и др., (д) В.Н. Рудницкая и Т.В. Юдачева, (е) Т.Е. Демидова и др.



6. Опишите схему построения теории измерения длины отрезков.

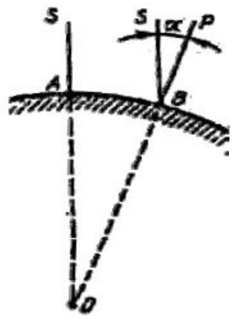
7. Опишите схему построения теории измерения площади фигуры

8. Опишите схему построения теории измерения объёма тела.

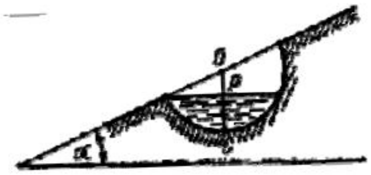
9. Сформулируйте задачи по рисунку (слайд 22 презентации «Вычисления в геометрии»).

10. Как можно объяснить феномены разрезания (слайд 22 презентации «Вычисления в геометрии»)?

11. Разработайте алгоритм вычисления объёмов геометрических тел с помощью определённого интеграла



12. Решите задачу: Впервые длину радиуса Земли нашёл древнегреческий учёный Эратосфен. Эратосфен узнал: когда в городе А солнце находится в зените, в городе В, находящемся с А на одном меридиане, солнечные лучи образуют с отвесной прямой угол величины $\alpha = 7°12'$ (см.рисунок). Оценив по времени движения каравана расстояние от А до В (800 км), он вычислил радиус Земли. Какое значение у него получилось?

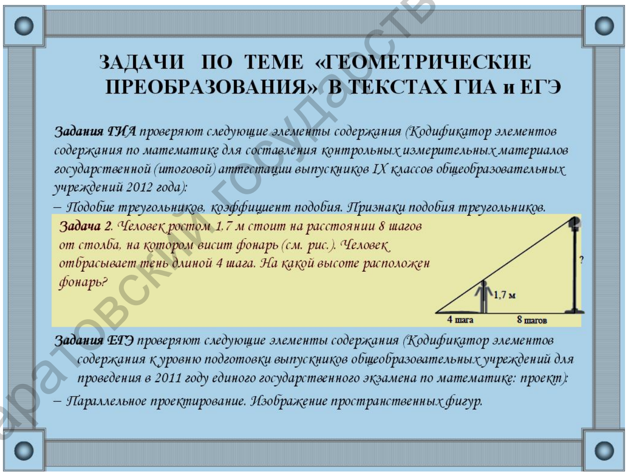


13. Решите задачу: При защите почвы отводной эрозии на склонах иногда делают лунки в форме полушара диаметра d. Сколько воды может накопиться в такой лунке на склоне с углом наклона α?

14. Включена ли задача, связанная с геометрическими измерениями, в текст демо-версии ГИА этого учебного года? Если такая задача есть, приведите её подробное решение.

15. Включена ли задача, связанная с геометрическими измерениями, в текст демо-версии ЕГЭ этого учебного года? Если такая задача есть, приведите её подробное решение.

16. Приведите полное решение задачи на построение (задача 1, слайд 12, презентации «Геометрические преобразования»): Даны точка А и две окружности. Построить отрезок, концы которого лежат на данных окружностях, а серединой – точка А.



17. Решите задачу 2 (слайд 23 презентации к теме): Человек ростом 1,7 м стоит на расстоянии 8 шагов от столба, на котором висит фонарь. Человек отбрасывает тень длиной 4 шага. На какой высоте расположен фонарь?

18. Включена ли задача, связанная с геометрическими преобразованиями, в текст демо-версии ЕГЭ этого учебного года? Если такая задача есть, приведите её подробное решение.

Занятие 14. Линия геометрических фигур (практическое занятие)

Содержание занятия.

Задание 1. 0пределите общие цели изучения геометрических фигур в школьном курсе математики.

Задание 2. Опишите технологическую цепочку изучения геометрической фигуры.

Задание 3. Проведите логико-дидактический анализ тем содержательно-методической линии геометрических фигур.

Задание 4. Опишите методику работы с заданиями, направленными на овладение умениями извлекать информацию из условий и требований.

Задание 5. Опишите методику работы с заданиями, направленными на овладение действием выведения следствий из данных условий.

Задание 6. Опишите методику работы с заданиями, направленными на овладение приемом переформулировки требования.

Задание 7. Опишите методику работы с заданиями, направленными на овладение умением читать чертеж.

Занятие 15. Линия геометрических измерений, линия геометрических преобразований (практическое занятие)

Содержание занятия.

Задание 1. Проведите логико-дидактический анализ тем содержательно-методической линии геометрических измерений.

Задание 2. Проведите логико-дидактический анализ тем содержательно-методической линии геометрических преобразований.

Задание 3. Проведите классификацию задач (к выбранному Вами параграфу для логико-дидактического анализа темы линии геометрических измерений) по нескольким основаниям. Сделайте выводы.

Задание 4. Проведите классификацию задач (к выбранному Вами параграфу для логико-дидактического анализа темы линии геометрических преобразований) по нескольким основаниям. Сделайте выводы.

Занятие 16. Новые содержательно-методические линии школьного курса математики (лекция)

Содержание лекции.

Элементы аналитической геометрии.

Основной курс математики – модули «Натуральные числа», «Дроби», «Рациональные числа»: Координатный луч. Координатная прямая. Изображение чисел на координатной прямой.

Модуль «Уравнения»: Декартовы координаты на плоскости. Графическая интерпретация уравнения с двумя переменными. График линейного уравнения с двумя переменными; угловой коэффициент прямой; условие параллельности прямых. Графики простейших нелинейных уравнений: парабола, гипербола, окружность. Графическая интерпретация систем уравнений с двумя переменными.

Модуль «Координаты»: Уравнение прямой. Координаты середины отрезка. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Модуль «Векторы»: Длина (модуль) вектора. Равенство векторов. Коллинеарные векторы. Координаты вектора. Умножение вектора на число, сумма векторов, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов.

Полный курс математики – модуль «Координаты»: Уравнение плоскости. Уравнение сферы. Применение координатного метода к решению задач.

Модуль «Векторы»: Векторы в пространстве Компланарные векторы. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Скалярное произведение векторов. Координаты вектора. Применение векторного и векторно-координатного методов к решению задач.

Стохастическая линия.

Начальный курс математики – модуль «Работа с информацией»: Чтение и заполнение таблицы. Интерпретация данных таблицы. Чтение столбчатой диаграммы. Создание простейшей информационной модели (схема, таблица, цепочка).

Основной курс математики – модуль «Описательная статистика»: Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Случайная изменчивость. Статистические характеристики набора данных: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия. Репрезентативные и нерепрезентативные выборки.

Модуль «Случайные события и вероятность»: Понятие о случайном опыте и случайном событии. Элементарные события. Частота случайного события. Статистический подход к понятию вероятности. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Вероятности противоположных событий. Независимые события. Умножение вероятностей. Достоверные и невозможные события. Равновозможность событий. Классическое определение вероятности.

Модуль «Комбинаторика»: Решение комбинаторных задач перебором вариантов. Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал.

Полный курс математики – модуль «Вероятность и статистика»: Представление данных, их числовые характеристики. Таблицы и диаграммы. Случайный выбор, выборочные исследования. Интерпретация статистических данных и их характеристик. Случайные события и вероятность. Вычисление вероятностей. Перебор вариантов и элементы комбинаторики. Испытания Бернулли. Случайные величины и их характеристики. Частота и вероятность. Закон больших чисел. Оценка вероятностей наступления событий в простейших практических ситуациях.

Логика и множества.

В своей статье «Логико-дидактический анализ состава содержания математического образования» О.И. Плакатина предлагает выделить ещё две линии: линию доказательств и линию математических задач, которые в Примерной ООП, разработанной в соответствии с ФГОС, объединены в линию «Логика и множества».

«Линия доказательств, – пишет О.И. Плакатина, – в отличие от других названных линий, группирует не математическое, а скорее логическое и эвристическое содержание: понятия суждения и доказательства, их виды, способы обоснования суждений, методы доказательства и поиска доказательства и другие. Следует отметить, что названное содержание весьма редко и неполно отражается в школьных учебниках. Тем не менее, есть все основания выделять названную линию: доказательство – одно из фундаментальных понятий математики-науки (хотя и не является собственно математическим); соответствующее содержание объединяется важнейшим методом школьной и вузовской математики . аксиоматическим. Понятие доказательства и связанные с ним пронизывают весь школьный курс математики. Представления учащихся о понятии доказательства расширяются и углубляются по мере прохождения школьного курса: появляются новые методы поиска и реализации доказательства, новые знания о теоремах и аксиомах.

Линия математических задач так же, как и линия доказательств, объединяет содержание, которое нельзя назвать собственно математическим, это – общие сведения о задачах. Сюда следует отнести: знания о структуре и типологии задач, структуре и сущности процесса решения задач, приемах работы с задачами на разных этапах и, в особенности, приемах поиска решения и приемах работы с задачей после получения ответа.

Задачи являются важнейшим средством обучения математике, выполняют в этом учебном предмете самые разнообразные функции: формирования знаний, обучения математическим методам, интеллектуального развития, нравственного, эстетического воспитания, формирования интереса к изучению математики и многие другие. Все это дает основание утверждать, что общие сведения о задачах должны явно вводиться в содержание обучения математике. Разумеется, нельзя представить себе, что такие сведения будут объединены в одну тему. Они, конечно, должны быть распределены по всему курсу, «пронизывать» его, то есть, образовывать содержательную линию. В качестве методов, интегрирующих это содержание, следует указать, прежде всего, методы поиска решения задач, общие для задач различных классов, и приемы работы с задачами на разных этапах процесса решения, многие из которых также являются общими для задач разных разделов курса математики».

Начальный курс математики – модуль «Работа с информацией»: Сбор и представление информации, связанной со счётом (пересчётом), измерением величин; фиксирование, анализ полученной информации. Построение простейших выражений с помощью логических связок и слов («и»; «не»; «если... то…»; «верно/неверно, что…»; «каждый»; «все»; «некоторые»); истинность утверждений. Составление конечной последовательности (цепочки) предметов, чисел, геометрических фигур и др. по правилу. Составление, запись и выполнение простого алгоритма, плана поиска информации.

Основной курс математики – модуль «Теоретико-множественные понятия»: Множество, элемент множества. Задание множеств перечислением элементов, характеристическим свойством. Стандартные обозначения числовых множеств. Пустое множество и его обозначение. Подмножество. Объединение и пересечение множеств, разность множеств. Иллюстрация отношений между множествами с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

Модуль «Элементы логики»: Определение. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной. Пример и контрпример. Понятие о равносильности, следовании, употребление логических связок *если ..., то ..., в том и только в том случае,* логические связки *и, или.*

Полный курс математики – модуль «Элементы логики»: Определения и начальные (неопределяемые) понятия. Доказательства; аксиомы и теоремы. Гипотезы и опровержения. Контрпример. Типичные ошибки в рассуждениях. Прямая и обратная теоремы. Существование и единственность объекта. Необходимое и достаточное условие верности утверждения. Доказательство от противного. Метод математической индукции.

Модуль «Основания геометрии»: Представления об аксиоматическом методе и о геометрии Лобачевского.

Модуль «Работа с информацией»: Математическая модель. Математика и задачи физики, химии, биологии, экономики, географии, лингвистики, социологии и пр.

Математика в историческом развитии

Основной курс математики – интеграция с числовой линией: История формирования понятия числа натуральные числа, дроби, недостаточность рациональных чисел для геометрических измерений, иррациональные числа. Старинные системы записи чисел. Дроби в Вавилоне. Египте, Риме. Открытие десятичных дробей. Старинные системы мер. Десятичные дроби и метрическая система мер. Появление отрицательных чисел и нуля. Л. Магницкий. Л. Эйлер. Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске.

Интеграция с линией уравнений и неравенств: Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П. Ферма. Ф. Виет. Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений, неразрешимость в радикалах уравнений степени, большей четырех. Н. Тарталья. Дж. Кардано, Н. Х. Абель. Э. Галуа.

Интеграция с аналитической геометрией: Изобретение метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Р. Декарт и П. Ферма. Примеры различных систем координат на плоскости.

Интеграция со стохастической линией: Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма и Б. Паскаль. Я. Бернулли. А.Н. Колмогоров.

Интеграция с разделом «Геометрия»: От землемерия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес. Архимед. Построения с помощью циркуля и линейки.

Построение правильных многоугольников. Трисекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа π. Золотое сечение.

Полный курс математики – интеграция с разделом «Геометрия»: «Начала» Евклида. Л. Эйлер. Н. И. Лобачевский. История пятого постулата.

Интеграция с разделами «Алгебра», «Математический анализ» и «Вероятность и статистика».

I. <u>Контрольные вопросы и задания</u>.

1. Охарактеризуйте содержательно-методическую линию «Элементы аналитической геометрии».

2. Охарактеризуйте последовательность изучения элементов аналитической геометрии в школьном курсе математики.

3. Как изменяется подход к изучению прямых и других геометрических фигур с точки зрения аналитической геометрии?

4. Какие умения по теме «Координаты и графики» проверяются в ходе итоговой аттестации за курс алгебры основной школы?

5. Приведите обобщённую схему исследования различных нюансов взаимного расположения геометрических фигур методами аналитической геометрии.

6. Какие этапы обобщённой схемы исследования различных нюансов взаимного расположения геометрических фигур методами аналитической геометрии реализуются в курсе алгебры основной школы?

7. Какие этапы обобщённой схемы исследования различных нюансов взаимного расположения геометрических фигур методами аналитической геометрии реализуются в курсе геометрии основной школы?

8. Какие этапы обобщённой схемы исследования различных нюансов взаимного расположения геометрических фигур методами аналитической геометрии реализуются в курсе геометрии старшей школы?

9. Сформулируйте основное положение, касающееся исследования математических объектов, которое должны усвоить старшеклассники в процессе изучения элементов аналитической геометрии.

10. В каких случаях применение векторного метода будет эффективным?

11. Охарактеризуйте сферу применимости векторного метода.

12. В каких случаях применение координатного метода будет эффективным?

13. Охарактеризуйте сферу применимости координатного метода.

14. Перечислите умения, позволяющие применять векторный метод в различных ситуациях.

15. Перечислите умения, позволяющие применять координатный метод в различных ситуациях.

16. Какие из умений, позволяющих применять координатный метод в различных ситуациях, формируются в курсе алгебры основной школы?

17. В чём суть таблиц адекватности информационных моделей?

18. Охарактеризуйте роль стохастики в образовании школьников.

19. Как материал стохастической линии связан с мотивацией математического образования?

20. Обязательный минимум содержания стохастической линии.

21. Перечислите требования к знаниям и умениям учащихся в рамках стохастической линии.

22. Охарактеризуйте различные подходы к определению вероятности.

23. Какова последовательность изучения понятия вероятности?

24. Какие дидактические принципы лежат в основе методики обучения содержания стохастической линии?

25. Перечислите особенности изучения стохастики в 5-6 классах.

26. Перечислите особенности изучения стохастики в 7-9 классах.

27. Перечислите особенности изучения стохастики в 10-11 классах.

28. Как происходит обучение школьников сбору и обработке статистической информации.

29. Таблицы и диаграммы – информационные модели представления статистической информации.

30. Изучение статистических характеристик.

31. Изучение случайных событий. Вероятность случайных событий.

32. Как изучать комбинаторные соединения?

33. Охарактеризуйте методы решения комбинаторных задач.

34. Как проводятся статистические исследования в ходе изучения математики?

II. Изучение хрестоматийного материала

1. Лобзина Ю.В. Элементы стохастики в образовании: краткий экскурс в историю // Математика в школе. – 2010, № 2. – С. 66-71.

2. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Об интеграции стохастической линии в сложившийся курс математики основной школы // Математика в школе. – 2009, № 7. – С.38-45.

3. Селютин В.Д., Терехова Л.А. Об интеграции стохастической линии в канву традиционных разделов школьной математики // Математика в школе.– 2009, № 7. – С.54-58; № 8. – С. 39-47.

4. Баландина И. Стохастическая линия в средней школе: начнем с анализа. – Режим доступа: http://mat.1september.ru/view_article.php?ID=200901403.

5. *В. Селютин , Л. Терехова* На путях взаимодействия с другими линиями. – Режим доступа: http://mat.1september.ru/view_article.php?ID=200901404.

III. Информационные ресурсы для самостоятельного изучения – презентации на CD: **Аналитическая геометрия.pps**
Стохастическая линия.pps

IV. Задания для самостоятельной работы.

1. Как можно описать взаимное расположение прямых/отрезков прямых на векторном языке?

2. Как можно описать взаимное расположение прямых на языке координат?

3. Как на векторном языке можно описать принадлежность точки отрезку? А если эта точка – середина отрезка? Или делит отрезок в указанном отношении?

4. Можно ли выразить длины отрезков, углы, площади и объёмы геометрических фигур с помощью координат? Приведите примеры.

5. Можно ли выразить расстояние от точки до прямой на векторном языке? На языке координат?

6. Опишите пропедевтическую подготовку в курсе математики начальной школы к изучению стохастики.

7. Каковы результаты реализации стохастической содержательно-методической линии в младших классах?

8. Каковы средства формирования первоначальных статистических представлений?

9. Назовите основные направления изучения стохастики в ШКМ и укажите возможную последовательность их изучения.

10. Как реализуется стохастическая линия в ШКМ, если в основе – изучение математической статистики?

11. Как реализуется стохастическая линия в ШКМ, если в основе – изучение теории вероятностей?

12. Как реализуется стохастическая линия в ШКМ, если в основе – изучение комбинаторики?

Занятие 17. Стохастическая линия и линия аналитической геометрии (практическое занятие)

Содержание занятия.

Задание 1. Определение дидактических единиц стохастической линии.

Задание 2. Решение типовых задач стохастической линии (образец оформления – в Приложении 4).

Задание 3. Определение дидактических единиц линии аналитической геометрии.

Задание 4. Решение типовых задач линии аналитической геометрии.

Занятие 18. Линия «Множества и логика» и «Математика в историческом развитии» (практическое занятие)

Методический инструментарий: школьные учебники математики.

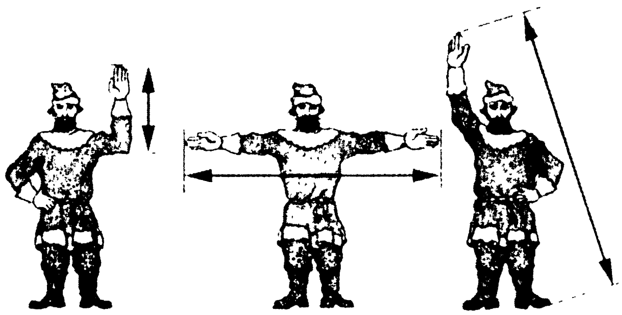
Образец выполнения.

Определение дидактических единиц линии «Математика в историческом развитии» в учебнике:

Математика: Учеб. Для 5 кл. общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд. – 17-е изд., перераб. – М.: Мнемозина, 2005. – 280 с.

В анализируемом учебнике рассказы об истории возникновения и развития математики выделены в отдельную рубрику. В тексте эта информация отмечена специальным знаком (см. рисунок).

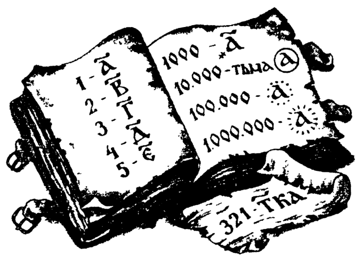
Перечислим ДЕ$_7$, относящиеся к линии «Математика в историческом развитии»:



Локоть Маховая сажень Косая сажень

1. Единицы измерения длины в Древней Руси: косая сажень, маховая сажень, локоть. (с илл.) + Задание № 107 (а-в). Выразить в метрах и сантиметрах высоту, длину и ширину различных объектов, выраженных в древнерусских единицах длины.

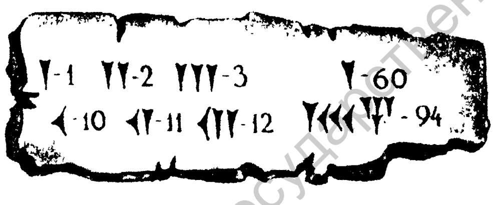
2. История развития систем счисления (Древняя Русь (с илл.), Древняя Индия, Древний Рим). Десятичная система счисления; Аделард. Непозиционная система счисления – Римская нумерация. Примеры записи чисел с использованием римской нумерации. Задание, демонстрирующее неудобство римской нумерации для вычислений: «В этом вы можете убедиться сами, если попробуете выполнить, например, сложение чисел CCXCVII и XLIX или деление числа CCXCVII на число IX».



3. Единицы измерения массы в Древней Руси: золотник, фунт, пуд, бéрковец. + Задание № 241. Составьте задачу с использование старых русских мер массы.

4. Карл Гаусс и задача сложения первых ста натуральных чисел. + Задание № 389. Попробуйте догадаться, как Карл Гаусс складывал числа от 1 до 100.

5. Другие позиционные системы счисления. Шестидесятеричная система счисления – первая позиционная система счисления (страны Древнего Востока). Пример записи чисел в шестидесятеричной системе счисления (с илл.). Обоснование использования числа 10 в качестве основания самой распространённой системы счисления. Двоичная система счисления (ЭВМ).



6. Андрей Николаевич Колмогоров: детские «открытия» в математике: закономерность $1^2 = 1$, $2^2 = 1 + 3$, $3^2 = 1 + 3 + 5$, $4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$. + Задание № 673. Попробуйте рассказать, что это за свойство. Проверьте, выполняется ли оно для квадратов нескольких следующих чисел.

7. Первые единицы длины (Англия, США, Россия, Восток), единицы массы. Система мер на Руси (Пётр I).

8. Задание № 768. В старину площадь земельных участков измеряли в десятинах (это площадь квадрата со стороной, равной десятой части версты). Сравните десятину с 1 га.

9. Задание № 830. На Руси использовались в качестве единиц измерения объёма ведро (около 12 л), штоф (десятая часть ведра). В США, Англии и других странах используются баррель (около 159 л), галлон (около 4 л), бушель

(около 36 л), пинта (от 470 до 568 кубических сантиметров). Сравните эти единицы. Какие их них больше 1 м^3?

И т.д.

Содержание занятия.

Задание 1. Определение дидактических единиц линии «Множества и логика» в школьных учебниках. Сформулируйте выводы о соответствие имеющегося учебного материала целям и задачам математического образования на соответствующей ступени общего образования.

Задание 2. Определение дидактических единиц линии «Математика в историческом развитии» в школьных учебниках. Сформулируйте выводы о соответствие имеющегося учебного историко-математического материала целям и задачам математического образования на соответствующей ступени общего образования.

Занятие 19. Теоретическое обобщение передового педагогического опыта (лекция)

Содержание лекции. Педагогический опыт – активное освоение и реализация педагогом в практике законов и принципов педагогики с учётом конкретных условий, особенностей детей, детского коллектива и собственной личности; передовой опыт характеризуется тем, что педагог получает лучшие результаты за счёт усовершенствования имеющихся средств, оптимальной организации педагогического процесса [Педагогический словарь под редакцией Г.М. Каджаспирова].

В широком смысле под передовым педагогическим опытом понимается мастерство учителя, обеспечивающее высокое качество знаний, высокий уровень воспитанности и развития учащихся. К передовому педагогическому опыту (в узком смысле) относят такую практику, которая содержит в себе элементы творческого поиска, новизны, оригинальности, то, что иначе называется новаторством. Такой педагогический опыт особенно ценен: он прокладывает новые пути в педагогической практике и педагогической науке, поэтому именно новаторский опыт в первую очередь подлежит анализу, обобщению и распространению.

Критерии отбора передового педагогического опыта: соответствие педагогического опыта тенденциям общественного развития, социальному заказу; высокая результативность и эффективность педагогической деятельности; оптимальное расходование сил и средств педагогов и детей для достижения устойчивых положительных результатов обучения, воспитания и развития; стабильность результатов учебно-воспитательного процесса; сохранение заданного уровня результатов при изменяющихся условиях обучения и воспитания, а также достижение положительных результатов на протяжении достаточно длительного времени; наличие в педагогическом опыте элементов новизны; актуальность и перспективность педагогического опыта; репрезентативность педагогического опыта; соответствие педагогического опыта современным достижениям педагогики и методики, научная обоснованность.

Классификации передового педагогического опыта.

Этапы работы по изучению и обобщению передового педагогического опыта: (1) Определение цели изучения передового педагогического опыта. (2) Отбор наиболее типичных форм и методов педагогической практики, установление степени их закономерности. (3) Выбор средств и методов изучения передового педагогического опыта. (4) Выдвижение гипотезы, объясняющей продуктивность данного опыта. (5) Выделение диагностирующих единиц изучения передового педагогического опыта. (6) Фиксация специфических условий, в которых развивается процесс воспитания на избранных участках изучения опыта. (7) Сопоставление плана изучения опыта. (8) Обобщение сходных форм педагогического опыта и выведение достоверных количественных и качественных характеристик. (9) Анализ полученных результатов, учёт вклада в полученный результат всех воздействовавших звеньев учебно-воспитательного процесса. (10) Разработка рекомендаций и определение дальнейших перспектив развития опыта.

Под анализом опыта понимают мысленное расчленение целостного педагогического процесса на составляющие его элементы. Выделяемые путём анализа элементы педагогического опыта (педагогические задачи, содержание обучения, деятельность педагога, материальное оснащение деятельности педагога и детей, внешние условия (в которых проводится обучение), результаты обучения) оцениваются с точки зрения их педагогической эффективности.

Под обобщением понимают выводы или мысли общего характера, возникающие в итоге анализа и сопоставления отдельных фактов, явлений. Чем глубже и разностороннее анализ, тем больше ценных обобщающих выводов можно извлечь из фактов опыта, что очень важно, т.к. передаётся не сам опыт, а мысли, выделенные из опыта, на основе которых можно сформулировать рекомендации.

Основные формы изучения и обобщения педагогического опыта: открытые занятия по различным темам и вопросам учебно-воспитательной работы; педагогические советы, производственные собрания, совещания по проблемам педагогики; научно-методическая и научно-практическая конференции; педагогическая выставка; педагогические чтения; диспуты и дискуссии; педагогические экскурсии; педагогические консультации; семинарские занятия по проблемам педагогики; практикумы по разработке методики изучения и обобщения педагогического опыта. Самообразование как доступная, эффективная и необходимая для любого педагога форма изучения опыта других педагогов, если этот опыт уже описан и обобщен в виде докладов, статей, брошюр, монографий, методических разработок, памяток, инструкций и т.д.

Изучение личного творческого плана педагога.

I. Контрольные вопросы и задания.

1. Сформулируйте определение передового педагогического опыта; приведите примеры из собственной практики.

2. По каким критериям определяется передовой педагогический опыт?

3. В чём заключается репрезентативность передового педагогического опыта?

4. Как можно классифицировать передовой педагогический опыт?

5. Опишите процесс изучения и обобщения передового педагогического опыта.

6. Какие компоненты педагогического процесса анализируются в ходе изучения передового педагогического опыта?

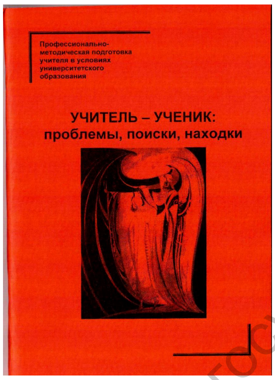
7. Перечислите основные формы изучения и обобщения передового педагогического опыта.

II. Изучение хрестоматийного материала. Изучение, обобщение, распространение и использование передового педагогического опыта воспитательной работы. – Режим доступа: http://www.nravstvennost.info/library/news_detail.php?ID=2452).

III. Информационный ресурс для самостоятельного изучения – презентация на CD: **8.Пед.опыт.pps**

IV. Задание для самостоятельной работы: составьте личностный творческий план на следующие 5 лет.

Занятие 20. Теоретическое обобщение передового педагогического опыта (мастер-класс)



Методический инструментарий. Сборник научно-методических трудов, выпускаемых кафедрой математики и методики её преподавания СГУ «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки».

Задание. Сформулировать актуальные проблемы обучения математике школьников.

Образец выполнения. Изучив предложенные выпуски сборника «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки», выявим одну из актуальных проблем математического образования – применение в учебном процессе новых образовательных технологий (в том числе информационных технологий). Результаты анализа статей представим в таблице.

Статья (автор, название)	Выходные данные (выпуск №, стр.)	Проблематика
Лебедева С.В. Методические условия эффективности урока математики: проблема выбора оптимальных форм работы с учащимися	№ 1, стр. 27-31	Выявляются методические условия эффективности урока математики, рассматривается адаптивная технология проектирования урока математики; раскрывается проблема выбора оптимальных форм работы с учащимися (на примере урока изучения нового материала),

Статья (автор, название)	Выходные данные (выпуск №, стр.)	Проблематика
Исайкина М.А., Недогреева Н.Г. Нетрадиционные формы обучения на основе информационных технологий	№ 1, стр. 43-64	Раскрывается сущность нетрадиционных форм обучения. Предлагается на каждом уроке использовать *информационные технологии как важный инструмент исследования, как источник дополнительной информации по предмету, как способ самоорганизации труда и самообразования, как предпосылку и реальную возможность личностно-ориентированного подхода в обучении, как способ расширения зоны индивидуальной активности каждого ученика.* Описываются наиболее популярные на сегодняшний день формы подачи материала и оценки знаний с помощью компьютера: презентации, учебные тесты, информационно-обучающие программы, компьютерные игры.
Вдовина Е.В. Алгоритмизация обучения и творчество	№ 2, стр. 10-14	Рассматриваются некоторые аспекты алгоритмизации в обучении математике во взаимосвязи с творческой деятельностью учащихся: *алгоритмизация творчества, методическая и практическая ценность алгоритмов, примеры построения алгоритмов, алгоритмизация обучения.*
Лебедева С.В., Назарова С.А. Инновационная технология изучения геометрии с усилением в ней роли геометрических преобразований	№ 2, стр. 30-39	В статье анализируются две основные тенденции развития современной школы: дифференциация обучения и универсальное (классическое, академическое, всесторонне-развивающее) образование. Выделяются пять содержательно-методических линий школьного курса математики, претендующих на роль ведущих, приоритетных с точки зрения мотивации, развивающих и воспитывающих функций обучения, наглядности, практических приложений и пр. Подробно рассматриваются образовательные возможности линии геометрических преобразований. Предлагается схема изучения геометрических преобразований по двум основным направлениям. Проектируется инновационная технология, условно названная технологией кодированная в соответствие с принципами укрупнения дидактических единиц, учёта жизненного познавательного опыта, концентричности, фузионизма и научного подхода при изучении материала, сотрудничества, развития и воспитания в обучении, интеграции в обучении, эффективности средств обучения, преемственности и прочности знаний. Описываются основные компоненты технологии
Зыбина Т.Ю. Педагогическая технология применения эвристических приёмов обучения решению творческих задач	№ 3, стр. 6-14	Описана технология применения эвристических приёмов по обучению решению творческих задач в соответствии с систематикой эвристических приёмов. В статье рассматриваются два таких приёма – приём формирования умения формулировать проблему и приём формирования умения строить гипотезу – по общей схеме: (1) описание совокупности эвристических действий приёма; (2) необходимые теоретические знания; (3) подбор заданий для реализации приёма.
Капитонова Т.А., Абилов М.М. Формы учебной деятельности	№ 3, стр. 15-19	Анализируется понятие «форма учебной деятельности на уроке». подробно описаны фронтальная, коллективная, групповая и индивидуальная формы организации деятельности учащихся на уроке математики.

Статья (автор, название)	Выходные данные (выпуск №, стр.)	Проблематика
Жилко М.Ю. Технология обучения, в основе которой – текущий рейтинговый контроль	№ 3, стр. 40-43	Даётся характеристика учебной дисциплины «Математика» в учебном плане подготовки специалистов (СПО) железнодорожного транспорта. Даётся определение мониторингового рейтинга (в процессе слияния двух понятий: мониторинг и рейтинг: *система контроля, реализующая принцип сотрудничества в обучении посредством учёта показателей успешности учебного процесса и индивидуальных показателей усвоения материала учащимися с дальнейшим выбором стратегии действий*), определяется его роль в учебном процессе. В качестве образца строится модель учебного занятия на основе мониторингового рейтинга; выявляются достоинства новой технологии обучения.
Павлова Ю.А. Вариативность в обучении математике	№ 4, стр. 7-10	Вариативность образования является одним из основополагающих принципов и направлением развития современной системы образования в России. В статье перечисляются методические принципы, выражающие вариативность образования, методологические ориентиры развития вариативного образования (по А.Г. Асмолову). Раскрываются формы вариативности всех компонентов образовательного процесса. Рассматривается ряд аспектов вариативности в обучении математике (классификация видов варьирования в обучении, анализ видов варьирования, предложенных авторами современных пособий и пр.)
Бодрова О.Н., Новак О.В. Об одной форме проведения групповой работы на уроке математики	№ 4, стр. 68-74	Формирование и развитие коммуникативных способностей – одна из наиболее проблемных развивающих задач процесса обучения. Одном из возможных способов развития коммуникативных способностей учащихся в рамках школьного урока математики можно считать групповую работу. В статье приводится сценарий такого урока (тема «Логарифмы и их свойства»).
Кулибаба О.М., Сидорова Е.А. Метод проектов в обучении математике	№ 5, стр. 13-16	В статье раскрывается сущность технологии, известной как проектный метод, выявляются её достоинства и недостатки (которые правильнее было бы назвать специфическими особенностями, определяющими сферу применимости указанной технологии). Предлагается визитная карточка проекта «Занимательная математика». Описываются этапы работы над проектом: регистрация, осмысление, разработка проекта, защита проекта, анализ проектной работы. Выделяются педагогические условия успешности применения метода проектов.
Лебедева С.В., Худайбергенова М.Ч. О проблемах использования ИКТ при обучении школьников математике	№ 7, стр. 63-67	В статье рассматриваются два основных направления использования новых информационных технологий в деятельности практикующих учителей математики: замещение средств коммуникации и дополнение средств коммуникации. Под замещением средств коммуникации автор понимает *процесс использования средств ИКТ вместо традиционных средств обучения: компьютерная презентация вместо традиционных средств наглядности, электронные учебные пособия вместо лекций, рассказов* и т.п. Под дополнением средств коммуникации понимается *процесс использования средств ИКТ дополнительно к традиционным средствам обучения: компьютерная*

		презентация в качестве дополнительного средства наглядности, электронные учебные пособия – в дополнение к лекциям, рассказам и т.п. Рассматриваются достоинства и недостатки замещения и дополнения средств коммуникации. На примере одного урока выявляются требования к эффективному применению компьютерной презентации, интерактивной доски, Раскрываются возможности использования Интернет-ресурсов в обучении математике.
Алайцева В.В., Леонтьева Н.Г., Фирстов В.Е. Информационная концепция при оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе	№ 8, стр. 8-12	*Наиболее важным моментом организации педагогики сотрудничества в учебном процессе является формирование разбиения обучаемого контингента на коалиции, при котором реализуется оптимальный учебный эффект.* В статье описывается экспериментальная проверка (в рамках школьного учебного процесса) эффективности теоретико-информационной модели, позволяющая формировать оптимальные коалиции учащихся по измерениям их рейтингов и последующей процедурой минимизации информационной энтропии групповых разбиений.
Герова Н.В., Жмурова Н.В., Мостяева И.В. Формирование современных представлений о геометрии пространства средствами информационных технологий	№ 8, стр. 17-18	В статье кратко обосновываются необходимость и возможность создания электронного учебника по геометрии Лобачевского, а также описывается электронный учебник разработанный авторами и предназначенный для изучения геометрии Лобачевского в старших классах средней школы.
Ионкина О.Ю. Гуманистическая образовательная технология как объект педагогического выбора	№ 8, стр. 32-38	В статье систематизируются, анализируются и обобщаются существующие образовательные действия, осуществляемые совместно педагогом и учащимися, отвечающими признаками «технологий» и имеющие гуманистическую направленность; даётся определение гуманистической образовательной технологии (*образовательная технология, которая позволяет насытить учебные занятия эстетическими, этическими, экономическими, экологическими, правовыми компонентами и придать им, с одной стороны, фундаментальную, а с другой, – деятельностную направленность*), вскрываются её достоинства и трудности реализации, ставится и решается проблема *перевода методического замысла учителя в модель учебного процесса*, в качестве примера гуманизации учебного занятия предлагается план-график урока-соревнования по теме «Производная и дифференциал».
Кучмий Т.В. Использование электронных образовательных ресурсов нового поколения в обучении математике	№ 8, стр. 41-42	В статье характеризуются электронные образовательные ресурсы нового поколения, раскрываются их преимущества перед обычными учебниками, описываются возможности учителя математики, использующего указанные ресурсы.

Статья (автор, название)	Выходные данные (выпуск №, стр.)	Проблематика
Медведев К.Е., Бессонов Л.В. Графический редактор геометрических построений «Эврика»	№ 8, стр. 50-51	В статье описывается *векторный графический редактор «Эврика» (ВГР «Эврика»), спроектированный и реализованный первым автором, предназначен для подготовки чертежей и может быть использован при объяснении новой темы по школьному курсу планиметрии, для проведения лабораторных и самостоятельных работ и т.д. Фактически, программа упрощает и автоматизирует процесс построения чертежей.*
Девятый выпуск	№ 9	Девятый выпуск Сборника посвящён результатам совместного проекта сотрудников кафедры математики и методики её преподавания СГУ и выпускников 2010 года по разработке и внедрению в учебный процесс электронных учебно-методических комплексов дисциплин профессионально-методической подготовки учителя математики и информатики.

Занятие 21. Теоретическое обобщение передового педагогического опыта (практическое занятие)

Методический инструментарий. Материалы докладов, статей, брошюр, монографий, методических разработок, памяток, инструкций и т.д. по интересующей актуальной проблеме обучения математике школьников.

Содержание занятия.

Задание 1. Изучить опыт педагогов, описанный в виде докладов, статей, брошюр, монографий, методических разработок, памяток, инструкций и т.д..

Задание 2. Обобщить педагогический опыт, результаты представить в виде доклада, научной статьи, презентации.

Занятие 22. Воспитание и развитие в процессе обучения математике (лекция)

Содержание лекции. В педагогической науке воспитание трактуется как процесс систематического и целенаправленного воздействия на духовное и физическое развитие личности. В воспитании выделяют две основные задачи: задачу социализации и задачу развития личности. Социализация означает, что в процессе воспитания подрастающего поколения необходимо сделать его членов людьми, обеспечивающих себя во всех смыслах. Развитие личности осуществляется в процессе ее подготовки к производственной, общественной и культурной деятельности. Таким образом, воспитание можно определить как процесс управления развитием личности в целях её социализации.

Процесс обучения математике неразрывно связан с процессом воспитания и развития. Развитие личности происходит за счет воспитывающего и обучающего факторов этой науки, но только в том случае, если школьник проявляет активность в учении в целом и в овладении математическим знанием в частности. Отсюда следует главная воспитательная задача в обучении математике формирование и развитие познавательной активности учащихся.

Математика служит эффективным средством педагогического воздействия во всех основных направлениях воспитательной работы, начиная с экономического, нравственного, эстетического и кончая умственным воспитанием. Эти аспекты воспитания можно объединить понятием «интеллектуальное воспитание». Именно умственное воспитание – главная сфера проявления воспитывающей функции, именно оно составляет основное содержание математического образования, которое можно определить как процесс передачи интеллектуального опыта, накопленного одним поколением другому, следующему за ним поколению.

Формирование и развитие познавательной активности в процессе обучения математике. Развитие познавательной активности учащихся зависит от обучающего воздействия на него со стороны учителя, товарищей, родителей, а также личного опыта самого ученика. Источниками познавательной активности могут быть: содержание учебного материала; процесс учения, который выступает как процесс организации познавательной активности учащихся; резервы личности ученика и учителя. Формами проявления познавательной активности на занятии являются самостоятельность и индивидуальное творчество. Условиями формирования познавательной активности являются: максимальная опора на активную мыслительную деятельность учащихся, ведение учебного процесса на оптимальном уровне развития учащихся, эмоциональная атмосфера обучения, положительный эмоциональный тонус учебного процесса. Конечный результат усилий педагога заключается в переводе специально организованной активности ученика в его собственную, то есть стратегия учителя должна заключаться в переориентации сознания учащихся: учение из каждодневной принудительной обязанности должно стать частью общего знакомства с окружающим миром.

Приёмы развития познавательной активности.

Выделим наиболее специфические компоненты, отражающие непосредственно процесс развития познавательной активности учащихся на занятиях по математике, которые можно отследить по следующим показателям, довольно легко поддающимся измерению:

– показатели когнитивного компонента познавательной активности: успеваемость по основным предметам, успеваемость по математике, участие в олимпиадах, конференциях (за 3 года), занятие в кружках по математике, сформированность общих умений (умение работать с учебником, дополнительной литературой; умение планировать работу; рациональная организация ее выполнения; осуществление самоконтроля; умение работать в заданном темпе; уровень развития мыслительных операций), сформированность специальных умений по математике (чтение, запись и сравнение математических и геометрических объектов; выполнение основных математических преобразований; умение пользоваться теоретическим материалом (определениями, теоремами, формулами ...); умение пользоваться таблицами; распознание и построение геометрических фигур; распознание взаимного расположения; осуществление геометрических преобразований фигур и тел), сформированность умений работать индивидуально и коллективно, уровень понимания материала, интерес к содержанию усвоенных знаний; интерес к самому процессу учебной деятельности; стремление проникнуть в сущность явлений;

– показатели действенно-практического компонента познавательной активности: инициативность, способность генерировать идеи, выдвигать гипотезы при решении задач, способность удовлетворять познавательный интерес при помощи различных источников учебной и внеучебной деятельности, способность осуществлять перенос знаний, умений, навыков, самостоятельное использование знаний и умений для решения новых задач, умение выполнять сложные задания, способность формулировать вопросы, задаваемые учителю, товарищам, стремление поделиться знаниями и умениями с товарищами;

– показатели эмоционально-мотивационного компонента познавательной активности: стремление к лидерству, интерес к деятельности, эмоциональные переживания, наличие положительной мотивации на занятия математикой, наличие четкой установки на творчество;

– показатели рефлексивно-аргументационного компонента познавательной активности: умение делать самооценку своей деятельности, умение находить причины своих ошибок и неудач, умение выражать свое мнение, приводя в его защиту аргументы, знания, факты, свой опыт, умение рецензировать ответы товарищей, творческие работы.

О том, на каком уровне сформированности находится познавательная активность учащихся: нулевом, относительно-активном, исполнительно-активном или творческом (согласно классификации Е.В. Коротаевой[5]), или на каком уровне развития познавательной активности находятся учащиеся: ученическом, алгоритмическом, эвристическом или творческом (согласно классификации В.Г. Беспалько), можно судить по наличию определенного набора показателей.

Интеллектуальное воспитание – такая форма организации образовательного процесса, которая позволяет создать условия для совершенствования интеллектуальных возможностей каждого ученика на основе обогащения его умственного опыта[6]. Проблема интеллектуального воспитания учащихся имеет два аспекта: (1) Повышение продуктивности интеллектуальной деятельности ученика за счёт приобретения новых знаний, освоения разнообразных способов познания, развития критичности, доказательности и самостоятельности мышления, готовности работать в режиме творчества, выработка культуры интеллектуальной деятельности,

[5] Коротаева Е. В. Уровни познавательной активности // Народное образование. 1995. №10

[6] Гельфман Э.Г., Холодная М.А. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся. СПб.: Питер, 2006. – С.66

формирования потребности в умственном труде и т.д. (2) Рост индивидуального своеобразия склада ума за счёт поддержки индивидуальных интеллектуальных склонностей, предпочитаемых способов переработки информации, личных житейских впечатлений и т.д. Интеллектуальное воспитание и интеллектуальное развитие – два взаимосвязанных аспекта образовательного процесса. Показатели интеллектуальной зрелости.

Интеллектуальное воспитание требует такого типа организации знаний, при котором: знание разнообразно («много разного знания о разном»); знание артикулировано (элементы знания чётко выделены, при этом все они находятся в определённых взаимосвязях между собой); знание обладает гибкостью (содержание отдельных элементов знания и связи между ними могут меняться под влиянием тех или иных факторов); знание оперативно (быстро актуализируется в данный момент в нужной ситуации, легко доступно); знание можно применить в широком спектре ситуаций, в том числе, перенести в новую ситуацию, в знании выделены ключевые элементы (в многообразии знания отдельные его фрагменты осознаются как самые важные, решающие для понимания сути происходящего); знание носит категориальный характер (определяющая роль принадлежит общим понятиям, идеям, принципам); знание объединяет декларативное знание (о том, «что») и процедурное знание (о том, «как»), включает метакогнитивное знание (знание о собственном знании) и «неявное знание» (основано на личном опыте).

Функции математического знания, важные для решения задач интеллектуального воспитания: (1) математическое знание выступает как особая форма познания действительности; (2) математическое знание – особый тип функционирования разума; (3) математическое знание – особый способ коммуникации.

Интеллектуальная воспитанность в математике (В.А. Крутецкий) предполагает умение строить когнитивные схемы – выделять инвариантные системы отношений и связей между элементами самих задач, инвариантные логико-математические схемы закономерных трансформаций задач в процессе их решения.

Критерии успешности математической деятельности (по В.А. Крутецкому): глубина и широта анализа воспринятого материала, способность к обобщению математических объектов, отношений и действий, гибкость и обратимость мыслительных процессов, способность к свёртыванию процесса математического рассуждения.

Роль уроков математики в интеллектуальном воспитании учащихся (по А.Я. Хинчину): математика помогает ориентировать школьников на выделение существенных, объективно значимых аспектов происходящего, формирует стремления к полноте аргументации, дизъюнкции, строгой классификации, борьбе против незаконных обобщений и необоснованных аналогий и т.п.; формирует стремления к полноте аргументации, дизъюнкции, строгой классификации, борьбе против незаконных обобщений и необоснованных аналогий и т.п.

I. Контрольные вопросы и задания.

1. Охарактеризуйте две основные задачи воспитания. Какую из них можно с успехом решать посредством изучения математики?

2. Сформулируйте главную воспитательную задачу в обучении математике. Предложите варианты её решения.

3. Определите главную сферу проявления воспитывающей функции математического образования. Приведите аргументы в пользу своего утверждения.

4. Назовите источники познавательной активности.

5. Перечислите условия формирования познавательной активности.

6. Охарактеризуйте когнитивный компонент познавательной активности.

7. Охарактеризуйте действенно-практический компонент познавательной активности.

8. Охарактеризуйте эмоционально-мотивационный компонент познавательной активности.

9. Охарактеризуйте рефлексивно-аргументационный компонент познавательной активности.

10. Перечислите приёмы развития познавательной активности применительно к уроку математики.

11. Что понимают под интеллектуальным воспитание?

12. Сформулируйте основные проблемы интеллектуального воспитания.

13. Как должно быть организовано знание для реализации задач интеллектуального воспитания?

14. Охарактеризуйте функции математического знания, важные для решения задач интеллектуального воспитания.

15. Что понимают под интеллектуальной воспитанностью в математике?

II. Изучение хрестоматийного материала

1. Мешкова Л.В. Реализация различных функций обучения на уроках математики. – Режим доступа: http://festival.1september.ru/articles/412744.

2. Швардова С.А. Новые современные пространства воспитательного аспекта урока математики. – Режим доступа: http://festival.1september.ru/articles/568388.

III. Информационный ресурс для самостоятельного изучения – презентация на CD: **9.Воспитание и развитие.pps**

IV. Задания для самостоятельной работы.

1. Сравните интеллектуальное воспитание и интеллектуальное развитие.

2. Определите уровень Вашей интеллектуальной воспитанности, взяв за основание показатели интеллектуальной зрелости (каждый показатель оцените по 10-балльной шкале, для представления результатов используйте лепестковую диаграмму).

3. Н.И. Поливанова и Е.В. Ермакова провели исследование образовательной среды в десяти школах разного типа. Они обнаружили, что наиболее формальными и репродуктивными, с точки зрения развивающей функции, являются уроки математики – сравнительно с уроками естественнонаучного и

гуманитарного циклов (Поливанова, Ермакова, 2000). Исследования В.С. Долгунова показали, что в условиях специализированного обучения (математике и физике) наблюдается уменьшение доли творческой активности учащихся, рост их духовной бедности («роботизация внутреннего мира») (Долгунов, 2000). Проанализируйте результаты этих исследований.

4. Picker и Berry провели исследования отношения учащихся к математике и её преподаванию. Учащимся 12-13 лет из пяти стран (российские школьники в данном исследовании не участвовали) было предложено нарисовать математика за работой. При этом их просили пояснить свои рисунки. Несмотря на то, что дети являлись представителями разных культур, у них проявились примерно одинаковые представления о математиках. Авторы выделяют следующие типы ответов учащихся:

– Математики – очень строгие люди, использующие угрозы, применяющие грубые методы в преподавании.

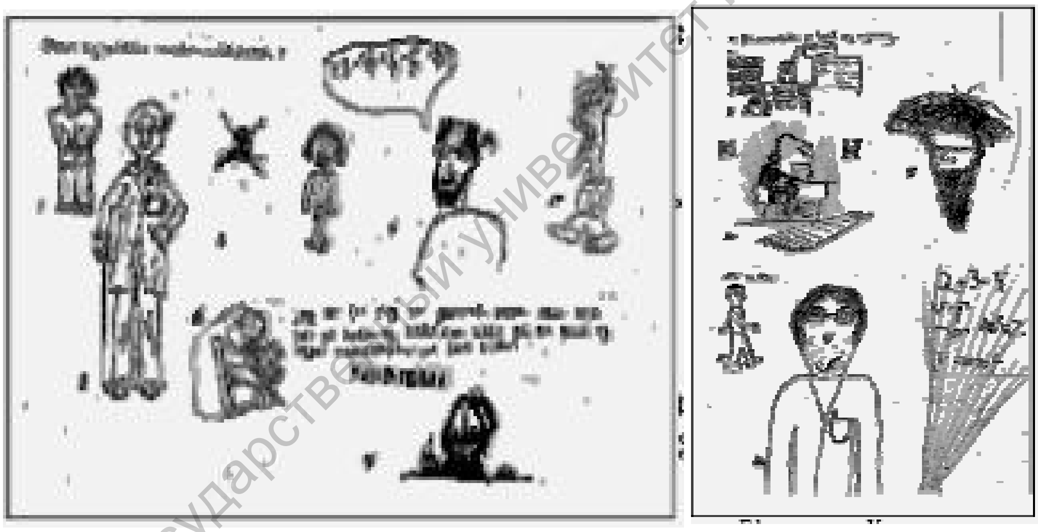
– Математики – глупы. У них отсутствует здравый смысл, чувство меры.

– Математики – уставшие люди, перенапряжённые.

– Математики – слишком умные люди, чтобы уметь учить других.

– Математики похожи на Эйнштейна.

– Математики – люди, обладающие свойствами магии и волшебства.



На многих рисунках, выполненных детьми, математик был изображён с указкой или каким-либо острым предметом в руках. (Picker, Berry, 2000). Аналогичные результаты: Norwegian upper secondary school students' views of mathematics and images of mathematicians / Barbro Grevholm, University Of Agder[7]. Проанализируйте результаты этих исследований.

5. Прокомментируйте слова Ивана Ефремова: «Усиленные занятия математикой, с ее прямолинейной и абстрагированной логикой, создают склонность к параноидной психике. Поэтому я против специальных математических средних школ... и против завышенных требований по математике и на конкурсах даже по тем специальностям, где она и нужна».

[7] http://www.tktk.ee/bw_client_files/tktk_pealeht/public/img/File/yldine/2010/mavi/MAVI16_Grevholm.pdf

Занятие 23. Воспитание учащихся в процессе обучения математике (практическое занятие)

Методический инструментарий. Подберите 3 плана-конспекта по математике с развёрнутым описанием задач интеллектуального воспитания в ходе урока.

Содержание занятия. Проанализируйте содержание и виды деятельности учащихся в ходе урока на предмет возможности реализации поставленных задач интеллектуального воспитания.

Образец выполнения задания 2.

Урок по теме «Десятичные дроби» представлен следующей системой задач и видами учебной деятельности.

Устная работа.

Задача 1. Расставьте в следующих забавных равенствах запятые:

а) $32 + 18 = 5$ б) $736 - 336 = 4$ в) $14 \cdot 5 = 7$

г) $63 - 27 = 603$ д) $3 + 108 = 408$ е) $12 \cdot 50 = 60$

Анализ. Это типичное задание с развивающими функциями. Сама постановка задачи активизирует мыслительные процессы учащихся, побуждая их решить две проблемы: 1) ответить на естественным образом возникающий вопрос: «Почему равенства «забавные»»? 2) выполнить требование, то есть восстановить равенства.

Путь решения подсказан: «расставьте запятые», поэтому ученики могут подойти к решению задачи, как к обычной головоломке, то есть будут действовать с опорой на интуицию, методом проб и ошибок.

после того, как учащиеся методом проб и ошибок, решили задачу, необходимо выяснить, как было получено решение, то есть добиться от учеников озвучание хода решения. Например: *«в левой части равенства а – сумма двузначных чисел, а в правой – однозначное число 5, значит именно в левую часть нужно внести изменение, а именно отделить целую часть запятой от дробной в двух слагаемых: 3,2 + 1,8 = 5».*

Далее, можно применить подобные рассуждения к обоснованию результата заданий ***б, г, д***.

Таким образом, формируется потребность в установлении общих способов решения – основа алгоритмического мышления.

При попытке решить, используя приведенные выше рассуждения, задания ***в*** и ***г,*** ученики обнаруживают их недейственность, а значит, и непригодность. Чтобы установить способ рассуждений, достаточно вспомнить привило умножение десятичных дробей: «При умножении десятичных дробей сначала надо выполнить умножение, не обращая внимания на запятую, а затем в произведении отделить запятой справа столько знаков, сколько их имеется после запятой в обоих множителях вместе»**.**

Общий способ рассуждения (для заданий ***в*** и ***е***) будет таким: 1) *умножим числа, стоящие в левой части равенства // 14· 5 = 70;* 2) *сравним результат с правой частью // 7 в 10 раз меньше, чем 70;* 3) *в соответствии с пунктом 2) изменить какой-либо множитель в левой части // 1,4 · 5 = 7.*

Полученное алгоритмическое предписание позволяет получить два варианта «восстановить» равенство ***e***: 1,2 · 50 = 60 и 12 · 5,0 = 60, – из которых выбирается наиболее «эстетичное»: 1,2 · 50 = 60.

Таким образом, формируется и развивается продуктивность и рациональность, а также гибкость и полнота мышления в целом.

Задача 2. Даны две суммы. Найдите сумму этих сумм:

$$7{,}82 + 5{,}64 + 3{,}47 + 1{,}23 \qquad\qquad 1{,}18 + 3{,}36 + 5{,}53 + 7{,}77$$

Анализ. Учащиеся приступают, как правило, к выполнению задачи немедленно, даже не прочитав, как следует, требования и, не проанализировав условие задачи. Останавливать их не стоит – пусть решают: находят значение первой, а затем второй суммы, и складывают их, то есть трижды используют алгоритм нахождения суммы десятичных дробей.

После этого учеников просят еще раз прочитать требование задачи, а затем вспомнить свойства суммы – переместительный и сочетательный законы сложения. После этого, дается задание решить задачу 2 устно, используя законы сложения. При этом можно использовать эвристический прием: записать выражение «столбиком».

$$\begin{array}{l} 7{,}82 + 5{,}64 + 3{,}47 + 1{,}23 \\ \underline{1{,}18 + 3{,}36 + 5{,}53 + 7{,}77} \\ 9 \quad\; + 9 \quad\; + 9 \quad\; + 9 \quad = 9 \cdot 4 = 36 \end{array}$$

Подвести итог устной работе поможет важное знание: прежде чем применять какой-либо алгоритм, убедись, что он наиболее рациональный, для чего проанализируй текст задачи.

Самостоятельная работа (задачи 3-5).

Задача 3. Найдите сумму 20 чисел: 0,1 + 0,2 + 0,3 + 0,4 + … + 1,8 + 1,9 + 2.

Решение: $0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}4 + \ldots + 1{,}8 + 1{,}9 + 2 =$

$$= \underbrace{(0{,}1 + 2) + (0{,}2 + 1{,}9) + \ldots}_{10\ пар} = 2{,}1 \cdot 10 = 21$$

Задача 4. Вычислите наиболее простым способом:

a) 5,94 · 0,07+ 0,33 · 5,94 + 0,4 · 0,06

b) 6,85 · 3,2 – 6,85 · 1,7+1,5 · 4,15

Решение:

a) $5{,}94 \cdot 0{,}07 + 0{,}33 \cdot 5{,}94 + 0{,}4 \cdot 0{,}06 = 5{,}94 \cdot (0{,}07 + 0{,}33) + 0{,}4 \cdot 0{,}06 =$
$= 5{,}94 \cdot 0{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}06 = 0{,}4 \cdot (5{,}94 + 0{,}06) = 0{,}4 \cdot 6 = 24$

Анализ. Если ученики будут выписывать в задании 3 недостающие слагаемые и вести последовательное сложение чисел, а в задании 4 выполнять действия по известной схеме, то ученики не осознали вывода: прежде чем применять какой-либо алгоритм, нужно убедиться, что он наиболее рациональный. Если же ученики, проанализировав условие, придут к необходимости перезаписи суммы, то можно говорить о развитии у них рационального алгоритмического мышления (причем непосредственно на математическом материале и в рамках данного урока).

Задача 5. Заполните таблицу:

A	*B*	*C*	*A+B+C*	*A+B*	*A+C*	*B+C*
0,8	*1,3*	*2,7*				
	7,3	*15,5*			*18,3*	
	4,7		*15*			*12,2*
			26,6	*22,4*	*23,5*	
				20,6	*12,9*	*18,5*

Анализ. Задачи 1–5 позволяют закрепить и обобщить материал по теме «Сложение и вычитание десятичных дробей».

Изучение нового материала (проблемное изложение).

Задача 6. Сравните данные условия и решения следующих двух задач. Подумайте, каким должен быть ответ во второй задаче.

Найдите площадь зала прямоугольной формы со сторонами 12 м и 47 м.

Решение: $12 \cdot 47 = 564$ *(м²)*

Ответ: 564 м²

Найдите площадь кабинета прямоугольной формы, длина которого 12 м, ширина 4,7 м.

Решение: $12 \cdot 4{,}7 = ?$

Ответ: ?

Подсказка. Если вы затрудняетесь сразу дать ответ, сравните числа 47 и 4,7 и вспомните, как изменяется значение произведения, если один из множителей уменьшается в несколько раз.

Рассуждать можно, например, так: второе произведение отличается от первого тем, что в нем один из множителей меньше в 10 раз. Значит, и значение второго произведения по сравнению с первым меньше в 10 раз. Следовательно, $12 \cdot 4{,}7 = 56{,}4$.

Вычислите, рассуждая аналогично предыдущему примеру. Проанализируйте решения и постарайтесь сформулировать правило умножения десятичных дробей.

Задача 7. Вычислите:

а) $31{,}54 \cdot 32$; б) $61 \cdot 3,245$; в) $3{,}005 \cdot 44,44$;

г) $60{,}5 \cdot 48$; д) $71{,}7 \cdot 9{,}01$; е) $2{,}3456789 \cdot 0{,}3$.

Задача 8. Вычислите:

а) $13{,}3456789 \cdot 3 + 99{,}7654321 \cdot 3 + 766{,}666667$;

б) $290 : 100 - 7{,}6 \cdot 0{,}25 + 25{,}8 \cdot 0{,}5 - 420 \cdot 0{,}03$.

Задача 9. Постарайтесь сформулировать правило умножения десятичных дробей. Удобно ли применять это правило к решению задач? Если правило неудобно, преобразуйте его в алгоритм.

Алгоритм:

1. Подсчитать количество знаков после запятой
2. Зафиксировать это число буквой n
3. Перемножить числа, не учитывая запятые (столбиком)
4. Записать результата
5. В полученном результате справа отделить запятой n цифр.

Анализ. Система задач 6-9 предполагает получение (разработку) алгоритма решения задач нового типа, таким образом, формируется теоретическое мышление.

Закрепление изученного материала.

Математическая эстафета «Заполни клетку» (задача 10). Каждая команда (ряд) получают бланки, текст которых приведен ниже. Учащиеся по очереди выполняют действия. Ответ предыдущего действия ставится в первую клетку следующего. Выигрывает та команда, которая первой скажет правильный ответ, в последней клетке.

2,3	+	*0,5*	=	
	–	*1,4*	=	
	·	*2,3*	=	
	:	*4*	=	
	+	*2,8*	=	
	:	*0,5*	=	
	–	*6,32*	=	
	·	*1,3*	=	
	–	*2,047*	=	
	:	*0,01*	=	

4,5	+	*1,7*	=	
	:	*3,1*	=	
	·	*4,74*	=	
	+	*4,64*	=	
	–	*7,5*	=	
	+	*9,4*	=	
	:	*1,8*	=	
	·	*3,4*	=	
	–	*15,3*	=	
	+	*0,04*	=	

9,8	–	*2,9*	=	
	:	*2,3*	=	
	·	*6,18*	=	
	–	*4,7*	=	
	:	*17,3*	=	
	·	*5,2*	=	
	+	*7,8*	=	
	–	*4,2*	=	
	–	*5,81*	=	
	+	*0,05*	=	

Задачи для домашней работы.

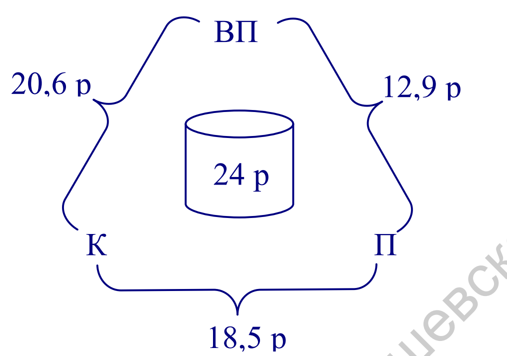
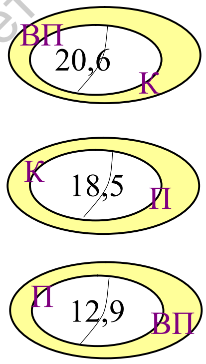
Задача 11. Разработать алгоритм деления десятичной дроби на целое число.

Задача 12 А. Решили Вини-Пух, Кролик и Пятачок купить горшочек меда стоимостью 24 рублей. У Вини-Пуха было 7 рублей 50 копеек, у Кролика на 5 рублей 60 копеек больше, чем в Вини-Пуха, а у Пяточка на 2 рубля 10 копеек меньше чем у Вини-Пуха. Купят ли они горшочек меда, если сложат все свои деньги? Сколько денег имел каждый?

Задача 12 Б. Три неразлучных друга – Вини-Пух, Кролик и Пятачок – решили узнать свой вес. Но шкала весов до 20 кг была повреждена, и показания по ней прочитать не представлялось возможным. Поэтому Вини-Пух взвесился сначала с Кроликом: получилось 22,4 кг; затем с Пятачком, получилось 23,5 кг; а затем они взвесились все вместе и получили 26,7 кг. Какова масса каждого из них в отдельности?

Задача 12 В. Решили Вини-Пух, Кролик и Пятачок купить горшочек меда стоимостью 24 рубля. У Вини-Пуха с Кроликом было 20,6 рублей, у Вини-Пуха с Пятачком 12,9 рублей, а у Кролика с Пятачком 18,5 рублей. Купят ли они горшочек меда, если сложат все свои деньги? Сколько денег имел каждый?

Анализ. Сравним задачи 12 А-В. Основанием для сравнения выберем краткую запись условия, определяющую план решения. Результат сравнения оформим в таблицу «Решение задач».

Решение задач		
А	Б	В
ВП – 7,5 руб. К – ? на 5,6 руб. <u>б</u> П – ? на 2,1 руб. <u>м</u> ВСЕГО – ? МЕД – 24 руб.	К – ? ВП – ? П – ? 22.4 23.5 26.7	
Все неизвестные величины зависят от одной, которая нам известна	В задаче описаны три ситуации, взаимосвязанные между собой следующим образом: $\boldsymbol{a+x=в}$	В задаче нет явной функциональной зависимости (зато есть отношения между множествами)
Идея (план) решения: последовательно находить неизвестные.	Идея (план) решения: последовательно находить неизвестные по формуле $\boldsymbol{a+x=в}$	Идея (план) решения: изменить краткую запись условия (изменить информационную модель задачи). Попробуем известный (<u>задача 2</u>) эвристический прием.
Решение: 1) ***7,5 + 5,6 = 13,1*** 2) ***7,5 – 2,1 = 5,4*** 3) ***7,5 + 13,1 + 5,4 = 26*** 4) ***26 > 24***	Решение: 1) ***26,7 – 23,5 = 3,2*** 2) ***26,7 – 22,4 = 4,3*** 3) ***22,4 – 3,2 = 19,2***	План решения:  2) ВП+К+П=? 3) ВП –? 4) К –? 5) К –? Решение: 1) ***20,6 + 18,5 + 12,9 =*** = ВП + К+ + К + П+ + П + ВП = =***2***ВП+***2***К+***2***П = =***2***· (ВП+К+П) или ***52 = 2***· (ВП+К+П) 2) ***52 : 2 = 26*** – всего было у ВП, К и П. 3) ***26 – 18,5 = 7,5*** 4) ***26 – 12,9 = 13,1*** 5) ***26 – 20,6 = 5,4*** 6) ***26 > 24***
Ответ: Друзья купят горшочек с медом	Ответ: Кролик весит 3,2 кг, Пятачок – 4,3 кг, Вини-Пух – 19,2 кг	Ответ: Друзья купят горшочек с медом: у Вини-Пуха – 7,5 руб. у Кролика – 13,1 руб. у Пяточка – 5,4 руб.

Уже на этапе сравнения информационных моделей задач (кратких записей) А, Б и В, видно, что задача А – алгоритмическая (план решения задаётся информационной моделью), Б – полуалгоритмическая / полуэвристическая, В – эвристическая (требует детального анализа, а затем применения некоторых эвристических приёмов. В целях развития аналитического, алгоритмического и творческого мышления в учебный процесс следует включать связку задач А – Б – В, и организовать их решение с учетом данных таблицы сравнений.

Занятие 24. Развитие учащихся в процессе обучения математике (практическое занятие)

Методический инструментарий. Подберите 3 плана-конспекта по математике с развёрнутым описанием задач интеллектуального развития в ходе урока.

Содержание занятия. Проанализируйте содержание и виды деятельности учащихся в ходе урока на предмет возможности реализации поставленных задач интеллектуального развития.

Занятие 25. Методика разработки учебных программ по математике (лекция)

Содержание лекции.

Фундаментальное ядро содержания общего образования – базовый документ, необходимый для создания базисных учебных планов, программ, учебно-методических материалов и пособий. Основным назначением Фундаментального ядра в системе нормативного сопровождения стандартов является определение: (1) системы базовых национальных ценностей, определяющих самосознание российского народа, приоритеты общественного и личностного развития, характер отношения человека к семье, обществу, государству, труду, смысл человеческой жизни; (2) системы основных понятий, относящихся к областям знаний, представленным в средней школе; (3) системы ключевых задач, обеспечивающих формирование универсальных видов учебной деятельности, адекватных требованиям стандарта к результатам образования. Система основных элементов научного знания в средней школе: математика.

Федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) представляют собой совокупность требований обязательных при реализации основных образовательных программ дошкольного общего, начального общего, основного общего, среднего (полного) общего, среднего профессионального и высшего профессионального образования образовательными учреждениями, имеющими государственную аккредитацию. ФГОС должен быть положен в основу деятельности:

- работников образования, разрабатывающих основные образовательные программы основного общего образования с учетом особенностей развития региона Российской Федерации, образовательного учреждения, запросов участников образовательного процесса;
- руководителей образовательных учреждений, их заместителей, отвечающих в пределах своей компетенции за качество реализации основной образовательной программы основного общего образования;
- сотрудников организаций, осуществляющих оценку качества образования, в том числе общественных организаций, объединений и профессиональных сообществ, осуществляющих общественную экспертизу качества образования в образовательных учреждениях;

• разработчиков примерных основных образовательных программ основного общего образования;

• сотрудников учреждений основного и дополнительного профессионального педагогического образования, методических структур в системе общего образования;

• авторов (разработчиков) учебной литературы, материальной и информационной среды, архитектурной среды для основного общего образования;

• руководителей и специалистов государственных органов исполнительной власти и органов местного самоуправления, обеспечивающих и контролирующих финансирование образовательных учреждений общего образования;

• руководителей и специалистов государственных органов исполнительной власти субъектов Российской Федерации, осуществляющих управление в сфере образования, контроль и надзор за соблюдением законодательства в области общего образования;

• руководителей и специалистов государственных органов исполнительной власти, обеспечивающих разработку порядка и контрольно-измерительных материалов итоговой аттестации выпускников основной школы;

• руководителей и специалистов государственных органов исполнительной власти субъектов Российской Федерации, осуществляющих разработку положений об аттестации педагогических работников государственных и муниципальных образовательных учреждений.

Примерные учебные программы по математике – программы, имеющие ориентирующий характер, включающие пояснительную записку, в которой определяются цели изучения предмета на каждой ступени обучения, особенности содержания; содержание образования, включающее перечень изучаемого материала; примерное тематическое планирование с определением основных видов деятельности школьников; планируемые результаты освоения предметных программ; рекомендации по материально-техническому оснащению учебного процесса. Примерная учебная программа по предмету определяет инвариантную (обязательную) часть учебного курса и наряду с требованиями стандарта, относящимися к результатам образования, является ориентиром для составления рабочих программ для всех общеобразовательных учреждений, обеспечивающих получение основного общего образования. В примерной программе по математике сохранена традиционная для российской школы ориентация на фундаментальный характер образования, на освоение школьниками основополагающих понятий и идей, таких, как число, буквенное исчисление, функция, геометрическая фигура, вероятность, дедукция, математическое моделирование. Примерная программа включает материал, создающий основу математической грамотности, необходимой как тем, кто станет учеными, инженерами, изобретателями, экономистами и будет решать принципиальные задачи, связанные с математикой, так и тем, для кого математика не станет сферой непосредственной профессиональной деятельности. Примерная программа не задает последовательности изучения материала и распределения его по классам. Авторы рабочих программ и учебников могут предложить собственный подход к структурированию учебного материала и определению последовательности его изучения.

Примерная программа основного общего образования по математике содержит следующие разделы:

• пояснительную записку, в которой определяются цели обучения математике в основной школе, раскрываются особенности содержания математического образования на этой ступени, описывается место предметов математического цикла в Базисном учебном (образовательном) плане;

• содержание курса, включающее перечень основного изучаемого материала, распределенного по содержательным разделам с указанием примерного числа часов на изучение соответствующего материала;

• примерное тематическое планирование в двух вариантах с описанием видов учебной деятельности учащихся 5–9 классов и указанием примерного числа часов на изучение соответствующего материала;

• рекомендации по оснащению учебного процесса.

В современных условиях стоит разделить программы по следующим категориям:

– примерные программы по математике (начального общего образования, основного общего образования; среднего (полного) общего образования, базовый уровень; среднего (полного) общего образования, углубленный уровень);

– учебные программы по предметам «Математика», «Алгебра», «Геометрия», «Алгебра и начала анализа» к действующим учебникам из федерального перечня;

– учебная рабочая программа по математике, составленная учителем на основе учебного плана школы.

Примерные учебные программы по математике и учебные программы к учебникам носят рекомендательный характер и являются основой для составления педагогами учебных рабочих программ, учитывающих региональный и школьный компонент, методический потенциал учителя, образовательные запросы учащихся и их уровень подготовленности по математике, возможности использования образовательной среды школы (методическое, информационное, техническое обеспечения учебного процесса и т.д.).

Учебная рабочая программа – нормативный документ, определяющий объем, порядок, содержание изучения и преподавания математики, основывающийся на примерных рабочих программах и учебных программах к учебникам и реализующих Федеральный компонент государственного стандарта по математике. Структура рабочей программы, её содержательная форма определяются органом самоуправления образовательным учреждением (научно-методическим советом, педагогическим советом) и отражаются в локальных нормативно-правовых актах. Цель рабочей программы – планирование, организация и управление учебным процессом по математике. Задачи рабочей программы – конкретное определение содержания, объема, порядка изучения учебного предмета «Математика» с учетом особенностей учебного процесса образовательного учреждения и контингента обучаемых. Структура программы определяет внутреннюю логику организации учебно-методического материала в виде иерархической системы и состоит из следующих блоков: (1) пояснительную записку, в которой конкретизируются общие цели основного общего образования с учётом специфики учебного предмета; (2) общую характеристику учебного предмета, курса; (3) описание места учебного предмета, курса в учебном плане; (4) личностные, метапредметные и предметные результаты освоения конкретного учебного предмета, курса; (5) содержание учебного предмета, курса; (6) тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности; (7) описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательного процесса; (8) планируемые результаты изучения учебного предмета, курса.

I. Контрольные вопросы и задания.

1. Перечислите виды (категории) учебных программ по математике.
2. Перечислите основные этапы разработки учебных программ по математике.
3. Охарактеризуйте *Фундаментальное ядро содержания общего образования.* Какова его роль в разработке учебных программ по математике?
4. Охарактеризуйте *Федеральные государственные образовательные стандарты общего образования.* Какова их роль в разработке учебных программ по математике?
5. Охарактеризуйте *Примерные учебные программы по математике*. Какова их роль в разработке учителем рабочей учебной программы по математике?
6. Опишите структуру *Примерных учебных программ по математике*, разработанных по новым образовательным стандартам.
7. Определите цель и задачи *Рабочей программы по математике*.
8. Охарактеризуйте структуру *Рабочей программы по математике*.

II. Изучение хрестоматийного материала:

1. Величко И.Н. О составлении рабочих программ. – Режим доступа: http://festival.1september.ru/articles/595364.
2. Рекомендации по составлению рабочей программы учебного курса / Менеджер образования [сайт]. – Режим доступа: http://www.menobr.ru/materials/370/5724/.

III. Информационный ресурс для самостоятельного изучения – презентация на CD: **10.Разработка_программ.pps**

IV. Задание для самостоятельной работы. Проведите сравнительный анализ *Примерных учебных программ по математике* и *Рабочей программы по математике.*

Занятие 26. Рабочая программа по математике (практическое занятие)

Содержание занятия.

Задание 1. Проанализируйте рабочие программы по математике, разработанные учителями и размещённые на сайте ИД «1 сентября».

Задание 2. Разработайте рабочую программу элективного курса по математике.

Занятие 27 (заключительное – круглый стол). Непрерывный курс математики: проблемы содержания

На этом занятии подводятся итоги изучению содержания непрерывного курса математики.

В ходе работы круглого стола будут обсуждаться проблемы современного состояния содержания общего математического образования в России и за рубежом, а также оцениваться результаты проектной деятельности студентов.

Студентам предстоит сформировать 6 групп. Каждая группа формулирует интересующую их проблему, предлагает варианты её решения.

№ п/п	Проблема	Состав группы	Докладчик
1			
2			
3			
4			
5			
6			

На выступление (доклад) каждой группе отводится не более 7 минут. Обсуждение заявленной проблемы длится в течение 7 минут, затем подводится итог работы группы.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ

Печатные издания:

1. Обучающие тесты по курсу «Методика обучения и воспитания (математика). Модуль I. Непрерывный курс математики: содержательный аспект» / Составитель С.В. Лебедева. – Саратов, СГУ, 2014.
2. Бобров С.П. Архимедово лето. – М.: Государственное Изд-во Детской Литературы Министерства Просвещения РСФСР, 1962. – 328 с.
3. Депман И.Я. Рассказы о решении задач. – Л.: Государственное Изд-во Детской Литературы Министерства Просвещения РСФСР, 1957. – 128 с.
4. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – 4-е изд., дораб. – М. : Просвещение, 2011. – 79 с.. – (Стандарты второго поколения).
5. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 года. № 2506-р. – Режим доступа : http://минобрнауки.рф/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/3894 (дата обращения:11.02.2014).
6. Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки. – Саратов, 2003-2014.

Интернет-ресурсы:

1. http://club.mon.gov.ru/articles/ – Дискуссионный клуб Министерства образования и науки РФ.
2. http://standart.edu.ru/ – Федеральные Государственные Образовательные Стандарты.
3. http://www.akvobr.ru/ – электронный журнал «Аккредитация в образовании».
4. http://www.edu.ru/ – федеральный образовательный портал «Российское образование».
5. http://www.mccme.ru/ – сайт МЦ НМО.
6. http://www.openet.edu.ru/ – Российский портал открытого образования;
7. http://www.school.edu.ru/ – Российский общеобразовательный портал.
8. http://www.StudyGuide.ru/ – Все об образовании в России: дошкольное, общее, высшее, второе, профессиональное образование.
9. http://1сентября.рф/ – Сайт ИД «1 сентября».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Числовая линия школьного курса математики

Числовая линия в начальном курсе математики (1-4 классы) представлена следующими модулями:

Модуль «Числа и величины». Счёт предметов. Чтение и запись чисел от нуля до миллиона. Классы и разряды. Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых. Сравнение и упорядочение чисел, знаки сравнения. Измерение величин; сравнение и упорядочение величин. Единицы массы (грамм, килограмм, центнер, тонна), вместимости (литр), времени (секунда, минута, час). Соотношения между единицами измерения однородных величин. Сравнение и упорядочение однородных величин. Доля величины (половина, треть, четверть, десятая, сотая, тысячная).

Модуль «Арифметические действия». Сложение, вычитание, умножение и деление. Названия компонентов арифметических действий, знаки действий. Таблица сложения. Таблица умножения. Связь между сложением, вычитанием, умножением и делением. Нахождение неизвестного компонента арифметического действия. Деление с остатком.

Числовое выражение. Установление порядка выполнения действий в числовых выражениях со скобками и без скобок. Нахождение значения числового выражения. Использование свойств арифметических действий в вычислениях (перестановка и группировка слагаемых в сумме, множителей в произведении; умножение суммы и разности на число).

Алгоритмы письменного сложения, вычитания, умножения и деления многозначных чисел.

Способы проверки правильности вычислений (алгоритм, обратное действие, оценка достоверности, прикидки результата, вычисление на калькуляторе).

Модуль «Работа с текстовыми задачами»

Решение текстовых задач арифметическим способом. Задачи, содержащие отношения «больше (меньше) на…», «больше (меньше) в…». Зависимости между величинами, характеризующими процессы движения, работы, купли-продажи и др. Скорость, время, путь; объём работы, время, производительность труда; количество товара, его цена и стоимость и др. Планирование хода решения задачи. Представление текста задачи (схема, таблица, диаграмма и другие модели).

Задачи на нахождение доли целого и целого по его доле.

Числовая линия в основном курсе математики (5-9 классы) представлена следующими модулями:

Модуль «Натуральные числа»

Натуральный ряд. Десятичная система счисления. Арифметические действия с натуральными числами. Свойства арифметических действий.

Степень с натуральным показателем.

Числовые выражения, значение числового выражения. Порядок действий в числовых выражениях, использование скобок. Решение текстовых задач арифметическими способами.

Делители и кратные. Свойства и признаки делимости. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Деление с остатком.

Модуль «Дроби»

Обыкновенные дроби. Основное свойство дроби. Сравнение обыкновенных дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Нахождение части от целого и целого по его части.

Десятичные дроби. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной.

Проценты; нахождение процентов от величины и величины по ее процентам. Отношение; выражение отношения в процентах. Пропорция; основное свойство пропорции.

Решение текстовых задач арифметическими способами.

Модуль «Рациональные числа»

Положительные и отрицательные числа, модуль числа. Множество целых чисел. Множество рациональных чисел; рациональное число как отношение m/n; где m – целое число, а n – натуральное.

Сравнение рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Свойства арифметических действий.

Степень с целым показателем.

Модуль «Действительные числа»

Квадратный корень из числа. Корень третьей степени. Запись корней с помощью степени с дробным показателем.

Понятие об иррациональном числе. Иррациональность числа $\sqrt{2}$ и несоизмеримость стороны и диагонали квадрата. Десятичные приближения иррациональных чисел.

Множество действительных чисел; представление действительных чисел бесконечными десятичными дробями. Сравнение действительных чисел.

Координатная прямая. Изображение чисел точками координатной прямой. Числовые промежутки. – *Эта тема является также темой линии аналитической геометрии.*

Модуль «Измерения, приближения, оценки»

Единицы измерения *длины, площади, объема, массы, времени, скорости.* Размеры объектов окружающего мира (от элементарных частиц до Вселенной), длительность процессов в окружающем мире. Выделение множителя n степени десяти в записи числа.

Приближенное значение величины, точность приближения. Округление натуральных чисел и десятичных дробей. Прикидка и оценка результатов вычислений.

Модуль «Числовые последовательности»

Понятие числовой последовательности. Задание последовательности рекуррентной формулой и формулой n-го члена.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n-го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых *n-х* членов. Изображение членов арифметической и геометрической прогрессий точками координатной плоскости.

Линейный и экспоненциальный рост. Сложные проценты.

Числовая линия в полном курсе математики (10-11 классы) представлена следующими модулями:

Модуль «Действительные числа». Действительные числа. Бесконечные десятичные дроби. Рациональные и иррациональные числа. Периодические и непериодические десятичные дроби. Координаты. Изображение чисел точками координатной прямой. Модуль числа. Декартова система координат на плоскости. – *Эта тема является также темой линии аналитической геометрии.*

Модуль «Комплексные числа». Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Основная теорема алгебры (без доказательства).

Приложение 2

Изучение темы «Уравнения и неравенства с параметрами» в школьном курсе математики (пропедевтический этап)

Т.А. Капитонова, Ю.А. Овечкина

[Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки. Сборник научно-методических трудов: Выпуск 7. – Саратов: ИЦ «Наука», 2009. – С.41-46.]

Уравнения и неравенства с параметрами стали неотъемлемым атрибутом экзаменационных билетов многих вузов по той причине, что они обладают диагностической и прогностической ценностью – с их помощью можно проверить знание основных разделов школьной математики, уровень математического и логического мышления, первоначальные навыки исследовательской деятельности, перспективные возможности успешного овладения курсом высшей математики. В связи с этим решению уравнений и неравенств с параметрами посвящено значительное число учебно-методической литературы.

В школьный курс алгебры и начал анализа задачи с параметрами включены в программу углубленного изучения математики (профильных классов), но не являются обязательными для изучения в общеобразовательных классах. Поэтому многие учащиеся общеобразовательных классов и школ с подобными задачами на уроках почти не встречаются.

Перечислим разделы школьной математики, в которых присутствует идея «параметра»:

(1) функция прямая пропорциональность: $y = kx$ (x и y – переменные, k – параметр, $k \neq 0$);

(2) линейная функция $y = kx + b$ (x и y – переменные, k, b – параметры);

(3) линейное уравнение: $ax + b = 0$ (x – переменная, a, b – параметры, $a \neq 0$);

(4) квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ (x – переменная, a, b, c – параметры, $a \neq 0$);

(5) простейшие тригонометрические уравнения: $\sin x = a$, $(|a| \leq 1)$, $\cos x = a$, $(|a| \leq 1)$, $tgx = a, ctgx = a$ (x – переменная, a – параметр);

(6) показательная функция $y = a^x$ (x – переменная, a – параметр, $a > 0$, $a \neq 1$);

(7) логарифмическая функция $y = a^x$ (x – переменная, a – параметр, $a > 0$, $a \neq 1$).

К учебным задачам с параметрами школьного курса математики относятся:

(1) нахождение решений линейных и квадратных уравнений общего вида;

(2) исследование количества их корней в зависимости от значений параметров;

(3) нахождение решений простейших тригонометрических уравнений общего вида.

Трудности, с которыми сталкиваются учащиеся, при решении задач с параметрами, заключаются в следующем:

– при решении даже простейших уравнений и неравенств, содержащих параметры, приходится производить ветвление всех значений параметров на отдельные классы, при каждом из которых задача имеет решение;

– необходимо чётко и последовательно следить за сохранением равносильности решаемых уравнений или неравенств с учётом области определения выражений, входящих в уравнение или неравенство;

– необходимо учитывать выполнимость производимых операций;

– возможность решения одного и того же уравнения (неравенства), содержащего параметр, различными методами.

Разрешению этих трудностей может помочь более раннее знакомство учащихся с понятием параметра.

Ученикам следует дать представление о понятии «параметр» уже в 5 классе при изучении темы «Действия с обыкновенными дробями». Начинать можно с рассмотрения примеров:

Пример 1. В школьной футбольной команде 17 человек: несколько пятиклассников и *a* шестиклассников. Какую часть команды составляют шестиклассники. Ответ: *a/17*.

Пример 2. За один час автобус проходит $\frac{1}{a}$ расстояния. За какое время автобус пройдёт всё расстояние? Ответ: за *a* часов.

Пример 3. Даны дроби: $\frac{a}{2a}, \frac{3c}{2c}, \frac{4c}{2c}, \frac{a}{c}$. Какие из них являются правильными? Ответ: $\frac{a}{2a}, \frac{a}{c}$ при $a < c$.

Рассмотренные примеры показывают, что понятие параметра возникает тогда, когда мы начинаем оперировать с буквами как с числами. Далее можно привести краткую историческую справку происхождения термина «параметр» и дать его «генетическое» определение.

Задачи с параметрами появляются в математике всякий раз, когда мы имеем дело с буквенными обозначениями чисел. Термин «параметр» происходит от греческого слова παραμετρον – отмеривающий. Параметр – величина, входящая в формулы и выражения, (которыми задаются некоторые множества), значение которой является постоянным в пределах рассматриваемой задачи. Для определенного значения параметра мы получаем вполне определенный элемент заданного множества. Таким образом, параметрами называют величины, значения которых служат для различения между собой элементов некоторого множества, класса или семейства.

На данном (пропедевтическом) этапе нужно сформировать у обучаемых понимание параметра как специальной переменной, имеющей фиксированное значение. Задачами пропедевтического этапа являются:

(1) научить школьников не бояться заданий с параметрами: нельзя допустить, чтобы у школьников сложилось отношение к таким задачам, как к заведомо непосильным, показать не только их сложность, но и полезность, преимущества;

(2) дать учащимся возможность привыкнуть к введенному понятию, освоить фактически другую терминологию.

Не стоит торопиться приступать к решению сложных задач с параметром. Нужно приучать учащихся к употреблению нового термина через специально подобранные и/или разработанные задания:

Задание 1. Приведите дробь $\frac{3c}{c}$ к знаменателю *3c; 5c; 7c; 10c*.

Задание 2. Сократите дроби: $\frac{7c}{c}, \frac{3c}{15c}, \frac{3}{9c}, \frac{8c}{ac}$.

В учебниках для пятого класса часто встречаются следующие задания: замените «звёздочку» цифрой так, чтобы получилось верное равенство [4]. По нашему мнению, полезнее предложить ученикам задания с другой формулировкой.

Задание 3. При каком значении параметра a получится верное равенство: $\frac{a}{90} = \frac{2}{3}$.

В темах «Приведение дробей к общему знаменателю», «Сравнение дробей», «Сложение дробей», «Вычитание дробей», «Умножение дробей» и «Деление дробей» полезно предлагать учащимся задания, в которых приходится оперировать с буквами (параметрами). Приведём примеры таких заданий.

Задание 4. Приведите дроби к общему знаменателю:

$\frac{13a}{16}$ и $\frac{19a}{24}$; $\frac{8}{15a}$ и $\frac{7}{20}$; $\frac{7x}{15}$ и $\frac{12}{25c}$; $\frac{1}{5a}$ и $\frac{1}{25}$ и $\frac{a}{625}$.

Задание 5. Сравните дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{a}{3}$ в зависимости от значения параметра a.

Задание 6. Найдите значение разности $\frac{14}{15} - a$, если $a = \frac{4}{5}; \frac{3}{4}; \frac{11}{12}; \frac{14}{15}$.

Задание 7. Выполните деление $\frac{5}{9a} : \frac{3c}{4}$.

В результате еще до решения основных параметрических задач, учащиеся прочно овладевают достаточно большим набором фактов, которые помогут им в дальнейшем.

Программа шестого класса менее ориентирована на работу с буквенными переменными, однако и здесь можно найти возможности пропедевтики линии «параметров». Например, при объяснении темы «Пропорция. Основное свойство пропорции» приходится в общем виде давать алгоритмы нахождения крайнего/среднего члена пропорции, при этом оперируя буквами. Нужно обратить внимание учащихся на эти алгоритмы, напомнив им, что такое параметр.

Программа седьмого класса содержит три большие темы, в которые необходимо включить информацию о параметрах: «Линейная функция», «Функция $y=x^2$» и «Системы двух линейных уравнений с двумя переменными». Прежде чем продолжить изучение понятия «параметр» ученикам необходимо напомнить роль буквы в алгебре и предложить задания, в которых надо выразить одну переменную через другую.

Задание 8. Выразите x через другие переменные: $\boldsymbol{y} = \dfrac{2a}{3x-1} - \boldsymbol{2b}$.

Задание 9. Выразите a через другие переменные: $\boldsymbol{y} = \dfrac{2a}{3x-1} - \boldsymbol{2b}$.

При изучении класса линейных функций в совокупности его общих свойств, можно поставить новую для учащихся познавательную задачу: исследовать класс функций $y = kx + b$ в зависимости от параметров, установить геометрический смысл параметров.

Можно предложить учащимся задания:

Задание 10. При каком значении параметра a графики линейных функций $y = 8x + 12$ и $y = ax - 3$ будут параллельны.

Задание 11. При каком значении параметра c графики линейных функций $y = 6x + 1$ и $y = cx - 3$ будут пересекаться.

Задание 12. Найдите значение параметра, при котором графики функций $y = 2x + c$ и $y = 2x - c$ совпадут.

Для темы «Функция $y=x^2$» также можно подобрать задания с параметрами исследовательского характера.

Задание 13. При каком значении параметра a парабола $y=x^2$ и прямая $y = ax - 1$ пересекаются? Найдите точки пересечения данной параболы и прямой при каком либо одном значении параметра.

С самого начала освоения понятия параметра учащимся рекомендуется предлагать задания, которые предполагают различные не типовые способы решения. Такие задания можно найти либо в учебниках, либо в дополнительной литературе по данной теме, либо специально разрабатывать.

Изучение уравнений с параметром целесообразно начать с решения простых уравнений без ветвлений:

Задание 14. Решите уравнение: $x - a = 0$. Ответ. $x = a$ при $a \in (-\infty; +\infty)$.

Задание 15. Решите уравнение: $5x = a$. Ответ. $x = \dfrac{a}{5}$ при любом a.

Задание 16. Найдите все значения переменной при каждом значении параметра $\dfrac{x}{2} \boldsymbol{= a}$. Ответ. $x = 2a$ при любом a.

Такие упражнения помогают «привыкнуть к параметру», к необычной форме ответов при решении уравнений.

В качестве второго шага на пути изучения уравнений с параметром необходимо рассмотреть решение простейших уравнений с небольшим числом угадываемых ветвлений.

Задание 17. Решите уравнение: $a \cdot x = 10$.

Ответ. $x = \dfrac{10}{a}$ при $a \neq 0$; уравнение не имеет корней при $a = 0$.

Задание 18. Найдите корни уравнения $0 \cdot x = a$.

Ответ. Уравнение не имеет корней при $a \neq 0$; x – любое число при $a = 0$.

Уравнения с параметром, при решении которых требуется дополнительная проверка ограничений из области определения, составляют следующий шаг в изучении уравнений с параметром.

Задание 19. Решите уравнение $\frac{a}{x-2}=1$.

Ответ. Уравнение не имеет корней при $a=0$; $x=a+2$ при $a\neq 0$.

Задание 20. Найдите значения переменной x в уравнении $\frac{x}{x+1}=a$.

Ответ. $x=\frac{a}{a-1}$ при $a\neq 1$. Уравнение не имеет корней при $a=1$.

Таким образом, ученики усваивают некоторые алгоритмы решения простейших задач с параметрами.

Решение систем уравнений с параметрами – достаточно сложный материал для семиклассников, но для того, чтобы показать, что такие задачи существуют и дать некоторое представление об их решении можно предложить учащимся задания следующего вида.

Задание 21. Дана система уравнений $\begin{cases} x+ay=35 \\ cx+2y=27 \end{cases}$. Найдите, при каких значениях параметров пара чисел *(5; 6)* является её решением.

Математическая роль и сущность понятия «параметр» раскрывается в программе по математике в 8 классе при решении задач с параметрами, в которых параметры легко распознаются или явно указаны и играют центральную роль в решении. Например, рассматривается задача решения квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$, которая является задачей с параметрами, поскольку мы должны найти значения x в зависимости от параметров a, b, c и указать, когда эти значения существуют. Заметим, что уравнения с параметром второй степени являются самыми распространенными в практике итоговых и конкурсных заданий.

Мы считаем, что к концу восьмого класса у учащихся должно сложиться чёткое представление о том, что «решить уравнение с параметром», означает:

(1) исследовать, при каких значениях параметра(ов) уравнение имеет корни и сколько их при разных значениях параметра(ов);

(2) найти все выражения для корней и указать для каждого из них те значения параметра(ов), при которых это выражение определяет корень уравнения.

Ответ к задаче «решить уравнение с параметром» должен выглядеть следующим образом:

(1) при таких-то значениях параметра(ов) a $(a,b,\ldots)$ корни определяются равенством $x=\varphi(a)$ $(x=\varphi(a,b,..))$;

(2) при таких-то значениях параметра(ов) – равенством $x=\psi(a)$ $(x=\psi(a,b,\ldots))$;

(3) при остальных значениях параметра(ов) – корней нет.

Полезно предлагать учащимся выполнять задания на составление уравнений с параметром.

Задание 22. Составьте уравнение с параметром a такое, чтобы каждому значению параметра соответствовало единственное значение x.

Задание 23. Составьте уравнение с параметром a, которое при любом значение параметра не имеет корней.

Задание 24. Составьте уравнение с параметром a, которое не имеет корней при всех $a < 0$.

Задание 25. Составьте уравнение с параметром a такое, чтобы при каком-то одном значении параметра корнем уравнения было любое действительное число, а при всех остальных значениях параметра уравнение корней не имело.

Задания с параметрами необходимо предлагать учащимся при изучении квадратных и дробно-рациональных уравнений, линейных неравенств.

Решение квадратных и дробно-рациональных уравнений, содержащих параметры – один из труднейших разделов школьной математики, так как это тема, на которой проверяется степень понимания учащимся изучаемого материала.

Когда ученики освоят тему «Квадратные уравнения», хорошо научатся решать уравнения второй степени, тогда нужно предлагать им более сложные задания исследовательского характера.

Задание 26. Решите квадратное уравнение с параметром $cx^2 - 4x + 1 = 0$.

Задание 27. Докажите, что при любом значении параметра a уравнение $3x^2 - ax - 2 = 0$ имеет два корня.

При изучении этой и последующих тем отдельно следует выделить задачи, в которых, благодаря параметрам, на переменную накладываются какие-либо искусственные ограничения. Для таких задач характерны следующие формулировки: при каком значении параметра уравнение имеет одно решение, два решения, бесконечно много решений, ни одного решения; уравнение имеет два различных корня, положительные корни и т.д.

Задание 28. При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - (2a+1)x + a^2 + a - 6 = 0$ имеет: а) два положительных корня; б) два отрицательных корня; в) корни разных знаков?

Ответ: а) $a \in (2; +\infty)$; б) $a \in (-\infty; -3)$; в) $a \in (-3; 2)$.

В учебной литературе практически не уделяется внимание неравенствам с параметрами, однако это очень важная часть темы «Задания с параметрами», с которой нужно познакомить учеников.

Начать изучение данного раздела необходимо с рассмотрения алгоритма решения линейного неравенства общего вида, и далее, по аналогии с уравнениями, задания на решение неравенств с параметрами нужно рассматривать по нарастанию сложности: от простых (с мало разветвлённым решением) к сложным (с сильным ветвлением в решении).

Литература

1. Денищева Л.О. Единый государственный экзамен 2002: Контрол. измерит. материалы: Математика / Л.О. Денищева, Е.М. Бойченко, Ю.А. Глазков и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2003.

2. Дорофеев Г.В. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по математике (курс А) и алгебре и началам анализа (курс В) за курс средней школы. 11 класс\ Г.В. Дорофеев, Г.К. Муравин, Е.А. Седова. – М.: Дрофа, 2005.

3. Егерев В.К. Сборник задач по математике для поступающих в вузы: Учеб. пособие \ В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.А.Кордемский и др.; Под ред. М.И. Сканави. – 6-е изд. – М.: Издательский дом «ОНИКС 21 век»: Мир и образование, 2002.

4. Математика: Учеб. Для 5 кл. сред.шк./ Н.Я.Виленкин, В.И.Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд.- М.: «Русское слово», «Фарм-инвест», 1995.

5. Тесты. Математика 11 класс. Варианты и ответы централизованного тестирования – М.: Центр тестирования МО РФ, 2003.

Приложение 3

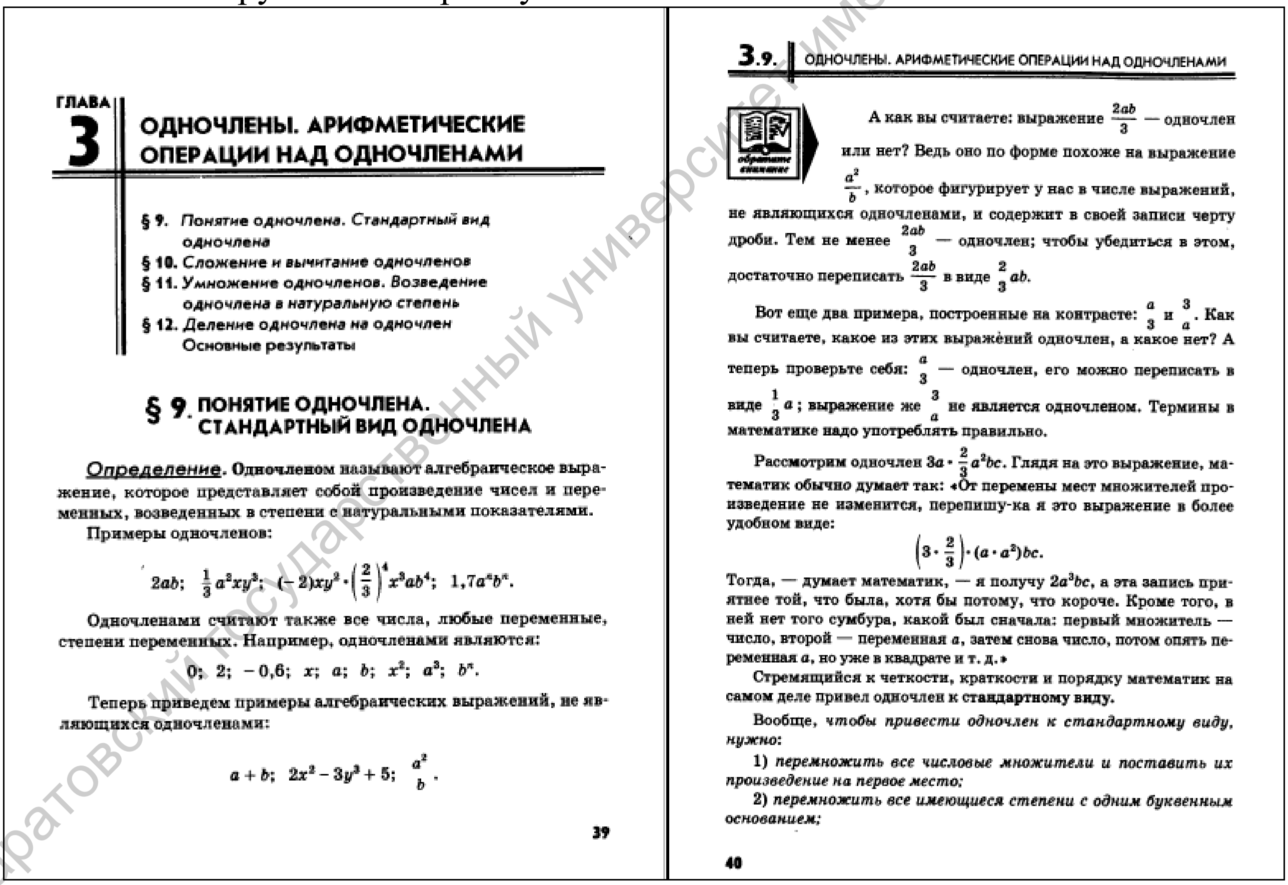
Нелинейная структура содержания параграфа

Современные школьные учебники математики, как правило, обращаются к прошлому опыту учеников и одновременно с этим открывают перспективы опережающего обучения[8].

Такими являются учебники математики для учащихся 5-6 классов, алгебры для учащихся 7-9 классов, алгебры и начал анализа для учащихся 10-11 классов учебно-методического комплекта авторского коллектива, руководимого А.Г. Мордковичем.

Ниже приведены страницы учебника: Мордкович А.Г. Алгебра. 7 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – 4-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2001. – 160 с.

Попробуйте структурировать содержание параграфов 9 и 10 этого учебника. Помимо ДЕ$_7$ в текст включены фразы, активизирующие мышление, память, воображение и другие познавательные процессы учащихся, которые надо уметь выделять и отличать от ДЕ$_7$; в структурной схеме эти фразы можно заключать в скруглённый прямоугольник.



ГЛАВА 3

ОДНОЧЛЕНЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ

§ 9. *Понятие одночлена. Стандартный вид одночлена*
§ 10. *Сложение и вычитание одночленов*
§ 11. *Умножение одночленов. Возведение одночлена в натуральную степень*
§ 12. *Деление одночлена на одночлен*
Основные результаты

§ 9. ПОНЯТИЕ ОДНОЧЛЕНА. СТАНДАРТНЫЙ ВИД ОДНОЧЛЕНА

Определение. **Одночленом называют алгебраическое выражение, которое представляет собой произведение чисел и переменных, возведенных в степени с натуральными показателями.**

Примеры одночленов:

$$2ab;\quad \frac{1}{3}a^2xy^3;\quad (-2)xy^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4x^3ab^4;\quad 1{,}7a^nb^n.$$

Одночленами считают также все числа, любые переменные, степени переменных. Например, одночленами являются:

$$0;\ 2;\ -0{,}6;\ x;\ a;\ b;\ x^2;\ a^3;\ b^n.$$

Теперь приведем примеры алгебраических выражений, не являющихся одночленами:

$$a+b;\quad 2x^2-3y^3+5;\quad \frac{a^2}{b}.$$

39

3.9. ОДНОЧЛЕНЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ

обратите внимание

А как вы считаете: выражение $\frac{2ab}{3}$ — одночлен или нет? Ведь оно по форме похоже на выражение $\frac{a^2}{b}$, которое фигурирует у нас в числе выражений, не являющихся одночленами, и содержит в своей записи черту дроби. Тем не менее $\frac{2ab}{3}$ — одночлен; чтобы убедиться в этом, достаточно переписать $\frac{2ab}{3}$ в виде $\frac{2}{3}ab$.

Вот еще два примера, построенные на контрасте: $\frac{a}{3}$ и $\frac{3}{a}$. Как вы считаете, какое из этих выражений одночлен, а какое нет? А теперь проверьте себя: $\frac{a}{3}$ — одночлен, его можно переписать в виде $\frac{1}{3}a$; выражение же $\frac{3}{a}$ не является одночленом. Термины в математике надо употреблять правильно.

Рассмотрим одночлен $3a\cdot\frac{2}{3}a^2bc$. Глядя на это выражение, математик обычно думает так: «От перемены мест множителей произведение не изменится, перепишу-ка я это выражение в более удобном виде:

$$\left(3\cdot\frac{2}{3}\right)\cdot(a\cdot a^2)bc.$$

Тогда, — думает математик, — я получу $2a^3bc$, а эта запись приятнее той, что была, хотя бы потому, что короче. Кроме того, в ней нет того сумбура, какой был сначала: первый множитель — число, второй — переменная a, затем снова число, потом опять переменная a, но уже в квадрате и т. д.»

Стремящийся к четкости, краткости и порядку математик на самом деле привел одночлен к **стандартному виду**.

Вообще, *чтобы привести одночлен к стандартному виду, нужно:*

1) *перемножить все числовые множители и поставить их произведение на первое место;*

2) *перемножить все имеющиеся степени с одним буквенным основанием;*

40

[8] Такого, при котором, имеющихся знаний достаточно для введения новых математических понятий, изучения некоторых их свойств и применения полученных знаний для постановки и решения ряда новых задач, что позволяет эти понятия ввести сейчас же, не дожидаясь сформированности ряда способностей, необходимых для полного усвоения этого нового знания. В этом случае ученики имеют возможность познакомиться с новыми для них математическими знаниями в той мере, в какой они способны его воспринять.

3) *перемножить все имеющиеся степени с другим буквенным основанием и т. д.*

Числовой множитель одночлена, записанного в стандартном виде, называют **коэффициентом одночлена.**

коэффициент одночлена

одночлен

стандартный вид одночлена

Любой одночлен можно привести к стандартному виду.

Пример. Привести одночлен к стандартному виду и назвать коэффициент одночлена:

а) $3x^2yz\cdot(-2)xy^2z^5$;

б) $4ab^2c\,\frac{1}{4}\,c$;

в) $-2ax^2y^3z^n\cdot\frac{1}{2}\,ax^5yz$;

г) $\frac{3ab}{10}$.

Решение. а) $3x^2yz\cdot(-2)xy^2z^5 = 3\cdot(-2)x^2xyy^2zz^5 = -6x^3y^3z^6$.

Коэффициент одночлена равен -6.

б) $4ab^2c\,\frac{1}{4}\,c = 4\cdot\frac{1}{4}\,ab^2(c\cdot c) = 1\cdot ab^2c^2 = ab^2c^2$.

Коэффициент одночлена равен 1, такой коэффициент обычно не пишут, но подразумевают.

в) $-2ax^2y^3z^n\cdot\frac{1}{2}\,ax^5yz = (-2)\cdot\frac{1}{2}\,aax^2x^5y^3yz^nz = -a^2x^7y^4z^{n+1}$.

Коэффициент одночлена равен -1.

г) А это, как говорят, «маленькая провокация»: одночлен не надо приводить к стандартному виду, он и так записан в стандартном виде. Коэффициент одночлена равен 0,3. ◙

§ 10. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ

В этой главе мы изучаем новые для вас математические объекты — одночлены. Образно говоря, если для математического языка числа, переменные и степени переменных являются буквами, то одночлены — слогами (когда в детстве вы учились

читать, то сначала изучали буквы, затем читали слоги и только потом целиком произносили написанное слово; буквы, слоги, слова, предложения — этапы изучения языка). И тут уже не важно, нравятся вам одночлены как самостоятельный объект изучения или нет, ничего не поделаешь — без уверенного владения ими нам не обойтись, если мы хотим свободно владеть математическим языком.

Как только математики вводят новое понятие, они начинают думать, как с ним работать. И мы с вами в главе 2 поступали точно так же. Вспомните: мы ввели понятие степени с натуральным показателем, но разве ограничились этим? Нет, мы выяснили, как степени перемножать, как делить, как возводить в другую степень.

В § 9 мы ввели понятия одночлена, стандартного вида одночлена. Значит, надо думать о том, как работать с одночленами, как, например, выполнять над ними арифметические операции. При этом сразу договоримся, что будем рассматривать только одночлены, записанные *в стандартном виде.*

<u>*Определение*</u>. Два одночлена, состоящие из одних и тех же переменных, каждая из которых входит в оба одночлена в одинаковых степенях (т. е. с равными показателями степеней), называют **подобными одночленами.**

подобные одночлены

Примеры подобных одночленов:

$$2a \text{ и } 5a,\ 3ab^2c \text{ и } -\frac{2}{7}ab^2c,\ x^n \text{ и } 5x^n.$$

Как видите, подобные одночлены отличаются друг от друга только коэффициентами (впрочем, и коэффициенты могут быть равны, например, $7ab$ и $7ab$ — подобные одночлены).

А вот примеры неподобных одночленов:

$$5a \text{ и } 3a^2,\ 2x \text{ и } 7y,\ 3a^2b^2 \text{ и } 6a^2b.$$

Слово «подобные» имеет примерно тот же смысл, что в обыденной речи слово «похожие». Согласитесь, что одночлены $5a^2b$ и $23a^2b$ похожи друг на друга (подобные одночлены), тогда как од-

ночлены $5a^2b$ и $23ab^2$ непохожи друг на друга (неподобные одночлены).

Рассмотрим сумму двух подобных одночленов: $5a^2b + 23a^2b$. Воспользуемся *методом введения новой переменной*: положим $a^2b = c$. Тогда сумму $5a^2b + 23a^2b$ перепишем в виде $5c + 23c$. Ясно, что эта сумма равна $28c$. Итак, $5a^2b + 23a^2b = 28a^2b$.

метод введения новой переменной

алгоритм

Нам удалось сложить подобные одночлены; оказалось, что это очень просто: достаточно сложить их коэффициенты, а буквенную часть оставить неизменной. Так же обстоит дело и с вычитанием подобных одночленов. Например,

$$7abc^3 - 9abc^3 = (7-9)abc^3 = -2abc^3.$$

А как быть, если одночлены неподобны: можно ли их складывать, вычитать? Увы, нельзя! Складывать неподобные одночлены все равно, что в арифметической задаче складывать часы с километрами. Разумеется, между неподобными одночленами, на пример $5a$ и $7b$, можно поставить знак сложения, т. е. написать $5a + 7b$, но дальше этого нам продвинуться не удастся.

Как мы уже подчеркивали, математики — люди четкие, организованные, они любят действовать по определенной программе. Обычно употребляется термин *алгоритм*, это слово как раз и означает программу действий, четко определенный порядок ходов. Например, придя в магазин за хлебом, вы практически всегда действуете по следующему алгоритму:

1. Подходите к прилавку и смотрите, какой хлеб имеется в продаже.
2. Становитесь в очередь в кассу.
3. Получаете чек.
4. Меняете чек на хлеб.
5. Кладете хлеб в сумку.
6. Идете домой.

Сейчас мы сформулируем алгоритм сложения одночленов.

Алгоритм сложения (вычитания) одночленов

1. *Привести все одночлены к стандартному виду.*
2. *Убедиться, что все одночлены подобны; если же они неподобны, то складывать (вычитать) их нельзя, т. е. алгоритм далее не применяется.*
3. *Сложить (вычесть) коэффициенты подобных одночленов.*
4. *Записать ответ: одночлен, подобный данным, с коэффициентом, полученным на третьем шаге.*

Пример 1. Упростить выражение
$2a^2b - 7a\cdot 0{,}5ba + 3b\cdot 2a\cdot(-0{,}5a)$.

Решение. Речь идет о сложении и вычитании одночленов, значит, будем действовать в соответствии с алгоритмом.

1) Первый одночлен уже имеет стандартный вид.

Для второго одночлена имеем:

$$7a\cdot 0{,}5ba = (7\cdot 0{,}5)\cdot(a\cdot a)b = 3{,}5a^2b$$

— это стандартный вид.

Приведем к стандартному виду третий одночлен:

$$3b\cdot 2a\cdot(-0{,}5a) = 3\cdot 2\cdot(-0{,}5)\cdot(a\cdot a)b = -3a^2b.$$

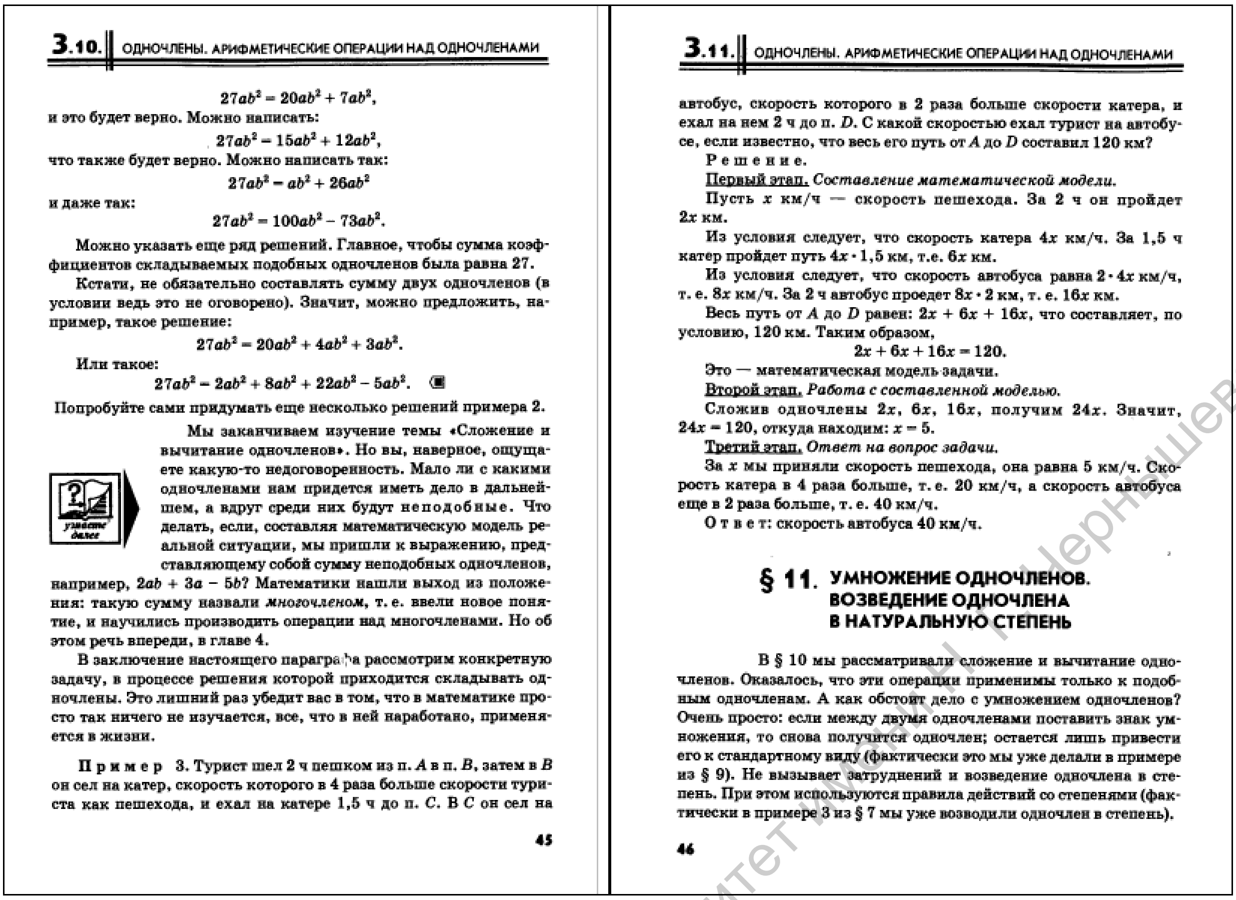
2) Получили три одночлена: $2a^2b$, $3{,}5a^2b$, $-3a^2b$. Они подобны, поэтому с ними можно производить дальнейшие действия, т. е. можно переходить к третьему шагу алгоритма.

3) Выполним действия с коэффициентами:
$2 - 3{,}5 - 3 = -4{,}5$.

4) Запишем ответ: $-4{,}5a^2b$. ◙

Пример 2. Представить одночлен $27ab^2$ в виде суммы одночленов.

Решение. Здесь в отличие от рассмотренных ранее примеров решение не единственно (а разве в жизни во всех случаях вы можете найти единственное решение? Иногда решений несколько, а иногда решения и вовсе нет). Можно написать:



3.10. ОДНОЧЛЕНЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ

$$27ab^2 = 20ab^2 + 7ab^2,$$

и это будет верно. Можно написать:

$$27ab^2 = 15ab^2 + 12ab^2,$$

что также будет верно. Можно написать так:

$$27ab^2 = ab^2 + 26ab^2$$

и даже так:

$$27ab^2 = 100ab^2 - 73ab^2.$$

Можно указать еще ряд решений. Главное, чтобы сумма коэффициентов складываемых подобных одночленов была равна 27.

Кстати, не обязательно составлять сумму двух одночленов (в условии ведь это не оговорено). Значит, можно предложить, например, такое решение:

$$27ab^2 = 20ab^2 + 4ab^2 + 3ab^2.$$

Или такое:

$$27ab^2 = 2ab^2 + 8ab^2 + 22ab^2 - 5ab^2.$$ ■

Попробуйте сами придумать еще несколько решений примера 2.

узнаете далее

Мы заканчиваем изучение темы «Сложение и вычитание одночленов». Но вы, наверное, ощущаете какую-то недоговоренность. Мало ли с какими одночленами нам придется иметь дело в дальнейшем, а вдруг среди них будут неподобные. Что делать, если, составляя математическую модель реальной ситуации, мы пришли к выражению, представляющему собой сумму неподобных одночленов, например, $2ab + 3a - 5b$? Математики нашли выход из положения: такую сумму назвали *многочленом*, т. е. ввели новое понятие, и научились производить операции над многочленами. Но об этом речь впереди, в главе 4.

В заключение настоящего параграфа рассмотрим конкретную задачу, в процессе решения которой приходится складывать одночлены. Это лишний раз убедит вас в том, что в математике просто так ничего не изучается, все, что в ней наработано, применяется в жизни.

Пример 3. Турист шел 2 ч пешком из п. A в п. B, затем в B он сел на катер, скорость которого в 4 раза больше скорости туриста как пешехода, и ехал на катере 1,5 ч до п. C. В C он сел на

45

3.11. ОДНОЧЛЕНЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ

автобус, скорость которого в 2 раза больше скорости катера, и ехал на нем 2 ч до п. D. С какой скоростью ехал турист на автобусе, если известно, что весь его путь от A до D составил 120 км?

Решение.

Первый этап. *Составление математической модели.*

Пусть x км/ч — скорость пешехода. За 2 ч он пройдет $2x$ км.

Из условия следует, что скорость катера $4x$ км/ч. За 1,5 ч катер пройдет путь $4x \cdot 1{,}5$ км, т.е. $6x$ км.

Из условия следует, что скорость автобуса равна $2 \cdot 4x$ км/ч, т. е. $8x$ км/ч. За 2 ч автобус проедет $8x \cdot 2$ км, т. е. $16x$ км.

Весь путь от A до D равен: $2x + 6x + 16x$, что составляет, по условию, 120 км. Таким образом,

$$2x + 6x + 16x = 120.$$

Это — математическая модель задачи.

Второй этап. *Работа с составленной моделью.*

Сложив одночлены $2x$, $6x$, $16x$, получим $24x$. Значит, $24x = 120$, откуда находим: $x = 5$.

Третий этап. *Ответ на вопрос задачи.*

За x мы приняли скорость пешехода, она равна 5 км/ч. Скорость катера в 4 раза больше, т. е. 20 км/ч, а скорость автобуса еще в 2 раза больше, т. е. 40 км/ч.

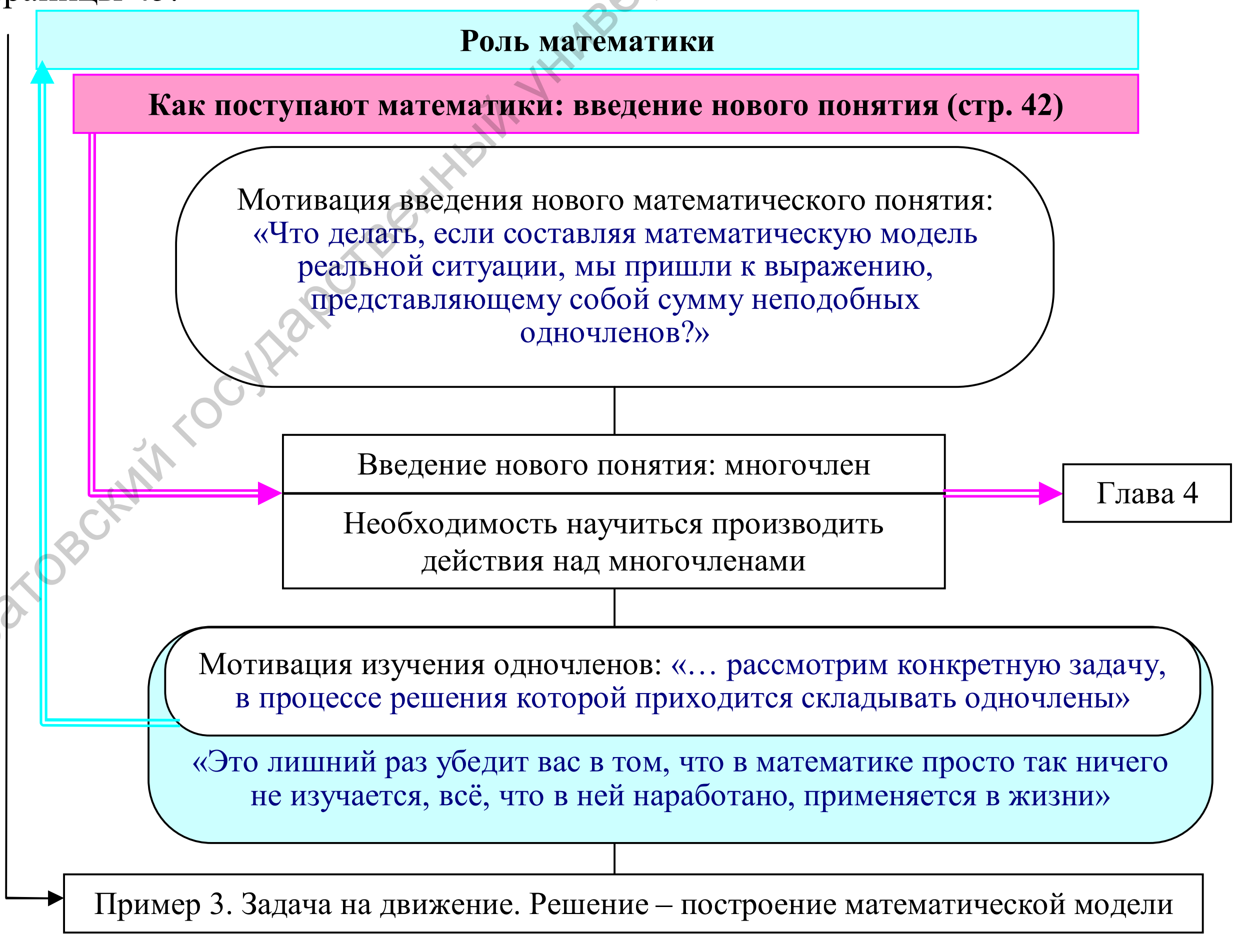
Ответ: скорость автобуса 40 км/ч.

§ 11. УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ. ВОЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА В НАТУРАЛЬНУЮ СТЕПЕНЬ

В § 10 мы рассматривали сложение и вычитание одночленов. Оказалось, что эти операции применимы только к подобным одночленам. А как обстоит дело с умножением одночленов? Очень просто: если между двумя одночленами поставить знак умножения, то снова получится одночлен; остается лишь привести его к стандартному виду (фактически это мы уже делали в примере из § 9). Не вызывает затруднений и возведение одночлена в степень. При этом используются правила действий со степенями (фактически в примере 3 из § 7 мы уже возводили одночлен в степень).

46

Приведём фрагмент структурной схемы, соответствующий содержанию страницы 45.



Даже по этому небольшому фрагменту видны связи анализируемого материала практически со всеми основными линиями школьного курса математики (классифицируемые с учётом критерия знаний и умений):

– формально-оперативной (формирование навыков вычислений, тождественных преобразований, решения уравнений),

– содержательно-прикладной (решение текстовых задач),

– логической (формирование системы понятий и фактов путем построения определений),

– культурно-исторической (формирования представлений о математике как части человеческой культуры).

Кроме того, явно прослеживаются и обращение к познавательному опыту учащихся, и элементы опережающего обучения (в схеме эти связи отображены стрелками).

Приложение 4

Решение задач стохастической линии школьного курса математики: комбинаторные задачи

7-9 классы

Задача 1. У жителей планеты АХО в алфавите три буквы: А, О, Х. Слова в языке состоят не более чем из трех букв (буква в слове может повторяться, но две одинаковые буквы не могут стоять рядом). Какое наибольшее количество слов может быть в словаре жителей этой планеты?

Решение. Слов из одной буквы можно составить – $\boldsymbol{3}$.

Слова из двух различных букв образуют размещения – соединения отличаются друг от друга составом элементов (*OX* и *AX*) или их порядком (*OX* и *XO*), каждое из них содержит *2* элемента, взятых из *3* различных элементов $\{A, O, X\}$; всего – $A_3^2 = 3 \cdot 2 = \boldsymbol{6}$.

Слова из трёх различных букв образуют соединения, число которых определяется так: первая буква может быть любой из множества $\{A, O, X\}$, вторая буква выбирается из двух элементного множества $\{A, O\}$, $\{O, X\}$ или $\{A, X\}$ в зависимости от первой буквы, третья буква также выбирается из двух элементного множества $\{A, O\}$, $\{O, X\}$ или $\{A, X\}$ в зависимости от второй буквы; всего способов по правилу произведения $3 \cdot 2 \cdot 2 = \boldsymbol{12}$.

Общее число способов: $\boldsymbol{3 + 6 + 12 = 21}$.

Ответ. Наибольшее количество слов в словаре жителей этой планеты – 21.

Задача 2. Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке?

Решение. Задача о числе перестановок из 4 элементов: $\boldsymbol{P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24}$.

Ответ. 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке 24 способами.

Задача 3. Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если других пассажиров в купе нет?

Решение. Задача о числе размещений из 4 по 3 или числе перестановок из четырёх элементов {П, М, Р, свободное место} по четырём различным спальным местам: $\boldsymbol{A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = P_4}$.

Ответ. Семья из трех человек в четырехместном купе (если других пассажиров в купе нет) может разместиться 24 способами.

Задача 4. В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в олимпиаде?

Решение. Задача о числе сочетаний *2* элементов взятых из *7* различных элементов: $\boldsymbol{C_7^2 = \frac{A_7^2}{P_2} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21}$.

Ответ. Выбрать из 7 человек двоих для участия в олимпиаде можно 21 способом.

Приложение 5

Приближённые вычисления в школьном курсе математики

Введение в начале 60-х годов в курс арифметики 6 класса темы «Приближенные вычисления», где рассматривался метод подсчета цифр, не изменяло принципиально ситуацию с уровнем вычислительной грамотности учащихся, тем более, что и авторы учебников не ориентировали школьников на применение методов приближенных вычислений за пределами темы: ответы к задачам давались такие, какие могли получаться при работе с «точными» значениями, хотя речь шла о результатах измерений, которые просто не могли быть точными.

Несколько улучшилась ситуация с вычислительной грамотностью, когда появилось несколько тем, посвященных данному вопросу. Кроме метода подсчета цифр рассматривались метод границ и метод предельных погрешностей. Органически вписывался в этот материал вопрос о десятичных приближениях действительных чисел. Последовательности десятичных приближений действительных чисел использовались для формирования понятий предела последовательности, производной[9]. Логическим завершением вопроса были примеры использования производной для приближенных вычислений.

Таким образом, можно было говорить о соответствующей содержательной линии программы. К сожалению, во время многочисленных переделок и сокращений, вызванных необходимостью ликвидировать перегрузку учащихся, логика изучения вопроса была разрушена. Оставшиеся темы не обеспечивают достаточного уровня знаний и умений учащихся по данному разделу.

В Примерной основной образовательной программе основного образования[10], разработанной на основе ФГОС фиксируются следующие цели (предметные результаты), реализуемые в рамках модуля «Измерения, приближения, оценки»:

Выпускник научится:

• использовать в ходе решения задач элементарные представления, связанные с приближёнными значениями величин.

Выпускник получит возможность:

• понять, что числовые данные, которые используются для характеристики объектов окружающего мира, являются преимущественно приближёнными, что по записи приближённых значений, содержащихся в информационных источниках, можно судить о погрешности приближения;

• понять, что погрешность результата вычислений должна быть соизмерима с погрешностью исходных данных.

---

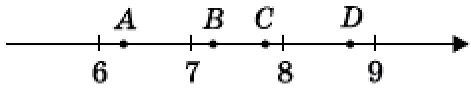
[9] Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 классов средней школы / под ред. А.Н. Колмогорова. . М.: Просвещение, 1991.

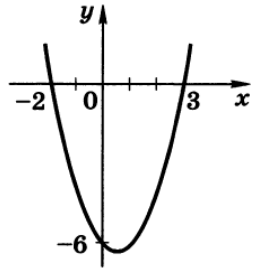
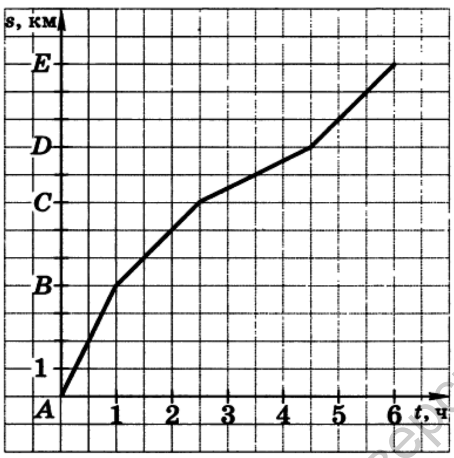
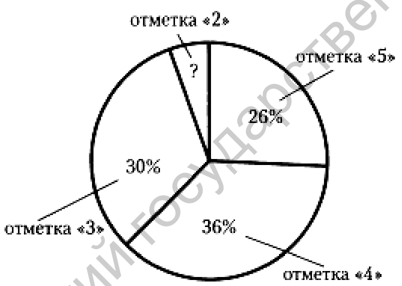
[10] Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / [сост. Е.С. Савинов]. – М. : Просвещение, 2013. – 342 с. – (Стандарты второго поколения).

Приложение 6

Образец текста зачётной работы

Задание 1. Определите принадлежность следующих задач содержательно-методической линии школьного курса математики, укажите соответствующий учебный модуль.

№	Задача	Линия	Модуль
1	Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{61}$. Какая это точка? 		
2	Из формулы мощности $N = \frac{A}{t}$ выразите работу А.		
3	Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары: «Стоимость участия в семинаре – 3000 р. с человека. Группам от организаций предоставляются скидки: от 3 до 10 человек – 5%; более 10 человек – 8 %». Сколько должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 4 человек?		
4	Упростите выражение $(a-4)^2 - 2a(3a-4)$		
5	Укажите наибольшее из чисел: 0,6; 0,58; $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{4}$.		
6	Сократите дробь $\frac{a^2+3a}{9-a^2}$		
7	Решите уравнение $3x^2 + x = 0$.		
8	Вычислите координаты точки пересечения прямых $2x + 3y = -12$ и $4x - 6y = 0$.		
9	Велосипедист от озера до деревни ехал со скоростью 15 км/ч, а обратно – со скоростью 10 км/ч. Сколько времени ушло у него на дорогу от озера до деревни, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 1 час.		
10	В геометрической прогрессии $b_1 = 64,\ q = -\frac{1}{2}$. Что больше b_2 или b_3 ?		
11	При каких значениях выражения $8x - 2$ больше значений выражения $10x + 1$?		

12	 На рисунке изображён график функции $y = x^2 - x - 6.$ Используя график, решите неравенство $x^2 - x - 6 > 0.$		
13	Плот плывёт по реке. На рисунке изображён график его движения: по горизонтальной оси откладывается время движения t, по вертикальной – расстояние s, которое проплыл плот. На каком участке пути скорость течения наибольшая? 		
14	Решите систему уравнений $\begin{cases} \boldsymbol{2x - 3y = 5} \\ \boldsymbol{x - 6y = -2} \end{cases}$		
15	 Результаты районной контрольной работы по физике в 9 классе представили в виде диаграммы. Сколько учащихся получили отметку «2», если всего работу писали 400 человек?		
16	На 1000 электрических лампочек в среднем приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?		
17	Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?		

Задание 2. Проведите логико-дидактический анализ параграфа учебника, дидактической единицей ($ДЕ_7$) которого является задача № 1.

Учебно-методическое пособие

Светлана Владимировна Лебедева

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ (МАТЕМАТИКА) МОДУЛЬ I. НЕПРЕРЫВНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ: СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ АСПЕКТ

Работа издана в авторской редакции

Подписано в печать Формат $60 \times 84\ ^1/_{16}$
Усл. печ. л. 9, 31 Гарнитура Times