

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Базовая кафедра динамического моделирования и биомедицинской
инженерии

САРАТОВСКИЙ ФИЛИАЛ ИНСТИТУТА РАДИОТЕХНИКИ И
ЭЛЕКТРОНИКИ им. В.А.КОТЕЛЬНИКОВА РАН

Б.П. БЕЗРУЧКО, Е.П. СЕЛЕЗНЕВ

**ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И
НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

Учебно-методическое пособие

Саратов 2009

УДК 530.18

Б53

Б53 Безручко Б.П., Селезнев Е.П. Эквивалентные представления и нелинейные явления в электрических цепях. Учебно-методическое пособие для студентов факультета нано- и биомедицинских технологий. Саратов, 2009. 29 с.

Рецензент: д.ф.-м.н. Пономаренко В.И..

© Безручко Б.П., Селезнев Е.П., 2009

Элементы реальных электрических и магнитных цепей можно представить соединениями R, L, C (эквивалентными схемами), вид и параметры которых зависят от условий их эксплуатации. В работе это демонстрируется на примере полупроводникового конденсатора (варакторного диода, варактора), который широко используется в радиотехнике в качестве элемента с электрически перестраиваемой емкостью, и колебательного контура – цепи, состоящей из последовательно включенных катушки, сопротивления и варактора. В зависимости от выбора элементов и режимов их функционирования, процессы в таких цепях, подключенных к источнику гармонической ЭДС, описываются линейными или нелинейными уравнениями, т.е. эта цепь проявляет себя линейной или нелинейной. С увеличением амплитуды гармонической ЭДС нелинейность проявляется в появлении дополнительных к частоте воздействия гармоник, свойствах резонанса, гистерезиса, бистабильности и даже хаоса.

СОДЕРЖАНИЕ.

СОДЕРЖАНИЕ.....	3
1. Эквивалентные представления электротехнических элементов. ...	4
2. Колебательный контур с варакторным диодом – объект исследования в экспериментальной части работы.	7
3. Линейные и нелинейные цепи.	11
3.1. Линейный колебательный контур.	11
3.2. Нелинейные колебания в контуре при гармоническом воздействии.....	14
4. Графическое представление величин, изменяющихся во времени.	19
5. Экспериментальная установка.	22
6. Практическое задание.....	24
6.1. Последовательная RR –цепь.	24
6.2. Последовательная RC –цепь.	25
6.3. Сложная RC –цепь.....	25
6.4. Наблюдение вольт–амперных характеристик диода.	26
6.5. Изучение резонансные свойства контура и явления гистерезиса.....	27
6.6. Наблюдение нелинейных колебательных режимов в цепи. ...	29
Приложение 1. Линейность и нелинейность функций и уравнений.	30
Литература.	32
Контрольные вопросы.	32
Источники опасности и правила безопасной работы.....	33

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

1. Эквивалентные представления электротехнических элементов.

Описывая объекты и явления реального мира, мы опираемся на некоторые уже сложившиеся модельные представления. Электротехника не является исключением - модели в виде эквивалентных схем из L, R, C помогают понять¹ процессы, происходящие в реальных природных и технических объектах. Вид модели определяется целью рассмотрения, величинами амплитуд и частот протекающих процессов, принципом действия и конструктивными особенностями объекта.

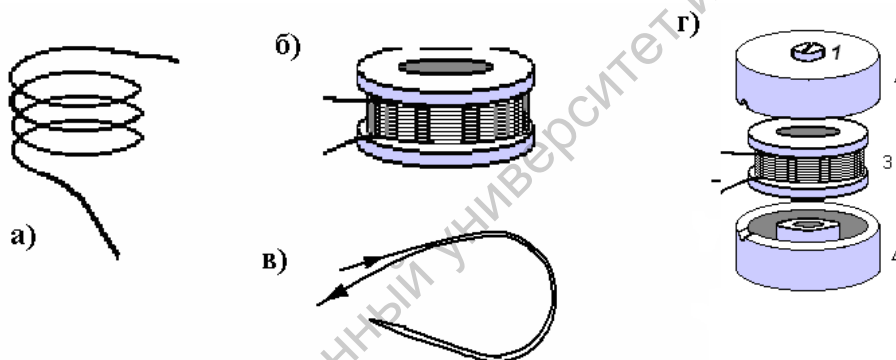


Рис.1.

Например, исходя из целей использования, намотанные на цилиндр витки провода (катушку, рис.1а, б) можно эквивалентно представить:

¹ Основатель отечественной колебательно-волновой школы академик Л.И.Мандельштам, определял «понятное», как «привычное и чувственно ощущаемое». Таким понятным - освоенным на уроках и лекциях - мы будем считать представление о емкости C , индуктивности L и сопротивлении R . Емкость C – характеристика способности проводящего тела создавать электрическое поле (приобретать потенциал ϕ) при помещении на него заряда q : $C=q/\phi$. Индуктивность проводника L – связывает протекающий по нему ток I с создаваемым этим током магнитным полем (магнитным потоком Φ): $L = \Phi / I$. Сопротивление R – характеристика потребителя электромагнитной энергии, при протекании тока I потери энергии в единицу времени пропорциональны $R=U/I$ (выделяемая мощность $P=UI=RI^2$).

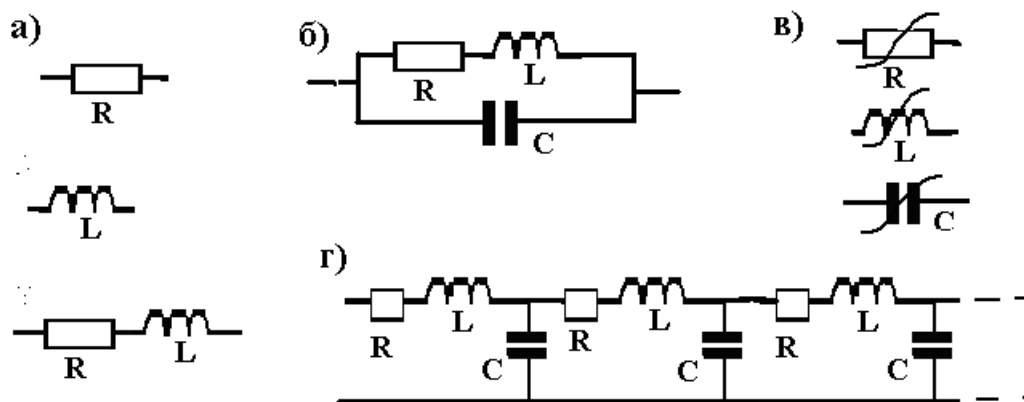


Рис.2.

1) только сопротивлением R рис.2а, если это - спираль электроплитки или нагревательный элемент электрочайника, и нужно провести расчет их мощности (тепловых свойств);

2) только индуктивностью L или соединением индуктивности L и сопротивления провода R (рис.2а), если это - обмотка электромагнита или электродвигателя. Но, если катушку намотать проводом, сложенным вдвое («бифилярно», см.рис. 2в), ее магнитное поле, а значит и индуктивность практически исчезнут. Ферромагнитный сердечник (рис.2г) наоборот увеличивает индуктивность, а также уменьшает потери энергии на излучение, а следовательно и R ;

3) соединением L, R и C (рис.1б). Два витка катушки можно рассматривать как обкладки маленького конденсатора, способные при заряде создать собственное (межвитковое) электрическое поле. Чтобы уменьшить межвитковую емкость, многослойные катушки с большим числом витков даже наматывают, укладывая провода соседних слоев под углом друг к другу, а в однослойных катушках витки раздвигают (растягивают);

4) длинной цепочкой L,R,C-ячеек (рис.1г), если это – спираль замедляющей системы сверхвысокочастотного² электронного прибора (например, лампы бегущей волны).

Для рассмотрения реальных электротехнических цепей в теории цепей используется идеализированное представление электрической цепи. Это – элементы, в которых сосредоточено электромагнитное поле или энергия этого поля преобразуется в другие виды энергии (их то мы и представляем эквивалентным набором C , L и R), соединенные проводами. При этом провода, представляемые на схемах линиями, считаются короткими, лишенными полей, исполняющими лишь роль соединения. Для описания электромагнитных явлений в такой идеализированной цепи достаточно понятий силы тока I , напряжения U и электродвижущей силы (эдс) e . Такая модель используется для описания реальных цепей, если геометрическая длина реальной цепи много меньше длины электромагнитной волны $\lambda = c \cdot T$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, а T – характерный временной масштаб (период) протекающих процессов. Так как промышленные электротехнические частоты достаточно малы (50 Гц в России, 60 Гц в США), а соответствующие длины волн λ исключительно велики (десятки тысяч километров), эквивалентные представления теории цепей вполне работоспособны при решении типичных электротехнических задач.

² Сверхвысокими (СВЧ) называют частоты большие 1 ГГц, т.е. наши сотовые телефоны работают уже в СВЧ-диапазоне.

2. Колебательный контур с варакторным диодом – объект исследования в экспериментальной части работы.

Цепь, состоящая из катушки индуктивности и конденсатора (колебательный контур) — важнейший узел, представленный в любом радиоприемнике и телевизоре, в различных видах присутствующий и в электротехнических устройствах. Процессы в контуре и вид его модельных уравнений зависят от конструкции используемых элементов. Для случая рис.3а соединение катушки и пластин конденсатора на частотах порядка единиц и десятков кГц может быть представлено эквивалентной схемой рис.3б, где штрихами выделено использованное эквивалентное представление катушки. Емкость C отражает свойства конденсатора, а сопротивления R , характеризует потери на нагрев и излучение³. Величины L, C , и R называют *параметрами*⁴, а мгновенные значения силы токов i , напряжения u и эдс e - *переменными* (*динамическими переменными* – способными изменяться во времени). В математических моделях цепей параметрами служат коэффициенты уравнений.

В простейшей конструкции контура рис.3а обкладки воздушного конденсатора соединены проволокой, скрученной в виде цилиндрической спирали. Особенностью этой конструкции, если ее реализовать не предпринимая усилий к обеспечению большой жесткости, должна быть зависимость параметров от величин токов и напряжений. Так при заряде конденсатора его

³ Возбуждаемые переменными полями электромагнитная волна излучается в пространство и тоже уносит энергию.

⁴ Параметры можно целенаправленно изменять или поддерживать постоянными

обкладки будут притягиваться тем сильнее, чем больше заряд, а, соответственно, и напряжение на конденсаторе U . При этом, если коэффициент жесткости спирали-пружины конечен, обкладки сблизятся. В известной формуле для емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ расстояние между обкладками d стоит в знаменателе, поэтому при такой деформации емкость конденсатора увеличится, т.е. $C=C(U)$. Аналогично из-за притяжения параллельных проводников с током с изменением тока будет деформироваться катушка, а при этом меняться ее индуктивность L и сопротивление⁵ R . Зависимость величин параметров от значений переменных (токов и напряжений) отмечается на схеме перечеркиванием символа кривой чертой (см. рис.1в). Это говорит о «нелинейности» - необходимости описывать такие цепи нелинейными дифференциальными уравнениями.

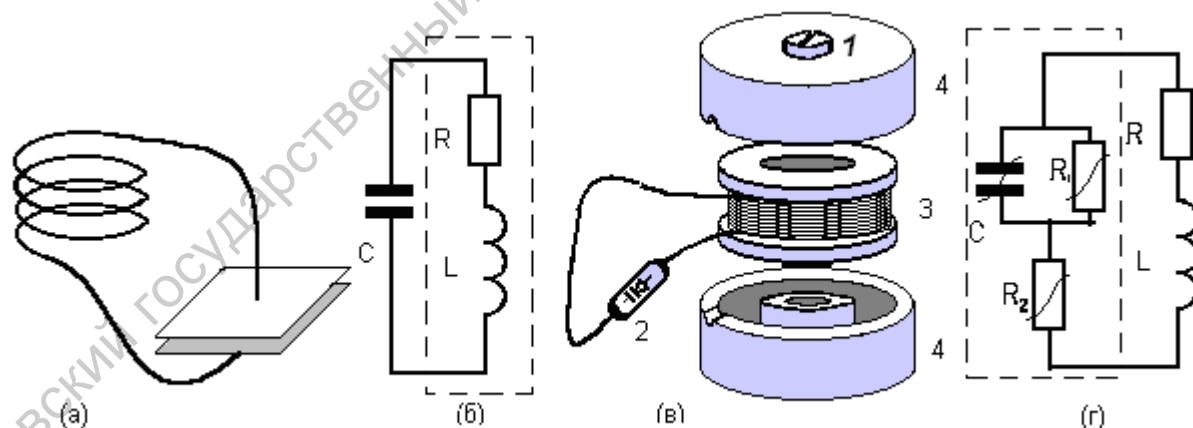


Рис. 3. Простейший колебательный контур (а) и его эквивалентная схема (б). Вид исследуемой цепи (в): 1 — резистор, 2 — варакторный диод, 3 — катушка, намотанная медным проводом на диэлектрическом каркасе, 4 — сердечник из карбонильного железа, в который вставляется катушка; (г) эквивалентная схема цепи, в которой диод представлен совокупностью нелинейных емкости и сопротивлений.

⁵ Сопротивление может меняться из-за зазоров между витками, через которые утекает энергия.

Можно придумать различные варианты сохранения параметров цепи постоянными - обеспечения их независимости от величин токов и напряжений. Например, этому способствует использование керамического каркаса для катушки или введение твердого диэлектрика между обкладками. Введение же в такую катушку сердечника из ферромагнетика (см. рис.1в) приводит к ее «нелинейности» - при существенном увеличении протекающего по обмотке тока i к постепенному насыщению намагниченности и изменению индуктивности L . Использование диэлектрика, диэлектрическая проницаемость ϵ которого зависит от напряженности электрического поля, в которое он вносится, емкость конденсатора становится зависимой от напряжения U на его обкладках. Так устроен *вариконд* – конденсатор с емкостью управляемой напряжением.

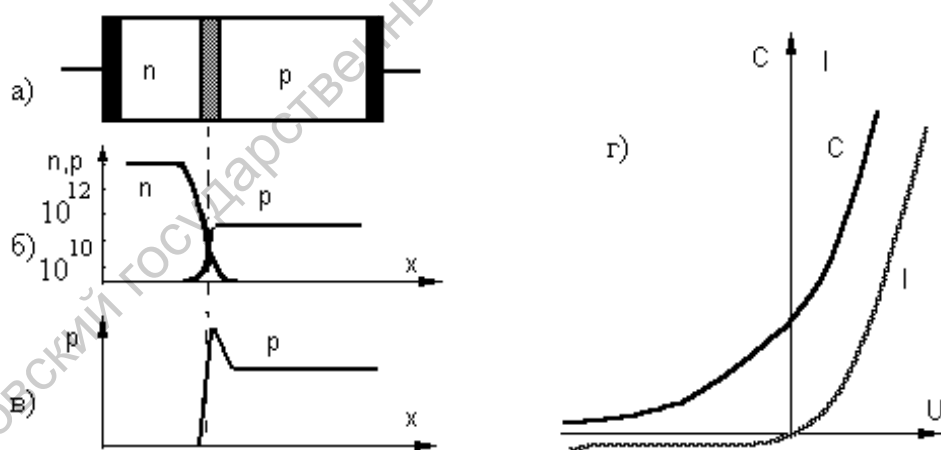


Рис. 4. Структура диода с p - n переходом (а); распределение примесей вдоль диода с плавным переходом (б); качественный вид распределения примеси в базе варакторного диода (в); качественный вид ВАХ и ВФХ диода (C - дифференциальная емкость) (г).

Наиболее популярным нелинейным элементом с управляемой емкостью является полупроводниковый *варакторный диод* (*варактор*), который мы используем в экспериментальной части работы. Свойства полупроводниковых диодов с p-n-переходом распределения концентрации носителей заряда - электронов n и дырок p - вдоль образца (вдоль оси x на рис.4). Это определяется распределением примесей (акцепторов и доноров), вносимых в образец с собственной проводимостью при изготовлении диода. На рис.4б видно, что концентрации носителей заряда разные. Область, концентрация носителей в которой больше, называют *эмиттером*, а где меньше – *базой*. В отличие от выпрямительных диодов, профиль распределения примесей для которых представлен на рис. 4б, в варакторных диодах, используемых, как конденсаторы, с целью улучшения их емкостных свойств обеспечивают профиль распределения концентрации примесей в базе с максимумом вблизи области перехода, рис. 4в [4]. Наличие электрических полей в области непосредственно перехода (заштриховано на рис.4а) и конечное время существования избыточного заряда в базе после протекания прямого тока приводят к сдвигам по фазе переменного напряжения на диоде и тока через него, что придает его сопротивлению емкостной характер. В диапазоне частот порядка единиц и десятков КГц эквивалентное представление варакторного диода приведено на рис.1в. Типовые вольт-амперная (ВАХ) и вольт-фарадная (ВФХ) характеристики такого диода представлены на ри.4г и отражают его свойства, соответственно, как нелинейного сопротивления и нелинейной емкости.

3. Линейные и нелинейные цепи.

В зависимости от вида уравнений, описывающих объекты и процессы в них, их относят к *линейным* или *нелинейным* (см. приложение 1). Линейные уравнения можно решить аналитически, для точного решения нелинейных уравнений используются численные методы и ЭВМ. Нелинейные явления (решения нелинейных уравнений) более разнообразны, чем линейные. Проиллюстрируем это на примере моделирования колебательного контура, возбуждаемого гармонической ЭДС, потом убедимся в экспериментальной части работы.

3.1. Линейный колебательный контур.

Если параметры L, C, R элементов контура рис.3б постоянны при последовательном включении в него источника гармонической эдс уравнение цепи, полученное на основе второго закона Кирхгофа имеет вид:

$$L \frac{\partial i}{\partial t} + iR + U_c = e_m \cdot \sin(\omega t) \quad (1)$$

Положим $i = \frac{dq}{dt}$ и $U_c = \frac{q}{C}$, где q – заряд конденсатора, и поделим

(1) на L . Получим уравнение вида:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \frac{R}{L} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{LC} q = V \cdot \sin(\omega t) \quad (2).$$

Вводя обозначения $\delta = \frac{R}{2L}$ и $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, уравнение (1) сводят к известному модельному дифференциальному уравнению второго

порядка - уравнению *неавтономного линейного диссипативного осциллятора* :

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = V \sin \omega t \quad (3)$$

где q – динамическая переменная (заряд), $\delta = R/2L$ — параметр, называемый коэффициентом диссипации (характеризует потери электромагнитной энергии), $\omega_0^2 = 1/LC$ – параметр, имеющий смысл частоты собственных колебаний.

При нулевой амплитуде воздействия ($V=0$) решение уравнения (2) имеет вид затухающих колебаний (*собственные колебания контура*). Выведя систему из состояния равновесия, и предоставив ее самой себе (например, зарядив конденсатор от внешнего источника и замкнув цепь), можно убедиться, что в ней при не очень большом затухании и отличных от нуля начальных условиях совершаются квазигармонические колебания (рис.5), имеющие частоту $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ и затухающие по закону $\exp(-\delta t)$ [4]. Для оценки потери энергии в осцилляторе, помимо коэффициента затухания, вводят добротность $Q = \rho/R$, где $\rho = \sqrt{L/C}$ – волновое сопротивление.

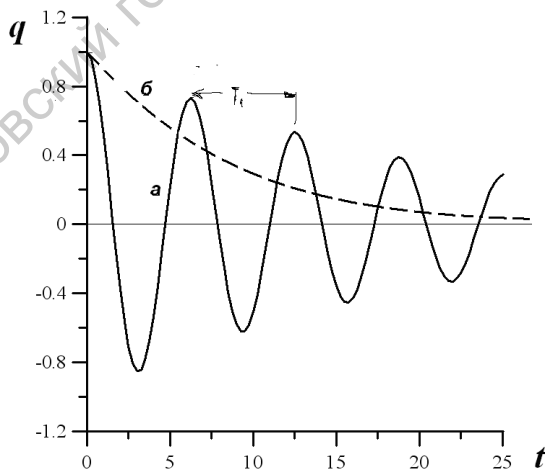
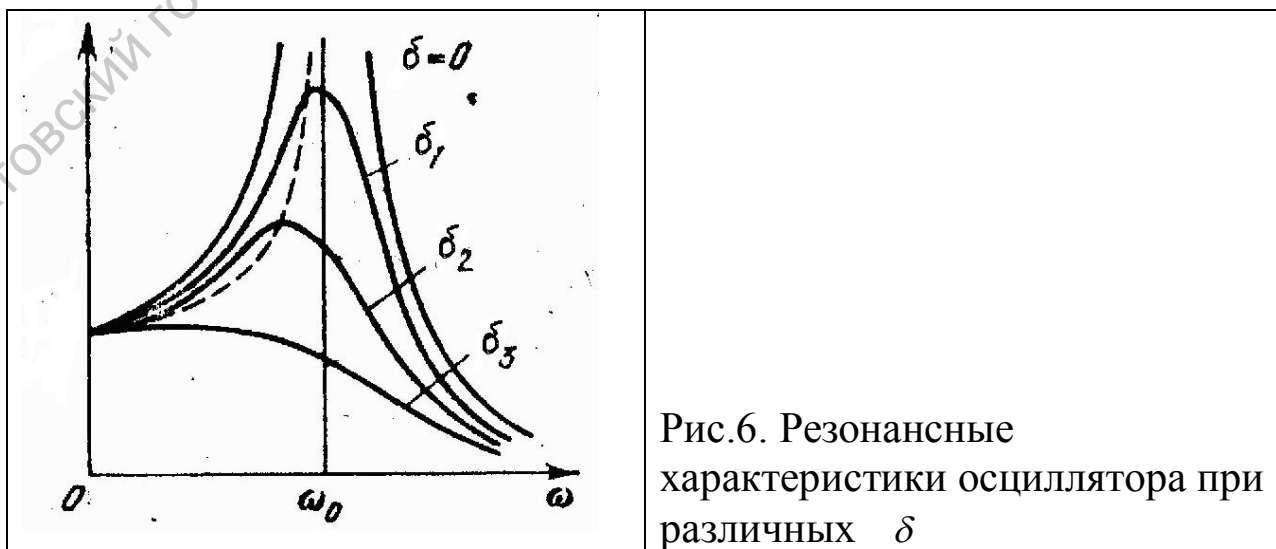


Рис.5. Затухающие колебания в линейном осцилляторе при $\omega_0 = 1$, $\delta = 0.1$.

С ростом потерь квазипериод T_1 колебаний возрастает и они затухают быстрее (кривая (а) на рис.5 растягивается по горизонтали и сжимается по вертикали), а когда δ^2 превышает ω_0^2 , движения становятся аperiodическими – значение переменной от начального условия монотонно затухает по экспоненте до 0 (кривая (б)).

При наличии гармонического воздействия с амплитудой V и частотой воздействия ω решение уравнений представляется в виде суммы общего решения однородного и частного решения неоднородного уравнений. Другими словами, колебания контура представляют суперпозицию затухающих собственных с частотой $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ и незатухающих вынужденных колебаний с частотой воздействия ω . После полного затухания собственных колебаний и остаются только вынужденные колебания. Амплитуда вынужденных колебаний зависит от амплитуды и частоты воздействия, от добротности Q контура. На рис.6 представлена резонансная характеристика – зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты воздействия.



На характеристике имеется максимум, соответствующий резонансу, так называется увеличение амплитуды вынужденных колебаний при определенных условиях. Это явление имеет большое значение в различных системах совершающих вынужденные колебания. Из рис.6 видно, что при малых потерях энергии максимум имеет место при $\omega = \omega_0$, с появлением потерь частота резонанса меньше ω_0 из-за наличия диссипации. Опираясь на решение уравнения (2), можно получить еще одно соотношение для добротности $Q = \omega_{рез} / \Delta\omega$, где $\omega_{рез}$ – резонансная частота осциллятора, $\Delta\omega$ – ширина резонансной характеристики по уровню –3дБ. Уровень –3дБ соответствует уменьшению мощности колебаний в два раза, или это соответствует уменьшению амплитуды колебаний в 0.707... раз. Последнее выражение для добротности очень удобно для ее оценки в эксперименте.

3.2. Нелинейные колебания в контуре при гармоническом воздействии.

При наличии зависимости параметров от переменных уравнение цепи становится нелинейным:

$$\ddot{q} + f(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + g(q, \dot{q}) \cdot q = V \cdot \sin(\omega t), \quad (3)$$

где $f(q, \dot{q})$ и $g(q, \dot{q})$ - функции, вид которых определяется особенностями элементов цепи (только не const). Нелинейные уравнения не подчиняются принципу суперпозиции и в общем случае не решаются аналитически. Однако, в режиме малых амплитуд, когда $q \ll 1$ функции $f(q, \dot{q})$ и $g(q, \dot{q})$ можно разложить в степенной ряд и ограничиться только линейными членами разложения, уравнение нелинейного осциллятора принимает

линейный вид. В этом случае говорят линейном или малосигнальном режиме колебаний, который мы только что рассмотрели. В режиме колебаний с большой амплитудой при $q \geq 1$, когда линейными членами разложения функций $f(q, \dot{q})$ и $g(q, \dot{q})$ в степенной ряд ограничиться уже нельзя.

Нелинейность приводит к поразительному расширению круга колебательных явлений, наблюдаемых в контуре. Рассмотрим в качестве примера уравнение Тода, которое получается, если в уравнение типа (3), подставить функции $f(q, \dot{q})$ и $g(q, \dot{q})$, подходящие для моделирования цепи с типичным варакторным диодом:

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + e^y - 1 = A \cdot \sin(\omega t). \quad (4)$$

Мы заменили обозначения переменной q , имевший смысл заряда, на произвольную переменную y , т.к. уравнение (4) – известный популярный эталон нелинейного колебательного уравнения, справедливое для систем разной природы. Амплитуда гармонического воздействия теперь обозначена A . Для колебательных режимов цепи с нелинейностью такого типа характерна уменьшение частоты собственных колебаний при увеличении их амплитуды (это нелинейное явление получило название **неизохронность**)⁶. Рис.7 иллюстрирует форму резонансной кривой – зависимость амплитуды вынужденных колебаний y_m от частоты воздействия. При сравнительно малых амплитудах воздействия A (линия 1) резонансная кривая только

⁶ При других видах нелинейности квазипериод собственных колебаний может уменьшаться, а резонансная кривая изгибаться и смещаться и в сторону высоких частот.

немного искажает свою форму, которая в «линейном» варианте при малых потерях (малых δ) в верхней части кривой почти симметрична относительно вертикали. Нелинейность «заваливает» верхушку в сторону низких частот, смещая максимум в область низких частот и делая низкочастотный склон кривой более крутым. С увеличением параметра A , форма резонансной кривой еще более искажается и при некотором критическом значении A (линия 2 на рис.7) низкочастотный склон приближается к вертикали - на нем имеет место точка (точка O на рис.7), в которой угол наклона касательной равен 90° . С дальнейшим ростом амплитуды воздействия на резонансной кривой образуется **область гистерезиса** (кривая 3 на рис.7). В области гистерезиса $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ сосуществуют два варианта колебаний при одинаковых значениях параметров (частоты и амплитуды воздействия), а выбор варианта определяется начальными условиями – увеличивалось или уменьшалось значение частоты воздействия при заходе в эту область. В этом проявляется еще одно нелинейное явление – **мультистабильность** – существование нескольких вариантов поведения при одних и тех же условиях. В нашем случае, когда возможных вариантов два – говорят о **бистабильности**. Вспомните петлю гистерезиса на плоскости «напряженность-индукция» магнитного поля при намагничивании ферромагнитного образца, знакомую Вам по курсу физики.

Будучи при малых амплитудах гармонического воздействия синусоидальными, колебания токов и напряжений с ростом амплитуды искажаются. Искажение формы вынужденных колебаний приводит к появлению

в их спектре так называемых высших или кратных *гармоник*. Последнее приводит к формированию резонансов на высших гармониках (кривая 3 на рис.4), когда частота воздействия, нормированная (деленная) на частоту собственных колебаний $p = \frac{\omega}{\omega_0}$ равна $p = 1/2, 1/3, \dots$ - частота воздействия кратна частоте собственных колебаний. С ростом амплитуды воздействия эти резонансы ведут себя аналогично основному – расширяются и смещаются в область низких частот.

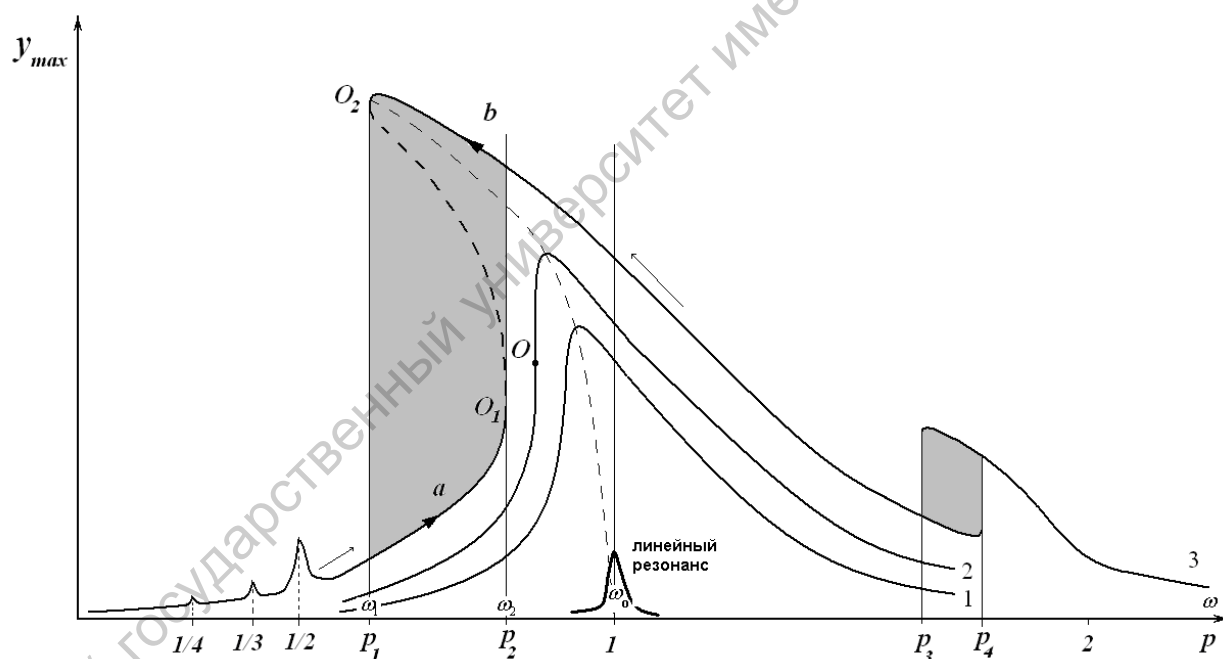


Рис.7. Резонансные характеристики осциллятора Тода при различных амплитудах гармонического воздействия: $A_1 < A_2 < A_3$. Выше горизонтальной оси отложены значения частоты воздействия ω , а ниже ее значение нормированное на частоту собственных колебаний ($p = \omega / \omega_0$). Области гистерезиса выделены серым

При дальнейшем увеличении амплитуды воздействия в динамике системы (5) наблюдается *иерархия вынужденных*

движений различной сложности: периодических, сложных периодических, беспорядочных (хаотических). Спектр колебаний, амплитуда которых достаточно велика, оказывается насыщенным высшими гармониками (с частотами $m \cdot \omega$) и субгармониками⁷ (с частотами $\frac{1}{m} \cdot \omega$, где $m=1,2,3,\dots$) частоты воздействия или становится сплошным. То есть временные масштабы движений уже не строго навязаны внешним воздействием, как было в линейной цепи.

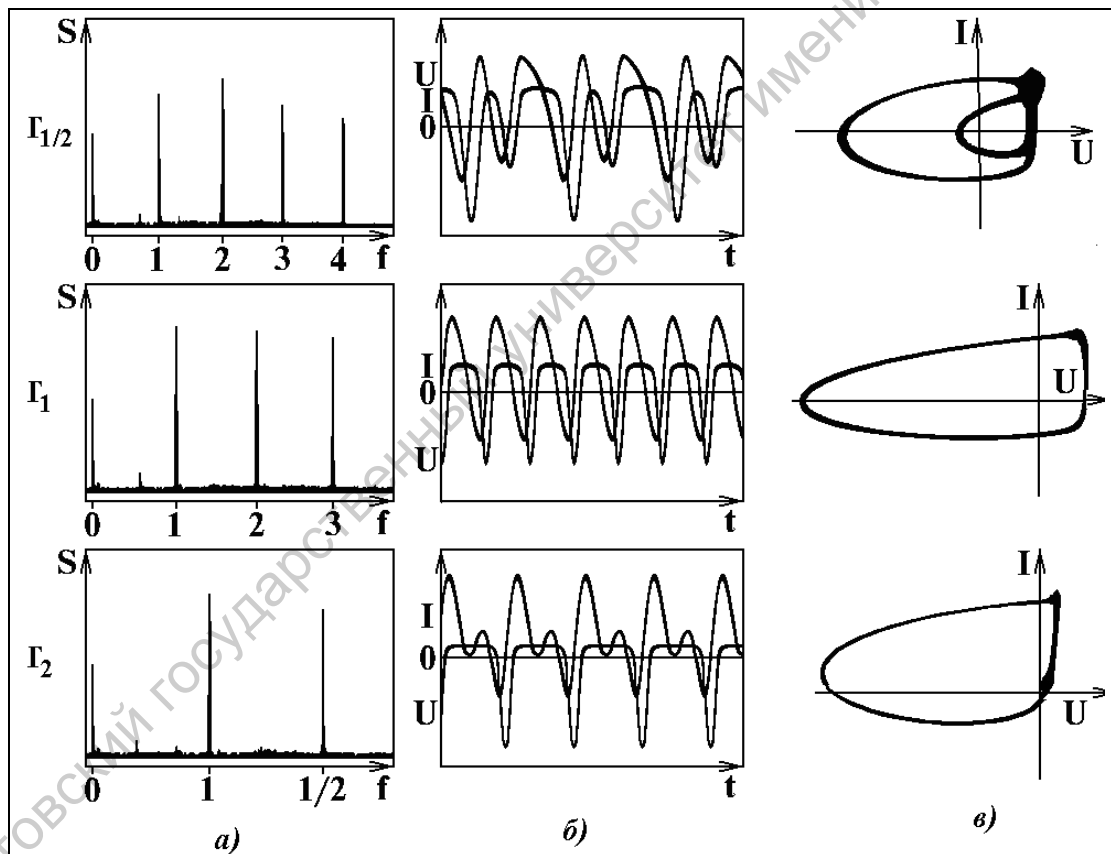


Рис.8. Качественный вид временных реализаций колебаний тока и напряжений в нелинейной цепи при больших амплитудах гармонического воздействия (в центре), спектров колебаний тока (слева) и фазовых портретов на плоскости ток-напряжение.

⁷ Приставка «суб», происходящая от латинского «sub» (под). Частоты субгармоник меньше частоты воздействия.

Целью работы является:

1) знакомство эквивалентным представлением электротехнических элементов, нелинейными электротехническими элементами и свойствами нелинейных цепей при гармоническом воздействии,

2) наблюдение временных реализаций и фазовых портретов колебательных режимов контура с варакторным диодом.

3) наблюдение нелинейных явлений при больших амплитудах гармонического воздействия на контур.

4. Графическое представление величин, изменяющихся во времени.

Кроме графиков процессов $x(t)$, построенных на ортогональных осях время t – мгновенное значение x , существуют другие приемы, обеспечивающие наглядность их описания. В работе предлагается использовать графическое представление, которое давно и успешно используется в радиотехнике для сопоставления частот сигналов (метод фигур Лиссажу), в электротехнике – для определения сдвига фаз, в теории колебаний – для иллюстрации характера движения и построения графических образов видов колебаний (фазовые портреты). По осям координатной сетки откладываются значения рассматриваемых процессов, а получившаяся картина оценивается качественно или количественно. Например, если рассматриваются два гармонических процесса $X_1 = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ и $X_2 = B \cdot \sin(\omega t)$, в зависимости от сдвига фазы φ на плоскости $X_1 X_2$ изобразится

эллипс с разным соотношением величин полуосей – от наклонной прямой линии до эллипса с горизонтально-вертикальными осями. При равенстве амплитуд A, B синфазных процессов ($\varphi=0$) наклон прямой равен 45 градусам, а эллипс вырождается в круг - рис.9. Можете убедиться в этом с помощью обучающей программы П.Гришина (SP_beg), которую можете скачать с сайта вместе с этим методическим пособием.



Рис.9. Портрет на плоскости X_1X_2 двух гармонических процессов X_1 и X_2 с отношением амплитуд 8:5 при разных сдвигах фаз ($\varphi=0; 0,5; 1,5$) при равенстве частот.

Учитывая, что сдвиг по фазе между током через элемент и напряжением на нем зависит от характера сопротивления элемента, таким образом можно оценить характер сопротивления (активное, реактивное, емкостной или индуктивный характер).

Если процессы периодические, но не гармонические, их можно разложить на гармоники и тогда результирующий портрет будет результатом соотношениями между гармониками. В результате форма портрета будет не такая простая, как на рис.9, но

если сдвиги фаз всех одинаковых гармоник равны нулю, то на портрете будет линия, в общем случае кривая. Что говорит об активности сопротивления элемента, а отличие формы линии то прямой – о его нелинейности. Эллиптичность, свидетельствует о наличии реактивности, а искажение формы эллипса о нелинейности. Рассмотрите рис.8, где приведены временные зависимости несинусоидальных токов и напряжений и их портреты на плоскости. В работе предлагается использовать этот метод для оценки возможных эквивалентных представлений варакторного диода при различных частотах и амплитудах. Для этого последовательно с диодом включается малое добавочное сопротивление (рис.10). Так как его величина много меньше сопротивления диода, напряжение на такой цепочке приблизительно равно напряжению на диоде, а напряжение на сопротивлении $R_{доб}$ пропорционально силе тока i в цепи : $U_{доб} = R_{доб}i$.

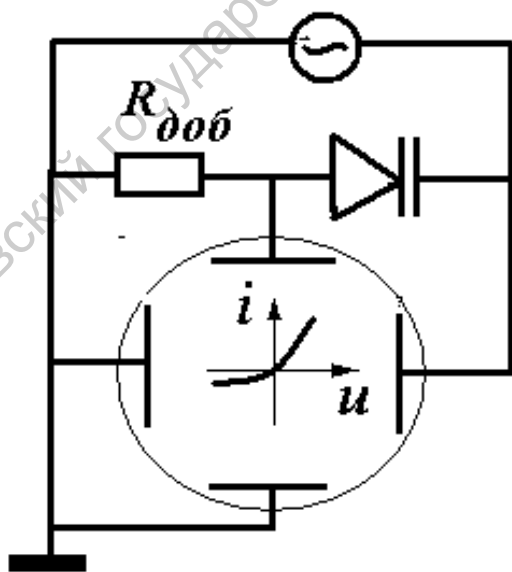


Рис. 10.

Подавая напряжение u со всей цепочки на пластины, обеспечивающие развертку по горизонтали, а на вертикально отклоняющие пластины сигнал с добавочного сопротивления, на экране осциллографа можно сформировать кривую, характеризующую процесс протекания тока. Так, если период эдс источника больше времен установления распределения носителей заряда в образце, на экране получится кривая статической вольт-амперной характеристики (ВАХ). При выбранных исследователем частотах воздействия получающийся портрет отражает эквивалентные свойства исследуемого элемента в этом диапазоне.

5. Экспериментальная установка.

Экспериментальная установка (рис.11) представляет собой макетную плату, на которой расположены рабочие элементы: катушка индуктивности, полупроводниковые диоды, конденсатор и резисторы. Катушка индуктивности намотана на фторопластовом каркасе, помещена в броневой ферритовый сердечник марки 2000НМ и имеет индуктивность 38.4 мГн. Сопротивления резисторов: $R_1=3.6$ кОм, $R_2=3$ кОм, $R_3=2.2$ кОм, $R_4=300$ Ом, $R_5=20$ Ом, $R_6=16$ Ом, емкость конденсатора $C=22$ нФ.

Макетная плата имеет вход и два выхода. Ко входу подключается источник гармонической эдс. К выходам подключаются узлы или элементы измерительной схемы, для регистрации напряжения. В процессе выполнения практических заданий необходимо собрать изучаемую схему, точки цепи на которые подается напряжения генератора и снимается напряжение

на вход осциллографа подключаются к соответствующим входу и выходам макета.

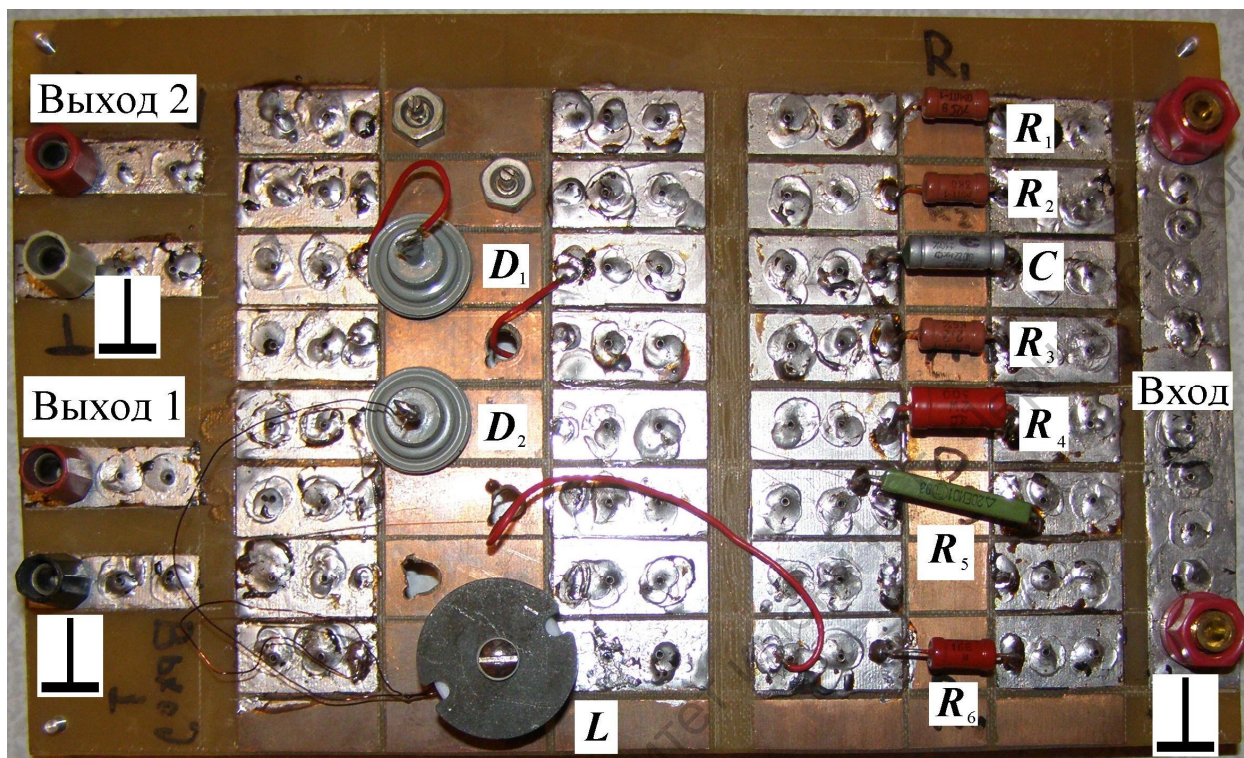


Рис.11.

Частота воздействия f регулируется соответствующими элементами управления генератора. Напряжение с элементов изучаемых цепей подаются на входы Y_1 и Y_2 двухканального осциллографа С1-102. На экране этого осциллографа можно наблюдать временные реализации. Если вместо одного из этих сигналов на вход осциллографа подать напряжение с выхода генератора, предоставляется возможность сопоставить сигналы в точках цепи и внешнее воздействие. Нажатием кнопки $Y \rightarrow X$, сигнал, подаваемый на канал Y_2 осциллографа подается пластины горизонтального отклонения осциллографа. В итоге на его экране наблюдается проекция фазового портрета.

6. Практическое задание.

6.1. Последовательная RR -цепь.

Собрать на макете схему, представленную на рис.12а. Затем собрать схему для измерений в соответствии с рис.12.б.

Включить установку, установить значение частоты генератора 20 кГц, по осциллографу установить амплитуду генератора 5 В. Пронаблюдать форму напряжений на входе и на выходе макета. Включить осциллограф в режим $X - Y$ и методом фигур Лиссажу определить сдвиг фаз между напряжением на резисторе и напряжением генератора.

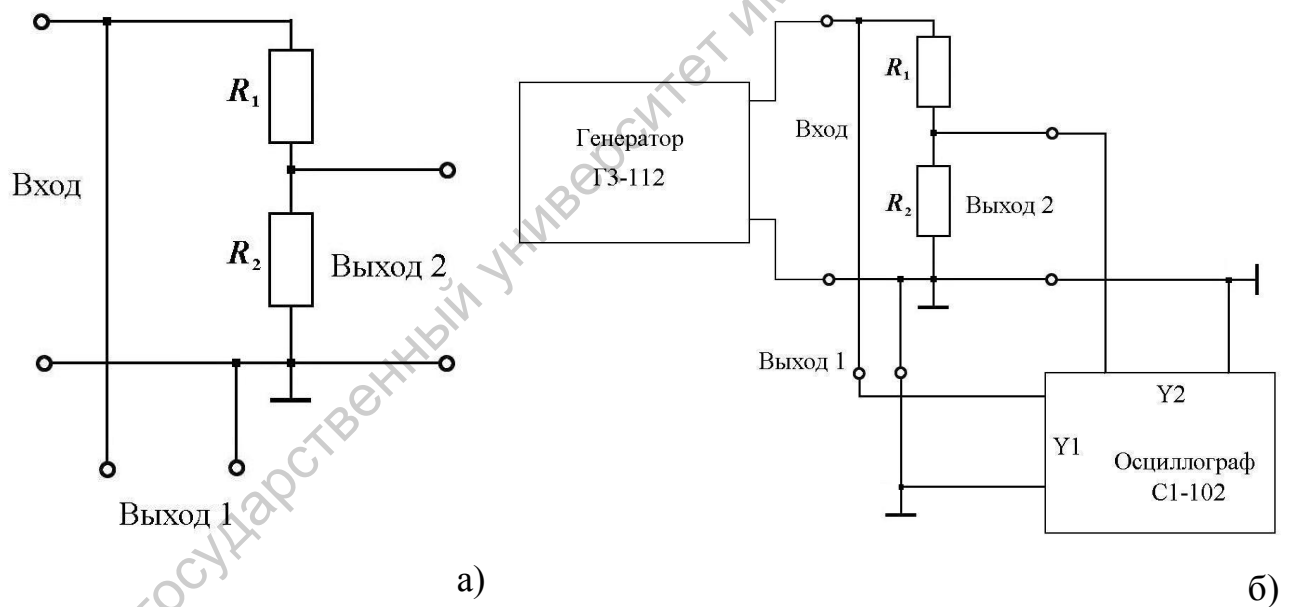


Рис.12.

Провести измерения для значений частоты генератора 100 Гц, 1кГц, 40кГц. Результаты оформить в виде графиков.

6.2. Последовательная RC–цепь.

Собрать на макете схему, представленную на рис.13а. Затем собрать схему для измерений в соответствии с рис.13б.

Включить установку, установить значение частоты генератора 20 кГц, по осциллографу установить амплитуду генератора 5 В. Пронаблюдать форму напряжений на входе и на выходе макета. Включить осциллограф в режим $X - Y$ и методом фигур Лиссажу определить сдвиг фаз между напряжением на резисторе и напряжением генератора. Провести измерения для значений частоты генератора 100 Гц, 1кГц, 40кГц. Результаты оформить в виде графиков.

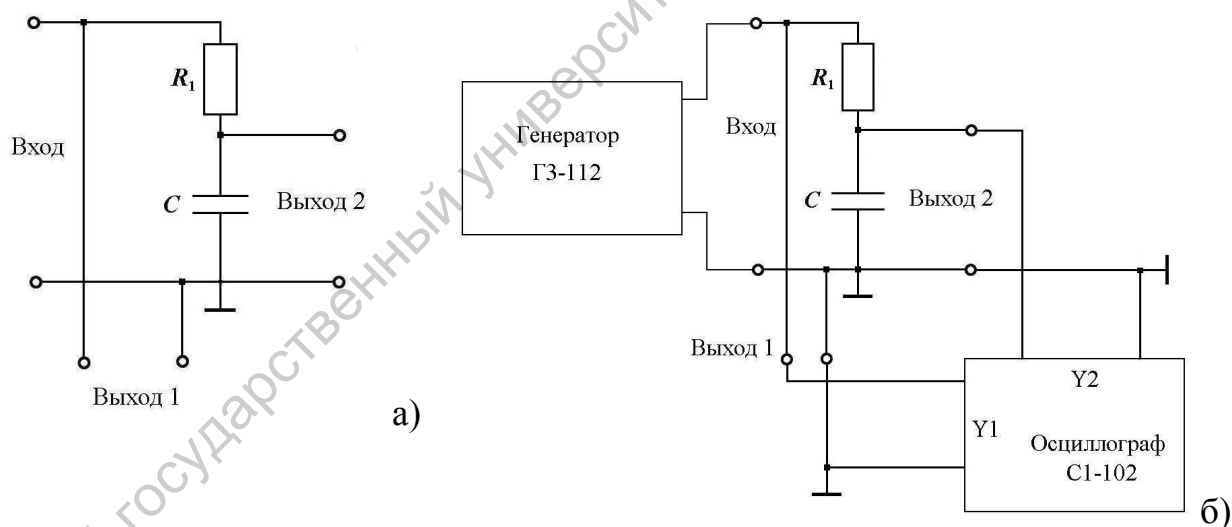


Рис.13.

6.3. Сложная RC–цепь.

Собрать на макете схему, представленную на рис.14а. Затем собрать схему для измерений в соответствии с рис.14б.

Включить установку, установить значение частоты генератора 20 кГц, по осциллографу установить амплитуду генератора 5 В. Пронаблюдать форму напряжений на входе и на выходе макета.

Включить осциллограф в режим $X - Y$ и методом фигур Лиссажу определить сдвиг фаз между напряжением на резисторе и напряжением генератора. Провести измерения для значений частоты генератора 100 Гц, 1кГц, 40кГц. Результаты оформить в виде графиков.

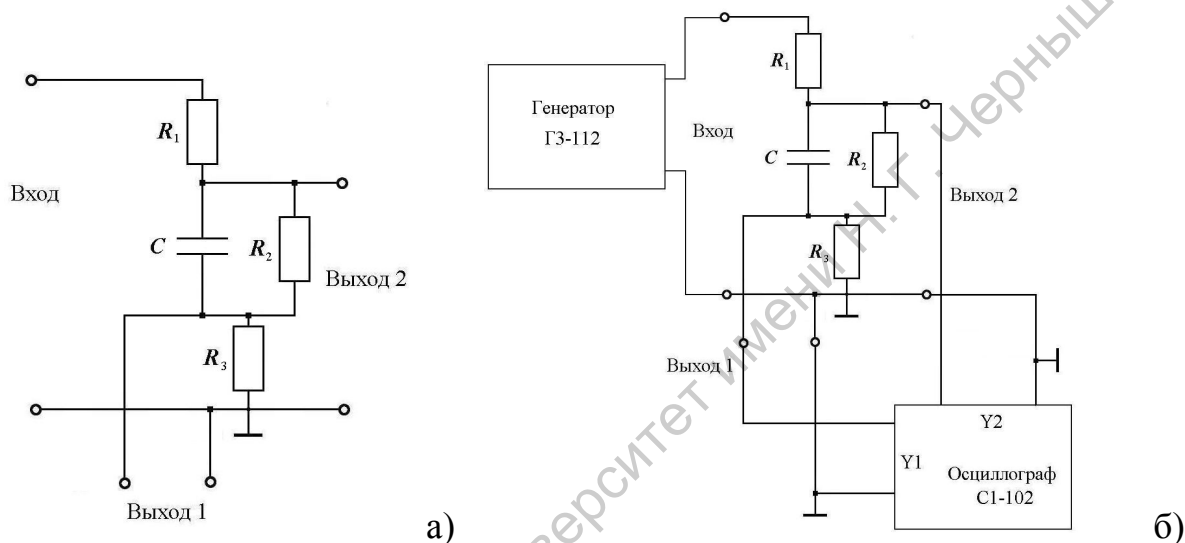


Рис.14.

6.4. Наблюдение вольт–амперных характеристик диода.

Собрать на макете схему, представленную на рис.15а. Затем собрать схему для измерений в соответствии с рис.15б. С выхода 1 снимается напряжение с диода, а с выхода 2 снимается напряжение пропорциональное силе тока в диоде.

Включить установку, установить значение частоты генератора 20 кГц, по осциллографу установить амплитуду генератора такой, чтобы форма напряжения и тока диода была близка к гармонической. Увеличивая напряжение на выходе генератора пронаблюдать форму напряжения и тока диода. Включить осциллограф в режим $X - Y$ и провести аналогичные измерения

для фазового портрета. Провести измерения для значений частоты генератора 100 Гц, 1кГц, 40кГц. Результаты оформить в виде графиков. Результаты оформить в виде графиков.

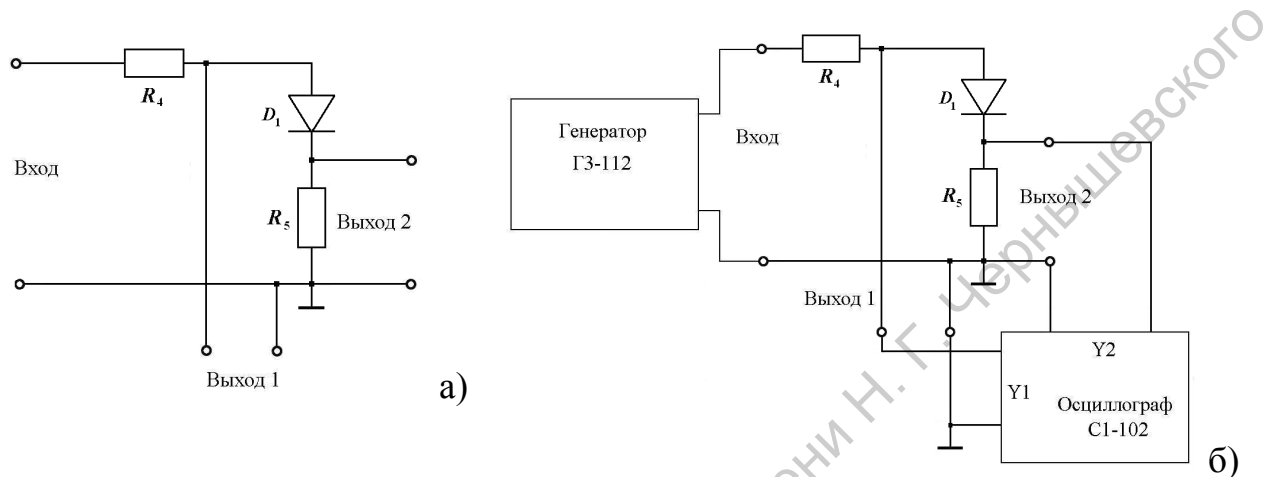


Рис.15.

6.5. Изучение резонансные свойства контура и явления гистерезиса.

Собрать на макете схему, представленную на рис.16а. Затем собрать схему для измерений в соответствии с рис.16б.

В данном задании исследуемая цепь – колебательный контур, состоящий из катушки L , сопротивления R_4 и диода D , расположен на плате, а на схеме выделен штриховой линией. Цепь возбуждается гармоническим сигналом.

Включить установку, установить значение частоты генератора 40 кГц, чтобы форма напряжения и тока диода была близка к гармонической.

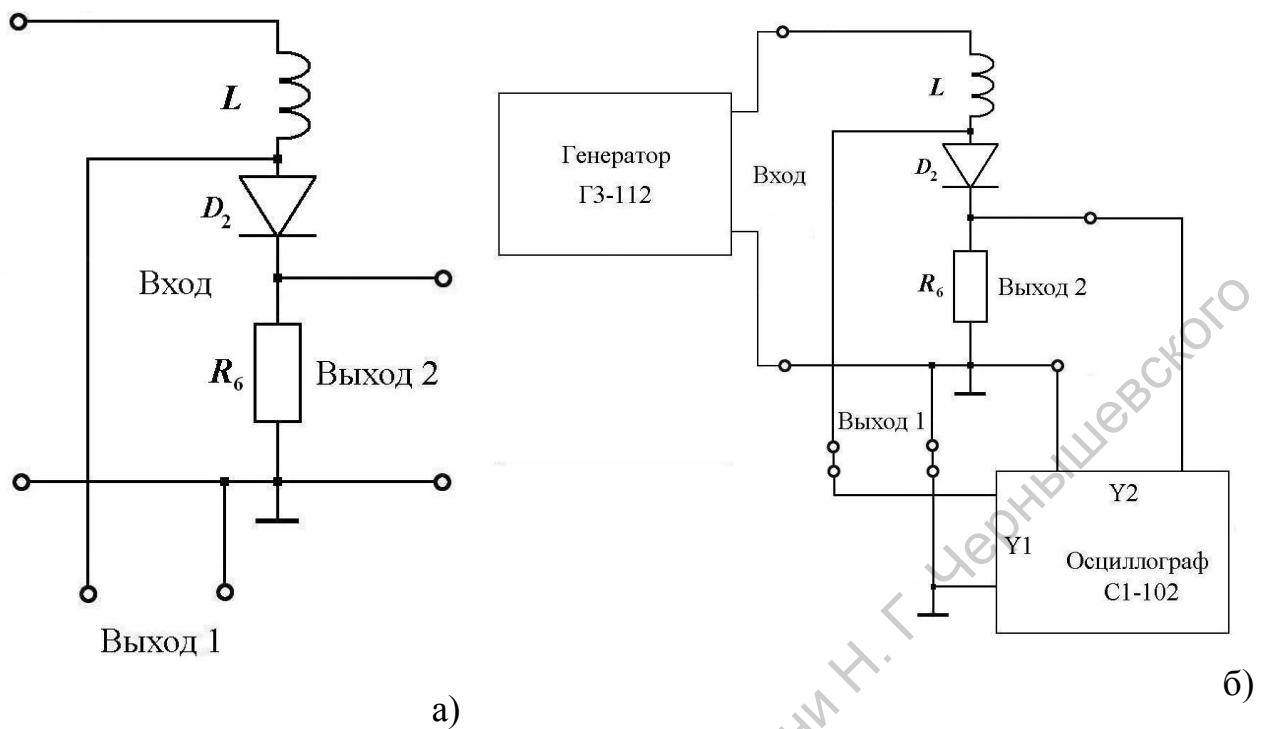


Рис.16.

а) По осциллографу установить амплитуду генератора такой, при которой форма напряжения на диоде близка гармонической. Для данного значения параметра возбуждения провести измерение резонансной характеристики. По резонансной характеристике определить линейную добротность контура и емкость диода, если $L=38.4$ мГн.

б) Увеличивая значение амплитуды воздействия, снять несколько резонансных кривых (аналогичных представленным на рис.4 для осциллятора Тода и объяснить их.

в) Привести фазовые портреты и временные зависимости колебаний тока и напряжения на диоде на различных ветвях резонансной характеристики (зарисовать или сфотографировать). Указать область бистабильности и гистерезиса.

6.6. Наблюдение нелинейных колебательных режимов в цепи.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 16. Установить частоту генератора 45 кГц. По фазовым портретам и временным зависимостям опишите колебательные режимы, которые наблюдаются при увеличении эдс гармонического воздействия от малых величин до максимально возможных для данной установки (зарисовать фазовые портреты и временные зависимости тока и напряжения на диоде).

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

Приложение 1. Линейность и нелинейность функций и уравнений.

«Нелинейность всепроникающа и вездесуща, многолика и неисчерпаемо многообразна. Она повсюду: в большом и малом, в явлениях быстротечных и длящихся эпохи... . Нелинейность – понятие емкое, с множеством оттенков и градаций. Нелинейность эффекта или явления означает одно, нелинейность теории – другое».

Ю.А. Данилов. «Нелинейность».

На чувственном уровне слово «линейный» близко к «прямолинейный», ассоциируется с прямой линией, с пропорциональным изменением причины и следствия, неизменным курсом, графиком в виде прямой, как на рис.П.1а. Все остальные функции, включая изображенные на рис.П.1б,в,г, нелинейны. Однако, все уравнения, решениями которых являются функции, графики которых приведены на рис.П.1, линейны: а) $dx/dt = v_0$; б) $d^K x/dt^K = const$, где в данном примере $K=2$; в) $dx/dt = \alpha \cdot x$; г) $d^2 x/dt^2 + \omega^2 x = 0$. Линейны дифференциальные уравнения, а не их решения – не функции времени и графики их решений.

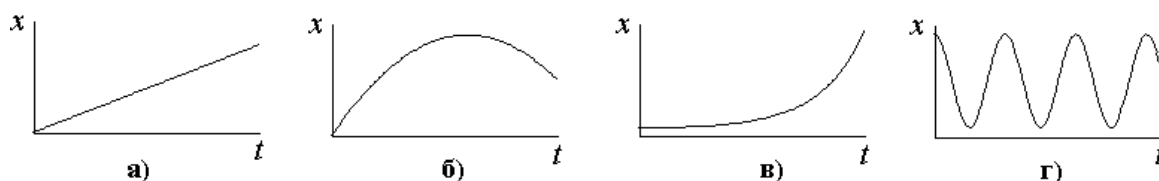


Рис.П.1. Графики некоторых элементарных функций: а) линейной, б) степенной, в) экспоненты с $\alpha > 0$, г) синусоиды.

Что же общего во всех только что представленных уравнениях? Все они подчиняются *принципу суперпозиции*: если функции $x_1(t)$ и $x_2(t)$ являются решениями уравнения, то и их линейная комбинация $ax_1(t) + bx_2(t)$ – это тоже решение, т.е. будучи подставлена в уравнение вместо $x(t)$, она превращает его в тождество. В правых и левых частях линейных дифференциальных уравнений могут стоять только первые степени динамической переменной и ее производных: x , dx/dt , ..., $d^n x/dt^n$. Но там не должно быть их более высоких степеней и производных. Заметим, что линейные неавтономные (с явной зависимостью от времени) уравнения могут включать в себя нелинейные функции независимой переменной (времени). Например, линейно уравнение, описывающее процессы в колебательном контуре при воздействии гармонической эдс: $d^2 x/dt^2 + 2\delta dx/dt + \omega_0^2 x = A \cos \omega t$.

Системы, процессы, эффекты, явления классифицируют как *линейные* или *нелинейные*, в зависимости от того, описываются ли они адекватно *линейными уравнениями* или необходимо использовать *уравнения нелинейные*. Нелинейные системы богаче эффектами, чем линейные. Так, линейные цепи «не могут позволить себе» многого: появления новых гармоник, частоты которых отличных от частоты действующей эдс ω , динамического хаоса (беспорядочных решений с экспоненциальной чувствительностью к малым возмущениям), мультистабильности (наличия нескольких вариантов движений при фиксированных параметрах).

Литература.

1. Андреев В.С. Теория нелинейных электрических цепей: Учебное пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1982. – 280с., ил.
2. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника ю М., «Academa», 2005, 539 с.
3. Пасынков В., Чиркин Л. Полупроводниковые приборы. Издание 5-е, исправленное. Учебник для ВУЗов. СПб Лань 2001г. 478 с.
4. Трубецков Д.И., Рожнев А.Г. Линейные колебания и волны. М.,Физматлит, 2001, 415 с.

Контрольные вопросы.

- 1) Линейные и нелинейные элементы, причины их различия.
- 2) Как связаны напряжение и ток в последовательной цепи, содержащей только резисторы.
- 3) Какие изменения вносит включение в цепь реактивного элемента на примере конденсатора.
- 4) В чем отличие полупроводникового диода от обыкновенного резистора и конденсатора.
- 5) Источники нелинейности в цепи, рис. 1в. Какие механизмы определяют нелинейность диодов с *p-n*-переходами?
- 6) Поясните различие эквивалентных схем цепей, представленных на рис. 1а и 1в.
- 7) Резонансные свойства нелинейного колебательного контура, причины появления резонансов на гармониках и субгармониках.
- 8) В чем и с чем связано отличие фазовых портретов для цепей в виде последовательно соединенных резисторов, последовательно соединенных резистора и конденсатора,

сложного соединения резисторов и конденсатора и последовательно соединенных диода и резистора.

- 9) Какие режимы колебаний наблюдаются в колебательном контуре с диодом с увеличением амплитуды внешнего воздействия?
- 10) Поясните схему экспериментальной установки и практическое задание.

Источники опасности и правила безопасной работы.

1. Основным источником опасности в работе является сеть переменного напряжения 220 В, а также высокие постоянные напряжения внутри корпусов приборов.
2. Студентам запрещается вскрывать приборы, вынимать шнуры питания, менять предохранители и отсоединять заземляющие провода. Это могут делать лишь инженеры, обслуживающие установку.
3. Рекомендуется прикасаться к приборам лишь одной рукой, не соприкасаясь с заземляющими проводами и шинами.
4. Включение и отключение установки производит инженер или преподаватель.