2015

А.А. Вдовиченко

Логический анализ школьного учебника математики.

Контрольная работа по элементарной математике

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Механико-математический факультет

ЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ШКОЛЬНОГО УЧЕБНИКА МАТЕМАТИКИ.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Учебно-методическое пособие

для студентов, обучающихся по направлению 44.03.01 – педагогическое образование, профиль – математическое образование

Саратов, 2015

Рекомендовано к печати
кафедрой математики и методики её преподавания
Саратовского государственного университета имени Н.Г.Чернышевского

Вдовиченко А.А. Логический анализ школьного учебника математики. Контрольная работа по элементарной математике : Учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 44.03.01 – педагогическое образование, профиль – математическое образование / А.А. Вдовиченко – Саратов, 2015. – 16 с.

Содержание

Варианты контрольной работы

1. Смежные и вертикальные углы [3, §2];
2. Признаки равенства треугольников [3, §3];
3. Сумма углов треугольника [3, §4];
4. Геометрические построения [3, §5];
5. Четырехугольники [3, §6];
6. Теорема Пифагора [3, §7];
7. Движение [3, §9];
8. Векторы [3, §10];
9. Подобие фигур [3, §11];
10. Многоугольники [3, §13];
11. Площади фигур [3, §14];
12. Перпендикулярность прямых и плоскостей [3, §17];
13. Многогранники [3, §19];
14. Тела вращения [3, §20];
15. Равнобедренный треугольник [1, §5];
16. Прямоугольные треугольники [1, §7];
17. Отрезки и углы, связанные с окружностью [1, §9];
18. Треугольник и окружность. Начальные сведения [4, п.3];
19. Параллельные прямые и углы [4, п.5];
20. Подобие [4, п.6].

Образец выполнения контрольной работы

Тема контрольной работы: «Определение угла».

Пункт 8.1 «Определение угла. Углы между направлениями» учебного пособия [2].

Тема 8

УГЛЫ, ИХ ИЗМЕРЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ

Совокупность прямых, проведенных из глаза художника к различным точкам изображаемого предмета… образует проекцию этого предмета и называется евклидовым конусом. Рисунок предмета — это сечение конуса, изображаемого на холсте… Прямые, которые в предмете были параллельными, на рисунке стремятся к точке, в которой прямая, выходящая из глаза художника параллельно этим прямым, пересекает плоскость холста.

С. Г. Гулд

8.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛА. УГЛЫ МЕЖДУ НАПРАВЛЕНИЯМИ

В теме 7 мы познакомились с различными случаями взаимного расположения лучей. Рассмотрим отдельно важный случай расположения лучей, который показан на рис. 8.1а. Здесь два луча *OA* и *OB* имеют общее начало.

Мы уже отмечали, что два луча с общим началом всегда лежат в одной плоскости.

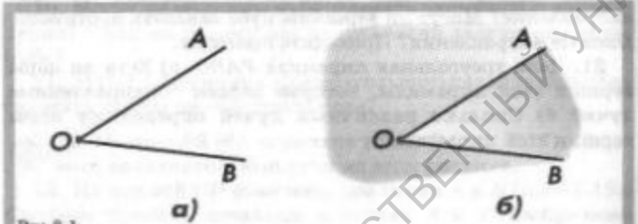


Рис.8.1

При таком расположении лучи разбивают плоскость, которую они образуют, на две части (рис. 8.1б). Эти части плоскости вместе с образовавшими их лучами в геометрии называют *углами*.

Дадим определение понятия «угол».

Рис.8.2

Определение 19

Углом называется фигура, состоящая из двух различных лучей с общим началом и ограниченной ими части плоскости.

На рис. 8.1б лучи *OA* и *OB* имеют общее начало — точку *O* и разбивают плоскость на две части. Исходя из определения угла, мы получили два различных угла.

Точка, из которой выходят ограничивающие угол лучи, называется *вершиной угла*, а сами лучи — *сторонами угла* (рис. 8.2). Лучи *OA* и *OC* на этом рисунке определяют два угла.

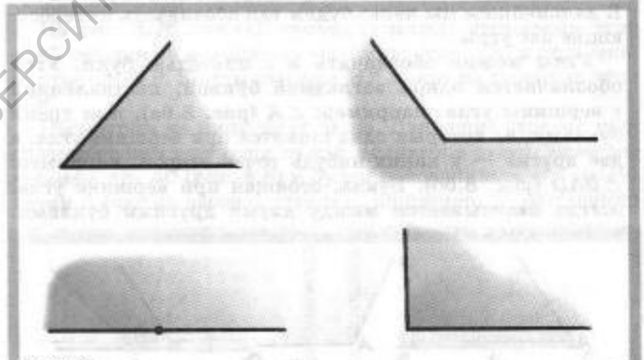


Рис.8.3

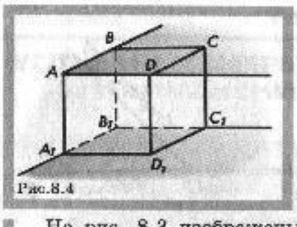


Рис.8.4

Рис.8.5

На рис. 8.3 изображены различные углы. Весь угол изобразить на рисунке нельзя, как нельзя на рисунке изобразить весь луч. Каждый угол в действительности продолжается бесконечно. На рис. 8.3 выделены цветом только части изображенных углов.

Понятие угла широко применяется при изучении свойств фигур в пространстве. Представьте себе, что у куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ продлены ребра AB, AD, B_1A_1 и B_1C_1 (рис. 8.4).

Мы получили различные углы с началом в точке A и в точке B_1. На рис. 8.4 показаны два угла BAD и $A_1B_1C_1$.

Слово «угол» иногда заменяют знаком «$\angle$». Часто при изображении угла чертят только выходящие из вершины начальные участки его сторон, а ту часть плоскости, которую хотят указать, обозначают дужкой (рис. 8.5). В дальнейшем мы часто будем так обозначать интересующие нас углы.

Углы можно обозначать и с помощью букв. Угол обозначается одной заглавной буквой, поставленной у вершины угла, например: $\angle A$ (рис. 8.6а), или тремя буквами, из которых одна ставится при вершине угла, а две другие — у каких-нибудь точек сторон, например: $\angle BAD$ (рис. 8.6б). Буква, стоящая при вершине угла, всегда записывается между двумя другими буквами.

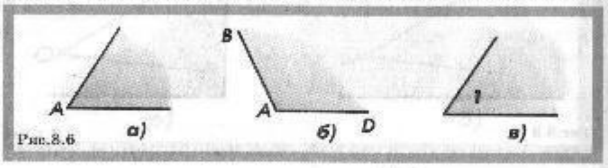


Рис.8.6

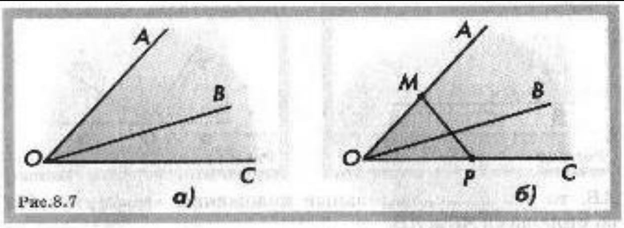


Рис.8.7

Иногда угол обозначают цифрой, поставленной внутри угла (рис. 8.6в).

Для изучения свойств углов часто используется понятие *луча, проходящего между сторонами угла*. Представьте себе, что на плоскости расположено три луча OA, OB и OC с общим началом — точкой O (рис. 8.7а).

О луче OB говорят, что он *проходит между сторонами угла AOC*. Можно дать строгое определение этому понятию.

Определение 20

Луч проходит между сторонами данного угла, если он исходит из его вершины и пересекает какой-нибудь отрезок с концами на сторонах угла.

На рис. 8.7б луч OB проходит между сторонами угла AOC, так как он исходит из вершины угла AOC и пересекает отрезок MP. Концы отрезка MP лежат на сторонах угла AOC.

Посмотрим на циферблат часов. Движение стрелок подсказывает нам еще один *способ получения углов*. Если мы возьмем луч AC (рис. 8.8) и будем поворачивать его вокруг точки A против часовой стрелки, например, до положения

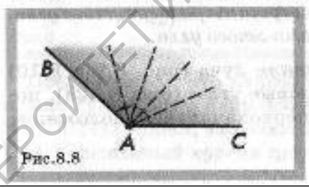


Рис.8.8

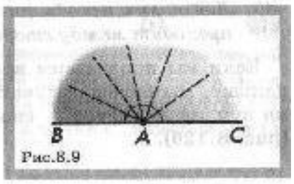


Рис.8.9

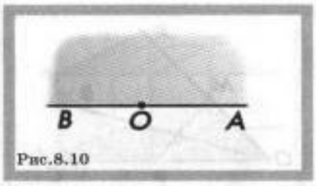


Рис.8.10

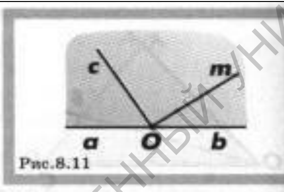


Рис.8.11

AB, то его последовательные положения «заметут» угол со сторонами AC и AB.

Продолжая вращать луч в том же направлении, мы будем получать все новые и новые углы. В определенный момент оба луча составят прямую линию (рис. 8.9). Такой угол называется *развернутым углом*.

Мы видим, что развернутый угол представляет собой часть плоскости, ограниченную прямой, то есть полуплоскость (рис. 8.10). Сторонами развернутого угла являются две дополнительные полупрямые.

Наши наблюдения приводят к следующему определению развернутого угла.

Определение 21

Развернутым углом называется угол, сторонами которого являются дополнительные лучи одной прямой.

Выше мы ввели понятие луча, проходящего между сторонами угла.

? Как можно сформулировать свойство таких лучей для развернутого угла?

Посмотрите на рис. 8.11. Вы видите, что лучи c и m лежат между сторонами развернутого угла. Можно сформулировать такое свойство развернутого угла:

! *Любой луч, исходящий из вершины развернутого угла, проходит между сторонами этого угла.*

Если мы продолжим вращение луча (рис. 8.9 и 8.10) дальше, мы будем получать новые углы (рис. 8.12а), пока луч не вернется в свое первоначальное положение (рис. 8.12б).

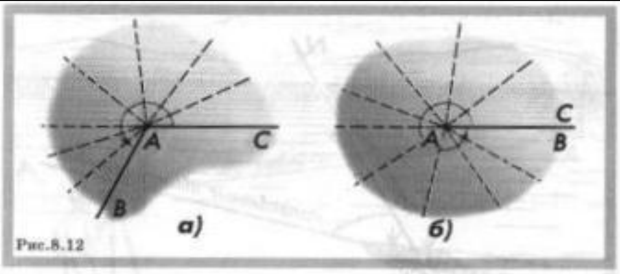


Рис.8.12

Будем считать, что луч в ходе своего вращения «замел» самый большой возможный угол, называемый *полным углом*. Полный угол есть вся плоскость (рис. 8.12б).

В предыдущей теме мы говорили о понятии направления, которое определяется с помощью понятия луча. На практике важно рассматривать *углы между направлениями* и измерить их. Но прежде чем их измерять, объясним, что означает понятие *«угол между направлениями»*.

Пусть одно направление задано лучом AB, а другое — лучом CD (рис. 8.13а). От произвольной точки X отложим лучи, сонаправленные лучам AB и CD. Получим угол B_1XD_1 (рис. 8.13б), который является углом между направлениями.

Угол между направлениями имеет большое значение в нашей повседневной жизни.

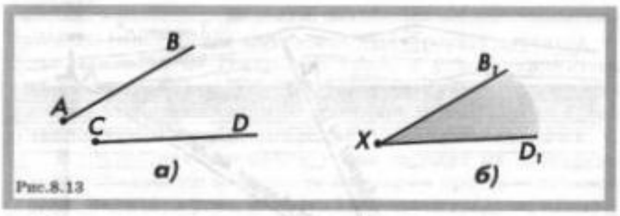
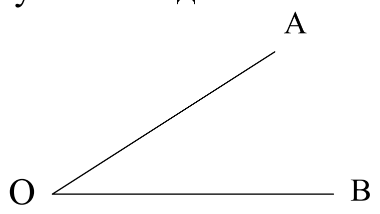


Рис.8.13

Предположим, что направление движения судна в море задано лучом CA, а направление на север задано лучом CN (рис. 8.14). Моряк, находящийся в точке C, измеряет угол NCA, называемый *курсом судна*.

Методические указания 1. Далее характеризуется каждое понятие темы, изображается дерево понятий.



Определение 1 (по геометрической модели).

Два луча с общим началом.

Определение остенсивное, реальное.

Логическая структура определения:

$\angle AOB = [OA) \cup [OB)$.

Определение 1'. Лучи разбивают плоскость, которую они образуют на две части. Эти части плоскости вместе с образованными лучами называются углами.

Определение номинальное.

Логическая структура определения:

$$(\angle AOB \cup \pi \cup \pi' = \Pi) \wedge (\angle AOB \cap \pi \cap \pi' = \emptyset) \wedge (\alpha = \angle AOB \cup \pi) \wedge$$
$$\wedge\, (\alpha' = \angle AOB \cup \pi') \to \alpha - \textit{угол} \ \wedge\ \alpha' - \textit{угол},$$

где Π – плоскость.

Определение 1'' (19). Углом называется фигура, состоящая из двух различных лучей с общим началом и ограниченной ими части плоскости.

Точка, из которой выходят ограничивающие угол лучи, называется вершиной, а сами лучи – сторонами угла.

Замечание: в определении используется понятие, не определенное ранее. Это понятие «ограниченное».

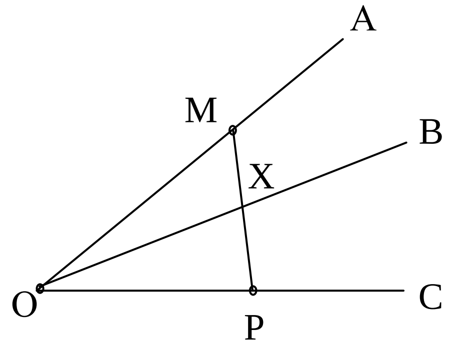
Определение реальное, классическое (через род «фигура» и видовое отличие – угол).

Логическая структура определения:

$(\angle AOB \equiv \Phi): [OA) \cap [OB) \cap (AOB) \cap \pi$, где O – вершина, OA, OB – стороны.

Обозначения угла: $(\angle AOB = \angle O)$.

Определение 2 (20). Луч проходит между сторонами данного угла, если он исходит из его вершины и пересекает какой-нибудь отрезок с концами на сторонах угла.



Замечание: неправильная конструкция в определении. Дано $A \to (B \wedge C)$, необходимо: $A \Leftrightarrow (B \wedge C)$.

Таким образом, определение примет вид: луч проходит между сторонами данного угла тогда и только тогда, когда он исходит из его вершины и пересекает какой-нибудь отрезок с концами на сторонах угла.

Определение реальное.

Логическая структура определения:

$$(\forall \angle AOC)\Big[\big((M \in [OA)) \wedge (M \neq O)\big) \wedge \big((N \in [OC)) \wedge (N \neq O)\big)\Big]$$
$$\big([OB) - \textit{луч, проходит между сторонами угла } \angle AOC\big) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (\exists X)(\{X\} = [OB) \cap [MN]).$$

Определение 3 (21). Развернутым углом называется угол, сторонами которого являются дополнительные лучи одной прямой.

Определение номинальное, классическое (через род «угол» и видовое отличие «развернутый»).

Логическая структура определения:

$(\angle RAZ = \alpha) \Leftrightarrow (R, A, Z \in a) \wedge (R \neq A \neq Z) \wedge \big(A \in [RZ]\big).$

Определение 4. Полный угол есть вся плоскость.

Определение реальное.

$\big(\Pi_o - \textit{полный угол}\big) \Leftrightarrow (\mathrm{O} \in \Pi).$

Дерево понятий.

<u>Методические указания 2</u>. Перечисляются признаки математических объектов (характеристические свойства, зафиксированные в определениях – не рассматриваются); указываются теоремы, в которых формулируются признаки объекта в виде: *название – формулировка.*

Перечисляются свойства математических объектов; указываются теоремы, в которых формулируются свойства объекта в виде: *название – формулировка.*

Даётся характеристика каждой теоремы (в какой форме сформулирована: в условной или категоричной; приводится с доказательством или без доказательства; если теорема доказывается, то доказательство прямое или косвенное; указывается математический аппарат доказательства, приём доказательства).

Изображается граф теорем.

Теорема 1 (свойство угла). Два луча с общим началом всегда лежат в одной плоскости.

Сформулирована в категоричной форме.

Условная форма $(X \to Y)$: Если есть два луча с общим началом, то они лежат в одной плоскости.

$$([OA) \cap [OB) = \{O\}) \wedge (\angle AOB = [OA) \cup [OB)) \to ([OA) \subset \alpha \wedge [OB) \subset \alpha)$$

Логическая структура теоремы: $(X \wedge Y) \to (W \wedge Z)$.

Обратная теорема $(Y \to X)$: Если лучи лежат в одной плоскости, то они имеют общее начало.

$$\big(([O_1A) \subset \alpha) \wedge ([O_2B) \subset \alpha)\big) \to ([O_1A) \cap [O_2B) = \{O\}) \wedge ([O_1A) \cup [O_2B) = \angle AOB)$$

Обратная теорема верна в случае, когда $O \equiv O_1 \equiv O_2$.

Теорема противоположная обратной $(\neg Y \to \neg X)$: Если лучи не лежат в одной плоскости, то они не имеют общее начало.

Противоположная теорема $(\neg X \to \neg Y)$: Если два луча не имеют общего начала, то они не лежат в одной плоскости.

Противоположная теорема не верна. Пример:

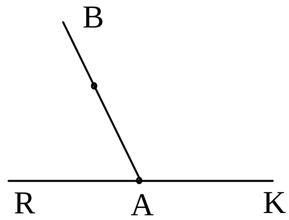
$(O_1A \subset \alpha), (O_2B \subset \alpha)$

$[O_1A) \cap [O_2B) = \emptyset$

$[O_1A) \cup [O_2B) \neq \angle$

Теорема 2. Любой луч, исходящий из вершины развернутого угла, проходит между сторонами этого угла.

Сформулирована в категоричной форме.



$$(\forall B)\big((B \notin [AR)) \wedge (B \notin [AK))\big)\big(\angle RAK - \textit{развернутый}\big) \to$$
$$\to [AB) - \textit{угол между сторонами развернутого угла}.$$

Условная форма $(X \to Y)$: Если луч исходит из вершины развернутого угла, то он проходит между сторонами этого угла.

Обратная теорема $(Y \to X)$ (неверна):

$$(\forall B)\big((B \notin [AR)) \wedge (B \notin [AK))\big)[AB) - \textit{угол между сторонами развернутого угла} \to \big(\angle RAK - \textit{развернутый}\big)$$

Теорема противоположная обратной $(\neg Y \to \neg X)$:

$$(\forall B)\big((B \notin [AR)) \wedge (B \notin [AK))\big)[AB) - \textit{угол не лежит между сторонами развернутого угла} \to \big(\angle RAK - \textit{не развернутый}\big)$$

Противоположная теорема $(\neg X \to \neg Y)$: Если луч не исходит из вершины развернутого угла, то он не проходит между сторонами этого угла.

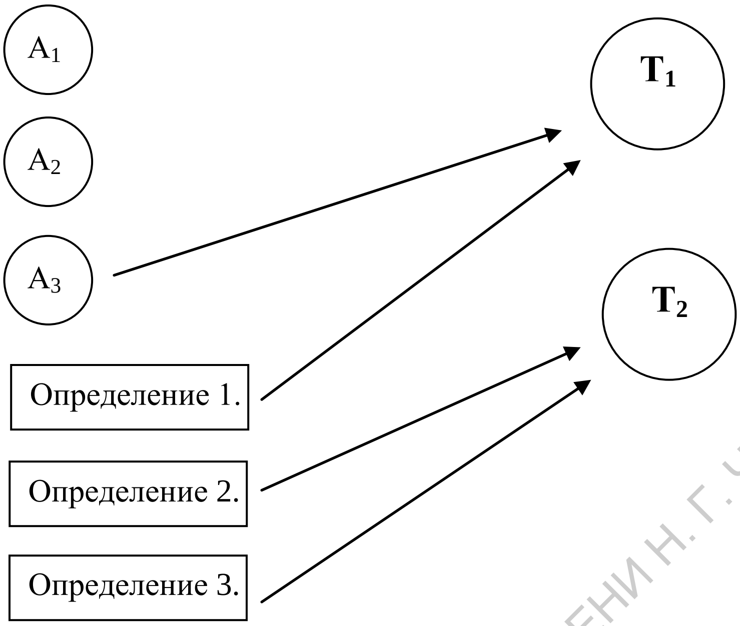
$$(\forall B)\big((B \notin [AR)) \wedge (B \notin [AK))\big)\big(\angle RAK - \textit{не развернутый}\big) \to$$
$$\to [AB) - \textit{угол не лежит между сторонами развернутого угла}.$$

Аксиома 1.Через любые две точки можно провести прямую, и только одну.

Аксиома 2. Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит одна, и только одна плоскость.

Аксиома 3. Прямая, проходящая через две точки плоскости, принадлежит этой плоскости.

Граф теорем.



Методические указания 3. Процедуру можно определить как систему последовательно осуществляемых операций, обладающую следующим свойством: после любой операции, входящей в ее состав, либо больше не выполняется никаких операций, либо выполняется некоторая определенная операция, либо имеет место разветвление процедуры, то есть выполняется одна из некоторого конечного набора операций.

То, какая именно операция осуществляется при разветвлении вслед за данной операцией, может однозначно определяться тем, выполняются ли некоторые четкие условия, содержащие ссылки на тот или иной признак (признаки) какого-либо объекта (объектов). Разветвления, обладающие этим свойством, называют однозначно детерминированными, а все прочие разветвления – неоднозначно детерминированными.

Назовём процедуру алгоритмической – алгоритмом – если она состоит из эффективных операций и не содержит неоднозначно детерминированных разветвлений.

Алгоритм, кратко сформулированный в виде некоторого предложения (для лучшего запоминания) назовём правилом; любое правило может быть развёрнуто и представлено системой последовательно осуществляемых операций.

Квазиалгоритмическая процедура – алгоритмическое предписание – может содержать неоднозначно детерминированные разветвления, но то, какая именно операция осуществляется при таком разветвлении вслед за данной операцией, с достаточно высокой вероятностью определяется тем, выполняются ли условия того типа, который был описан выше при характеристике однозначно детерминированных разветвлений.

Процедуры, описываемые как фактически осуществленные – примеры решения типовых задач (примеры) – обычно не содержат разветвлений.

Логический анализ математической процедуры:

– определение процедуры: алгоритм, правило, пример решения типовой задачи;

– выделение последовательности операций и логических связок в процедуре;

– установление связи с другими знаниями.

Математический анализ математической процедуры – установление математической основы (базовых математических положений, которые позволяют строить процедуру).

При логико-дидактическом анализе параграфа проводится логико-математический анализ каждой процедуры.

Задача 14. Во внутренней области угла *AOB* дана точка *M*. Какой фигурой является множество таких точек *X*, что отрезок *MX* имеет общую точку хотя бы с одной стороной угла?

В ходе исследования (анализа, решения) выясняется, что условие «хотя бы с одной стороной» надо трактовать как пересечение с одной или двумя сторонами угла. Тогда $X \equiv O$ – пересечение с двумя сторонами угла, а искомое геометрическое место точек – это окружность с центром в точке M, радиуса *MO*.

Решение задачи может быть переформулировано в виде теоремы: окружность с центром в точке M, радиуса MO является множеством точек, таких, что для любой точки *X* этой окружности:

$$(\forall \angle AOB)(\forall M \in \pi)\big(\exists Окр(M,r)\big)\big(\forall X \in Окр(M,r)\big)$$
$$[(r = MO) \to ([MX] \cap [OA] = Y_1) \wedge ([MX] \cap [OB] = Y_2)].$$

Замечание. Примеры логических структур математических утверждений представлены в приложении.

Приложение. Логико-математический анализ определения понятия

I. Логико-математический анализ определения понятия

Общая схема определения "через ближайший род и видовое отличие" может быть записана так:

$$B(x) \xleftrightarrow{Df} A(x) \wedge P(x)$$

(читают: объект x обладает свойством B тогда и только тогда, когда обладает свойством A – чаще всего ближайший род – и свойством P – видовое отличие). Знак $\xleftrightarrow{Df}$ читается: "называется по определению" (от латин. *Definitio* – определение). Слева от знака $\xleftrightarrow{Df}$ записано определяемое понятие (отношение), справа – ранее известные понятия (отношения), через которые определяется данное.

В определении родовое понятие $A(x)$ соединяется с видовыми отличиями чаще всего с помощью коньюнкции. Поэтому, выясняя логическую структуру определения, особое внимание будем уделять связям между видовыми отличиями.

Логическая структура определений

Коньюнктивная	Дизъюнктивная
Опр. (I). Луч, выходящий из вершины угла и делящий его на две равные части, наз. биссектрисой угла	Опр.(2). Векторы наз. коллинеарными, если они лежат либо на одной, либо на параллельных прямых

а) Раскроем содержание понятий и обозначим составляющие их свойства соответственно

B(x) – биссектриса угла	B(x) – коллинеарные векторы
A(x) – луч	P(x) – векторы лежат на одной прямой
P(x) – выходят из вершины	Q(x) – векторы лежат на параллельных прямых.
Q(x) – делит угол на две равные части.	

б) Запишем определения символически:

(I) $B(x) \xleftrightarrow{Df} A(x) \wedge P(x) \wedge Q(x)$ | (2) $B(x) \xleftrightarrow{Df} P(x) \vee Q(x)$

Определение (I) можно записать и так: $B(x) \xleftrightarrow{Df} P(x) \wedge Q(x)$ где $P(x)$ – луч, выходящий из вершины; $Q(x)$ – луч, делящий угол на две равные части.

в) Составим таблицы для проверки выполнимости свойств путем перебора возможных случаев (см.таблицы истинности).

Свойства	Выполнимость							
I) луч	+	+	+	+	–	–	–	–
2) вых. из вершины	+	+	–	–	+	+	–	–
3) делит пополам	+	–	+	–	+	–	+	–
	1	2	3	4	5	6	7	8.

Свойства	Выполнимость			
I) леж.на одной прямой	+	+	–	–
2) на паралл. прямых	+	–	+	–
	1	2	3	4

Тогда определения (I), (2) заменяется такими, с помощью которых можно установить, что объект x не обладает свойством B. Говорят так: объект x не подходит под понятие.

(фигура не является биссектрисой угла) $\Longleftrightarrow$ (не является лучом <u>или</u> не выходит из вершины <u>или</u> не делит угол пополам).

(векторы не явл. коллинеарными) $\Longleftrightarrow$ (не лежат на одной прямой <u>и</u> не лежат на параллельных прямых).

д) Пользуясь таблицей истинности или отрицанием определений, составим различные упражнения на распознавание объектов. Это действие входит в дидактический анализ понятия.

Упражнения называют примерами, если объект подходит под понятие и контрпримерами в противном случае.

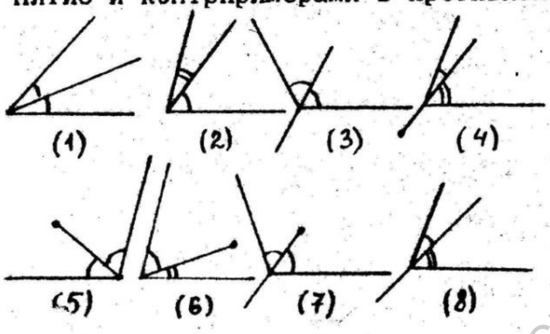


Рис. 1.

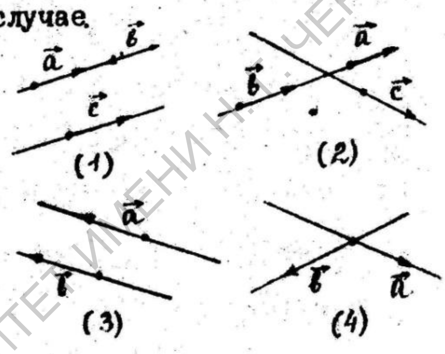


Рис. 2.

<u>Вывод I</u>. Если опр. некоторого класса объектов (отношений) имеет $\frac{\text{конъюнктивную}}{\text{дизъюнктивную}}$ структуру $\frac{P_1(x) \wedge P_2(x) \wedge \ldots \wedge P_n(x)}{P_1(x) \vee P_2(x) \vee \ldots \vee P_n(x)}$, то необходимо подчеркивать в процессе обучения, что данный объект принадлежит классу B, если он обладает $\frac{\text{всеми свойствами } P_1, P_2, \ldots, P_n}{\text{хотя бы одним свойством } P_i}$ и не принадлежит этому классу, если не обладает $\frac{\text{хотя бы одним}}{\text{ни одним}}$ из этих свойств.

Должна постоянно подчеркиваться мысль, что существуют законы логики, которые позволяют заменить предложение $\frac{\text{"Неверно, что } A \text{ и } B\text{"}}{\text{"Неверно, что } A \text{ или } B\text{"}}$ предложением $\frac{\text{"не } A \text{ или не } B\text{"}}{\text{"не } A \text{ и не } B\text{"}}$.

Более сложную структуру имеют определения некоторых понятий стереометрии и анализа. Сложность структуры этих определений обусловлена наличием кванторной приставки независимо от того, записывается ли она словами естественного языка ("для любого...", "существует...") или символами $\forall$, $\exists$. Например, опр. (3). Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна любой прямой этой плоскости.

$$(a \perp \alpha) \xLeftrightarrow{Df} \forall b\, (b \subset \alpha \Rightarrow a \perp b)$$

Таблицу истинности для распознавания объектов по определению такого типа составить уже нельзя, здесь учителю необходимо уметь формулировать отрицание таких определений. Напомним основные равносильности (законы логики), которые здесь применяются.
(*) Переход от импликации к дизъюнкции и затем к конъюнкции

а) $P \Longrightarrow Q \equiv 7P \vee Q \equiv 7(P \wedge 7Q)$

б) $7(P \Longrightarrow Q) \equiv 7(7(P \wedge 7Q)) \equiv P \wedge 7Q$

(б) означает "неверно, что если P, то Q" равносильно "P и не Q"; (*,*) – законы де Моргана, связывающие кванторные операции с операцией отрицания: а) $7(\exists x, P(x)) \equiv \forall x, 7P(x)$;
б) $7(\forall x, P(x)) \equiv \exists x, 7P(x)$

С учетом сказанного, отрицание опр.(3) выглядит так:

(а не перпендикулярна α) $\xLeftrightarrow{(**)\,б)} \exists b, 7(b \subset \alpha \Rightarrow a \perp b)$;

(а не перпендикулярна α) $\xLeftrightarrow{(*)\,б)} \exists b, (b \subset \alpha \wedge a \not\perp b)$.

Тогда контрпример к опр.(3) можно составить так (рис.3).

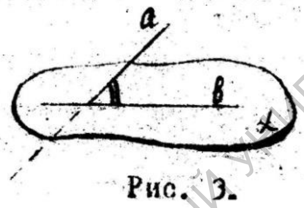


Рис. 3.

Некоторым понятиям приходится давать отрицательные определения. Например,

Опр.(4). Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не имеют ни одной общей точки.

Символически: $(a \parallel b) \xLeftrightarrow{Df} \exists \alpha (a \subset \alpha \wedge b \subset \alpha) \wedge (a \cap b = \emptyset)$

Отрицание этого опр. $(a \nparallel b) \Longleftrightarrow \forall \alpha (a \not\subset \alpha \vee b \not\subset \alpha) \vee (a \cap b \neq \emptyset)$

и на этой основе можно конструировать примеры и конрпримеры.

Рис.4.

Список литературы

1. Бутузов В.Ф. Геометрия. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, В.В. Прасолов; под ред. В.А. Садовничего. – М. : Просвещение, 2010. 127 с.
2. Гусев В.А. Геометрия. 5-6 классы: Учебное пособие. – М.: ООО «ТИД «Русское слово – РС»», 2002. 256 с.
3. Погорелов А.В. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / А.В. Погорелов. – 10-е изд. – М. : Просвещение, 2009. 224 с. : ил.
4. Стол Роберт Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории / пер. с англ. Ю.А. Гастева и И.Х. Шмаина. Под ред. Ю.А. Шихановича. – М. : «Просвещение», 1968. 231 с.

Учебно-методическое пособие

А.А. Вдовиченко

ЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ШКОЛЬНОГО УЧЕБНИКА МАТЕМАТИКИ. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Работа издана в авторской редакции