

# Лабораторные работы по курсу «Практикум по решению математических задач»

**Т.А. Капитонова**

**2015**

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
Механико-математический факультет

**Капитонова Т.А.**

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ  
«ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»**

*для студентов, обучающихся по направлению подготовки*

*44.03.01 – Педагогическое образование*

*Профиль – математическое образование*

*Очная форма обучения*

Саратов, 2015

*Рекомендовано к печати  
кафедрой математики и методики её преподавания  
Саратовского государственного университета имени Н.Г.Чернышевского*

К 20 **Капитонова Т.А. Лабораторные работы по курсу «Практикум по решению математических задач.** Учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 44.03.01 – Педагогическое образование. Профиль – Математическое образование. Очная форма обучения / Т.А.Капитонова – Саратов, 2015. – 32 с.

Пособие содержит 10 лабораторных работ по разделам «Практикум по решению задач школьного курса планиметрии», «Практикум по решению задач школьного курса стереометрии» и «Практикум по решению задач школьного курса начал математического анализа» курса «Практикум по решению математических задач», разработанных для бакалавров, обучающихся по направлению «Педагогическое образование».

**I. Раздел «Практикум по решению задач школьного курса  
планиметрии»**

**Лабораторная работа №1 «Простейшие задачи на построение»**

***Задания***

1. Построить прямую, перпендикулярную к данному отрезку АВ и проходящую через его середину.
2. Построить точку, симметричную данной точке М относительно данной прямой  $l$  ( $M \notin l$ ).
3. Построить перпендикуляр к данной прямой  $l$ , проходящий через данную точку М.
4. Построить прямую, проходящую через данную точку М и параллельную данной прямой  $l$  ( $M \notin l$ ).
5. Даны два отрезка, длины которых равны  $a$  и  $b$ . Построить отрезок, длина которого равна  $\sqrt{ab}$ .
6. Построить окружность, проходящую через три данные точки А, В, С, не лежащие на одной прямой.

**Лабораторная работа №2 «Задачи на построение»**

***Задания***

1. Построить окружность, проходящую через две данные точки и касающуюся данной прямой.
2. Построить окружность данного радиуса  $r$ , проходящую через две данные точки.
3. Даны две точки, расположенные по одну сторону от данной прямой. Найти на прямой точку, сумма расстояний от которой до двух заданных точек наименьшая.

4. Дан острый угол  $МОК$  и внутри него точка  $A$ . Построить треугольник, одна вершина которого находится в точке  $A$ , а две другие  $B$  и  $C$  – на сторонах  $ОМ$  и  $ОК$  данного угла, причем  $[BC] \perp [OM)$  и  $|AC| = |BC|$ .

### **Лабораторная работа №3 «Множества точек на плоскости»**

#### ***Задания***

1. Найти множество точек на плоскости, равноудаленных от двух данных точек  $A$  и  $B$ .

2. Найти множество точек на плоскости, равноудаленных от двух данных пересекающихся прямых.

3. Найти множество точек на плоскости, равноудаленных от трех заданных точек, не лежащих на одной прямой.

4. Найти множество точек на плоскости, из которых данный отрезок  $AB$  виден под прямым углом.

5. Найти множество точек, являющихся серединами хорд, проведенных из одной точки данной окружности.

6. Найти множество точек, являющихся серединами отрезков, концы которых лежат на разных сторонах данного угла (данный угол меньше развернутого).

7. На плоскости даны две точки  $A$  и  $B$ . Найти множество точек  $M$  этой плоскости таких, что  $\frac{|AM|}{|MB|} = 2$ .

### **Лабораторная работа №4 «Практикум 1 по аналитической геометрии»**

#### ***Задания***

1. Даны две точки  $A(\frac{N}{2}; \frac{N}{5})$ ,  $B(N - \frac{1}{2}; -N)$ , (номер  $N$  сообщается преподавателем). Найти уравнение прямой  $AB$  и координаты середины отрезка  $AB$ .

2. На биссектрисе первого координатного угла лежат точки  $A(3; 3)$  и  $B(x; y)$ , расстояние между которыми равно  $\sqrt{N}$ . Найти координаты точки  $B$ .

3. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - y - 1 = 0$  и  $3x - y + 4 = 0$  параллельно прямой  $4x + 2y - N = 0$ .

4. Найти расстояние от центра окружности  $N \cdot x^2 + N \cdot y^2 + 2 \cdot N \cdot x = 1$  до точки  $M(1; N)$ .

5. Найти угол между высотой  $AD$  и медианой  $AE$  в треугольнике  $ABC$  с вершинами  $A(\frac{N}{2}; \frac{N}{3}), B(-\frac{N}{3}; \frac{N}{2}), C(0; \frac{N}{4})$ .

6. Найти длину высоты  $AD$  в треугольнике с вершинами  $A, B, C$  (индивидуальные задания для 30 вариантов — таблица 1.1) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $AB$ .

7. Построить кривые по заданным уравнениям (индивидуальные задания для 25 вариантов — таблица 1.2)

8\*. Записать общее уравнение каждой из представленных кривых задания 7 и сформулировать вывод относительно знака величины  $AC - B^2$ .

Таблица 1.1							
№	A	B	C		A	B	C
1	(3; 4)	(2; -1)	(1; -7)	16	(3; 2)	(2; -5)	(-6; -1)
2	(-4; -5)	(3; 3)	(5; -2)	17	(6; -4)	(-3; -7)	(-1; 2)
3	(-3; 5)	(4; -3)	(-2; -4)	18	(-2; -1)	(7; 3)	(4; -3)
4	(3; -2)	(-5; -4)	(-1; 6)	19	(3; 4)	(6; 7)	(1; 1)
5	(2; 5)	(-3; 4)	(-4; -2)	20	(-4; -5)	(-2; 2)	(-7; 4)
6	(-3; 2)	(-2; -5)	(6; -1)	21	(3; -4)	(2; 1)	(1; 7)
7	(-6; -4)	(3; -7)	(1; 2)	22	(-4; 5)	(3; -3)	(5; 2)
8	(2; 1)	(-7; 3)	(-4; -3)	23	(-3; -5)	(4; 3)	(-2; 4)
9	(-3; -4)	(-6; 7)	(-1; 1)	24	(3; 2)	(-5; 4)	(-1; -6)
10	(4; -5)	(2; 2)	(7; 4)	25	(2; -5)	(-3; -4)	(-4; 2)

<b>11</b>	(-3; 4)	(-2; -1)	(-1; -7)	<b>26</b>	(-3; -2)	(-2; 5)	(6; 1)
<b>12</b>	(4; -5)	(-3; 3)	(-5; -2)	<b>27</b>	(-6; 4)	(3; 7)	(1; -2)
<b>13</b>	(3; 5)	(-4; -3)	(2; -4)	<b>28</b>	(2; 1)	(-7; -3)	(-4; 3)
<b>14</b>	(-3; -2)	(5; -4)	(1; 6)	<b>29</b>	(-3; 4)	(-6; -7)	(-1; -1)
<b>15</b>	(-2; 5)	(3; 4)	(4; -2)	<b>30</b>	(4; 5)	(2; -2)	(7; -4)

<b>Таблица 1.2</b>			
<b>№</b>	<b>Уравнения</b>	<b>№</b>	<b>Уравнения</b>
<b>1</b>	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 9x$	<b>16</b>	$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{49} = 1$ $y^2 = -4x$
<b>2</b>	$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = 7x$	<b>17</b>	$(x-5)^2 + (y+3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{25} = 1$ $y^2 = -2x$
<b>3</b>	$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 5x$	<b>18</b>	$(x+1)^2 + (y+1)^2 = 16$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ $y^2 = -6x$
<b>4</b>	$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 16x$	<b>19</b>	$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{64} = 1$ $y^2 = -x$
<b>5</b>	$(x+3)^2 + (y+3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 3x$	<b>20</b>	$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{36} = 1$ $y^2 = -8x$

<b>6</b>	$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = 4x$	<b>21</b>	$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$ $x^2 = 9y$
<b>7</b>	$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 36$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = 2x$	<b>22</b>	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 36$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{16} = 1$ $x^2 = 7y$
<b>8</b>	$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 49$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 6x$	<b>23</b>	$(x+2)^2 + (y-4)^2 = 49$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ $x^2 = 5y$
<b>9</b>	$(x+4)^2 + (y-4)^2 = 9$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = x$	<b>24</b>	$(x-4)^2 + (y+4)^2 = 9$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{36} = 1$ $x^2 = 16y$
<b>10</b>	$(x-5)^2 + (y+1)^2 = 4$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 8x$	<b>25</b>	$(x+1)^2 + (y-5)^2 = 4$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{49} = 1$ $x^2 = 3y$

## II. Раздел «Практикум по решению задач школьного курса стереометрии»

### Лабораторная работа №5 «Сечения многогранников»

#### Задания

1. Построить сечение тетраэдра ABCD плоскостью:
  - (1) проходящей через ребро AB и точку M ребра CD;



(2) проходящей через вершину  $D$  и точки  $M$  и  $N$  на ребрах  $AB$  и  $BC$  соответственно;

(3) проходящей через вершину  $C$  и точки  $M$  и  $N$  в гранях  $ACD$  и  $ABC$  соответственно;

(4) проходящей через точку  $M$  ребра  $AB$  параллельно грани  $ACD$ ;

(5) проходящей через три точки:  $M$  в грани  $ABC$ ,  $N$  – в грани  $B CD$  и  $P$  – в грани  $ACD$ .

2. Построить сечение параллелепипеда  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  плоскостью:

(1) проходящей через точку  $M$  ребра  $CC_1$  параллельно плоскости грани  $ABCD$ ;

(2) проходящей через ребро  $AA_1$  и точку  $M$  ребра  $CD$ ;

(3) проходящей через середины  $M$  и  $N$  ребер  $AD$  и  $BB_1$  и точку  $P$  пересечения диагоналей грани  $A_1B_1C_1D_1$ .

3. Длина ребра куба равна  $a$ . Найти площадь сечения, проведенного через диагональ  $AD_1$  грани  $AA_1D_1D$  и середину  $M$  ребра  $BB_1$ .

4. Определить вид сечения куба плоскостью, проведенной через середины ребер  $AB$ ,  $AA_1$ ,  $A_1D_1$  и найти площадь сечения, если ребро куба равно  $a$ .

5. Построить сечение треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью, проходящей через точки  $C$  и  $A_1$  параллельно прямой  $BC_1$ . Определить, в каком отношении эта плоскость делит ребро  $AB$ .

### **Лабораторная работа №6 «Множества точек в пространстве»**

#### ***Задания***

1. Найти множество точек в пространстве, равноудаленных от двух данных точек  $A$  и  $B$ .

2. Найти множество точек, равноудаленных от двух данных пересекающихся плоскостей.

3. Найти множество точек в пространстве, равноудаленных от трех заданных точек, не лежащих на одной прямой.

4. Найти множество точек в пространстве, из которых данный отрезок АВ виден под прямым углом.

5. Найти множество точек, являющихся основаниями перпендикуляров, опущенных из данной точки пространства на прямые, лежащие в заданной плоскости и пересекающиеся в одной точке.

6. Даны две скрещивающиеся прямые  $l_1$  и  $l_2$ . Найти множество точек, являющихся серединами отрезков, концы которых лежат соответственно на прямых  $l_1$  и  $l_2$ .

### **Лабораторная работа №7 «Практикум 2 по аналитической геометрии»**

#### **Задания**

1. Даны две точки  $A(\frac{N}{2}; \frac{N}{5}; \frac{N}{10})$ ,  $B(N - \frac{1}{2}; -N; N)$ . Найти длину отрезка АВ и координаты середины отрезка АВ.

2. Указать особенности в расположении следующих плоскостей:

(1)  $3x - 5z + N = 0$ ;      (2)  $Ny - 2 = 0$ ;

(3)  $Nx + 3y - 7z = 0$ ;      (4)  $8y - Nz = 0$ .

3. Дан параллелограмм  $ABCD$ , три вершины которого заданы (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 2.1). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 2.2) и перпендикулярной вектору  $\vec{i}_1 M_2$ , если  $\vec{i}_2(-8; -4; 3)$ .

5. Найти отрезки, отсекаемые плоскостью  $\alpha$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 2.3) на осях координат.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A, B, C$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 2.1).

7. Найти острый угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 2.4).

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 2.2) параллельно плоскости  $\alpha$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 2.3).

*Примечание.* Номер N сообщается преподавателем.

Таблица 2.1							
№	A	B	C	№	A	B	C
1	(-1; -2; 3)	(-4; 1; 2)	(5; 2; 7)	16	(-3; 5; -4)	(-5; 6; 2)	(3; -5; -2)
2	(1; 2; 3)	(3; -4; -2)	(-4; -3; 2)	17	(2; -3; 4)	(6; -4; -5)	(-3; 4; -2)
3	(2; -3; -1)	(-3; 5; 3)	(4; 3; -4)	18	(5; -2; -4)	(-5; -8; -1)	(-2; 4; 3)
4	(3; -4; 2)	(-5; 2; -3)	(-1; 7; -2)	19	(-3; -2; -5)	(-4; -5; 3)	(2; 3; 4)
5	(-5; 2; 4)	(-3; -4; 2)	(6; -3; -3)	20	(2; 6; -3)	(-5; -2; -4)	(-3; -5; 1)
6	(-4; -3; 5)	(2; -5; 6)	(-2; 3; -5)	21	(3; -1; -2)	(2; -4; 1)	(7; 5; 2)
7	(4; 2; -3)	(-5; 6; -4)	(-2; -3; 4)	22	(3; 1; 2)	(-2; 3; -4)	(2; -4; -3)
8	(-4; 5; -2)	(-1; -5; -8)	(3; -2; 4)	23	(-1; 2; -3)	(3; -3; 5)	(-4; 4; 3)
9	(-5; -3; -2)	(3; -4; -5)	(4; 2; 3)	24	(2; 3; -4)	(-3; -5; 2)	(-2; -1; 7)
10	(-3; 2; 6)	(-4; -5; -2)	(1; -3; -5)	25	(4; -5; 2)	(2; -3; -4)	(-3; 6; -3)
11	(-2; 3; -1)	(1; 2; -4)	(2; 7; 5)	26	(5; -4; -3)	(6; 2; -5)	(-5; -2; 3)
12	(2; 3; 1)	(-4; -2; 3)	(-3; 2; -4)	27	(-3; 4; 2)	(-4; -5; 6)	(4; -2; -3)
13	(-3; -1; 2)	(5; 3; -3)	(3; -4; 4)	28	(-2; -4; 5)	(-8; -1; -5)	(4; 3; -2)
14	(-4; 2; 3)	(2; -3; -5)	(7; -2; -1)	29	(-2; -5; -3)	(-5; 3; -4)	(3; 4; 2)
15	(2; 4; -5)	(-4; 2; -3)	(-3; -3; 6)	30	(6; -3; 2)	(-2; -4; -5)	(-5; 1; -3)

Таблица 2.2					
№ варианта	$M_1$	№ варианта	$M_1$	№ варианта	$M_1$
1	$(-3; 7; -5)$	11	$(5; 2; 7)$	21	$(-3; 5; -4)$
2	$(-3; 4; -2)$	12	$(-4; -3; 2)$	22	$(2; -3; 4)$
3	$(2; -3; -1)$	13	$(4; 3; -4)$	23	$(5; -2; -4)$
4	$(3; -4; 2)$	14	$(-1; 7; -2)$	24	$(-3; -2; -5)$
5	$(-5; 2; 4)$	15	$(6; -3; -3)$	25	$(2; 6; -3)$
6	$(-4; -3; 5)$	16	$(-2; 3; -5)$	26	$(3; -1; -2)$
7	$(-5; 6; -4)$	17	$(-2; -3; 4)$	27	$(-4; 3; -7)$
8	$(-4; 5; -2)$	18	$(3; -2; 4)$	28	$(-1; 2; -3)$
9	$(-3; -5; 1)$	19	$(-4; 2; -3)$	29	$(2; 3; -4)$
10	$(-5; 1; -3)$	20	$(1; 2; -4)$	30	$(4; -5; 2)$

Таблица 2.3			
№ варианта	Уравнение плоскости $\alpha$	№ варианта	Уравнение плоскости $\alpha$
1	$5x + 4y - z - 18 = 0$	16	$5x - 5y + 2z - 10 = 0$
2	$4x + 5y - 2z - 10 = 0$	17	$4x - 5y - 2z - 12 = 0$
3	$x + 3y + z - 8 = 0$	18	$x - 5y + z - 5 = 0$
4	$-x - 4y + z + 4 = 0$	19	$-x + 5y + 4z - 11 = 0$
5	$2x + 3y - 4z - 1 = 0$	20	$-2x - 5y + 3z - 9 = 0$
6	$3x + 2y + 4z - 12 = 0$	21	$-3x - 2y + 4z - 8 = 0$
7	$-2x - 4y + z - 5 = 0$	22	$2x - y + 4z - 15 = 0$
8	$x - 2y + 3z - 3 = 0$	23	$-x + 5y + 2z - 2 = 0$
9	$6x - 5y + 4z - 15 = 0$	24	$-6x - y + 7z - 8 = 0$
10	$5x - 6y - 4z + 15 = 0$	25	$2x - 3y + z + 15 = 0$
11	$4x + 6y - 5z - 5 = 0$	26	$-2x - 5y + 2z - 6 = 0$
12	$x - 3y + 7z - 8 = 0$	27	$x - 7y + 4z - 14 = 0$
13	$-6x - 5y + 4z - 1 = 0$	28	$-3x + y - 4z - 2 = 0$
14	$4x - y + 2z - 9 = 0$	29	$2x - 5y + 3z + 15 = 0$
15	$6x - 5y + 4z - 15 = 0$	30	$3x + y - 5z - 4 = 0$

Таблица 2.4

№ варианта	Уравнения $\alpha, \beta$	№ варианта	Уравнения $\alpha, \beta$
1	$x + 4y - 10z - 5 = 0,$ $7x - 11y + 8z + 19 = 0$	16	$11x - 8y - 7z - 15 = 0,$ $4x - 10y + z - 2 = 0$
2	$2x + 3y - 4z + 4 = 0,$ $5x - 2y + z - 3 = 0$	17	$x + y - 2z + 5 = 0,$ $2x + 3y + z - 2 = 0$
3	$x - 8y - 7z - 1 = 0,$ $4x - y + z + 2 = 0$	18	$3x - y + 7z - 3 = 0,$ $4x + y + z - 4 = 0$
4	$2x - 9y - z - 5 = 0,$ $4x + 3y - z - 2 = 0$	19	$2x + 8y - 3z - 6 = 0,$ $3x - 10y + 2z - 1 = 0$
5	$8x - 7y - 7z - 15 = 0,$ $10x - 4y + z - 7 = 0$	20	$8x + 7y + 7z + 15 = 0,$ $10x + 4y + z + 7 = 0$
6	$5x + y - 3z - 6 = 0,$ $x - 4y + 10z - 12 = 0$	21	$5x - y + 3z + 6 = 0,$ $x + 4y - 6z + 1 = 0$
7	$x + 2y - 7z - 3 = 0,$ $2x + 3y - 4z - 12 = 0$	22	$x - 2y + 3z + 15 = 0,$ $2x + 3y - 4z - 12 = 0$
8	$4x - 2y + 2z - 7 = 0,$ $x - 2y - z + 2 = 0$	23	$2x - 9y + 6z + 25 = 0,$ $3x + 4y - 5z - 10 = 0$
9	$11x - 10y - 2z - 1 = 0,$ $5x + y - 6z + 2 = 0$	24	$x - y + 2z - 5 = 0,$ $x + y + 2z + 3 = 0$
10	$6x - 3y - 3z + 5 = 0,$ $x + 2y + 3z - 29 = 0$	25	$x - y - z - 1 = 0,$ $4x - 10y + z - 20 = 0$
11	$11x + 8y - 7z - 15 = 0,$ $x - y + z - 2 = 0$	26	$x - 8y - 7z - 3 = 0,$ $4x - 10y + z - 2 = 0$
12	$-2x - 7y + z - 3 = 0,$ $10x - 1y + z - 2 = 0$	27	$7x - 8y + z - 3 = 0,$ $5x + 10y - z - 2 = 0$
13	$-11x + 8y + 7z - 5 = 0,$ $4x - 10y + z - 12 = 0$	28	$5x - 6y + 8z - 9 = 0,$ $3x - 4y - z - 2 = 0$
14	$2x - 3y + 4z - 5 = 0,$ $-4x + 10y - z - 2 = 0$	29	$9x + y - 8z - 1 = 0,$ $-4x + 2y + z - 2 = 0$
15	$3x - 4y - 5z - 7 = 0,$ $4x + y + z - 2 = 0$	30	$10x - 8y + 3z - 5 = 0,$ $-x + 10y + z - 2 = 0$

**III. Раздел «Практикум по решению задач школьного курса начал  
математического анализа»**

**Лабораторная работа №8 «Практикум 1 по началам анализа»**

**Задания**

1. Найти область определения функции  $y = f(x)$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 3.1).
2. Найти множество значений функции  $y = f(x)$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 3.2).
3. Постройте график функции  $y = f(f(f(x)))$ , если  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ .
4. Найдите обратную функцию для функции  $y = f(x)$  (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 3.3).
5. Каким условиям должны удовлетворять числа  $a, b, c$  и  $d$  ( $c \neq 0$ ), чтобы функция  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  совпадала со своей обратной ?
6. Вычислить пределы (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 3.4).
7. Исследовать на разрыв функции (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 3.5).
- 8\*. Построить эскизы графиков функций задания 7 и сформулировать вывод относительно непрерывности и типа точек разрыва функции.

<b>Таблица 3.1</b>					
<b>№</b>	$f(x)$	<b>№</b>	$f(x)$	<b>№</b>	$f(x)$
<b>1</b>	$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1- x }}$	<b>11</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$	<b>21</b>	$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+2}{\lg \cos x}}$
<b>2</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}}$	<b>12</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{1}{1-x^2}}$	<b>22</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{x}{1- x }}$
<b>3</b>	$f(x) = \sqrt{3-5x-2x^2}$	<b>13</b>	$f(x) = \sqrt{x^2- x -2}$	<b>23</b>	$f(x) = \sqrt{2x-x^2-1}$
<b>4</b>	$f(x) = \sqrt{3-5x-2x^2}$	<b>14</b>	$f(x) = \sqrt{2^x-3^x}$	<b>24</b>	$f(x) = \log_{3+x}(x^2-1)$

<b>5</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{1-x}}$	<b>15</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{3-x}}$	<b>25</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{4-x}}$
<b>6</b>	$f(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{\lg(9-x)}$	<b>16</b>	$f(x) = \frac{\log_{2x} 3}{\arccos(2x-1)}$	<b>26</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{x}{4+x}}$
<b>7</b>	$f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}$	<b>17</b>	$f(x) = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$	<b>27</b>	$f(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$
<b>8</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{2+x}}$	<b>18</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{1+x}}$	<b>28</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{4-x}{2+x}}$
<b>9</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{1}{2-x^2}}$	<b>19</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{x}{4- x }}$	<b>29</b>	$f(x) = \sqrt{\frac{1}{4-x^2}}$
<b>10</b>	$f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{\lg(9+x)}$	<b>20</b>	$f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{\lg(4-x)}$	<b>30</b>	$f(x) = \frac{\log_{2x} 3}{\arcsin(2x-1)}$

<b>Таблица 3.2</b>					
<b>№</b>	$f(x)$	<b>№</b>	$f(x)$	<b>№</b>	$f(x)$
<b>1</b>	$f(x) = \sqrt{2x-x^2-1}$	<b>11</b>	$f(x) = \sin x - 5\cos x$	<b>21</b>	$f(x) = \sqrt{2x+x^2+2}$
<b>2</b>	$f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$	<b>12</b>	$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$	<b>22</b>	$f(x) = \frac{x^2+1}{x}$
<b>3</b>	$f(x) = \log_3 x + \log_x 3$	<b>13</b>	$f(x) = \sqrt{2x+x^2+5}$	<b>23</b>	$f(x) = \sqrt{2x+x^2+10}$
<b>4</b>	$f(x) = \cos x - 5\sin x$	<b>14</b>	$f(x) = (\cos x + \sin x)^2$	<b>24</b>	$f(x) = 4^x - 2^x + 1$
<b>5</b>	$f(x) = \cos x + \sqrt{5}\sin x$	<b>15</b>	$f(x) = x^4 + 4x^2 + 5$	<b>25</b>	$f(x) = \sin^2 x - 4\sin x + 1$
<b>6</b>	$f(x) = \cos x - \sqrt{2}\sin x$	<b>16</b>	$f(x) = x^4 + 2x^2 + 2$	<b>26</b>	$f(x) = (x-5)(x-1)(x-6)(x-2) + 9$
<b>7</b>	$f(x) = x^4 + 6x^2 + 10$	<b>17</b>	$f(x) = \sqrt{x^4 + 4x^2 + 5}$	<b>27</b>	$f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$
<b>8</b>	$f(x) = x^4 + 2x^2 + 10$	<b>18</b>	$f(x) = x - 2\sqrt{x} + 3$	<b>28</b>	$f(x) = x - 4\sqrt{x} + 5$
<b>9</b>	$f(x) = x^4 + 4x^2 + 10$	<b>19</b>	$f(x) = x - 2\sqrt{x} - 5$	<b>29</b>	$f(x) = \sqrt{2x+x^2+8}$
<b>10</b>	$f(x) = \sqrt{x^4 + 2x^2 + 2}$	<b>20</b>	$f(x) = \sqrt{2x+x^2+7}$	<b>30</b>	$f(x) = \sqrt{2x+x^2+10}$

<b>Таблица 3.3</b>					
<b>№</b>	$f(x)$	<b>№</b>	$f(x)$	<b>№</b>	$f(x)$
<b>1</b>	$y = \frac{x-1}{x+1}$	<b>11</b>	$y = \frac{1}{x^3+1}$	<b>21</b>	$y = \frac{2x+1}{3x-2}$
<b>2</b>	$y = x + \frac{1}{x}$	<b>12</b>	$y = \frac{2x+1}{x-2}$	<b>22</b>	$y = \frac{2x+1}{4x-2}$
<b>3</b>	$y = \frac{x^2+3x}{x^2-5x}$	<b>13</b>	$y = \frac{2x+1}{2x-2}$	<b>23</b>	$y = \frac{2x+2}{5x-2}$
<b>4</b>	$y = x x  + 2x$	<b>14</b>	$y = \frac{2x+4}{3x-2}$	<b>24</b>	$y = \frac{2x+4}{x-2}$
<b>5</b>	$y = \frac{2x+2}{3x-2}$	<b>15</b>	$y = \frac{4-x}{5x+1}$	<b>25</b>	$y = \frac{8-x}{9x+1}$
<b>6</b>	$y = \frac{2x+2}{x-2}$	<b>16</b>	$y = \frac{3-2x}{4x+2}$	<b>26</b>	$y = \frac{4x+9}{2x-4}$
<b>7</b>	$y = \frac{2x+4}{5x-2}$	<b>17</b>	$y = \frac{4-3x}{5x+3}$	<b>27</b>	$y = \frac{5x+3}{2x-5}$
<b>8</b>	$y = \frac{x+7}{x-1}$	<b>18</b>	$y = \frac{9-3x}{7x+3}$	<b>28</b>	$y = \frac{6x+7}{5x-6}$
<b>9</b>	$y = \frac{7-x}{3x+1}$	<b>19</b>	$y = \frac{2x+7}{x-2}$	<b>29</b>	$y = \frac{9x+4}{7x-9}$
<b>10</b>	$y = \frac{5-x}{4x+1}$	<b>20</b>	$y = \frac{3x+9}{2x-3}$	<b>30</b>	$y = \frac{3x+4}{7x-3}$

<b>Таблица 3.4</b>				
<b>№ варианта</b>	<b>Пределы</b>			
<b>1</b>	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 10}{5x^2 - 4x + 3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{2x+1}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2}{0,1x^2}$
<b>2</b>	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 9x + 1}{2x^3 - 3x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{1 - \sqrt{3-x}}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x^2}{3+x^2} \right)^{4x^2}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 4x}$
<b>3</b>	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x + 1}{x^2 + 3x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x}}{5x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-2} \right)^{2x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 8x}$



4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20x^2 + 3x - 11}{4x^2 - 4x + 1}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{3x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-5}{2x+3} \right)^{7x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$
5	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-11x^2 + 12x}{5x^3 - x + 2}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-2} \right)^x$ ,	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x+1} - 3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$
6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 23x - 15}{5x^2 - 3x + 7}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{9-x} - 2}{3 - \sqrt{x+4}}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+8}{x+10} \right)^{2x+3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 3x}$
7	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 - 3x - 1}{5x^2 - 4x + 30}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7x+1} - 1}{x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} \right)^{x^2}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{8x}$
8	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4x + 3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{3}{4x} \right)^{x-2}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x^2}{x^2}$
9	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 4}{3x^2 - x + 13}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{2-x}$ ,	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{6}{n} \right)^n$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$
10	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 33x - 10}{5x^2 + 4x + 23}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{3x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 8x}$
11	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + x - 14}{2x^2 - 14x + 3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}{3x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-5}{x+3} \right)^{7x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin x}$
12	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + 3x - 10}{-5x^2 - 4x + 3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x+1} - 3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-3}{x+2} \right)^x$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 2x}$
13	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 4}{\sqrt{x^8 + 3x^4 - x}}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{9-x} - 2}{5-x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-8}{x+1} \right)^{2x+3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 3x}$
14	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 + 3x - 1}{-5x^2 - 4x + 2}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x}$ ,	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n-5} \right)^n$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2x}$
15	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 10}{5x^2 - 4x + 3}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{6-2x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-1} \right)^{2x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}$
16	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 9x + 1}{2x^3 - 3x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{1-\sqrt{3-x}}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{3+x^2} \right)^{4x^2}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 5x}$
17	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x + 1}{x^2 + 3x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt{7-x}}{5x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-2} \right)^{2x}$ ,	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 9x}$

18	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20x^2 + 3x - 11}{4x^2 - 4x + 1}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8}}{x}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+3}\right)^{7x}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$
19	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-11x^2 + 12x}{5x^3 - x + 2}$ , $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{8-x}{\sqrt{x+1}-3}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$
20	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 23x - 15}{5x^2 - 3x + 7}$ , $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{3-\sqrt{x+4}}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-1}\right)^{2x}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}$
21	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 - 3x - 1}{5x^2 - 4x + 30}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7x+1}-1}{2x}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^x$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{10x}$
22	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4x + 3}$ , $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{\sqrt{x-2}-1}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{8x}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 2x}{x^3}$
23	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 1}{3x^2 - x + 13}$ , $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{1-\sqrt{3-x}}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{3+x}\right)^{4x}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 4x}$
24	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 3x - 10}{5x^2 + 4x + 23}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{6-x}}{8x}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+2}\right)^{2x}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 18x}$
25	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + x - 14}{2x^2 - 4x + 30}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+21} - \sqrt{21}}{3x}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+3}\right)^{7x}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 9x}$
26	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^6 + 2x - 3}}{2x^3 - 3}$ , $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{3x-24}{\sqrt{x+1}-3}$ , $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+15}\right)^x$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$
27	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 7n}}{n+2}$ ; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8}}{x^2 - 2x}$ ; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 30x}{\sin 5x}$ ; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-9}\right)^{3x}$
28	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+3)^{50}}{(2n-2)^{48} (n+2)^2}$ ; $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ ; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 5x}$ ; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8}}{2x}$
29	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2n}}{n+4}$ ; $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3n}\right)^{n+3}$ ; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$ ; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{10}}{5x}$
30	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n}}{n-2}$ , $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n-3}\right)^n$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{2x+9}}{\sin 3x}$ , $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{2x^3}$

Таблица 3.5

№ варианта	Функция	№ варианта	Функция
<b>1</b>	$y = \frac{x^2 - 0,25}{2x - 1}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>16</b>	$y = \frac{x^2 - 0,49}{3x - 2,1}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>2</b>	$y = \begin{cases} x + 4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$ $y = \frac{x + N}{x^2 - N^2}; \quad y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>17</b>	$y = \begin{cases} x + 1, & x < 0, \\ x^2 - 2, & 0 \leq x < 2, \\ x, & x \geq 2. \end{cases}$ $y = \frac{x + N}{x^2 - N^2}; \quad y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>3</b>	$y = \frac{x^2 - 0,36}{2x + 1,2}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>18</b>	$y = \frac{x^2 - 0,25}{2x + 1}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>4</b>	$y = \frac{x^2 - 0,81}{5x - 4,5}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>19</b>	$y = \frac{x^2 - 0,01}{10x - 1}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>5</b>	$y = \frac{x^2 - 0,16}{5x - 2}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>20</b>	$y = \frac{2x - 1}{x^2 - 0,25}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>6</b>	$y = \frac{3x - 2,1}{x^2 - 0,49}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>21</b>	$y = \frac{2x - 1,2}{x^2 - 0,36}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>7</b>	$y = \frac{x^2 - 25}{x + 5}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>22</b>	$y = \frac{x^2 - 81}{x - 9}, \quad y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$

<b>8</b>	$y = \frac{x^2 - 1}{x - 1},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$	<b>23</b>	$y = \frac{x^2 - 25}{x - 5},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$
<b>9</b>	$y = \frac{x^2 - 81}{x + 9},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$	<b>24</b>	$y = \frac{x^2 - 1}{x + 1},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$
<b>10</b>	$y = \frac{x^2 - 16}{x - 4},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$	<b>25</b>	$y = \frac{x^2 - 49}{x + 7},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$
<b>11</b>	$y = \frac{x^2 - 4}{x - 2},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$	<b>26</b>	$y = \frac{x^2 - 49}{x - 7},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$
<b>12</b>	$y = \frac{x^2 - 4}{x + 2},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$	<b>27</b>	$y = \frac{x^2 - 64}{x + 8},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$
<b>13</b>	$y = \frac{x^2 - 36}{x + 6},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$	<b>28</b>	$y = \frac{x^2 - 36}{x - 6},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x + N}{x^2 - N^2};$
<b>14</b>	$y = \frac{x - 5}{x^2 - 25},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x^2 - N^2}{x - N};$	<b>29</b>	$y = \frac{x + 5}{x^2 - 25},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x^2 - N^2}{x - N};$
<b>15</b>	$y = \frac{x - 7}{x^2 - 49},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x^2 - N^2}{x - N};$	<b>30</b>	$y = \frac{x + 7}{x^2 - 49},$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	$y = \frac{x^2 - N^2}{x - N};$

*Примечание.* Номер N сообщается преподавателем.

**Лабораторная работа №9 «Практикум 2 по началам анализа»**

**Задания**

1. Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 4.1).

2\*. Сформулировать вывод относительно этапов оптимального плана исследования функции.

<b>Таблица 4.1</b>			
<b>№ варианта</b>	<b>Функция</b>	<b>№ варианта</b>	<b>Функция</b>
<b>1</b>	$y = \frac{x^3}{(x-2)^2};$ $y = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 61;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$	<b>16</b>	$y = \frac{x^3}{x^2 + 2x - 3};$ $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x - 4;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$
<b>2</b>	$y = \frac{x^2 + 1}{x};$ $y = x^3 + 9x^2 + 15x - 9;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$	<b>17</b>	$y = \frac{x^2}{x-1};$ $y = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 56;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$
<b>3</b>	$y = \frac{x^2 - 3}{x+2};$ $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$	<b>18</b>	$y = \frac{x^2 + 3}{x-2};$ $y = 2x^3 + 15x^2 + 24x - 2;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$
<b>4</b>	$y = \frac{x^2 - 8}{x-3};$ $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$	<b>19</b>	$y = \frac{x^2 + 8}{x+3};$ $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 18;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$
<b>5</b>	$y = \frac{x^2 + 9}{x+4};$ $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 10;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$	<b>20</b>	$y = \frac{x^2 + 25}{x};$ $y = x^3 - 3x^2 - 24x + 26;$ $y = \frac{x+N}{x-N}.$

<b>6</b>	$y = \frac{x^2 + 4}{x};$ $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 10;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>21</b>	$y = \frac{x^2 + 24}{x + 1};$ $y = x^3 + 3x^2 - 24x - 21;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>7</b>	$y = \frac{x^2 + 3}{x - 1};$ $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>22</b>	$y = \frac{x^2 + 23}{x - 2};$ $y = \frac{x + N}{x - N},$ $y = x^3 + 9x^2 + 24x + 17.$
<b>8</b>	$y = \frac{x^2 + 5}{x + 2};$ $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>23</b>	$y = \frac{x^2 + 32}{x + 2};$ $y = x^3 + 9x^2 + 15x + 9;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>9</b>	$y = \frac{x^2 - 5}{x - 3};$ $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>24</b>	$y = \frac{x^2 + 27}{x + 3};$ $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>10</b>	$y = \frac{x^2 - 15}{x + 4};$ $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 7$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>25</b>	$y = \frac{x^2 + 7}{x - 2};$ $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>11</b>	$y = \frac{x^2 + 9}{x};$ $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 32;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>26</b>	$y = \frac{x^2 - 8}{x};$ $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 10;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>12</b>	$y = \frac{x^2 + 8}{x + 1};$ $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 20;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>27</b>	$y = \frac{x^2 - 7}{x - 4}; \quad y = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 2x} + 2;$ $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 2;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$

<b>13</b>	$y = \frac{x^2 + 21}{x - 2};$ $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 21;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$	<b>28</b>	$y = \frac{x^2 + 3}{x - 2};$ $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 8;$ $y = \frac{x + N}{x - N}.$
<b>14</b>	$y = \frac{x^2 + 16}{x + 3};$ $y = \frac{x + N}{x - N},$ $y = 2x^3 + 15x^2 + 36x + 32.$	<b>29</b>	$y = \frac{x^2 + 11}{x - 1};$ $y = \frac{x + N}{x - N},$ $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 7.$
<b>15</b>	$y = \frac{x^2 - 12}{x - 4};$ $y = \frac{x + N}{x - N},$ $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 4.$	<b>30</b>	$y = \frac{x^2 - 3}{x + 3};$ $y = \frac{x + N}{x - N},$ $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 20.$

### Лабораторная работа №10 «Практикум 3 по началам анализа»

#### *Задания*

1. Найти неопределенные интегралы: (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 5.1).

2. Вычислить определенный интеграл (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблица 5.2).

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями (индивидуальные задания для 30 вариантов – таблицы 5.3 и 5.4).

4. Используя формулу трапеций, разделив промежуток интегрирования на 10 равных частей, приближенно вычислить: (1)  $\int_0^N x^2 dx$ ; (2)  $\int_2^N \frac{dx}{x}$ .

Вычислить/оценить погрешность приближения (номер N сообщается преподавателем).

5\*. Сформулировать вывод относительно возможности использования формулы для вычисления площади криволинейной трапеции при выполнении задания 3.

Таблица 5.1

№ варианта	Интеграл	№ варианта	Интеграл
1	$\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx;$ $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$	16	$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \sqrt[4]{\operatorname{tg} x}}$ $\int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x+3)(x+4)} dx$
2	$\int \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2} dx;$ $\int \sin^3 x \cdot \cos^4 x dx$	17	$\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sqrt[4]{\operatorname{tg} x}}$ $\int \frac{(x^3 - 1)}{4x^3 - x} dx$
3	$\int \frac{\arcsin x + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx;$ $\int \sin^4 x \cdot \cos^2 x dx$	18	$\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\sqrt{\cos x}}$ $\int \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$
4	$\int \frac{dx}{(\arcsin^2 x) \sqrt{1-x^2}};$ $\int \sin x \cdot \cos 3x dx$	19	$\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{2 + \cos 2x}}$ $\int \ln^2 x dx$
5	$\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$ $\int \cos x \cdot \cos 3x dx$	20	$\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$ $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$
6	$\int \frac{e^x}{3+e^{2x}} dx;$ $\int \sin 5x \cdot \sin x dx$	21	$\int \sqrt[3]{1+x^3} x^2 dx$ $\int x^2 e^{-2x} dx$
7	$\int \frac{e^x}{\sqrt{2+e^x}} dx;$ $\int \frac{(x+1)}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$	22	$\int \frac{x^3 dx}{x^8+5}$ $\int x^3 e^x dx$
8	$\int \frac{dx}{x \ln x};$ $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-3x^2-2x^4}}$	23	$\int \frac{x^3 dx}{x^8-2}$ $\int x^2 e^x dx$



9	$\int \frac{dx}{x \ln^2 x};$ $\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$	24	$\int \frac{x^2 dx}{(8x^3+27)^{\frac{3}{2}}}$ $\int \ln x dx$
10	$\int \sqrt{\frac{\ln x}{x^2}} dx;$ $\int \frac{3x-4}{\sqrt{x^2-4x+5}} dx$	25	$\int \frac{dx}{\sqrt{x(1+x)}}$ $\int x^2 \sin 2x dx$
11	$\int \frac{\ln^2 x + \ln x + 1}{x} dx$ $\int \frac{(3x+1)}{\sqrt{5x^2-2x+1}} dx$	26	$\int \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$ $\int x^3 \cos 3x dx$
12	$\int \frac{3^x dx}{\sqrt{1+3^x}}$ $\int \frac{x}{\sqrt{2x^2-x+2}} dx$	27	$\int \frac{xdx}{(1+x^2)^2}$ $\int \frac{\arctg x}{x^2} dx$
13	$\int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{x^2-4}}$ $\int e^x \cos x dx$	28	$\int \sqrt[6]{5-x^4} x^3 dx$ $\int 3^x \sin x dx$
14	$\int \frac{2^x dx}{1+4^x};$ $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)(x+3)}$	29	$\int \frac{xdx}{x^2-5}$ $\int x \cdot \arctg x dx$
15	$\int \frac{3+\operatorname{ctg}^2 x}{\sin^2 x} dx;$ $\int \frac{dx}{x(x+1)^2}$	30	$\int \frac{1+\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$ $\int \frac{5x^3+2}{x^3-5x^2+4x} dx$

Таблица 5.2

№ варианта	Интеграл	№ варианта	Интеграл
1	$\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$	16	$\int_0^1 \arcsin x dx$
2	$\int_1^e x^2 \ln x dx$	17	$\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$
3	$\int_0^1 x e^{-x} dx$	18	$\int_0^1 x e^x dx$
4	$\int_0^2 x^2 e^{-x} dx$	19	$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx$
5	$\int_1^e \ln^2 x dx$	20	$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$
6	$\int_1^e x \ln^2 x dx$	21	$\int_0^{\pi} \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$
7	$\int_0^1 \arcsin \frac{x}{2} dx$	22	$\int_0^{\pi/4} \sin x \cdot \cos 3x dx$
8	$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$	23	$\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$
9	$\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx$	24	$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$
10	$\int_0^{\pi} x \sin x dx$	25	$\int_0^1 \frac{3^x}{1+9^x} dx$
11	$\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$	26	$\int_0^1 \frac{2^x}{1+2^x} dx$
12	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x}{\sin^2 x} dx$	27	$\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x dx$
13	$\int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx$	28	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x}$
14	$\int_0^{1/2} x e^{2x} dx$	29	$\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
15	$\int_0^{1/3} x e^{3x} dx$	30	$\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$

Таблица 5.3

№ варианта	Уравнения линий	№ варианта	Уравнения линий
1	$y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$	16	$ y  = -x^2 + 2x$
2	$y = x^2, y = \frac{x^3}{3}$	17	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$
3	$y = x^2, y = \sqrt{x}$	18	$y^2 = x^3, y = 8, x = 0$
4	$y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0$	19	$y = 2 - x^2, y^3 = x^2$
5	$y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0$	20	$y^3 = x, y = 1, x = 8$
6	$y = x^2 + 4x, y = x + 4$	21	$y = x - 1, y = x^2 - 2x + 1$
7	$y^2 = x + 1, y = x^2 + 2x + 1$	22	$y = -2x, y = x^2 - 3$
8	$y = \frac{1}{1+x^2}, y = \frac{x^2}{2}$	23	$y = \frac{1}{2+x^2}, y = \frac{x^2}{24}$
9	$y^2 = 4x, x^2 = 4y$	24	$y^2 = 3x, x^2 = 3y$
10	$ y  = 1 - x^2$	25	$ y  = -x^2 - 2x$
11	$y = e^x, y = e^{-x}, x = -2$	26	$y = 0, y = x^2 +  x  - 2$
12	$y = x^2, y = x^5$	27	$y = e^x, y = e^{-x}, x = 2$
13	$y = x^2, y = \sqrt{-x}$	28	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
14	$y = x + 1, y = x^2 + 2x + 1$	29	$y^2 = x^3, x = 3$
15	$y = x^2 + 3x, y = -x^2 - 3x$	30	$y = \ln x, y = 0, x = e$

Таблица 5.4

№ вариант а	Уравнения линий	№ вариант а	Уравнения линий
1	$y = x^2 - 2x + 2, y = -x^2 + 6x + 12$	16	$y = -x^2 - x + 1, y = 2x^2 + 4x - 7$
2	$y = x^2 + 2x + 4, y = x^2 - 10x + 14$	17	$y = 2x^2 + 3x + 1, y = -x^2 - 2x + 9$
3	$y = x^2 - 9x + 6, y = -2x^2 - 6x + 12$	18	$y = 2x^2 - 6x - 2, y = -x^2 + x - 4$
4	$y = 2x^2 + 6x - 3, y = -x^2 + x + 5$	19	$y = -x^2 - x + 2, y = x^2 - 2x - 4$
5	$y = 3x^2 - 5x - 1, y = -x^2 + 2x + 1$	20	$y = x^2 - 6x - 4, y = -x^2 - 14x + 6$
6	$y = x^2 - 3x - 1, y = -x^2 - 2x + 5$	21	$y = -2x + 4, y = 2x^2$
7	$y = 2x^2 - 6x + 1, y = -x^2 + x - 1$	22	$y = -x + 2, y = x^2$
8	$y = x^2 - 6x + 12, y = -2x^2 - 3x + 6$	23	$y = 3x^2, y = -x + 4$
9	$y = x^2 - 5x - 3, y = -3x^2 + 2x - 1$	24	$y = -2x + 2, y = 4x^2$
10	$y = x^2 - 2x - 5, y = -x^2 - x + 1$	25	$y = -2x + 6, y = 4x^2$
11	$y = x^2 - 8x - 20, y = -3x^2 - 4x + 4$	26	$y = -3x + 14, y = 2x^2$
12	$y = x^2 + 6x - 4, y = -x^2 - 2x + 6$	27	$y = 3x^2, y = -2x + 5$
13	$y = 2x^2 - 6x + 3, y = -2x^2 + x + 5$	28	$y = 2x^2, y = -x + 10$
14	$y = x^2 - 3x - 4, y = -x^2 - x + 8$	29	$y = 3x^2, y = -3x + 6$
15	$y = x^2 - 6x - 2, y = -x^2 - 2x + 4$	30	$y = 3x^2, y = -5x + 8$

#### **IV. Технология организации лабораторных занятий по дисциплине «Практикум по решению математических задач».**

##### **Рекомендации для студентов**

Рабочая программа по дисциплине «Практикум по решению математических задач» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВПО) с учетом рекомендаций и Примерной общей образовательной программы (ООП) ВО по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование» и профилю подготовки «Математическое образование».

Согласно рабочей программе в результате освоения дисциплины студент должен:

знать: основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; приложения математики и доступные обучающимся математические элементы этих приложений; предметную область «Практикум по решению математических задач»;

уметь: решать задачи элементарной математики соответствующей ступени образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися, задачи олимпиад; проводить различия между точным и (или) приближенным математическим доказательством, в частности, приближенным измерением, вычислением; использовать информационные источники; формулировать результат.

По курсу «Практикум по решению математических задач» предусмотрены лекции, практические и лабораторные занятия.

Лабораторные занятия предусмотрены в V семестре (18 часов), VI семестре (12 часов) и VII семестре (12 часов). Для проведения лабораторных работ разработаны системы заданий по трем разделам (модулям) курса: «Практикум по решению задач школьного курса планиметрии», «Практикум по решению задач школьного курса стереометрии» и «Практикум по решению задач школьного курса начал математического анализа».

Подобранная система тренировочных заданий, носящих контролирующий и диагностирующий характер, дополненная чисто исследовательскими или проблемными заданиями, составляет текст лабораторной работы.

Уважаемые студенты! На лабораторных занятиях проверяются Ваши знания основных математических понятий и методов решения математических задач; сформированность основных компонентов исследовательской деятельности.

Лабораторная работа содержит: (1) практикум – представлен практическими заданиями (не отмеченными звездочкой), выполняемыми индивидуально по вариантам; (2) групповое лабораторное задание, отмеченное звездочкой (\*).

Задания со звездочкой предназначены для индивидуально-группового выполнения. После того, как это задание выполнено индивидуально каждым студентом, они объединяются в группы (по четыре человека) и совместно формулируют выводы по данному заданию.

Отчет по лабораторной работе индивидуальный для каждого студента группы. Оформление лабораторных работ осуществляется в специальной тетради для лабораторных работ.

Применяется бально-рейтинговая система оценки деятельности студентов при освоении курса.

В V семестре (Модуль 5. Практикум по решению задач школьного курса планиметрии) предусмотрены четыре лабораторные работы. По каждой лабораторной работе студент может получить 4,5 балла при успешном выполнении заданий работы. Максимально возможная сумма баллов за выполнение лабораторных работ – 18 баллов.

В V семестре промежуточная аттестация (зачет) имеет рейтинг 10 баллов и включает обязательный отчет о лабораторном исследовании (5 баллов).

В VI семестре (Модуль 6. Практикум по решению задач школьного курса стереометрии) предусмотрены три лабораторные работы. По каждой лабораторной работе студент может получить 4 балла при успешном выполнении заданий работы. Максимально возможная сумма баллов за выполнение лабораторных работ – 12 баллов.

В VI семестре промежуточная аттестация проходит в форме экзамена (рейтинг – 16 баллов). В экзаменационный билет входят три вопроса. Первый вопрос – теоретический (3 балла). Второй вопрос – на проверку умений применять полученные знания к решению задач (6 баллов). Третий вопрос – отчет о лабораторном исследовании (7 баллов).

В VII семестре (Модуль 7. Практикум по решению задач школьного курса начал математического анализа) предусмотрены три лабораторные работы. По каждой лабораторной работе студент может получить 4 балла при успешном выполнении заданий работы. Максимально возможная сумма баллов за выполнение лабораторных работ – 12 баллов.

В VII семестре промежуточная аттестация проходит в форме экзамена (рейтинг – 16 баллов). В экзаменационный билет входят три вопроса. Первый вопрос – теоретический (3 балла). Второй вопрос – на проверку умений применять полученные знания к решению задач (6 баллов). Третий вопрос – отчет о лабораторном исследовании (7 баллов).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капитонова, Т. А. Лабораторные работы по высшей математике. Учебно-методическое пособие / Т.А. Капитонова – Саратов : ООО «Издательский центр «Наука», 2011.
2. Карп, А.П. Сборник задач по алгебре и началам анализа: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / А. П. Карп. – М. : Просвещение, 1995.
3. Лунгу, К.Л. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 4-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2005.
4. Пособие по математике для поступающих в вузы / А. Д. Кутасов, Т. С. Пиголкина, В. И. Чехлов, Т. Х. Яковлева. – М. : Наука, 1982.
5. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие / Под ред. В.И. Ермакова. – М. : ИНФРА-М, 2005.
6. Соловейчик, И.Л. Сборник задач по математике с решениями для техникумов /И. Л. Соловейчик, В. Т. Лисичкин. – М. : ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век» : ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003.



## СОДЕРЖАНИЕ

I. Раздел "Практикум по решению задач школьного курса планиметрии".	
Лабораторная работа №1 "Простейшие задачи на построение" .....	3
Лабораторная работа №2 "Задачи на построение" .....	3
Лабораторная работа №3 "Множества точек на плоскости" .....	4
Лабораторная работа №4 "Практикум 1 по аналитической геометрии" .....	4
II. Раздел "Практикум по решению задач школьного курса стереометрии".	
Лабораторная работа №5 "Сечения многогранников" .....	7
Лабораторная работа №6 "Множества точек в пространстве" .....	8
Лабораторная работа №7 "Практикум 2 по аналитической геометрии" .....	9
III. Раздел "Практикум по решению задач школьного курса начал анализа".	
Лабораторная работа №8 "Практикум 1 по началам анализа" .....	13
Лабораторная работа №9 "Практикум 2 по началам анализа" .....	20
Лабораторная работа № 10 "Практикум 3 по началам анализа" .....	22
IV. Технология организации лабораторных занятий по дисциплине "Практикум по решению математических задач". Рекомендации для студентов .....	28
Список литературы .....	31
Содержание .....	32