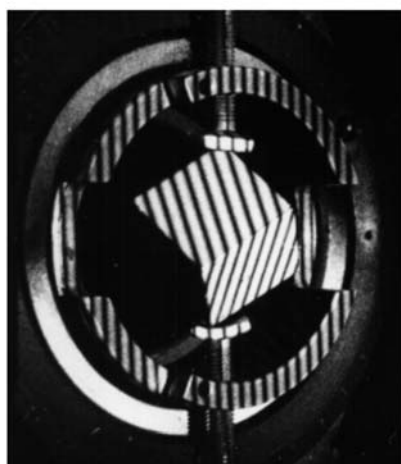

СПЕЦИАЛЬНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ

Л.И. Голубенцева

В.П. Рябухо

О.А. Перепелицына

ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ
И СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ



Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

Саратовский государственный университет
им. Н.Г.Чернышевского

Институт проблем точной механики и управления РАН

Л.И.Голубенцева, В.П.Рябухо,
О.А.Перепелицына

**ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ
И СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ**

Учебное пособие

под редакцией профессора В.П.Рябухо

Саратов

2009 г.

*Посвящается столетию
Саратовского государственного
университета*

В настоящем учебном пособии представлены описания лабораторных работ по голографической интерферометрии и лазерной спекл-фотографии. С физической точки зрения методы голографической интерферометрии и спекл-фотографии объединяют единые процессы образования интерференционных картин, формируемых рассеянными лазерными волновыми полями. Поэтому в учебном пособии представлено достаточно подробное описание процесса формирования спекл-полей в рассеянном лазерном излучении, а также представлено описание основных статистических свойств спекл-полей.

Теоретический материал всех работ руководства излагается с использованием математического аппарата дифракционных преобразований оптических полей. Использование скалярной теории дифракции сочетается с использованием основных свойств теории фурье-преобразования пространственных функций.

Для студентов физических факультетов университетов.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
Теоретическое введение к лабораторным работам	9
Спеклы в диффузно рассеянном когерентном световом поле ...	10
Спекл-структуры и спекл-поля в измерительных методах	16
Лабораторная работа № 1: МЕТОД СПЕКЛ-ФОТОГРАФИИ В ФУРЬЕ-ПЛОСКОСТИ	19
Теоретическая часть	19
Экспериментальная часть	24
Контрольные вопросы и задания	26
Лабораторная работа № 2: МЕТОД СПЕКЛ-ФОТОГРАФИИ СФОКУСИРОВАННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ	27
Теоретическая часть	27
Экспериментальная часть	29
Контрольные вопросы и задания	31
Лабораторная работа № 3: МЕТОД ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ	33
Теоретическая часть	33
Экспериментальная часть	40
Контрольные вопросы и задания	44
Лабораторная работа № 4: ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПОЛОС В ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ ДИФФУЗНО РАССЕЙВАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ	45
Теоретическая часть	45
Экспериментальная часть	54
Контрольные вопросы и задания	55
ПРИЛОЖЕНИЕ	57
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	65
СПИСОК ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	66

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методы оптической голографии нашли широкое и эффективное практическое использование в решении целого ряда измерительных задач в научных исследованиях и в высоких технологиях. Особое место и значение имеют интерференционные голографические методы – голографическая и спекл-интерферометрия. Эти методы сочетают в себе метрологические возможности классической оптической интерферометрии – использование в качестве меры длину световой волны, и совершенно новые качества – возможность интерференционного сравнения состояний объектов, соответствующих различным моментам времени, и возможность применения интерферометрии к объектам с оптически грубыми, шероховатыми поверхностями.

Оптическая голография позволяет регистрировать, а затем восстанавливать оптическое поле – оптическую волну. Эта уникальная возможность голографии используется в голографической интерферометрии для наблюдения интерференции объектных волновых полей, отраженных объектом в различные моменты времени. Это обстоятельство позволяет, в свою очередь, интерференционным методом измерять микронные смещения или деформации реальных технических объектов.

Аналогичные возможности реализуются в методе лазерной спекл-фотографии, в котором записывается не полное волновое поле, как в голографической интерферометрии, а только пятнистая структура (спекл-структура) лазерного излучения, рассеянного шероховатой поверхностью объекта.

В настоящем учебном пособии представлены теоретические и методические руководства к выполнению лабораторных работ по голографической интерферометрии и лазерной спекл-фотографии. С физической точки зрения методы голографической интерферометрии и спекл-фотографии объединяют единые процессы образования интерференционных картин. В основе этих процессов лежит явление интерференции рассеянных лазерных волновых полей. Такие когерентные поля называют лазерными спекл-полями из-за пятнистого характера пространственного распределения их интенсивности. Поэтому в теоретическом введении к руководствам к лабораторным работам представлено достаточно подробное описание процесса

формирования спекл-полей в рассеянном лазерном излучении, а также представлено описание основных статистических свойств спекл-полей.

В лабораторной работе № 1 «Метод спекл-фотографии в фурье-плоскости» рассматривается метод двухэкспозиционной спекл-фотографии с регистрацией спекл-структур в плоскости фурье-образа исследуемого объекта. Как и в случае записи фурье-голограммы теоретический анализ процессов регистрации фурье-спеклограммы и формирования интерферограммы строится с использованием двумерного преобразования Фурье. Метод позволяет с интерференционной чувствительностью измерять малые углы наклона шероховатой поверхности, что имеет важное значение для решения ряда задач точной механики.

Запись двухэкспозиционной спеклограммы сфокусированного изображения позволяет регистрировать малые поперечные смещения и деформации объектов с шероховатой поверхностью при нечувствительности к ее малым наклонам. Методология этого метода спекл-фотографии изложена в лабораторной работе № 2 «Метод спекл-фотографии сфокусированного изображения». В качестве задания предлагается измерить с микронной точностью малый поперечный поступательный или вращательный сдвиг рассеивающей пластины.

Лабораторная работа № 3 «Метод голографической интерферометрии» посвящена изучению практических возможностей голографической интерферометрии в задачах исследования малых трехмерных деформаций объектов с диффузно рассеивающей поверхностью. Метод голографической интерферометрии, обладая более широкими информационными возможностями по сравнению с методом спекл-фотографии, позволяет получать наглядные интерференционные картины, наблюдаемые на объемных голографических изображениях. В работе обсуждается методика и техника голографической интерферометрии, выводится соотношение, связывающее параметры голографической интерферограммы с величиной смещения точек поверхности объекта. Это соотношение используется в качестве рабочей формулы для расчета перемещения точек поверхности пластины в результате ее изгибной деформации.

Более детально с физической точки зрения процесс формирования интерференционных полос в голографической интерферометрии рассмотрен в лабораторной работе № 4 «Локализация интерференционных полос в голографической интерферометрии диффузно рассеивающих объектов», которую следует рассматривать в качестве учебно-исследовательской работы для студентов и аспирантов. В этой работе предлагается изучить эффект пространственной локализации полос средней интенсивности, образующихся при интерференции спекл-полей. Теоретическая часть работы требует от студентов и аспирантов знания основных положений статистической оптики и понимания закономерностей проявления корреляционных

свойств световых полей при их интерференции. Экспериментальная часть работы связана с получением двухэкспозиционной голограммы сдвига рассеивающего объекта, с изучением пространственного распределения видности полос средней интенсивности поля в области фурье-образа и изображения объекта, с измерением глубины области локализации полос в зависимости от величины выходной апертуры оптической системы.

Теоретический материал всех работ руководства излагается с использованием математического аппарата дифракционных преобразований оптических полей. Использование скалярной теории дифракции сочетается с использованием основных свойств теории фурье-преобразования пространственных функций. Темы всех четырех лабораторных работ, руководства к которым включены в данное учебное пособие, методически связаны, взаимно дополняют друг друга и в целом дают достаточный уровень представлений о методах голографических интерференционных измерений.

Приведенный в конце руководства список литературы позволит студентам и аспирантам глубже изучить физические основы методов голографических интерференционных измерений, освоить ее математический аппарат, используемый в теоретических основах этих методов. Дополнительный список литературы позволит студентам и аспирантам более внимательно изучить отдельные тематические направления в голографических измерениях в рамках их дальнейшей научной работы.

Профессор, д.ф.-м.н. В.П. Рябухо

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Голографические методы измерений, к которым, в частности, относятся спекл-фотография, голографическая интерферометрия и спекл-интерферометрия, позволили перенести высокочувствительные методы оптической интерферометрии на объекты с рассеивающей, оптически грубой поверхностью. Другое принципиальное отличие этих методов от классической интерферометрии состоит в возможности интерференционного сравнения оптических образов, существовавших в различные моменты времени, путем последовательной записи на голограмму или спеклограмму и последующего восстановления объектных световых полей или их спекл-структур. Эта возможность имеет исключительно важное практическое значение, поскольку позволяет проводить интерференционное сравнение (с точностью до долей длины световой волны, которая используется в качестве меры) различных состояний или положений одного и того же объекта, например, до и после его малой деформации.

С физической точки зрения методы спекл-фотографии и голографической интерферометрии объединяют общие закономерности формирования выходного измерительного сигнала – интерференционной картины. В обоих методах эта картина интерференционных полос образуется в результате суперпозиции когерентных, но претерпевших диффузное рассеяние, световых полей. По отношению к таким оптическим полям в настоящее время используется термин "спекл-поля", а по отношению к пространственному распределению их интенсивности используется термин "спекл-структура" или "спекл-картина". Эти поля несут измерительную информацию о параметрах рассеивающего объекта, о положении и форме его поверхности, о характере его движения, и т.д. Поэтому в качестве основных предметов изучения в рамках нижеследующих лабораторных работ служат спекл-поля и спекл-структуры, физические принципы формирования интерференционных картин при суперпозиции таких световых полей, измерительные возможности методов спекл-фотографии и голографической интерферометрии.

Спеклы в диффузно рассеянном когерентном световом поле

Поверхность рассеивающих объектов, освещаемых лазерным излучением, представляется покрытой мелкими хаотически расположенными светлыми и темными пятнами. Такие же пятна обнаруживаются во всем объеме рассеянного поля. Это так называемая спекл-структура (от английского слова *speckle* – крапинка, пятнышко), возникновение которой обусловлено высокой когерентностью лазерного излучения. В качестве примера на рис. 1 показана фотография спекл-структуры, наблюдаемой в поперечном сечении лазерного излучения, рассеянного шероховатой поверхностью.



Рис. 1. Спекл-картина в рассеянном лазерном излучении

Каждая точка диффузной поверхности объекта S (рис. 2, a) рассеивает в направлении наблюдателя некоторое количество света. Если поверхность освещается излучением с достаточно высокой степенью пространственной и временной когерентности, то в любой точке P плоскости наблюдения G интерферируют световые волны, рассеянные различными точками поверхности объекта S . Поскольку при отражении от неровностей поверхности волны приобретают случайный фазовый сдвиг $\Delta\varphi_i$, величина интенсивности света в точке P носит случайный характер. Перемещая точку наблюдения в пространстве, можно обнаружить хаотическое изменение интенсивности света (см. рис. 1). Спекл-структура, которая формируется в свободном пространстве, называется объективной.

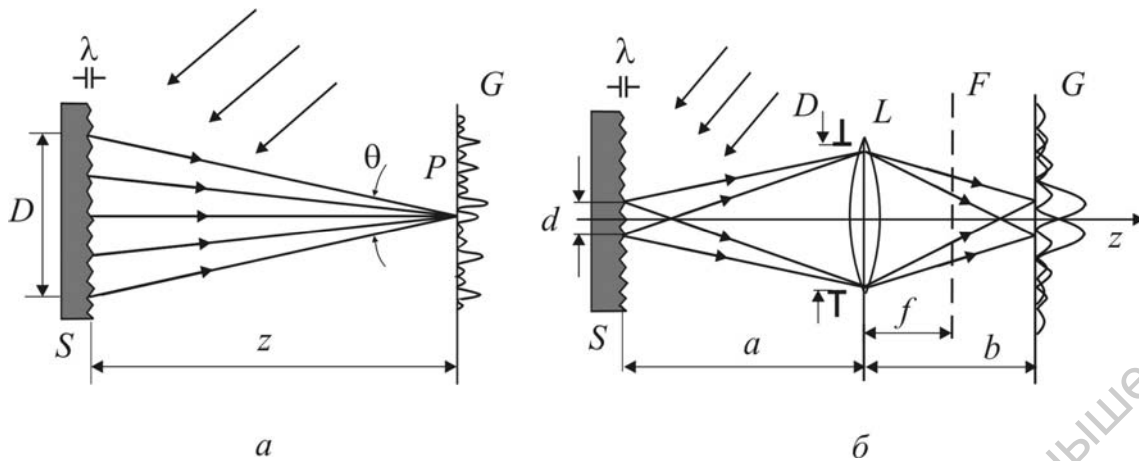


Рис. 2. Формирование спекл-структур в свободном пространстве (а) и в пространстве изображений (б)

Запишем комплексную амплитуду световой волны, рассеянной некоторой точкой объекта, в виде $a_i \exp[i\Delta\varphi_i]$. Тогда амплитуда суммарного светового поля в точке наблюдения P равна

$$u(P) = \sum_{i=1}^N a_i \exp(i\Delta\varphi_i) = A(P) \exp[i\varphi(P)]. \quad (1)$$

На рис. 3 представлено графическое сложение случайных комплексных амплитуд. Такая картина называется случайным блужданием в комплексной плоскости. Результирующая комплексная амплитуда $u(P)$ имеет случайное значение для различных точек P , т.е. амплитуда $A(P)$ и фаза $\varphi(P)$ поля в точке P являются случайными величинами. Следовательно, случайной будет и интенсивность $I(P) = |u(P)|^2$. Для образования так называемой развитой спекл-структуры важно, чтобы число рассеивающих точек N было достаточно большим, а фазовые сдвиги $\Delta\varphi_i$ были равномерно распределены в интервале $[-\pi, \pi]$, т.е. плотность вероятности фазового сдвига $p(\Delta\varphi_i) = \pi/2 = \text{const}$ в интервале $[-\pi, \pi]$, что соответствует высотам неровностей поверхности, сравнимым с длиной волны λ .

В силу центральной предельной теоремы теории вероятности комплексная амплитуда поля $u(P)$ как результат суммирования достаточно большого числа независимых вкладов имеет нормальную (гауссову) плотность распределения вероятности $p(u)$. Поэтому случайную величину u называют круговой комплексной гауссовой переменной. (Круговой – потому, что линии равной плотности вероятности $p(u)$ в комплексной плоскости $\text{Re}(u)$, $\text{Im}(u)$ представляют собой концентрические окружности.)

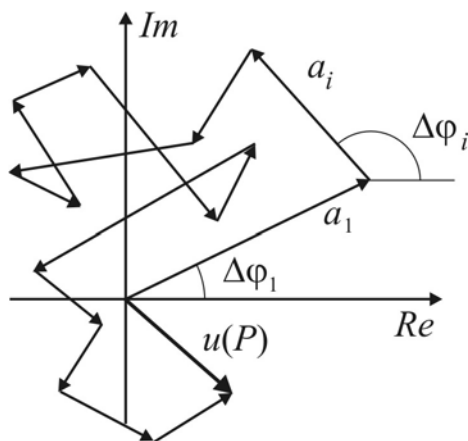


Рис. 3. Графическое сложение случайных комплексных амплитуд

Поскольку амплитуда A , фаза φ и интенсивность I спекл-поля связаны с переменной u соотношениями $u = A \cos \varphi + A \sin \varphi$, $I = |u|^2 = A^2$, то можно показать, что амплитуда A имеет рэлеевскую плотность вероятности $p(A)$, фаза – равномерную в главном интервале 2π , $p(\varphi) = \pi/2$, а интенсивность – экспоненциальную:

$$p(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right), \quad (2)$$

где $\langle I \rangle$ – средняя интенсивность спекл-поля.

Важным параметром спекл-структуры является контраст спеклов β , т.е. степень различия темных и светлых пятен, который определяется отношением среднего квадратичного отклонения интенсивности σ_I к среднему значению интенсивности $\langle I \rangle$:

$$\beta = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle}. \quad (3)$$

Используя (2), легко показать, что для развитой спекл-структуры контраст спеклов единичный, $\beta = 1$.

Действительное изображение поверхности объекта S , формируемое линзой L на экране G (рис. 2,б), также будет иметь спекл-структуру. Это обусловлено конечной разрешающей способностью линзы, которая в пределе ограничивается дифракцией света на ее апертуре. В результате каждая точка объекта переотображается не в точку, а в протяженное дифракционное пятно. Такие пятна от различных точек перекрываются. Поэтому в каждую точку плоскости изображения G попадает свет от некоторой области d поверхности S (см. рис. 2,б). Если на область d приходится достаточно много рассеивающих центров, то в любой точке изображения будут ин-

терферируют световые волны со случайными фазовыми сдвигами $\Delta\varphi_i$, что приведет к образованию случайной интерференционной картины – спекл-структуры, которую называют субъективной, поскольку она определяется параметрами изображающей оптической системы.

Важной статистической характеристикой спекл-картины является размер пятен, которые ассоциируются с областью корреляции рассеянного поля. В голографической интерферометрии пространственные корреляционные свойства спекл-полей проявляются в контрасте интерференционных полос и в протяженности их области локализации. Для определения пространственной корреляционной функции комплексной амплитуды спекл-поля во многих случаях можно использовать теорему Ван-Циттерта-Цернике.

Согласно этой теореме нормированная функция поперечной корреляции (коэффициент корреляции) определяется как фурье-образ распределения средней интенсивности на поверхности рассеивателя – источника спекл-поля:

$$\begin{aligned} \mu_{\perp}(\vec{\zeta}, \Delta\vec{\zeta}, z_0) &= \frac{\langle U(\vec{\zeta} + \Delta\vec{\zeta}/2, z) U^*(\vec{\zeta} - \Delta\vec{\zeta}/2, z) \rangle}{\left[\langle I(\vec{\zeta} + \Delta\vec{\zeta}/2, z) \rangle \langle I(\vec{\zeta} - \Delta\vec{\zeta}/2, z) \rangle \right]^{1/2}} = \\ &= \exp\left(i \frac{k}{z} \Delta\vec{\zeta} \vec{\zeta}\right) \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\vec{\rho}) \rangle \exp\left[i \frac{k}{z} \Delta\vec{\zeta} \vec{\rho}\right] d^2 \vec{\rho}}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\vec{\rho}) \rangle d^2 \vec{\rho}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают статистическое усреднение – усреднение по ансамблю реализаций спекл-полей; $\vec{\rho}(x, y)$ и $\vec{\zeta}(\xi, \eta)$ – координаты источника спекл-поля и плоскости наблюдения, соответственно; $\Delta\vec{\zeta}(\Delta\xi, \Delta\eta)$ – разность координат в плоскости наблюдения; z – расстояние между источником спекл-поля и плоскостью наблюдения; $U(\vec{\zeta}, z)$ – комплексная амплитуда спекл-поля в плоскости наблюдения; $\langle I(\vec{\rho}) \rangle$ – распределение средней интенсивности на поверхности рассеивателя – источника спекл-поля.

Коэффициент продольной (вдоль оси z) корреляции определяется выражением

$$\begin{aligned} \mu_{\parallel}(\Delta z, z) &= \left\langle U(\vec{\zeta} = 0, z) U^*(\vec{\zeta} = 0, z - \Delta z) \right\rangle = \\ &= \exp(ik\Delta z) \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\vec{\rho}) \rangle \exp\left[i \frac{k}{2z^2} \Delta z \vec{\rho}^2\right] d^2 \vec{\rho}}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\vec{\rho}) \rangle d^2 \vec{\rho}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где Δz – расстояние между двумя точками поля на оси z .

Выражения (4) и (5) справедливы и для спекл-поля в пространстве за собирающей линзой, в частности, для плоскости изображения (рис. 2,б). В этом случае в качестве источника спекл-поля следует рассматривать апертуру оптической системы (точнее, ее выходной зрачок), заполненную первичным спекл-полем, образованным рассеянным на объекте светом, а в качестве параметра z – расстояние от апертуры (выходного зрачка) до плоскости наблюдения ($z = b$ на рис. 2,б).

Интегральное выражение в числителе соотношения (4) совпадает по форме математической записи с соотношением для распределения поля в картине дифракции Фраунгофера, хотя имеются ввиду совершенно разные физические величины. В этом сравнении $\langle I(\vec{\rho}) \rangle$ аналогично распределению когерентного поля в пределах отверстия, на котором происходит дифракция света, а $\mu_{\perp}(\Delta \vec{\zeta})$ аналогично комплексной амплитуде поля в плоскости дифракции.

Выражение в числителе формулы (5) аналогично интегральному соотношению для распределения поля в фокусе светового пучка вдоль оптической оси. В этом случае $\langle I(\vec{\rho}) \rangle$ аналогично распределению поля в плоскости апертуры фокусирующей оптической системы.

Вышеприведенные аналогии в определенной мере носят формальный характер, но позволяют воспользоваться известными решениями дифракционных задач. Так, например, для плоского рассеивателя круглой формы с однородной средней интенсивностью $\langle I(\vec{\rho}) \rangle = I_0 = const$, используя решения задач дифракции света на круглом отверстии, для $\mu_{\perp}(\Delta \vec{\zeta})$ и $\mu_{\parallel}(\Delta z)$ получаем выражения

$$\mu_{\perp}(\Delta \vec{\zeta}) = \exp\left(i \frac{k}{z} \Delta \vec{\zeta} \vec{\zeta}\right) \frac{2J_1\left(\frac{\pi}{\lambda z} |\Delta \vec{\zeta}| D\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda z} |\Delta \vec{\zeta}| D\right)}, \quad (6)$$

$$\mu_{\parallel}(\Delta z) = \exp(ik\Delta z) \frac{\sin\left(\frac{\pi D^2}{8\lambda z^2} \Delta z\right)}{\left(\frac{\pi D^2}{8\lambda z^2} \Delta z\right)}, \quad (7)$$

где $J_1(x)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка.

Коэффициент поперечной корреляции $\mu_{\perp}(\Delta \vec{\zeta})$ падает до 0 при

$$|\Delta \vec{\zeta}| = \rho_{\perp} = 1,22 \frac{\lambda z}{D} \quad (8)$$

(первый ноль функции Бесселя $J_1(x)$), а коэффициент продольной корреляции $\mu_{\parallel}(\Delta z)$ – при

$$\Delta z = \rho_{\parallel} = 8 \frac{\lambda z^2}{D^2}. \quad (9)$$

Величины ρ_{\perp} и ρ_{\parallel} называются поперечным и продольным радиусами корреляции спекл-поля. Они определяют, соответственно, поперечный ε_{\perp} и продольный ε_{\parallel} размеры спеклов поля. Для пространства изображений в качестве параметра D следует рассматривать диаметр апертуры оптической системы, а в качестве z – расстояние от апертуры (выходного зрачка) до плоскости наблюдения (в частности, для плоскости изображения, $z = b$ на рис. 2,б).

Размер спеклов можно определить и из более простых соображений. Спекл-структуру часто рассматривают как когерентную суперпозицию интерференционных картин от световых волн, рассеянных парами точек поверхности. Период полос каждой такой картины определяется, как в интерферометре Юнга, углом схождения волн в точке наблюдения. Поэтому наименьший размер спеклов равен $\varepsilon_{\perp} = \lambda/\theta = \lambda z/D$, где D – размер освещенной области поверхности, z – расстояние от поверхности до плоскости наблюдения (см. рис. 2,а). При формировании спеклов в плоскости изображения (субъективных спеклов) апертуру линзы, заполненную рассеянным полем, можно рассматривать как рассеивающую поверхность, образующую спекл-структуру. Тогда размер спеклов определяется той же формулой $\varepsilon_{\perp} = \lambda z/D$, в которой D – диаметр апертуры линзы, а z – расстояние от линзы до изображения (см. рис. 2,б). Например, спеклы, наблюдаемые с помощью объектива фотоаппарата ($D \approx 15$ мм, $z \approx 50$ мм) при использовании излучения He-Ne лазера ($\lambda = 632,8$ нм), имеют размеры $\varepsilon_{\perp} \approx 2$ мкм. Спеклы на сетчатке глаза ($D \approx 4$ мм, $z \approx 24$ мм) имеют размер $\varepsilon_{\perp} \approx 3$ мкм, что сравнимо с разрешающей способностью сетчатки. В отраженном поле

объективные спеклы можно наблюдать невооруженным глазом, если осветить поверхность сфокусированным лазерным пучком.

Спекл-структуры и спекл-поля в измерительных методах

Пространственное положение спекл-картины зависит от положения рассеивающей поверхности и направления освещающего потока. Смещение рассеивающей поверхности как целого вызывает соответствующее смещение спекл-структуры. Например, наклон поверхности приводит к повороту всей спекл-структуры вокруг оси наклона. Если за рассеивающим объектом поставить собирающую линзу, то поворот спекл-структуры на поверхности объекта проявится как поперечное смещение спекл-структуры в задней фокальной плоскости линзы. Поперечное смещение спекл-структуры в предметной плоскости, вызванное сдвигом или деформацией объекта, можно зарегистрировать в виде поперечного же смещения спекл-структуры в плоскости действительного изображения. Измеряя смещение спекл-структуры $\Delta \vec{l}$ в плоскости наблюдения, можно определить величину смещения $\Delta \vec{r}$ точек самой поверхности.

Большой практический интерес представляет измерение малых смещений, сравнимых с длиной волны света λ . В этом случае контроль за сдвигом спекл-структур осуществляется интерференционными методами. Например так: на фотопластинку последовательно записывают спекл-структуры, соответствующие исходному и смещенному состояниям поверхности. При использовании негативной фотоэмульсии светлым участкам спекл-картины на проявленной фотопластинке соответствуют темные места, темным – прозрачные области. На двухэкспозиционной спеклограмме оказываются зарегистрированными две смещенные друг относительно друга идентичные спекл-структуры. Такая спеклограмма подобна экрану с хаотически расположенными парами отверстий, смещенных на величину Δl (рис. 4,а). При освещении спеклограммы когерентным излучением дифракция света на каждой паре отверстий приводит к образованию в дальнем поле интерференционных полос Юнга. Если в пределах освещенной области $\Delta \vec{l} = const$ для всех пар отверстий, то период полос Юнга будет одинаков и они наложатся друг на друга, образуя единую систему полос (рис. 4,б). На экране G , установленном на фокусном расстоянии f_2 от собирающей линзы L_2 , интервал между интерференционными полосами равен

$$\Lambda = \lambda f_2 / \Delta l. \quad (10)$$

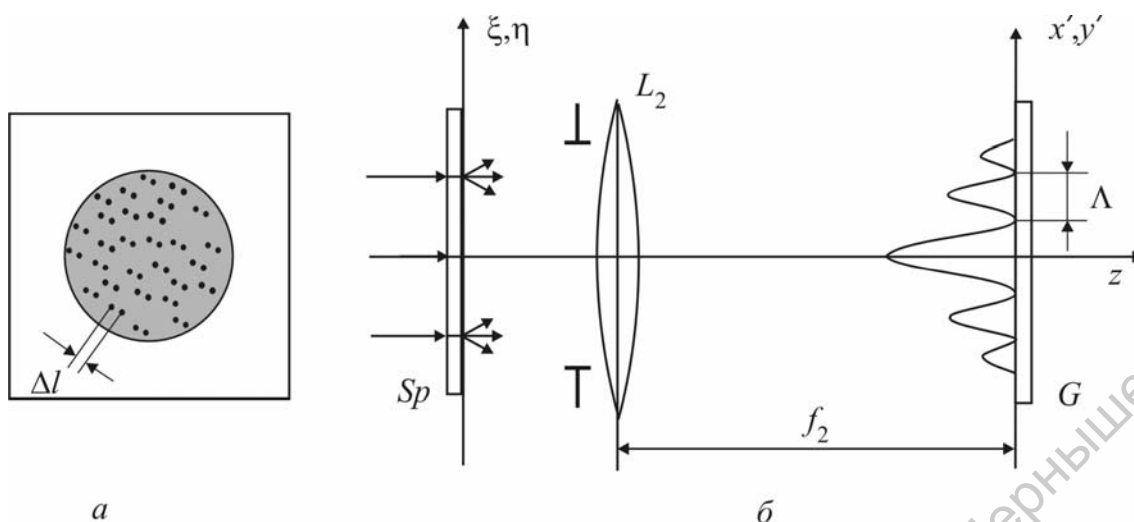


Рис. 4. Схематичный увеличенный вид двухэкспозиционной спеклограммы (а) и оптическая схема наблюдения полос Юнга при освещении спеклограммы лазерным пучком света (б)

По периоду Λ и ориентации интерференционных полос можно определить смещение спекл-структуры, а следовательно, и смещение исследуемой поверхности.

На рис. 5 приведены фотографии интерференционных полос Юнга, наблюдаемых в дальнем поле дифракции лазерного пучка на двухэкспозиционных спеклограммах поперечного сдвига.

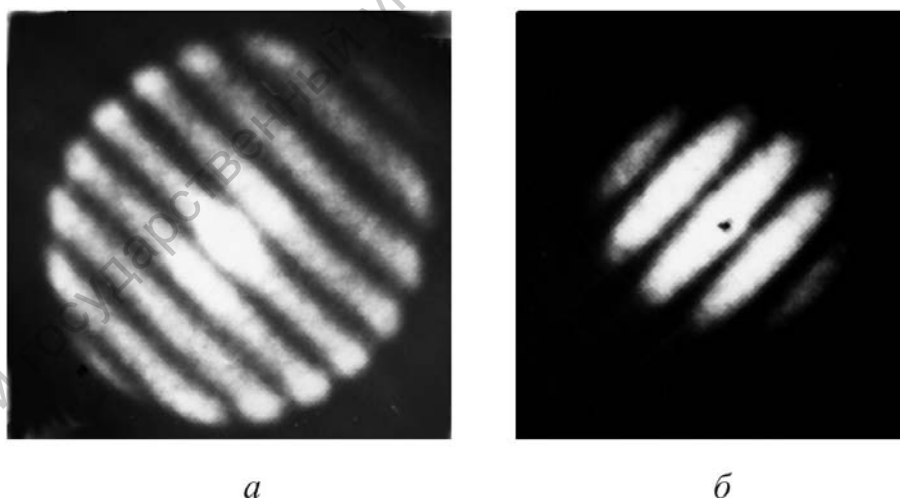


Рис. 5. Интерференционные полосы Юнга, наблюдаемые в дальнем поле дифракции лазерного пучка на двухэкспозиционных спеклограммах поперечного сдвига

На photographиях (см. рис. 5, а и б) полосы имеют различный период и различную ориентацию. Это свидетельствует о различии величин и направлений смещений спекл-структур, зарегистрированных на спеклограммах. Различие в размерах дифракционного гало, в пределах которых на-

блюдаются полосы Юнга, обусловлено отличием апертурных диафрагм собирающих линз, с помощью которых зарегистрирована каждая из спеклограмм.

Метод двухэкспозиционной спекл-фотографии используется для анализа деформаций и параметров вибраций, определения малых смещений (поворотов, сдвигов и т.п.) объектов с оптически грубыми, рассеивающими поверхностями (см. лабораторные работы № 1 и 2). В ряде практических случаев метод спекл-фотографии оказываются удобнее и проще метода голографической интерферометрии (лабораторная работа № 3).

В методе голографической интерферометрии диффузно рассеивающих объектов интерференционные картины, несущие информацию о смещениях объекта или каких-либо его возмущениях, формируются в результате суперпозиции спекл-полей. В этом методе спекл-поля, также как и в методе двухэкспозиционной спекл-фотографии, выступают в качестве носителя измерительной информации. Однако в этом случае основную роль играет фазовая модуляция поля, проявляющаяся в параметрах наблюдаемых интерференционных картин и позволяющая судить о количественных характеристиках возмущения объекта (лабораторная работа № 3). Вместе с этим пространственное смещение спекл-поля, вызванное смещением объекта, также несет измерительную информацию, но в голографической интерферометрии это смещение влияет на контраст интерференционных полос (см. лабораторную работу № 4).

Лабораторная работа № 1

МЕТОД СПЕКЛ-ФОТОГРАФИИ В ФУРЬЕ-ПЛОСКОСТИ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Измерение угла наклона диффузно рассеивающей поверхности можно провести по следующей методике. Объект S , освещаемый плоской волной, падающей под углом γ , устанавливается на фокусном расстоянии f перед собирающей линзой L (рис. 1). Двухэкспозиционная спеклограмма записывается в задней фокальной плоскости линзы. Первая экспозиция соответствует исходному состоянию объекта, вторая производится после наклона поверхности на малый угол α .

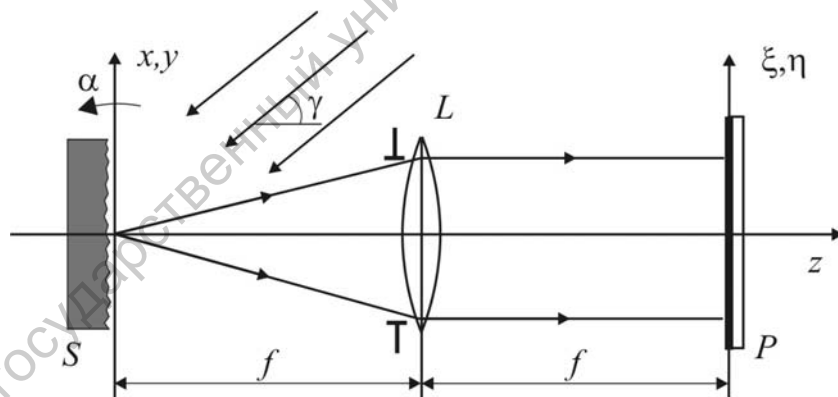


Рис. 1. Оптическая схема регистрации смещения спекл-структуры в плоскости фурье-образа объекта при его наклоне на малый угол α

Для анализа смещения спекл-структуры и описания наблюдаемых полос Юнга воспользуемся интегральными преобразованиями фурье-оптики. Обозначим через $\tau(x, y) = \tau_0(x, y) \exp[i\Delta\varphi(x, y)]$ комплексный коэффициент отражения поверхности. Здесь $0 \leq \tau_0 \leq 1$ характеризует изменение амплитуды света при отражении, а $\Delta\varphi(x, y)$ – случайный фазовый сдвиг волны, обусловленный неровностями поверхности. Комплексную

амплитуду наклонной освещающей волны запишем в виде $a_0 \exp[-iky \sin \gamma]$. Тогда распределение комплексных амплитуд в отраженной волне описывается выражением

$$u_1(x, y) = \tau(x, y) \exp[-iky \sin \gamma]. \quad (1)$$

Поле $U_1(\xi, \eta)$ в задней фокальной плоскости ξ, η линзы L найдем, осуществляя преобразование Фурье функции $u_1(x, y)$ по пространственным частотам $u = k\xi/f$, $v = k\eta/f$:

$$U_1(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{u_1(x, y)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_1(x, y) \exp\left[-i\frac{k}{f}(x\xi + y\eta)\right] dx dy. \quad (2)$$

Соответствующая интенсивность равна

$$I_1(\xi, \eta) = |U_1(\xi, \eta)|^2. \quad (3)$$

Выражение (3) описывает спекл-структуру в плоскости фотопластинки при исходном состоянии объекта.

Повернем объект S на малый угол α вокруг оси x . Это приведет к изменению ориентации его поверхности по отношению к освещающей волне и направлению регистрации, а следовательно, вызовет изменение фазового распределения в плоскости x, y . Действительно, при повороте поверхности вокруг оси x произвольная точка P_1 с координатой y окажется в положении P_2 , испытав перемещение $\Delta r \approx y\alpha$ (рис. 2).

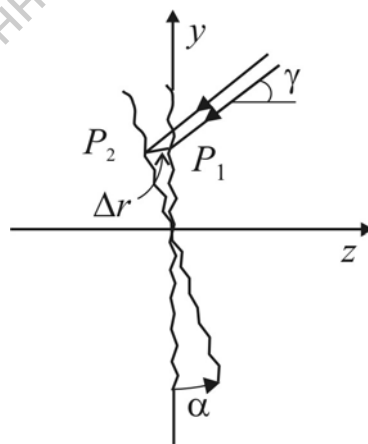


Рис. 2. К расчету изменения фазы поля на поверхности объекта при его малом наклоне

При этом точка P_1 удалится от освещающего источника на расстояние $\Delta r \cos \gamma$, а от предметной плоскости x, y на Δr . В результате фаза предметного поля в точке P_1 увеличится на $ky(1 + \cos \gamma)\alpha$. Поэтому в выражении

для светового поля в плоскости x, y появится дополнительный фазовый множитель, равный $\exp[iky(1 + \cos \gamma)\alpha]$, и оно примет вид

$$u_2(x, y) = u_1(x, y) \exp[iky(1 + \cos \gamma)\alpha]. \quad (4)$$

Подвергая $u_2(x, y)$ преобразованию Фурье, найдем распределение комплексных амплитуд $U_2(\xi, \eta)$ в задней фокальной плоскости линзы L :

$$\begin{aligned} U_2(\xi, \eta) &= \mathcal{F}\{u_2(x, y)\} = \mathcal{F}\{u_1(x, y) \exp[iky(1 + \cos \gamma)\alpha]\} = \\ &= U_1(\xi, \eta - f[1 + \cos \gamma]\alpha). \end{aligned} \quad (5)$$

Интенсивность света в плоскости фотопластинки при второй экспозиции будет равна

$$I_2(\xi, \eta) = |U_2(\xi, \eta)|^2 = I_1(\xi, \eta - f[1 + \cos \gamma]\alpha). \quad (6)$$

Как видно из (6), наклон объекта B на угол α относительно оси x приводит к смещению спекл-структуры в плоскости фотопластинки P вдоль оси η на величину

$$\Delta l = f(1 + \cos \gamma)\alpha. \quad (7)$$

После двух экспозиций на фотопластинке будут записаны две идентичные спекл-структуры с взаимным сдвигом Δl в направлении, перпендикулярном оси наклона поверхности. Амплитудное пропускание двухэкспозиционной спеклограммы $t(\xi, \eta)$, полученное в условиях линейной регистрации, пропорционально сумме интенсивностей (3) и (4)

$$t(\xi, \eta) = t_0 - \beta [I_1(\xi, \eta) + I_1(\xi, \eta - \Delta l)], \quad (8)$$

где t_0 и β – постоянные.

Для определения величины смещения Δl , которая необходима для расчета угла наклона α по формуле (7), осветим полученную спеклограмму параллельным лазерным пучком и исследуем интерференционную картину в задней фокальной плоскости линзы L_2 , установленной за спеклограммой (см. рис. 4 из раздела «Теоретическое введение»).

Поле комплексных амплитуд непосредственно за спеклограммой имеет вид

$$u_{sp}(\xi, \eta) = a_0 t(\xi, \eta) = a_0 \{t_0 - \beta [I_1(\xi, \eta) + I_1(\xi, \eta - \Delta l)]\}, \quad (9)$$

где a_0 – амплитуда освещающей плоской волны.

Распределение комплексных амплитуд $U'(x', y')$ в задней фокальной плоскости линзы L_2 будет определяться фурье-образом функции $u_{sp}(\xi, \eta)$:

$$U'(x', y') = \mathcal{F}\{u_{sp}(\xi, \eta)\} = \mathcal{F}\{a_0 t_0\} - \mathcal{F}\{a_0 \beta [I_1(\xi, \eta) + I_1(\xi, \eta - \Delta l)]\}. \quad (10)$$

На основании теоремы смещения теории фурье-преобразования

$$\mathcal{F}\{I_1(\xi, \eta - \Delta l)\} = \mathcal{F}\{I_1(\xi, \eta)\} \exp\left(i \frac{k \Delta l}{f_2} y'\right). \quad (11)$$

Обозначая $\mathcal{F}\{I_1(\xi, \eta)\} = R(x', y')$ и учитывая, что $\mathcal{F}\{1\} = \delta(x', y')$, можем записать:

$$U'(x', y') = a_0 t_0 \delta(x', y') - a_0 \beta R(x', y') \left[1 + \exp\left(i \frac{k \Delta l}{f_2} y'\right)\right]. \quad (12)$$

В (12) первое слагаемое, включающее дельта-функцию $\delta(x', y')$, описывает сфокусированное яркое пятно света, прошедшего через спеклограмму без дифракции (это изображение освещающего источника). Функция $R(x', y') = \mathcal{F}\{I_1(\xi, \eta)\}$ описывает распределение амплитуды света, дифрагированного на одной из зарегистрированных на фотопластинке спекл-структур (дифракционное гало).

Принимая во внимание, что сфокусированное пятно занимает весьма малую область, распределение интенсивности света в фурье-плоскости можно представить в виде:

$$I_1(x', y') = |U'(x', y')|^2 = a_0^2 t_0^2 \delta(x', y') - a_0^2 \beta^2 |R(x', y')|^2 \left|1 + \exp\left(i \frac{k \Delta l}{f_2} y'\right)\right|^2 \quad (13)$$

или

$$I(x', y') = a_0^2 t_0^2 \delta(x', y') - 2a_0^2 \beta^2 |R(x', y')|^2 \left(1 + \cos\left(\frac{k \Delta l}{f_2} y'\right)\right). \quad (14)$$

Из (14) следует, что в дифракционном гало будет наблюдаться система эквидистантных интерференционных полос, промодулированных функцией $|R(x', y')|^2$. Положение темных полос определяются условием $k \Delta l y' / f_2 = (2n + 1)\pi$. Отсюда период полос равен $\Lambda = \lambda f_2 / \Delta l$. Используя формулу (7), получим:

$$\Lambda = \frac{\lambda f_2}{f(1 + \cos \gamma)\alpha}. \quad (15)$$

Отсюда угол поворота поверхности равен

$$\alpha = \frac{\lambda f_2}{f(1 + \cos \gamma)\Lambda}. \quad (16)$$

Заметим, что интерференционные полосы в дифракционном гало можно наблюдать и без линзы L_2 . Для этого спеклограмму необходимо осветить узким (нерасширенным) лазерным пучком, а экран G для наблюдения полос установить на достаточно большом расстоянии z_0 – в дальней зоне дифракции (рис. 3).

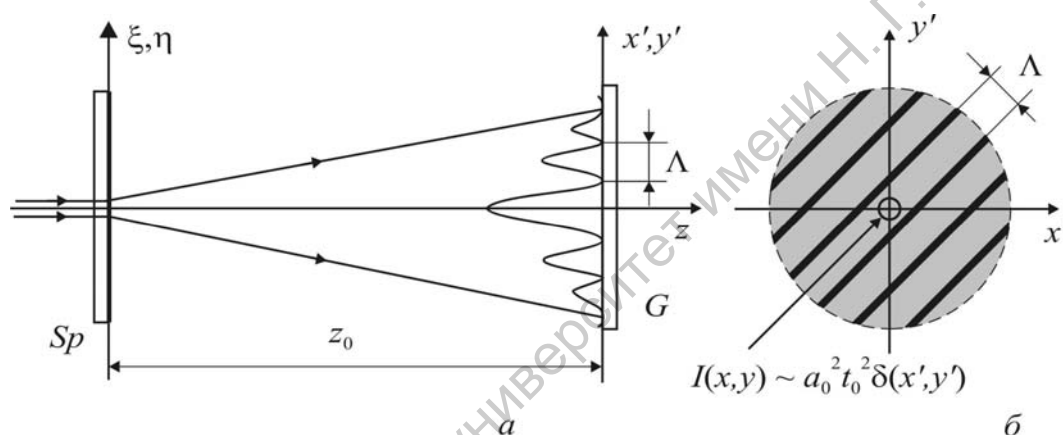


Рис. 3. Схема наблюдения интерференционных полос Юнга при освещении двухэкспозиционной спеклограммы сдвига узким лазерным пучком (а) и схематичный вид полос (б)

Если z_0 значительно превосходит диаметр освещенной области спеклограммы, то распределение комплексных амплитуд на экране G связано с полем в плоскости спеклограммы преобразованием, описывающим дифракцию Фраунгофера:

$$U'(x', y') = \frac{1}{i\lambda z_0} \exp(ikz_0) \exp\left(i \frac{k}{2z_0} [x'^2 + y'^2]\right) \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_{sp}(\xi, \eta) \exp\left(i \frac{k}{z_0} (\xi x' + \eta y')\right) d\xi d\eta. \quad (17)$$

Это преобразование отличается от преобразования Фурье (10) только фазовыми множителями, которые выпадают при рассмотрении интенсивности, и масштабным коэффициентом преобразования ($1/z_0$ вместо $1/f_2$). Поэтому в случае наблюдения интерференционных полос с использовани-

ем нерасширенного освещающего лазерного пучка в формулах (25) и (26) необходимо f_2 заменить на z_0 .

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Задание. Методом двухэкспозиционной спекл-фотографии определить малый угол наклона диффузно рассеивающей пластины.

Приборы и принадлежности: виброзащитный стенд для выполнения голографических и интерференционных исследований; He-Ne лазер ($\lambda=632,8$ нм); зеркало, микрообъектив, 2 собирающие линзы, закрепленные в держателях и юстировочных головках; исследуемый объект в держателе, позволяющем осуществлять его контролируемый наклон; держатель фотопластинки; матовый экран с перекрестием, закрепленный в устройстве контролируемого поперечного сдвига; транспортер; измерительная линейка; фотопластинки типа ПФГ-01.

Порядок выполнения задания:

1. Включить блок питания (БП) He-Ne лазера. Через 20-30 мин после включения мощность излучения достигнет максимального значения.

2. Собрать схему записи двухэкспозиционной спеклограммы по рис. 4. Поставить на пути лазерного пучка, отраженного зеркалом M_1 , диффузно отражающую пластинку S в держателе: угол падения γ взять равным $30 - 45^\circ$.

Между зеркалом M_1 и пластинкой разместить микрообъектив L_1 и собирающую линзу L_2 так, чтобы за ними распространялся расширенный коллимированный пучок света. Линзу L с измеренным фокусным расстоянием расположить на фокусном расстоянии f от поверхности пластины S ; в задней фокальной плоскости линзы L поставить фотопластинку P эмульсионным слоем к линзе (см. рис. 4).

2. Получить двухэкспозиционную спеклограмму сдвига. Для этого сфотографировать спекл-структуру для пластины в исходном состоянии, а затем – после небольшого наклона пластины, который обеспечивается поворотом микрометрического винта держателя. Фотопластинку проявить, закрепить, (отбелить), высушить.

3. Просветить спеклограмму расширенным лазерным пучком. За спеклограммой поместить линзу (см. рис. 4 из раздела «Теоретическое вве-

дение»), в плоскости фокусировки нерассеянного лазерного пучка поставить матовый экран G с перекрестием, закрепленный в устройстве контролируемого поперечного сдвига. На экране должны наблюдаться интерференционные полосы Юнга, период и ориентация которых связаны с величиной и направлением наклона пластины.

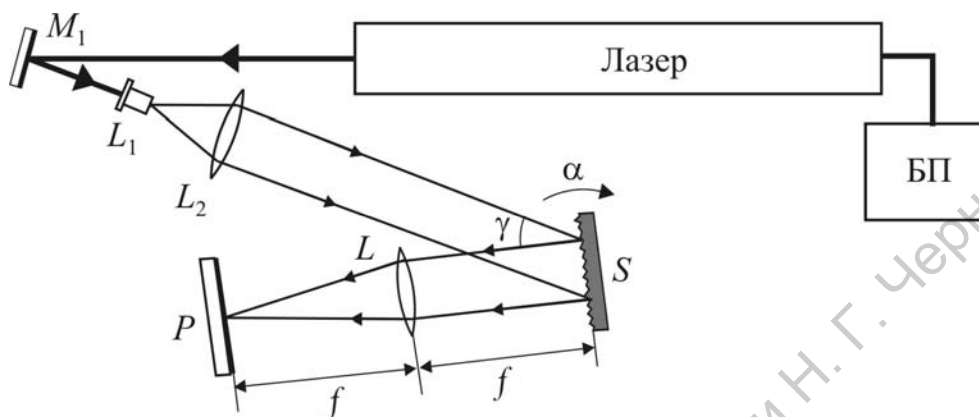


Рис. 4. Экспериментальная схема записи двухэкспозиционной спеклограммы сдвига для измерения малого угла наклона диффузно отражающей пластины

В качестве примера на рис. 5 приведены фотографии наблюдаемых в этом случае интерференционных полос Юнга. Полосы наблюдались в задней фокальной плоскости собирающей линзы при освещении двухэкспозиционных спеклограмм коллимированным лазерным пучком. Двухэкспозиционные спеклограммы зарегистрированы методом спекл-фотографии в фурье-плоскости по схеме на рис. 1. Форма дифракционного гало на фотографиях обусловлена прямоугольной формой поверхности объекта, размеры которого меньше апертуры собирающей линзы, использованной при регистрации спеклограммы.

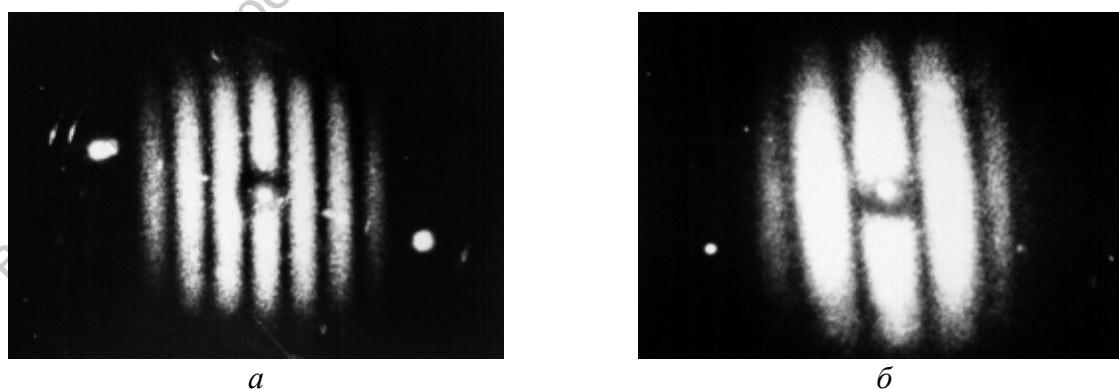


Рис. 5. Интерференционные полосы Юнга, отражающие наклон рассеивающей поверхности объекта на различный угол вокруг вертикальной оси

Спеклограмму можно восстанавливать и нерасширенным лазерным пучком (см. рис. 3). Тогда интерференционные полосы наблюдаются без

линзы L на матовом экране G , установленном на значительном (35 – 50 см) расстоянии z_0 от спеклограммы.

4. С помощью миллиметровой шкалы устройства поперечного сдвига измерить расстояние Λ между интерференционными полосами. Значения Λ , f и f_2 (или z_0) занести в таблицу.

5. По формуле (26) вычислить угол наклона α исследуемой пластины. Значение α занести в таблицу.

Таблица

Номер опыта	f , мм	f_2 , мм	z_0 , мм	Λ , мм	α , рад	Ошибка опыта, $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \cdot 100\%$

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое спекл-структура светового поля? Назовите необходимые условия ее возникновения.

2. Какими параметрами определяются размеры спеклов в свободном пространстве (объективные спеклы) и в пространстве изображения (субъективные спеклы)?

3. Какое смещение спекл-поля происходит в задней фокальной плоскости линзы, если объект, расположенный в передней фокальной плоскости, испытывает: а) малый наклон, б) малый поперечный сдвиг?

4. Как выглядит интерференционная картина, наблюдаемая в дальней области дифракции лазерного пучка на двухэкспозиционной спеклограмме?

5. Как связан период и ориентация наблюдаемых интерференционных полос с величиной и направлением смещения спеклов на спеклограмме?

6. Чем определяются размеры дифракционного гало, в пределах которого наблюдаются полосы Юнга? Рассчитайте угловой диаметр дифракционного гало при условии, что при записи амплитудной (неотбеленной) спеклограммы в фурье-плоскости использовалась линза с фокусным расстоянием f и диаметром апертурной диафрагмы D .

Лабораторная работа №2

МЕТОД СПЕКЛ-ФОТОГРАФИИ С ФОКУСИРОВАННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Для исследования поперечных смещений точек поверхности диффузно отражающего объекта спекл-картину регистрируют в плоскости действительного изображения (рис. 1). При такой схеме записи поперечное смещение точек поверхности на $\Delta\vec{r}$ вызывает увеличенное в M раз ($M = b/a$ – поперечное увеличение) смещение пятнистой структуры в плоскости изображения $\Delta\vec{l} = M\Delta\vec{r}$. Две последовательные регистрации спекл-структуры на фотопластинке P до и после смещения объекта дают спеклограмму с попарно расположенными прозрачными пятнами, на которых дифракция вспомогательной световой волны приводит к образованию полос Юнга. Рассмотрим этот процесс более подробно.

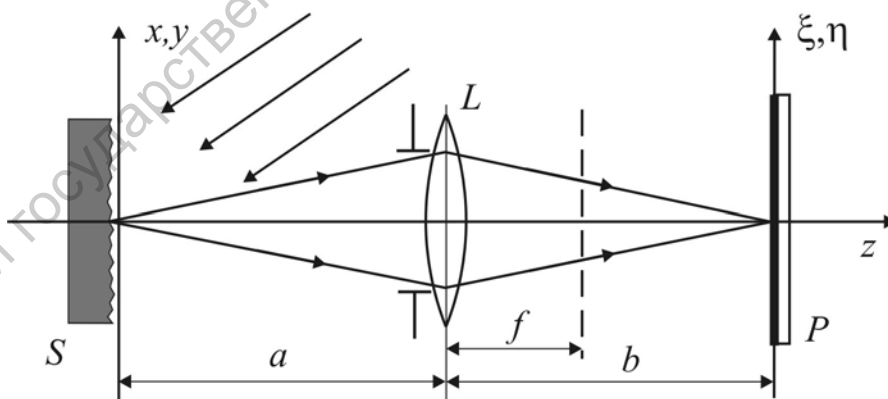


Рис. 1. Схема записи двухэкспозиционной спеклограммы сдвига в плоскости изображения объекта

Пусть $I_1(\xi, \eta)$ – интенсивность света в плоскости фотопластинки при исходном положении объекта S . Функция $I_1(\xi, \eta)$ имеет случайный пространственный характер, то есть описывает спекл-структуру. При попе-

речном смещении точек поверхности объекта B на $\Delta\vec{r}$ спеклы изображения также сместятся, но на величину $\Delta\vec{l} = M\Delta\vec{r}$. Поэтому интенсивность света в изображении для смещенного объекта описывается функцией $I_1(\xi, \eta) = I_1(\xi - \Delta l_x, \eta - \Delta l_y)$, где Δl_x и Δl_y – составляющие вектора $\Delta\vec{l}$.

Амплитудное пропускание спеклограммы, записанной методом двух экспозиций, пропорционально сумме интенсивностей спекл-структур:

$$t(\xi, \eta) = t_0 - \beta \left[I_1(\xi, \eta) + I_1(\xi - \Delta l_x, \eta - \Delta l_y) \right]. \quad (1)$$

В случае неоднородных смещений (вращательный сдвиг, деформация) смещение $\Delta\vec{r}$, а значит и $\Delta\vec{l}$, являются функцией координат. Поэтому спеклограмму следует восстанавливать лазерным пучком малого диаметра (нерасширенным) таким, чтобы вектор смещения $\Delta\vec{l}$ в пределах освещаемой области можно было считать постоянным. Интерференционные полосы наблюдают в плоскости G , удаленной от спеклограммы на достаточно большое расстояние z_0 (см. рис. 3 из описания к лабораторной работе № 1 «Метод спекл-фотографии в фурье-плоскости»). В этом случае для описания поля в плоскости $z = z_0$ можно воспользоваться формулой дифракции Фраунгофера

$$U'(x', y', z_0) = \frac{1}{i\lambda z_0} \exp(ikz_0) \exp\left(i\frac{k}{2z_0}[x'^2 + y'^2]\right) \mathcal{F}\{u_{sp}(\xi, \eta)\}, \quad (2)$$

где $u_{sp}(\xi, \eta)$ – распределение комплексных амплитуд поля непосредственно за спеклограммой. Очевидно, что $u_{sp}(\xi, \eta) = a_0 t(\xi, \eta)$, где a_0 – амплитуда освещающей волны, а $t(\xi, \eta)$ – амплитудное пропускание спеклограммы (1).

Соответственно, выражение для интенсивности света примет вид:

$$\begin{aligned} I(x', y') &= |U'(x', y', z_0)|^2 \sim |\mathcal{F}\{a_0 t(\xi, \eta)\}|^2 = \\ &= a_0^2 t_0^2 \delta(x', y') - a_0^2 \beta^2 \left| \mathcal{F}\{I_1(\xi, \eta)\} + \mathcal{F}\{I_1(\xi - \Delta l_x, \eta - \Delta l_y)\} \right|^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Обозначая

$$R(x', y') = \mathcal{F}\{I_1(\xi, \eta)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I_1(\xi, \eta) \exp\left(i\frac{k}{z_0}[\xi x' + \eta y']\right) d\xi d\eta \quad (4)$$

и используя теорему смещения теории фурье-преобразования, можно записать:

$$I(x', y') = a_0^2 t_0^2 \delta(x', y') - a_0^2 \beta^2 |R(x', y')|^2 \cdot \left| 1 + \exp\left(i \frac{k}{z_0} (x' \Delta l_x + y' \Delta l_y)\right) \right|^2, \quad (5)$$

или

$$I(x', y') = a_0^2 t_0^2 \delta(x', y') - 2a_0^2 \beta^2 |R(x', y')|^2 \left[1 + \cos\left(\frac{k}{z_0} (x' \Delta l_x + y' \Delta l_y)\right) \right]. \quad (6)$$

Первое слагаемое в (6) характеризует яркое пятно света, прошедшего через спеклограмму без дифракции, второе – дифракционное гало $|R(x', y')|^2$, промодулированное косинусоидальными полосами (см. рис. 3,б из описания к лабораторной работе № 1 «Метод спекл-фотографии в фурье-плоскости»). Направление этих полос перпендикулярно вектору смещения $\vec{\Delta l}$, а период Λ равен

$$\Lambda = \frac{\lambda z_0}{\sqrt{\Delta l_x^2 + \Delta l_y^2}} = \frac{\lambda z_0}{\Delta l}. \quad (7)$$

Если $\vec{\Delta l}$ изменяется в плоскости спеклограммы, как, например, при вращательном сдвиге объекта, то формируются полосы различного периода и ориентации в зависимости от положения освещаемой области на спеклограмме. Рабочая формула для вычисления величины смещения Δr данной области поверхности объекта имеет вид

$$\Delta r = \frac{\lambda z_0}{M \Lambda} = \frac{a \lambda z_0}{b \Lambda}, \quad (8)$$

где a и b – соответственно расстояния от объекта S до собирающей линзы L и от линзы до фотопластинки P (см. рис. 1).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Задание. Методом двухэкспозиционной спекл-фотографии определить малые поперечные смещения диффузно рассеивающей пластинки.

Приборы и принадлежности: виброзащитный стенд для голографических и интерференционных исследований; He-Ne лазер ($\lambda = 632,8$ нм); зеркало, микрообъектив, собирающие линзы, закрепленные в держателях и юстировочных головках; исследуемый объект в держателе, позволяющем осуществлять малые поперечные смещения исследуемого образца

– поступательный или вращательный сдвиги; держатель фотопластинки; матовый экран с перекрестием, закрепленный в устройстве контролируемого поперечного сдвига; транспортер; измерительная линейка; фотопластинки типа ПФГ-01.

Порядок выполнения задания:

1. Включить блок питания (БП) He-Ne лазера. Через 20-30 мин после включения мощность излучения достигнет максимального значения.

2. Собрать схему записи двухэкспозиционной спеклограммы по рис. 2. Диффузную пластинку B в держателе поместить в коллимированный лазерный пучок, сформированный микрообъективом L_1 и линзой L_2 , и развернуть ее так, чтобы угол падения γ составлял $30-45^\circ$.

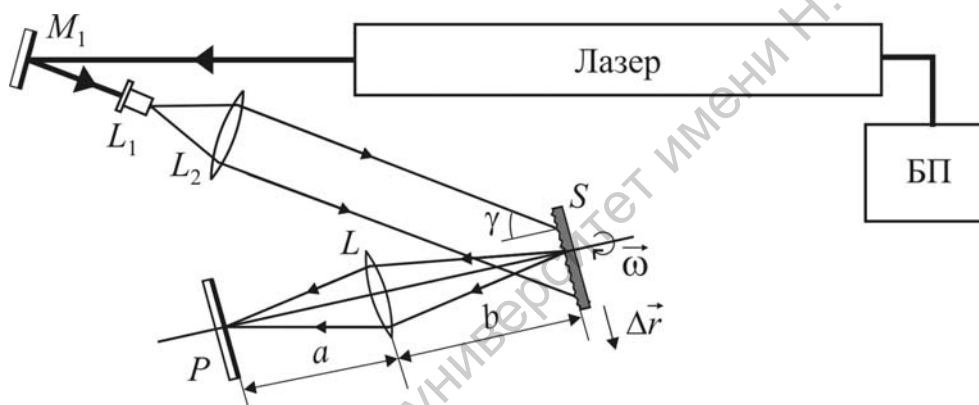


Рис. 2. Экспериментальная схема записи двухэкспозиционной спеклограммы сдвига для измерения малых поперечных смещений диффузно отражающей пластины

3. Смещая матовый экран G относительно собирающей линзы L , добиться четкости изображения поверхности пластины B на матовом экране G . Измерить и занести в таблицу 2 значения расстояний a от объекта B до линзы L и b от L до экрана G .

4. Заменить экран фотопластинкой P и сфотографировать спекл-структуру в плоскости изображения.

5. Поворотом микрометрического винта держателя сместить объект B на $\Delta \vec{r}$ или повернуть его на малый угол ω в собственной плоскости. Вновь сфотографировать спекл-структуру.

6. Фотопластинку проявить, закрепить, (отбелить), высушить.

7. Просветить спеклограмму нерасширенным лазерным пучком (см. рис. 3 из описания к лабораторной работе № 1 «Метод спекл-фотографии в фурье-плоскости»). Экран G установить на расстоянии $\sim 30-50$ см. Измерить это расстояние z_0 и период интерференционных полос Λ . Значения

z_0 и Λ занести в таблицу. Если смещения пластины B носят неоднородный характер (например, вращательный сдвиг), то ориентация и период интерференционных полос будут изменяться при сканировании пучка лазера по поверхности спеклограммы.

Таблица

Номер опыта	a , мм	b , мм	z_0 , мм	Λ , мм	$\Delta r \cdot 10^{-3}$, мм	r , мм	Ошибка опыта

8. Вычислить поперечное смещение Δr выбранной области пластины B по формуле (8). Полученное значение Δr записать в таблицу. Для вращательного сдвига пластины построить зависимость $\Delta r = f(r)$, где r – радиус с началом в центре вращения пластины, и определить угол поворота пластины $\omega = \Delta r/r$. Оценить погрешности измерений.

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое спекл-структура светового поля? Назовите необходимые условия ее возникновения.

2. Какими параметрами определяются размеры спеклов в свободном пространстве (объективные спеклы) и в пространстве изображения (субъективные спеклы)? Запишите выражения для поперечных и продольных размеров спеклов в свободном пространстве и в пространстве изображений.

3. Какие смещения спекл-поля в плоскости изображения вызывают:
а) малый наклон, б) малый поперечный сдвиг предмета, в) вращательный сдвиг, г) сочетание малого наклона с поперечным сдвигом?

4. Как выглядит интерференционная картина, наблюдаемая в дальнем поле дифракции лазерного пучка на двухэкспозиционной спеклограмме?

5. Как связан период интерференционных полос и их ориентация с величиной и направлением поперечного сдвига объекта?

6. Чем определяются размеры дифракционного гало, в пределах которого наблюдаются полосы Юнга? Рассчитайте угловой диаметр дифрак-

ционного гало при условии, что при записи амплитудной (неотбеленной) спеклограммы с увеличением M использовалась собирающая линза с фокусным расстоянием f и диаметром апертурной диафрагмы D .

Лабораторная работа №3

МЕТОД ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Голографическая интерферометрия – метод измерения, контроля и обработки информации, основанный на явлении интерференции световых волн, по крайней мере одна из которых восстановлена с голограммы. Голография позволяет проводить интерференционное сравнение волн, существовавших в различные моменты времени, путем записи на одну и ту же голограмму нескольких объектных волн, которые затем восстанавливаются одновременно. В этом заключается одно из главных достоинств и практических возможностей голографической интерферометрии.

Основные представления о голографических процессах записи и восстановления световых волн и об оптических схемах регистрации голограмм отражены в первом разделе настоящего руководства.

Предположим, что голограмма установлена в том же самом месте, где во время регистрации располагалась фотопластинка. Если, не убирая объекта, осветить голограмму опорной волной, а объект так же, как он освещался при записи голограммы, то за голограммой будут распространяться две объектные волны: одна, рассеянная или отраженная объектом, и вторая, восстановленная голограммой. Эти волны когерентны и могут интерферировать. Если теперь подвергнуть объект деформации или смещению, то на его поверхности появятся интерференционные полосы. Форма и период полос определяются изменениями, которые происходят с объектом. Поскольку интерференционная картина наблюдается одновременно с изменениями, происходящими с объектом, этот способ голографической интерферометрии называется методом реального времени.

В другом способе голографической интерферометрии – методе двух экспозиций – на одну и ту же голограмму последовательно записывают две предметные волны, соответствующие двум различным состояниям одного и того же объекта. При освещении такой двухэкспозиционной голограммы опорной волной одновременно восстанавливаются обе предметные волны,

соответствующие исходному и измененному (например, в результате деформации) состояниям объекта. Эти волны взаимодействуют, формируя картину интерференционных полос, которые отражают изменения объекта, произошедшие с ним за время между экспозициями. В качестве примера на рис. 1 приведены двухэкспозиционные голографические интерферограммы поворота кубика вокруг вертикальной (*а*) и горизонтальной (*б*) осей. На рис. 2,*а* представлена двухэкспозиционная голографическая интерферограмма температурного расширения образца с пирамидальным торцом, на рис. 2,*б* – голографическая интерферограмма резонансных колебаний пластины, полученная с усреднением во времени.

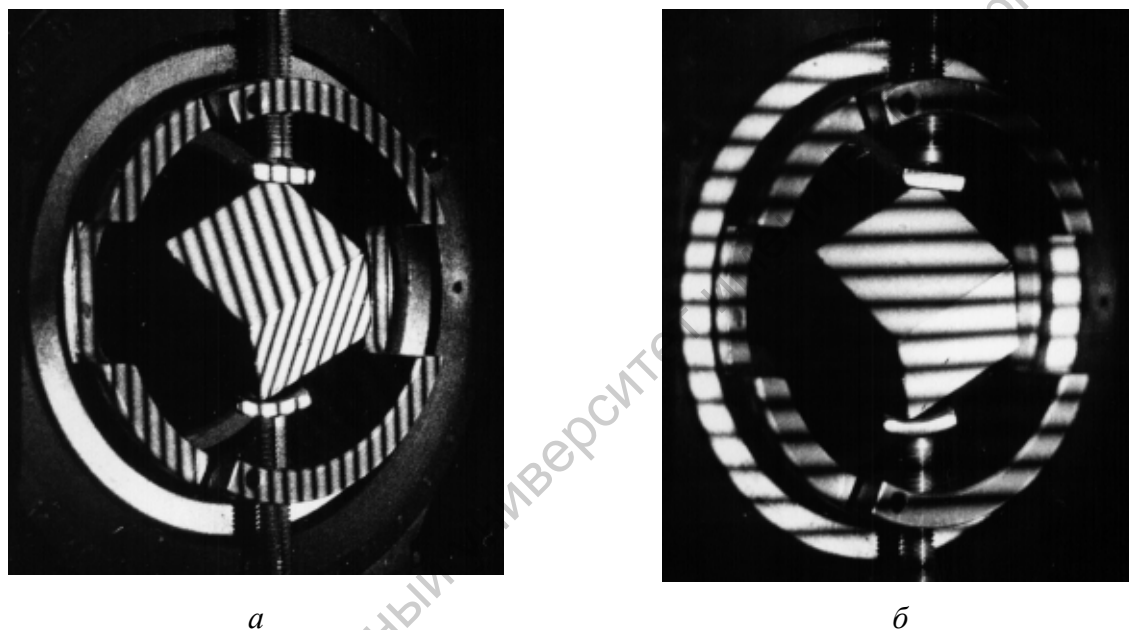


Рис. 1. Двухэкспозиционные голографические интерферограммы поворота объекта (кубика) вокруг вертикальной (*а*) и горизонтальной (*б*) осей:

а – угол поворота $\alpha \cong 0,2 \cdot 10^{-3}$ рад ; *б* – $\alpha \cong 0,1 \cdot 10^{-3}$ рад.

С помощью голографической интерферометрии можно исследовать не только статические (неподвижные объекты), но и объекты, находящиеся в движении, а также быстропротекающие процессы. В этих случаях используют импульсные лазеры. Если за время длительности импульса изменение фазы объектной волны не превосходит $\sim 0,1\pi$ рад, то интерференционная картина обладает достаточной устойчивостью и может быть записана на голограмму.

При исследовании вибрирующих объектов возможно применение лазеров с непрерывным излучением. В этом случае используют способы голографической интерферометрии с усреднением во времени и стробоскопический. В первом способе записывается голограмма с временем экспонирования t_3 , значительно превышающим период колебаний объекта T ,

$t_3 \gg T$. На голограмме записываются объектные волны, соответствующие крайним положениям поверхности объекта, в которых скорость перемещения поверхности равна нулю и голографическая интерференционная структура в плоскости фотопластинки неподвижна. В промежуточных положениях скорость перемещения поверхности отлична от нуля, фаза объектной волны непрерывно изменяется, поэтому голограммная интерференционная структура также изменяется и на фотопластинке в этот отрезок времени регистрируется усредненный фон. Полученная одноэкспозиционная голограмма эквивалентна двухэкспозиционной голограмме, поскольку на ней зарегистрированы два крайних положения поверхности объекта. Однако яркость светлых полос на голографической интерферограмме с усреднением во времени быстро убывает с увеличением амплитуды l колебаний объекта (см. интерферограмму *б* на рис. 2) и определяется не косинусоидальной зависимостью, а функцией Бесселя нулевого порядка $J_0(4\pi l/\lambda)$.

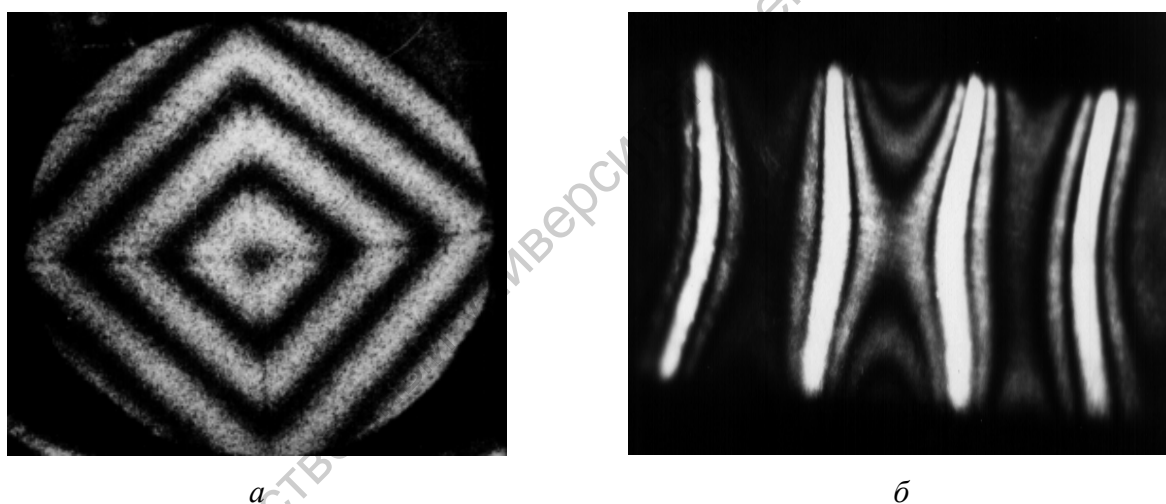


Рис. 2. Двухэкспозиционная голографическая интерферограмма температурного расширения ($\Delta T \cong 6^\circ\text{C}$) медного образца с пирамидальным торцом (*a*) и голографическая интерферограмма резонансных колебаний пластины, полученная с усреднением во времени (*б*)

Стробоскопический метод голографической интерферометрии также подобен методу двух экспозиций. В этом способе голограмма экспонируется в свете многократно повторяющихся световых импульсов, синхронизированных с определенными фазами колебаний объекта, например, с двумя крайними положениями его поверхности.

В голографической интерферометрии, как и в классических методах, осуществляется сравнение двух световых волн. В классической интерферометрии исследуемая волна и волна сравнения распространяются по двум различным оптическим каналам. В голографической интерферометрии обе

волны проходят по одному пути. Волной сравнения служит волна, соответствующая исходному состоянию объекта, записанная на голограмме, а затем восстановленная с нее. Поэтому голографическим методом можно исследовать объекты сложной формы с шероховатой поверхностью, то есть реальные промышленные детали и конструкции, а не их модели. В этом случае интерференционная картина образуется в результате когерентной суперпозиции спекл-полей, соответствующим исходному и смещенному состояниям поверхности объекта. Следовательно, характеристики таких интерференционных картин во многом определяются статистическими параметрами таких полей.

Важно отметить, что методы голографической интерферометрии применимы только в том случае, если происходящие с объектом изменения не затрагивают микроструктуры его поверхности.

Образование полос в голографической интерферометрии

Рассмотрим метод двух экспозиций на примере записи голограммы Френеля. В этом случае при освещении голограммы H (рис. 3) опорной волной одновременно восстанавливаются два волновых поля, соответствующих двум мнимым голографическим изображениям V_1 и V_2 . В результате деформации или смещения объекта эти изображения пространственно смещены друг относительно друга. На рис. 3 в увеличенном виде представлены фрагменты изображений V_1 и V_2 , а также плоские волны Σ_o и Σ_p , используемые для записи (Σ_o) и восстановления (Σ_p) голограммы. Волна Σ_o на стадии восстановления, естественно, отсутствует и показана на рисунке для расчета разности фаз между предметными волнами 1 и 2, распространяющимися к наблюдателю Y .

Доказано, что в случае объектов с шероховатой поверхностью в формировании интерференционной картины участвуют световые лучи, распространяющиеся к наблюдателю только от идентичных точек P_1 и P_2 изображений V_1 и V_2 (лучи 1 и 2 на рис. 3). Разность фаз $\Delta\psi$ волн, распространяющихся вдоль направлений 1 и 2, определяется разностью хода Δ , вносимой в объектную волну смещением точки P_1 в положение P_2 при деформации объекта. Указанная разность хода, как видно из рис. 3, равна $\Delta = AP_1 + P_1B$, так как P_2A и P_2B перпендикулярны направлениям освещения и наблюдения, соответственно.

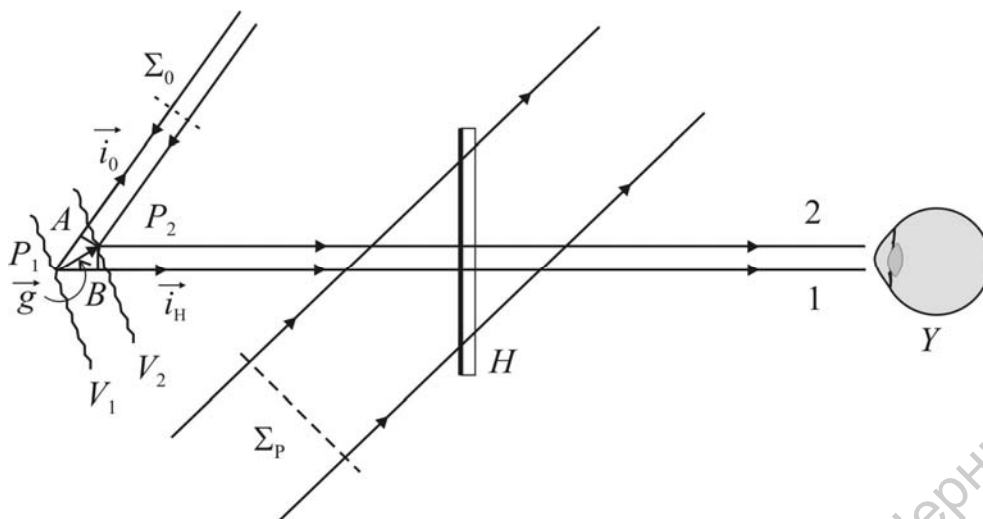


Рис. 3. К определению разности фаз $\Delta\Psi$ световых полей на поверхности голографического изображения, восстановленного с двухэкспозиционной голограммы Френеля

Введя вектор смещения выбранной точки объекта $\vec{g}(x, y, z)$, единичные векторы направления освещения \vec{i}_0 и направления наблюдения \vec{i}_H , для разности фаз световых полей в данной точке $P(x, y, z)$ можно записать:

$$\Delta\Psi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{g}\vec{i}_0 + \vec{g}\vec{i}_H), \quad (1)$$

где λ – длина волны лазерного излучения. Если разность фаз $\Delta\Psi$ равна целому числу m фазовых набегов в 2π радиан, то уравнение (1) принимает вид

$$\vec{g}(\vec{i}_0 + \vec{i}_H) = m\lambda \quad (2)$$

и описывает геометрическое место светлых полос на изображении объекта. Положение темных полос определяется условием $\Delta\Psi = (2m + 1)\pi$. Число m называется порядком интерференции.

При исследовании деформаций объекта необходимо установить связь параметров интерференционной картины с величиной и направлением смещения точек его поверхности, то есть определить поле смещений $\vec{g}(x, y, z)$. В общем случае, когда заранее неизвестно направление векторов \vec{g} , определение их составляющих g_x , g_y , g_z является весьма сложной задачей. Если же все точки объекта смещаются в известном направлении, задача существенно упрощается.

Предположим, что все точки объекта смещаются вдоль оси z , ориентированной по направлению наблюдения, тогда $\vec{g} = \vec{g}(0, 0, g_z)$. Если волна, освещающая объект, распространяется в плоскости y, z (параллельно по-

верхности столешницы виброзащитного стенда для голографических и интерференционных исследований), уравнение (2) имеет вид

$$g_z (\cos \gamma + 1) = m\lambda, \quad (3)$$

где γ – угол между векторами \vec{i}_O и \vec{i}_H .

Интерференционные полосы, описываемые уравнением (3), представляют собой полосы равного смещения $g_z = \text{const}$. Поэтому интерференционную картину можно в целом рассматривать в качестве «топографической карты» смещений поверхности объекта.

Для определения величины смещения g_z какой-либо точки поверхности объекта необходимо знать угол γ и порядок интерференционной полосы m в этой точке. Порядок m равен числу полос, находящихся между выбранной точкой и точкой, в которой $g_z = 0$. Геометрическое место точек, смещение которых равно нулю, соответствует интерференционной полосе нулевого порядка, для нее $m = 0$.

Таким образом, величина смещения g_z некоторой точки поверхности объекта может быть рассчитана по формуле

$$g_z = \frac{\lambda m}{\cos \gamma + 1}, \quad (4)$$

где m – число светлых полос, расположенных между полосой нулевого порядка и данной точкой. Полоса нулевого порядка находится в области закрепления пластины. Если выбранная точка не совпадает с центром светлой полосы, то необходимо определить дробную часть полосы Δm и прибавить ее к целому числу полос m . Расчетная формула в этом случае имеет вид:

$$g_z = \frac{\lambda(m + \Delta m)}{\cos \gamma + 1}. \quad (5)$$

Например, если выбранная точка находится посередине между двумя светлыми полосами, то есть в центре темной полосы, то $\Delta m = 0,5$; если посередине между светлой и темной полосами, то $\Delta m = 0,25$.

На рис. 4,а представлена голографическая интерферограмма, наблюдаемая на мнимом или действительном голографических изображениях металлической пластины под действием сосредоточенной силы.

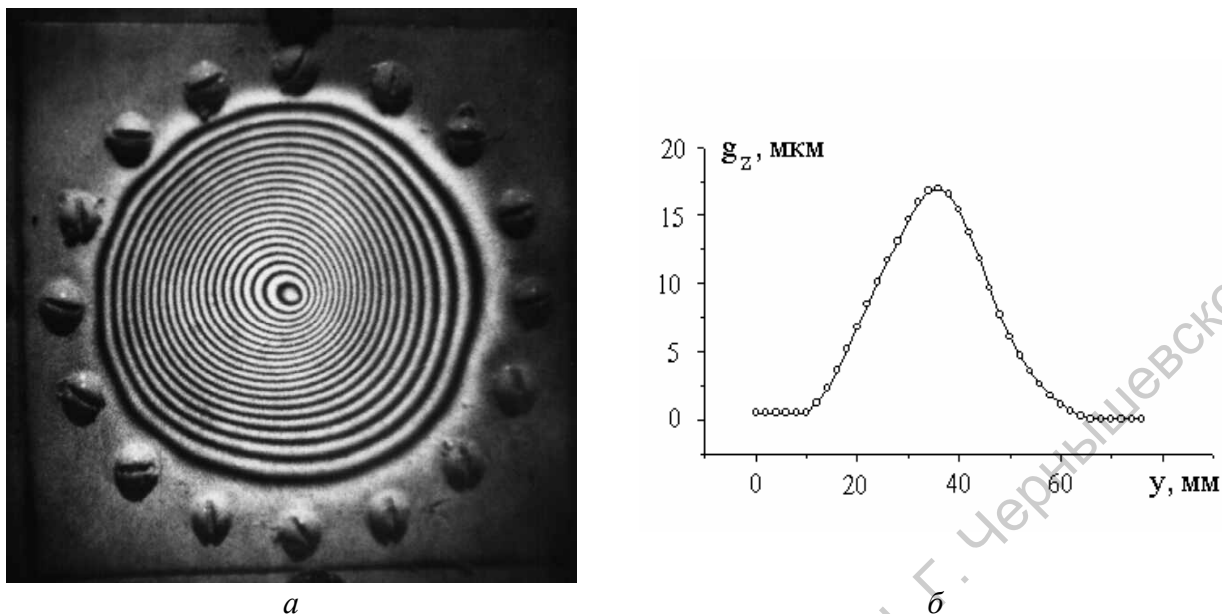


Рис. 4. Голографическая интерферограмма (а) деформации пластины под действием сосредоточенной силы и соответствующий график смещения точек поверхности пластины (б) вдоль прямой, проходящей через центр концентричности интерференционных полос

Пластина жестко закреплена по окружности, в центре которой приложено усилие. По форме и расположению интерференционных полос на интерферограмме легко определить общий характер деформации. Используя уравнения (4) или (5), можно установить профиль прогиба пластины в месте ее сечения. В качестве примера на рис. 4,б представлен экспериментальный график смещений точек поверхности пластины $g_z = f(y)$ вдоль оси y , проходящей через точку максимального смещения.

В научно-технических применениях голографии, в частности, в голографической интерферометрии, наибольшее распространение получила схема записи с наклонным опорным пучком. Один из возможных вариантов такой схемы – схема записи голограммы Френеля, представлен на рис. 5.

В лабораторной работе объектами исследования служат металлические пластины с рассеивающей поверхностью, края которых закреплены различными способами. Предлагается исследовать влияние способа закрепления краев на характер деформаций, возникающих в пластинах под действием статической нагрузки, ориентированной перпендикулярно их поверхности.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Задание. Исследовать методом двухэкспозиционной голографической интерферометрии деформации металлических пластин под действием статической нагрузки.

Приборы и принадлежности: виброзащитный стенд для голографических и интерференционных исследований; He-Ne лазер ($\lambda=632,8$ нм); зеркала, микробъектив, собирающая линза, стеклянный клин, закрепленные в держателях и юстировочных головках; держатель для фотопластинки; матовый экран с перекрестием, закрепленный в устройстве контролируемого поперечного смещения; объекты – металлические пластины с различным способом закрепленными краями, установленные на предметном столике; транспортер, фотопластинки типа ПФГ-01 или ПФГ-03М.

Порядок выполнения задания:

1. Включить блок питания *БП* He-Ne лазера. Через 20-30 мин после включения лазера мощность излучения достигнет максимального значения.
2. Собрать по рис. 5 оптическую схему для записи голограммы.

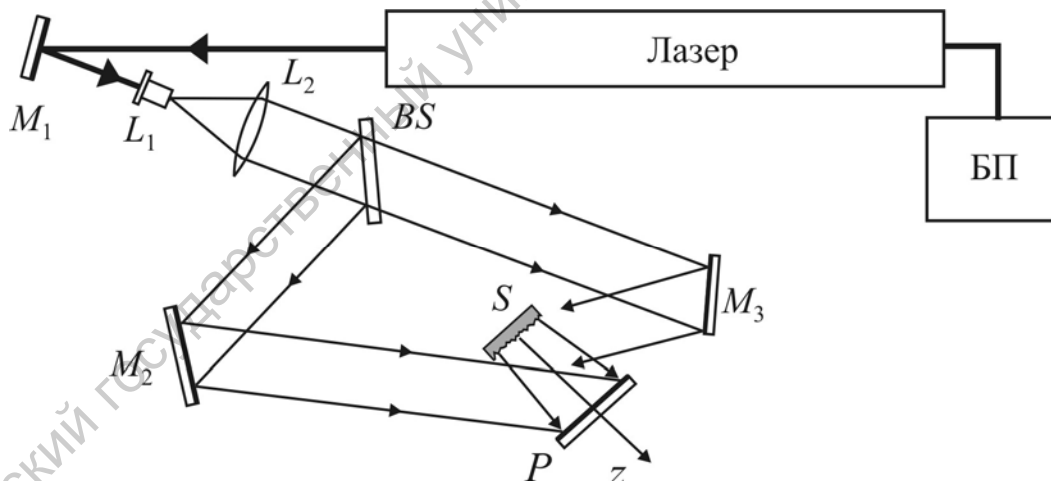


Рис. 5. Схема записи двухэкспозиционной голограммы Френеля диффузно рассеивающего объекта

С помощью телескопической системы, состоящей из двух линз: короткофокусной L_1 (микробъектив) и длиннофокусной L_2 расширить до необходимых размеров узкий лазерный пучок.

В качестве делительной пластинки BS использовать стеклянный клин. Пучок, прошедший через BS , зеркалом M_3 направить на объект S .

Свет, отраженный объектом, формирует предметную (объектную) волну, падающую на фотопластинку P . Пучок света, отраженный от BS , является опорным. Зеркало M_2 направляет его на фотопластинку P , которая устанавливается в области перекрытия предметного и опорного пучков.

Проследить за тем, чтобы длина пути предметной и опорной волн от делительной пластинки BS до фотопластинки P была приблизительно одинаковой. Исследуемую металлическую пластину S установить так, чтобы она освещалась под углом $\gamma = 45^\circ$. Фотопластинку расположить параллельно пластине S так, что направление деформирующей силы совпало с направлением наблюдения (ось z). В этом случае точки металлической пластины между двумя экспозициями смещаются вдоль оси z и возникающие интерференционные полосы обозначают геометрическое место точек равного смещения (рис. 4,а). Общий характер деформаций пластины можно установить по форме и расположению полос на поверхности мнимого голографического изображения. Для этого необходимо установить величину смещения каждой точки поверхности объекта, то есть определить функцию вида $g_z = f(x, y)$, где x, y – координаты в плоскости объекта (рис. 14,б). Практически эту функцию строят по дискретному набору точек x_i, y_i . Координаты x_i, y_i удобно определять по действительному голографическому изображению, которое получают при освещении голограммы нерасширенным лазерным пучком, сопряженным опорному. В такой схеме формируется действительное изображение с большой глубиной резкости и большой глубиной локализации интерференционных полос. Поэтому матовый экран для наблюдения изображения можно смещать относительно голограммы в широких пределах, что сопровождается изменением масштаба интерференционной картины. Это позволяет оптимизировать условия эксперимента: наблюдать достаточно широкие интерференционные полосы высокого контраста при значительной их яркости.

3. Подготовить установку для записи голограммы:

а) поставить в держатель фотопластинки матовый экран и, перекрывая поочередно предметный и опорный пучки, отъюстировать схему так, чтобы каждый пучок создавал на экране (в плоскости фотопластинки) равномерную освещенность;

б) заменить матовый экран фотопластинкой, расположив ее эмульсией к объекту, и записать голограмму (1-я экспозиция);

в) подвергнуть объект деформации и записать голограмму деформированного объекта (2-я экспозиция);

г) вынуть фотопластинку, проявить, закрепить, (отбелить), высушить.

4. Произвести восстановление мнимого голографического изображения:

а) в держатель фотопластинки установить голограмму точно так, как при записи располагалась фотопластинка;

б) для увеличения яркости восстановленного изображения заменить пластинку BS зеркалом M (рис. 6) и найти мнимое изображение объекта S' в направлении, перпендикулярном плоскости голограммы.

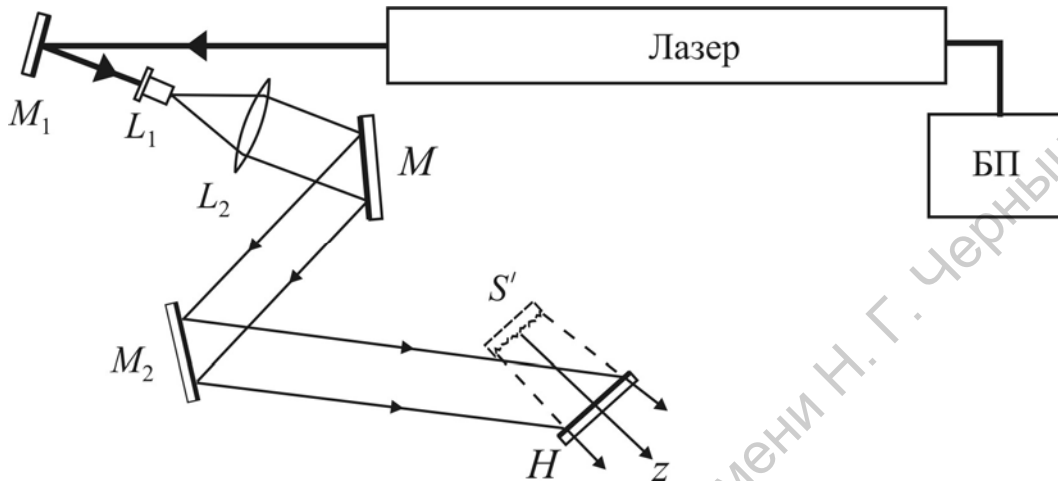


Рис. 6. Схема восстановления мнимого изображения с двухэкспозиционной голограммой

5. По интерференционным полосам на изображении установить общий характер деформации объекта; определить положение точек максимального смещения; зарисовать вид интерферограммы; исследовать зависимость положения полос от направления наблюдения (вектор \vec{i}_H на рис. 13 и в уравнениях (1) и (2)).

6. Действительное изображение объекта восстановить по схеме, изображенной на рис. 7. Для получения действительного изображения использовать нерасширенный лазерный пучок. Из схемы следует убрать микроскопические линзы L_1 и линзу L_2 , а голограмму развернуть на 180° вокруг вертикальной оси. Проследить, чтобы лазерный пучок попадал приблизительно в центр голограммы. Для наблюдения изображения использовать матовый экран G с перекрестием, закрепленный в устройстве контролируемого поперечного смещения K , расположив его между голограммой H и наблюдателем.

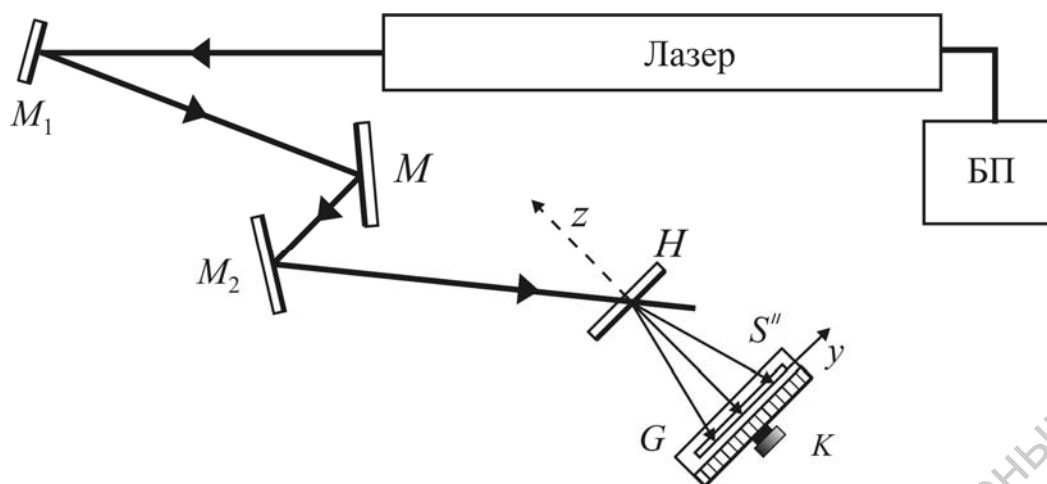


Рис. 7. Схема восстановления действительного голографического изображения нерасширенным лазерным пучком, сопряженным опорному

7. С помощью миллиметровой шкалы устройства K определить координаты y_i центров всех светлых или темных полос вдоль горизонтальной прямой, проходящей через точку закрепления пластины и точку максимального смещения. За начало координат ($y=0$) следует взять край изображения объекта, принадлежащий полосе нулевого порядка. Полученные данные занести в таблицу.

8. Используя формулу (4) или (5), определить величину смещения для всех отмеченных точек изображения. Результаты расчета занести в таблицу. По данным таблицы для каждого объекта и каждой голограммы построить графики прогиба пластин $g_z = f(y)$ при различных величинах деформирующей нагрузки (см. рис. 4,б).

Таблица

Номер опыта	Координаты точек y_i , мм	Порядок интерференции m	Величина смещения $g_z \cdot 10^{-3}$, мм	Ошибка опыта

Контрольные вопросы и задания

1. Каким образом записывается голограмма и восстанавливается голографическое изображение и чем оно отличается от фотографического?

2. Сформулировать основные требования, необходимые для записи голограммы. Нарисовать схемы записи голограммы Френеля и восстановления мнимого и действительного голографических изображений.

3. Что такое голографическая интерферометрия? Назвать основные методы голографической интерферометрии и их характерные отличия. Каковы основные преимущества голографической интерферометрии по сравнению с классической?

4. Получить формулу связи между величиной смещения некоторой малой области (точки) поверхности объекта и порядком проходящей над ней интерференционной полосы. Оценить чувствительность метода голографической интерферометрии к продольному и поперечному (по отношению к направлению наблюдения) смещениям точек поверхности объекта.

5. Какими достоинствами обладает схема восстановления с голограммы действительного изображения с помощью нерасширенного лазерного пучка света, сопряженного опорному?

Лабораторная работа № 4

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПОЛОС В ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ ДИФФУЗНО РАССЕИВАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В схемах классической оптической интерферометрии при использовании частично когерентного света протяженных источников с достаточно широким спектром излучения картина интерференционных полос локализована в пространстве: полосы наблюдаются не во всей области суперпозиции световых полей, а только в некоторой ее части. Аналогичный эффект локализации интерференционных полос имеет место и в голографической интерферометрии диффузно рассеивающих объектов, несмотря на полную взаимную когерентность интерферирующих световых полей. (Необходимо отметить, что при рассеянии лазерного излучения на шероховатой поверхности его пространственная и временная когерентность не нарушается).

Эффект локализации полос можно объяснить, исходя из представлений о закономерностях интерференции спекл-полей, образующихся при рассеянии когерентного лазерного излучения на шероховатых поверхностях, принимая во внимание корреляционные свойства таких полей. В описании к лабораторным работам № 1 и 2 показано, что при смещении поверхности диффузно рассеивающего объекта образующаяся в пространстве спекл-структура также претерпевает соответствующее смещение. Следовательно, можно говорить о пространственном смещении самого спекл-поля в целом или его отдельных элементов при каком-либо смещении или деформации объекта. Поэтому в методе голографической интерферометрии при исследовании смещения или деформации диффузно рассеивающего объекта имеет место интерференция двух идентичных спекл-полей, отличающихся не только некоторой детерминированной разностью фаз $\Delta\Psi(\vec{r})$, но и взаимным пространственным сдвигом $\Delta\vec{r}(\vec{r})$, которые, важно отметить, изменяются в пространстве. Таким образом, для комплексных ампли-

туд восстановленных объектных световых полей $u_1(\vec{r})$ и $u_2(\vec{r})$, соответствующих первой и второй экспозициям голограммы, можем записать

$$u_2(\vec{r}) = au_1(\vec{r} - \Delta\vec{r}) \exp[-i\Delta\Psi(\vec{r})], \quad (1)$$

где a – постоянный множитель, квадрат которого равен отношению средних интенсивностей объектных полей и определяется, в частности, соотношением между временами первой и второй экспозиций голограммы; детерминированная разность фаз $\Delta\Psi(\vec{r})$ определяется выражением:

$$\Delta\Psi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{g}_o \vec{i}_o + \vec{g}_i \vec{i}_i), \quad (2)$$

вывод которого и использованные обозначения приведены в лабораторной работе № 3 «Исследование деформаций методом голографической интерферометрии».

Комплексные амплитуды $u_1(\vec{r})$ и $u_2(\vec{r})$ из-за рассеяния света на шероховатой поверхности являются случайными функциями пространственных координат $\vec{r}(x, y, z)$. Случайный характер этих функций проявляется в образовании спекл-структур – случайных пространственных распределений интенсивностей $I_1(\vec{r}) = |u_1(\vec{r})|^2$ и $I_2(\vec{r}) = |u_2(\vec{r})|^2 = a^2 I_1(\vec{r} - \Delta\vec{r})$.

В результате суперпозиции восстановленных полей $u_1(\vec{r})$ и $u_2(\vec{r})$ образуется интерференционная картина с интенсивностью

$$I(\vec{r}) = |u_1(\vec{r}) + u_2(\vec{r})|^2 = I_1(\vec{r}) + a^2 I_1(\vec{r} - \Delta\vec{r}) + 2a \operatorname{Re} \left\{ u_1(\vec{r}) u_1^*(\vec{r} - \Delta\vec{r}) \exp[i\Delta\Psi(\vec{r})] \right\}. \quad (3)$$

Распределение суммарной интенсивности $I(\vec{r})$ также носит случайный характер, т.е. описывает спекл-структуру, однако в правой части уравнения (3) в показателе экспоненты содержится детерминированная фазовая функция $\Delta\Psi(\vec{r})$. Для исключения влияния спекл-структуры (спекл-модуляции) в уравнении (3) необходимо ввести операцию усреднения. Такая операция в действительности имеет место, поскольку при наблюдении голографической интерферограммы глаз наблюдателя или какой-либо другой фотоприемник производит усреднение спекл-структуры и выделяет на голографическом изображении регулярное изменение интенсивности. Регулярное изменение интенсивности света регистрирует фотоприемник, апертура которого значительно превышает поперечные размеры спеклов. Поэтому наблюдаемое распределение средней интенсивности следует записать в виде

$$\begin{aligned} \langle I(\vec{r}) \rangle = & \langle I_1(\vec{r}) \rangle + a^2 \langle I_1(\vec{r} - \Delta\vec{r}) \rangle + \\ & + 2a \left[\langle I_1(\vec{r}) \rangle \langle I_1(\vec{r} - \Delta\vec{r}) \rangle \right]^{1/2} \cdot |\mu(\vec{r})| \cos[\alpha + \Delta\Psi(\vec{r})], \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\mu(\Delta\vec{r}) = \frac{\langle u_1(\vec{r}) u_1^*(\vec{r} - \Delta\vec{r}) \rangle}{\left[\langle I_1(\vec{r}) \rangle \langle I_1(\vec{r} - \Delta\vec{r}) \rangle \right]^{1/2}} \quad (5)$$

коэффициент автокорреляции спекл-поля (см. также уравнения (4) и (5) из раздела «Теоретическое введение»); $\alpha = \arg \mu(\Delta\vec{r})$; угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по пространственным координатам, которое, как здесь можно предположить, эквивалентно усреднению по ансамблю реализаций комплексных амплитуд $u_1(\vec{r})$, т.е. по ансамблю реализаций объектного спекл-поля (свойство эргодичности).

Контраст полос средней интенсивности определяется выражением

$$V = \frac{\langle I(\vec{r}) \rangle_{max} - \langle I(\vec{r}) \rangle_{min}}{\langle I(\vec{r}) \rangle_{max} + \langle I(\vec{r}) \rangle_{min}},$$

где $\langle I(\vec{r}) \rangle_{max}$ и $\langle I(\vec{r}) \rangle_{min}$ – средние интенсивности в центрах светлых и темных интерференционных полос. Используя (4) и предположение о равенстве $\langle I_1(\vec{r}) \rangle = \langle I_1(\vec{r} - \Delta\vec{r}) \rangle$, которое справедливо при достаточно малом взаимном сдвиге $\Delta\vec{r}$ для статистически квазиоднородных спекл-полей, когда $|\Delta\vec{r}|$ и радиус корреляции полей ρ_c малы по сравнению с характерным масштабом пространственного изменения средней интенсивности $\langle I_1(\vec{r}) \rangle$, для контраста полос получим выражение

$$V = \frac{2a}{(1+a^2)} |\mu(\Delta\vec{r})|. \quad (6)$$

При $a=1$ контраст полос равен модулю коэффициента автокорреляции спекл-поля, $V(\Delta\vec{r}) = |\mu(\Delta\vec{r})|$, и зависит от величины взаимного сдвига интерферирующих спекл-полей $\Delta\vec{r}$. Из (5) следует, что $0 \leq |\mu(\Delta\vec{r})| \leq 1$. При $\Delta\vec{r} = 0$ коэффициент корреляции $\mu(0) = 1$ – поля полностью коррелированы и контраст полос средней интенсивности равен максимальному значению, $V = 1$. При $|\Delta\vec{r}| \gg \rho_c$ контраст полос становится пренебрежимо малым, $V \cong 0$, и полосы не наблюдаются. Эти представления можно исполь-

зывать для объяснения эффекта локализации интерференционных полос в голографической интерферометрии. Действительно, величина взаимного сдвига интерферирующих спекл-полей изменяется в пространстве, $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}(\vec{r})$. В определенной области, местоположение которой определяется видом смещения объекта, взаимный сдвиг спекл-полей $\Delta\vec{r}$ может оказаться меньше их радиуса корреляции ρ_c , $|\Delta\vec{r}| < \rho_c$, и в этой области формируются полосы средней интенсивности. Эта область называется областью локализации интерференционных полос средней интенсивности. Контраст полос в ней изменяется в соответствии с зависимостью $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}(\vec{r})$ и уравнениями (5) и (6). Полосы максимального контраста наблюдаются там, где $\Delta\vec{r} = 0$. Обычно, это поверхность или линия в пространстве. Если известна зависимость $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}(\vec{r})$, например $|\Delta\vec{r}|$ линейно зависит от координаты $|\vec{r}|$, как в случае вращательного сдвига спекл-полей, $\Delta\vec{r} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ($\vec{\omega}$ – вектор вращательного сдвига), то из уравнения (6) можно определить модуль коэффициента автокорреляции спекл-поля $\mu(\Delta\vec{r})$.

За пределами области локализации полос, где $|\Delta\vec{r}| > \rho_c$, контраст полос падает до нуля и полосы исчезают. На рис. 1,а приведена фотография почти продольного сечения интерференционного поля с локализованными полосами средней интенсивности (усреднение произошло за счет низкой разрешающей способности использованных фотоматериалов по отношению к размерам спеклов поля). Область локализации полос имеет ограниченную протяженность в продольном направлении – в направлении распространения интерферирующих волн. Картина локализованных полос на рис. 1,б, наблюдаемая в поперечном сечении поля, соответствует вращательному сдвигу рассеивающего объекта между экспозициями.

Ограниченность размеров области локализации полос определяется величиной взаимного сдвига спекл-полей $\Delta\vec{r}$ по отношению к радиусу корреляции поля ρ_c в направлении сдвига. Увеличивая ρ_c , можно расширить протяженность области локализации. В статистической оптике установлено, что пространственные корреляционные свойства рассеянных когерентных световых полей (спекл-полей) определяются, как и степень пространственной когерентности обычного света, в соответствии с теоремой Ван-Циттерта-Цернике угловыми размерами источника поля θ (см. «Теоретическое введение» к настоящему руководству).

Для свободного пространства источником спекл-поля служит освещенная лазерным излучением область на поверхности рассеивающего объекта, а для пространства изображений – апертурная диафрагма (вернее, выходной зрачок) изображающей оптической системы. Поэтому для оценки поперечного радиуса корреляции спекл-поля ρ_{\perp} , можно использовать

соотношение $\rho_{\perp} \cong \lambda/\theta$, а для продольного – $\rho_{\parallel} \cong 8\lambda/\theta^2$ (см., также, соотношения (8) и (9) из раздела «Теоретическое введение»). Уменьшая угловую апертуру спекл-поля θ путем уменьшения апертуры D изображающей оптической системы, можно увеличить протяженность области локализации интерференционных полос.

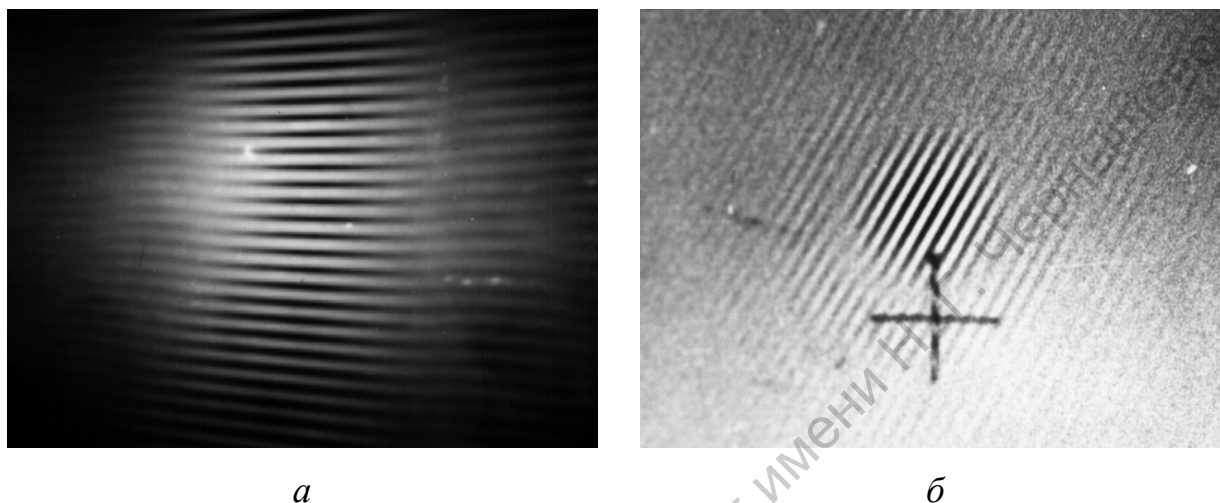


Рис. 1. Локализованные интерференционные полосы средней интенсивности при поперечном поступательном (а) и вращательном (б) сдвиге рассеивающего объекта

При наблюдении действительного голографического изображения объекта, восстановленного непосредственно с голограммы с использованием сопряженного опорного пучка, роль апертурной диафрагмы выполняет освещенная область на голограмме. Изменяя апертуру восстанавливающего пучка, можно в широких пределах изменять протяженность области локализации интерференционных полос. В лабораторной работе № 3 для этого используется нерасширенный восстанавливающий лазерный пучок. Если полосы локализованы не на поверхности изображения объекта, как, например, в случае его поступательного смещения, то уменьшая апертуру изображающей оптической системы, можно так расширить область локализации интерференционных полос, что в ее пределах окажется изображение объекта, на котором появятся интерференционные полосы.

Рассмотрим два наиболее интересных случая локализации интерференционных полос – в областях фурье-образа объекта и его действительного изображения.

Локализация интерференционных полос в пространстве фурье-образа объектного поля

В лабораторной работе № 1 «Измерение малых углов наклона методом спекл-фотографии в фурье-плоскости» показывается, что при поперечном смещении объекта спекл-структура в фурье-плоскости (в задней фокальной плоскости линзы при освещении объекта параллельным пучком) не смещается: появляется только экспоненциальный множитель с линейным изменением фазы. Это свойство является следствием инвариантности фурье-преобразования к сдвигу исходной функции (теорема смещения теории фурье-преобразования). Действительно, для комплексной амплитуды поля в плоскости голографического изображения $\vec{\rho}(x, y)$ (см. рис. 2,а), восстановленного с двухэкспозиционной голограммы поперечного сдвига, можем записать

$$u(\vec{\rho}) = u_1(\vec{\rho}) + au_1(\vec{\rho} - \Delta\vec{\rho}), \quad (7)$$

где $\Delta\vec{\rho}$ – вектор поперечного сдвига объекта между экспозициями. Тогда для комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости линзы $\vec{\zeta}(\xi, \eta)$ получаем уравнение

$$U(\vec{\zeta}) = C(\vec{\zeta}) \mathcal{F}\{u(\vec{\rho})\} = U_1(\vec{\zeta}) + U_2(\vec{\zeta}) = C(\vec{\zeta}) \mathcal{F}\{u_1(\vec{\rho})\} + a \exp\left(\frac{jk}{f} \Delta\vec{\rho} \vec{\zeta}\right) C(\vec{\zeta}) \mathcal{F}\{u_1(\vec{\rho})\} = U_1(\vec{\zeta}) + a \exp\left(\frac{jk}{f} \Delta\vec{\rho} \vec{\zeta}\right) U_1(\vec{\zeta}), \quad (8)$$

где $C(\vec{\zeta})$ – комплексный множитель, зависящий от расстояния между изображением S' и линзой L , $\mathcal{F}\{\dots\}$ – операторный символ фурье-преобразования, f – фокусное расстояние линзы. Распределение средней интенсивности описывается выражением

$$\langle I(\vec{\zeta}) \rangle = \left\langle \left| C(\vec{\zeta}) \mathcal{F}\{u_1(\vec{\rho})\} \right|^2 \right\rangle \left[1 + a^2 + 2a \cos\left(\frac{k}{f} \Delta\vec{\rho} \vec{\zeta}\right) \right], \quad (9)$$

из которого следует, что в плоскости фурье-образа объектного поля формируются прямолинейные полосы $k\Delta\vec{\rho}\vec{\zeta}/f = 2\pi m = const$ с периодом $\Lambda = \lambda f / |\Delta\vec{\rho}|$, перпендикулярные направлению смещения $\Delta\vec{\rho}$.

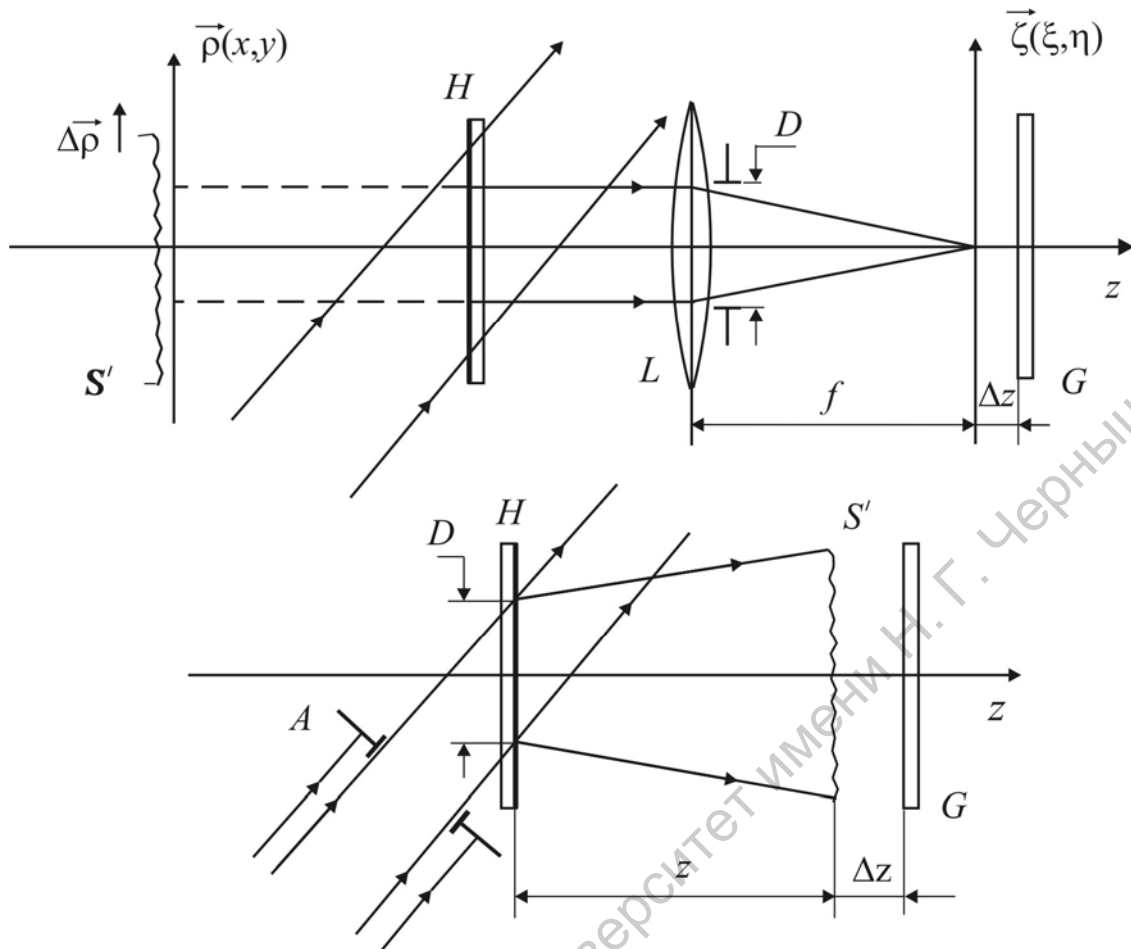


Рис. 2. Схемы восстановления изображений с двухэкспозиционных голограмм поперечного сдвига (а) и наклона (б) рассеивающего объекта и наблюдения интерференционных полос средней интенсивности, локализованных, соответственно, в пространстве фурье-образа (а) и в области действительного изображения (б) объекта

В фурье-плоскости спекл-поля $U_1(\vec{\zeta})$ и $U_2(\vec{\zeta})$, соответствующие исходному и смещенному положениям объекта, как следует из уравнения (8), пространственно совпадают и отличаются только линейным фазовым множителем $\exp\left(i\frac{k}{f}\Delta\vec{\rho}\vec{\zeta}\right)$, характеризующим взаимный наклон полей на угол $\beta = |\Delta\vec{\rho}|/f$ и ответственным за формирование интерференционных полос средней интенсивности. Поскольку взаимный сдвиг полей отсутствует, $\Delta\vec{r} = 0$, то они взаимно коррелированы, $\mu(0) = 1$, и контраст полос в соответствии с (6) имеет максимальное значение, $V = 2a/(1 + a^2)$. При смещении плоскости наблюдения из фурье-плоскости на расстояние Δz (рис. 1,а) из-за взаимного наклона между спекл-полями возникает поперечный сдвиг $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{\zeta}$, линейно нарастающий с увеличением расстояния Δz

$$|\Delta\vec{\zeta}| = \beta\Delta z = \frac{|\Delta\vec{\rho}|\Delta z}{f}. \quad (10)$$

При этом нарушается взаимная корреляция спекл-полей, $\mu(\Delta\vec{\zeta}) < 1$, контраст полос средней интенсивности уменьшается в соответствии с уравнением (6). Когда сдвиг $\Delta\vec{\zeta}$ превысит поперечный радиус корреляции полей ρ_{\perp} , $|\Delta\vec{\zeta}| > \rho_{\perp}$, контраст полос становится практически нулевым и полосы исчезают. Таким образом область локализации интерференционных полос оказывается ограниченной в продольном направлении (см. рис. 1,а).

Определим глубину локализации полос $2\Delta z$. Для этого необходимо оценить поперечный радиус корреляции ρ_{\perp} полей в области фурье-образа объекта. Если размеры голографического изображения объекта больше апертуры фурье-преобразующей линзы (рис. 2,а), то в качестве источника спекл-поля следует рассматривать апертуру линзы. Тогда в соответствии с теоремой Ван-Циттерта-Цернике для оценки ρ_{\perp} при $f \gg \Delta z$ можно воспользоваться соотношением (8) из раздела «Теоретическое введение» $\rho_{\perp} \approx \lambda/\theta \approx \lambda f/D$, где D – диаметр апертуры линзы. Используя эту оценку и выражение (10), для протяженности области локализации полос $2\Delta z$ получим соотношение

$$2\Delta z \approx \frac{\lambda f^2}{D\Delta\rho} = \frac{f}{D} \Lambda, \quad (11)$$

где Λ – период полос. Таким образом, протяженность области локализации определяется относительным отверстием линзы D/f и периодом полос Λ , который в свою очередь определяется величиной смещения объекта $|\Delta\vec{\rho}|$.

С физической точки зрения увеличение протяженности области локализации полос при уменьшении относительного отверстия линзы объясняется увеличением радиуса корреляции спекл-поля ρ_{\perp} и соответствующим увеличением взаимной коррелированности спекл-полей при том же значении их взаимного сдвига $\Delta\vec{\zeta}$.

Локализация интерференционных полос в пространстве изображения объекта

Для формирования полос средней интенсивности, локализованных в области голографического изображения объекта, его смещение не должно вызывать смещение спекл-поля в плоскости изображения. К таким смещениям, в частности, относится наклон объекта на малый угол α вокруг оси, лежащей на его поверхности, или изгибные деформации поверхности. В этом случае, как показано в описании к лабораторной работе № 1 «Метод спекл-фотографии в фурье-плоскости», спекл-поля в плоскости изображения так же приобретают взаимный наклон на угол $\beta = (1 + \cos \gamma)\alpha$, а вне плоскости изображения между полями возникает взаимный сдвиг $\Delta\rho$, линейно увеличивающийся с расстоянием Δz от изображения, $\Delta\rho = \beta\Delta z$. Таким образом имеем полное подобие с взаимным сдвигом спекл-полей в пространстве фурье-образа объекта при его поступательном поперечном смещении, но только в области изображения. Поэтому для протяженности области локализации полос $2\Delta z$ по аналогии с уравнением (11) можем записать следующее выражение

$$2\Delta z = \frac{\lambda z}{D(1 + \cos \gamma)\alpha} = \frac{z}{D}\Lambda, \quad (12)$$

где z – расстояние от выходного зрачка оптической системы до плоскости изображения, $\Lambda = \lambda/(1 + \cos \gamma)\alpha$ – период интерференционных полос, D – диаметр зрачка.

Если для наблюдения изображения используется линза, то z – это расстояние от линзы до плоскости изображения. Если же действительное изображение восстанавливается непосредственно с голограммы с использованием сопряженного опорного пучка, то зрачком такой оптической системы служит освещенная область на голограмме (рис. 2,б). Поэтому, уменьшая диаметр восстанавливающего лазерного пучка, можно существенно увеличить глубину области локализации полос средней интенсивности в пространстве действительного голографического изображения объекта (в экспериментальной части лабораторной работы № 3 «Метод голографической интерферометрии» для этой цели используется нерасширенный восстанавливающий лазерный пучок).

Задание. Изучить эффект локализации полос средней интенсивности в голографической интерферометрии диффузно рассеивающих объектов. Определить глубину области локализации полос в пространстве фурье-образа объекта при его поперечном сдвиге и в пространстве действительного голографического изображения объекта при его наклоне.

Приборы и принадлежности: виброзащитный стенд для голографических и интерференционных исследований; He-Ne лазер ($\lambda = 632,8$ нм); зеркала, микрообъектив, собирающая линза, стеклянный клин, закрепленные в держателях и юстировочных головках; держатель для фотопластинки; столик с микрометрическим перемещением для поперечного сдвига объекта-пластины между экспозициями, держатель пластины, позволяющий осуществлять ее контролируемый наклон (см. экспериментальную часть к лабораторной работе № 1), матовое стекло в держателе с возможностью перемещения с отсчетом по миллиметровой шкале, положительная линза с фокальным расстоянием $f \cong 100 - 150$ мм, ирисовая диафрагма, фотопластинки типа ПФГ-01 или ПФГ-03М.

Порядок выполнения задания:

1. Собрать по рис. 5 из описания лабораторной работы № 3 «Метод голографической интерферометрии» оптическую схему для записи голограммы Френеля, следуя пунктам 1 и 2 экспериментальной части лабораторной работы № 3. В качестве объекта для записи голограммы использовать или пластину, закрепленную на столике с микрометрическим поступательным перемещением, или пластину в держателе 1 с возможностью контролируемого наклона ее поверхности.

2. Записать двухэкспозиционную голограмму Френеля (см. п.3 экспериментальной части лабораторной работы № 3), осуществляя между экспозициями поперечный сдвиг пластины на $\Delta\rho \approx 15 - 30$ мкм или наклон пластины в держателе на угол $\alpha \approx 0,06 \cdot 10^{-3}$ рад ($\approx 12''$).

3. Используя схему на рис. 6 с широким восстанавливающим лазерным пучком из описания лабораторной работы № 3, произвести восстановление мнимого или действительного изображения для двухэкспозиционной голограммы поперечного сдвига пластины или действительного изображения для голограммы наклона пластины.

4. Для наблюдения интерференционных полос воспользоваться оптическими схемами, приведенными на рис. 2,а,б. Используя матовое стекло G для наблюдения интерференционных полос в восстановленном световом поле, исследовать эффект локализации полос в области фурье-образа объекта при поперечном сдвиге пластины и в области действительного голо-

графического изображения при наклоне пластины между экспозициями. Перемещая матовое стекло вдоль оси z с помощью держателя с миллиметровым отсчетом и оценивая визуально контраст полос, определить глубину области локализации полос $2\Delta z$ в зависимости от диаметра апертуры D оптической системы, изменяемой с помощью ирисовой диафрагмы A . Результаты измерений занести в таблицу. Полученные результаты для $2\Delta z$ сравнить с теоретическими значениями, полученными с помощью уравнений (11) или (12).

5. Исследовать эффект локализации интерференционных полос в области действительного изображения пластины, восстановленного с двухэкспозиционной голограммы, полученной при выполнении задания экспериментальной части лабораторной работы № 3. Изгибные деформации пластины рассматривать как совокупность ее локальных наклонов.

Таблица

Номер опыта	$\Delta\rho$, мкм	f , мм	α , рад	D , мм	$2\Delta z$, мм	Ошибка опыта

Контрольные вопросы и задания

1. Каким образом записывается голограмма и восстанавливается голографическое изображение и чем оно отличается от фотографического?

2. Сформулировать основные требования, необходимые для записи голограммы. Нарисовать схемы записи и восстановления мнимого и действительного голографических изображений.

3. Что такое голографическая интерферометрия? Назвать основные методы голографической интерферометрии и их характерные отличия. Каковы основные отличия голографической интерферометрии от классической?

4. Почему интерференционные полосы в голографической интерферометрии диффузно рассеивающих объектов имеют локализованный характер?

5. Какова связь между контрастом интерференционных полос средней интенсивности и коэффициентом корреляции комплексной амплитуды интерферирующих спекл-полей?

6. Чем определяется протяженность области локализации полос?

7. Где локализованы полосы при поперечном поступательном сдвиге объекта? при его наклоне? при изгибных деформациях поверхности объекта? при вращательном сдвиге объекта вокруг оси, перпендикулярной его поверхности? при продольном смещении объекта?

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

I. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ И ЕГО СВОЙСТВА

Функция $f(x, y)$ имеет фурье-образ, если она обладает следующими свойствами: абсолютно интегрируема на бесконечной плоскости (x, y) , имеет конечное число разрывов и экстремумов в пределах любого прямоугольника конечных размеров, не имеет разрывов второго рода.

Функция $F(u, v)$ является фурье-образом функции $f(x, y)$, если они связаны интегральным преобразованием

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp[-i(ux + vy)] dx dy. \quad (1)$$

где u и v – пространственные частоты.

Обратное преобразование Фурье позволяет по фурье-образу $F(u, v)$ найти прообраз – функцию $f(x, y)$:

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) \exp[i(ux + vy)] du dv. \quad (2)$$

Краткое обозначение операции преобразования Фурье:

$$F(u, v) = \mathcal{F}\{f(x, y)\}. \quad (3)$$

Для обратного преобразования Фурье используется запись:

$$f(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{F(u, v)\}. \quad (4)$$

Основные свойства преобразования Фурье

1. Фурье-образ функции с разделяющимися переменными

Если $f(x, y) = a(x)b(y)$ и $A(u) = \mathcal{F}\{a(x)\}$, $B(v) = \mathcal{F}\{b(y)\}$, то

$$\mathcal{F}\{f(x, y)\} = A(u) \cdot B(v). \quad (5)$$

Доказательство.

Доказательство следует из определения преобразования Фурье.

2. Теорема линейности

Если $\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(u, v)$, $\mathcal{F}\{g(x, y)\} = G(u, v)$, $\alpha = const$ и $\beta = const$, то

$$\mathcal{F}\{\alpha f(x, y) + \beta g(x, y)\} = \alpha F(u, v) + \beta G(u, v). \quad (6)$$

Доказательство.

Теорема непосредственно следует из линейности интегралов, через которые выражается преобразование Фурье.

3. Теорема подобия

Если $\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(u, v)$, $\alpha = const$ и $\beta = const$, то

$$\mathcal{F}\{f(\alpha x, \beta y)\} = \frac{1}{|\alpha\beta|} F\left(\frac{u}{\alpha}, \frac{v}{\beta}\right). \quad (7)$$

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{f(\alpha x, \beta y)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha x, \beta y) \exp[-i(ux + vy)] dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp[-i(ux/\alpha + vy/\beta)] \frac{dx dy}{|\alpha||\beta|} = \frac{1}{|\alpha\beta|} F\left(\frac{u}{\alpha}, \frac{v}{\beta}\right). \end{aligned}$$

4. Теорема смещения

Если $\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(u, v)$, $x_0 = const$ и $y_0 = const$, то

$$\mathcal{F}\{f(x - x_0, y - y_0)\} = F(u, v) \exp[-i(ux_0 + vy_0)]. \quad (8)$$

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{f(x - x_0, y - y_0)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x - x_0, y - y_0) \exp[-i(ux + vy)] dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp[-i(u(x + x_0) + v(y + y_0))] d(x + x_0) d(y + y_0) = \\ &= F(u, v) \exp[-i(ux_0 + vy_0)]. \end{aligned}$$

5. Сдвиг фурье-образа по частоте

Если $\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(u, v)$, $u_0 = const$ и $v_0 = const$, то

$$F(u - u_0, v - v_0) = \mathcal{F}\{f(x, y) \exp[i(u_0 x + v_0 y)]\}. \quad (9)$$

Доказательство.

$$\begin{aligned} F(u - u_0, v - v_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp[-i((u - u_0)x + (v - v_0)y)] dx dy = \\ &= \mathcal{F}\{f(x, y) \exp[i(u_0 x + v_0 y)]\}. \end{aligned}$$

6. Свойство симметрии

Если $\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(u, v)$, то

$$\mathcal{F}\{f^*(x, y)\} = F^*(-u, -v). \quad (10)$$

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{f^*(x, y)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(x, y) \exp[-i(ux + vy)] dx dy = \\ &= \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp[-i((-u)x + (-v)y)] dx dy \right\}^* = F^*(-u, -v). \end{aligned}$$

7. Теорема свертки.

Если $\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(u, v)$, $\mathcal{F}\{g(x, y)\} = G(u, v)$, то

$$\mathcal{F}\{f(x, y) \otimes g(x, y)\} = F(u, v)G(u, v). \quad (11)$$

Символом \otimes обозначена интегральная операция свертки двух функций $f(x, y)$ и $g(x, y)$:

$$f(x, y) \otimes g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u, v) g(x - u, y - v) du dv. \quad (12)$$

Доказательство.

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{f(x,y) \otimes g(x,y)\} &= \mathcal{F}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi,\eta)g(x-\xi,y-\eta)d\xi d\eta\right\} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi,\eta)G(u,v)\exp[-i(u\xi + v\eta)]d\xi d\eta = \\ &= F(u,v)G(u,v).\end{aligned}$$

8. Теорема корреляции

Если $\mathcal{F}\{f(x,y)\} = F(u,v)$, $\mathcal{F}\{g(x,y)\} = G(u,v)$, то

$$\mathcal{F}\{f(x,y) * g(x,y)\} = F^*(u,v)G(u,v). \quad (13)$$

Символом $*$ обозначена интегральная операция корреляции двух функций $f(x,y)$ и $g(x,y)$:

$$f(x,y) * g(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(u,v)g(x+u,y+v)dudv. \quad (14)$$

Доказательство.

По свойству симметрии $\mathcal{F}\{f^*(-x,-y)\} = F^*(u,v)$. На основании теоремы свертки $F^*(u,v)G(u,v) = \mathcal{F}\{f^*(-x,-y) \otimes g(x,y)\}$, или в интегральном виде

$$F^*(u,v)G(u,v) = \mathcal{F}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(-\xi,-\eta)g(x-\xi,y-\eta)d\xi d\eta\right\}.$$

Замена переменных $-\xi \rightarrow \xi$ и $-\eta \rightarrow \eta$ дает требуемый результат:

$$F^*(u,v)G(u,v) = \mathcal{F}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(\xi,\eta)g(x+\xi,y+\eta)d\xi d\eta\right\}.$$

Следствие.

Теорема автокорреляции: $\mathcal{F}\{f(x,y) * f(x,y)\} = |F(u,v)|^2$.

9. Теорема Парсеваля

Если $\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(u, v)$, то

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{4\pi^2} |F(u, v)|^2 dudv. \quad (15)$$

Доказательство.

Запишем теорему автокорреляции в развернутом виде:

$$\mathcal{F} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(\xi, \eta) g(x + \xi, y + \eta) d\xi d\eta \right\} = |F(u, v)|^2.$$

Подвергая левую и правую части этого выражения обратному преобразованию Фурье, получим:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(\xi, \eta) g(x + \xi, y + \eta) d\xi d\eta = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(u, v)|^2 \exp[i(ux + vy)] dudv.$$

Полученное выражение справедливо при любых x и y , в том числе при $x = 0$ и $y = 0$, откуда следует

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{4\pi^2} |F(u, v)|^2 dudv.$$

10. Соотношение взаимности

Если $\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(u, v)$, то

$$\mathcal{F}\{F(u, v)\} = 4\pi^2 f(-x, -y). \quad (16)$$

Доказательство.

В выражении $F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp[-i(ux + vy)] dx dy$ произведем замену

переменных $x \rightarrow u$, $y \rightarrow v$:

$$\begin{aligned} F(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u, v) \exp[-i(ux + vy)] dudv = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} 4\pi^2 f(-u, -v) \exp[i(ux + vy)] dudv. \end{aligned}$$

Осуществляя затем преобразование Фурье, получим требуемый результат:

$$\mathcal{F}\{F(u, v)\} = 4\pi^2 f(-x, -y).$$

II. ДЕЛЬТА-ФУНКЦИЯ ДИРАКА

В теории оптических систем для описания точечного источника света широко используется пространственная δ -функция Дирака:

$$\delta(x, y) = \begin{cases} \infty, & x = y = 0 \\ 0, & x \neq 0, y \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x, y) dx dy = 1, \quad (1)$$

Она испытывает разрыв второго рода и не удовлетворяет условиям существования фурье-образа. Для использования аппарата преобразований Фурье в оптике необходимо построить обобщенный фурье-образ δ -функции Дирака.

Существует несколько способов построения обобщенного фурье-образа для функции, не удовлетворяющей классическим требованиям. Если такую функцию $\varphi_0(x, y)$ удастся определить как предел последовательности функций, поддающихся преобразованию Фурье $\left(\varphi_0(x, y) = \lim_{A \rightarrow \infty} \varphi_A(x, y)\right)$, то ее обобщенным фурье-образом считают предел последовательности соответствующих фурье-образов:

$$\mathcal{F}\{\varphi_0(x, y)\} = \lim_{A \rightarrow \infty} \mathcal{F}\{\varphi_A(x, y)\}.$$

Наиболее часто пространственную δ -функцию Дирака выражают через функцию Гаусса:

$$\delta(x, y) = \lim_{A \rightarrow \infty} A^2 \exp\left[-A^2 \pi(x^2 + y^2)\right]. \quad (2)$$

На рис. 1 представлен график функции $\varphi_A(x, y) = A^2 \exp\left[-A^2 \pi x^2\right]$ для различных значений параметра A .

Из выражения (2) и свойств преобразований Фурье следует еще один способ определения δ -функции Дирака:

$$\delta(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i(ux + vy)] dx dy. \quad (3)$$

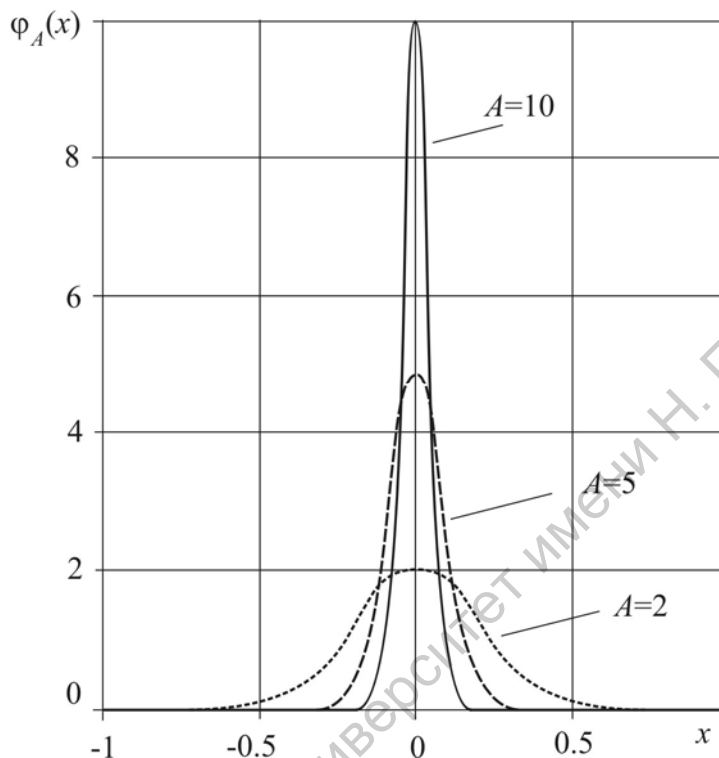


Рис. 1. График функции $\varphi_A(x) = A^2 \exp[-A^2 \pi x^2]$ для различных значений параметра A

Пространственную δ -функцию Дирака можно выразить, например, через функцию отсчетов или функцию Бесселя первого рода:

$$\delta(x, y) = \lim_{A \rightarrow \infty} A^2 \operatorname{sinc}(Ax) \operatorname{sinc}(Ay), \quad (4)$$

$$\delta(x, y) = \lim_{A \rightarrow \infty} A \frac{J_1\left(2\pi A \sqrt{x^2 + y^2}\right)}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad (5)$$

На рис. 2 представлен график функции $\varphi_A(x, y) = A^2 \operatorname{sinc}(Ax) \operatorname{sinc}(Ay)$ для различных значений параметра A .

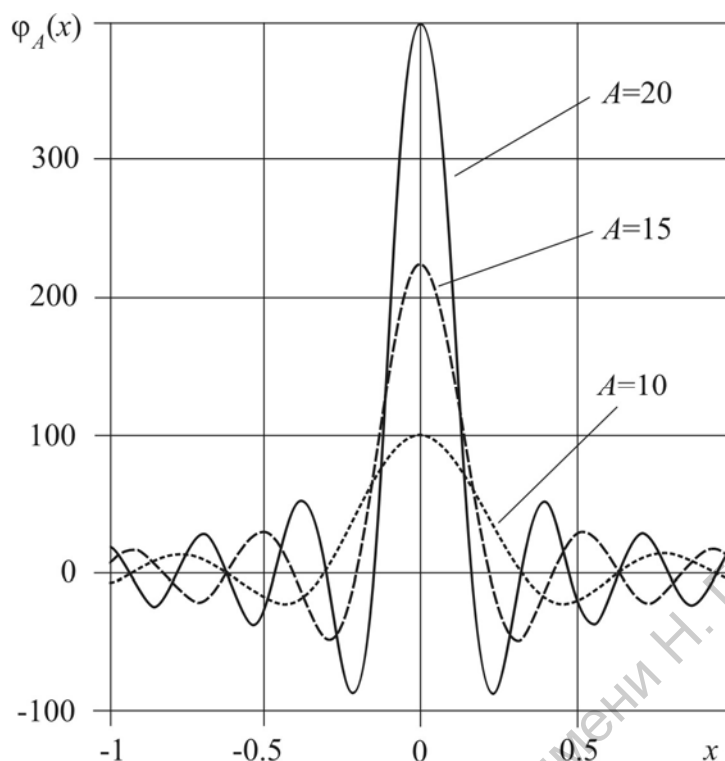


Рис. 2. График функции $\varphi_A(x, y) = A^2 \sin c(Ax) \sin c(Ay)$ для различных значений параметра A

С помощью любого из определений (2), (4), (5) можно доказать важное свойство δ -функции Дирака:

$$\delta(\alpha x, \beta y) = \frac{1}{|\alpha\beta|} \delta(x, y). \quad (6)$$

Каждое из вышеприведенных определений обладает следующим свойством:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(x - x_0, y - y_0) dx dy = f(x_0, y_0) \quad (7)$$

во всех точках непрерывности функции $f(x, y)$. Это свойство часто называют фильтрующим свойством δ -функции Дирака.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Островский Ю.И., Бутусов М.М., Островская Г.В. Голографическая интерферометрия. – М.: Наука, 1977. – 336 с.
2. Вест Ч. Голографическая интерферометрия. Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 504с.
3. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 328с.
4. Бекетова А.К., Белозеров А.Ф., Березкин А.Н. и др. Голографическая интерферометрия фазовых объектов. –Л.: Наука, 1979. – 232 с.
5. Неразрушающие голографические исследования /Под ред. Р.Ерфа;. Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1979. – 448 с.
6. Зейликович И.С., Спорник Н.М. Голографическая диагностика прозрачных сред. – Минск: Университетское, 1988. – 208 с.
7. Островский Ю.И., Щепинов В.П., Яковлев В.В. Голографические интерференционные методы измерения деформаций. – М.: Наука, 1988. – 247 с.
8. Франсон М. Оптика спеклов. Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 171с.
9. Оптическая голография. / Под ред. Г. Колфилда; Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. Т.1. – 376 с.; Т.2. – 736 с.
10. Клименко И.С. Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия. – М.: Наука, 1985. – 224 с.
11. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография. / Пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 688 с.
12. Рябухо В.П. Спекл-интерферометрия. Соросовский образовательный журнал. – 2001. Т.7. №5. С.102–109.
13. Разумовский И.А. Интерференционно-оптические методы механики деформируемого твердого тела. – М.: изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2007. – 240 с.
14. Нагибина И.М., Москалев В.А., Полушкина Н.А., Рудин В.Л. Прикладная физическая оптика. – М.: Высшая школа, 2002. – 568 с.
15. Ясинский В.Б. Голографическая интерферометрия.
<http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1171445&s=>

СПИСОК ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сороко Л.М. Основы голографии и когерентной оптики. – М.: Наука, 1971. – 616 с.
2. Франсон М. Голография. Пер. с франц. – М.: Мир, 1972. – 246 с.
3. Гудмен Дж. Статистическая оптика. Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 528 с.
4. Юу Ф.Т.С. Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию. – М.: Советское радио, 1973. – 304 с.
5. Голография. Методы и аппаратура. Под ред. В.М.Гинзбург, Б.М.Степанова. – М.: Советское радио, 1974. – 376 с.
6. Оптическая голография: Практические применения. Е.А.Антонов, В.М.Гинзбург, Е.Н.Лехциер и др. – М.: Советское радио, 1978. – 240 с.
7. Laser speckle and related phenomena. Topics in Applied Physics. Ed. J.C.Dainty. – Berlin: Springer-Verlag, 1975. Vol.9. – 286 p.
8. Dainty J.C. The statistics of speckle patterns. Progress in Optics. Ed. E.Wolf. North-Holland, Amsterdam, 1976. Vol.14, P.1-48.
9. Hariharan P. Optical holography: principles, techniques, and applications. 2 edition. Cambridge University Press. 1996. - 426 p.

Для заметок

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского