Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики её преподавания

СОВРЕМЕННЫЕ ФОРМЫ И СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Сборник научно-методических статей и методических разработок
бакалавров педагогического образования

Саратов, 2018

УДК 51(082)
ББК 22.1я73

Рекомендовано к печати
научно-методической комиссией механико-математического факультета
Саратовского государственного университета им. Н.Г.Чернышевского

Рецензент:
И. К. Кондаурова кандидат педагогических наук, заведующая кафедрой математики и методики её преподавания Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского

Современные формы и средства обучения математике : сборник научно-методических статей и методических разработок бакалавров педагогического образования / Под общей редакцией С. В. Лебедевой. – Саратов, 2018. – 186 с.

В сборнике представлены научно-методические статьи и методические разработки бакалавров педагогического образования (профиль – математическое образование), выполненные в процессе написания выпускных квалификационных работ (2016-18 гг.). Сборник создан с помощью сервиса SciWeavers.

Материалы сборника могут быть использованы будущими учителями математики при изучении дисциплин методического цикла.

Задания для подготовки к изучению новой темы в УМК «Алгебра-7» авторского коллектива: А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир как основное средство самоконтроля в условиях предваряющей домашней работы

Чернявко Юлия Игоревна

Задания для подготовки к изучению новой темы в УМК «Алгебра-7» авторского коллектива: А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир условно можно разделить на два вида:

задания на подготовку к изучению преимущественно знакомого материала (структура рубрики: *решить* + *повторить*);

задания на подготовку к изучению преимущественно нового материала (структура рубрики: *решить!*).

На примере заданий к теме «Произведение разности и суммы двух выражений» (параграф 14 – преимущественно новый материал, рисунок 1) продемонстрируем возможность развития следующих элементов самоконтроля:

– умение осуществлять учебно-познавательную деятельность в соответствии с поставленными целями, планом, уточнять план деятельности;

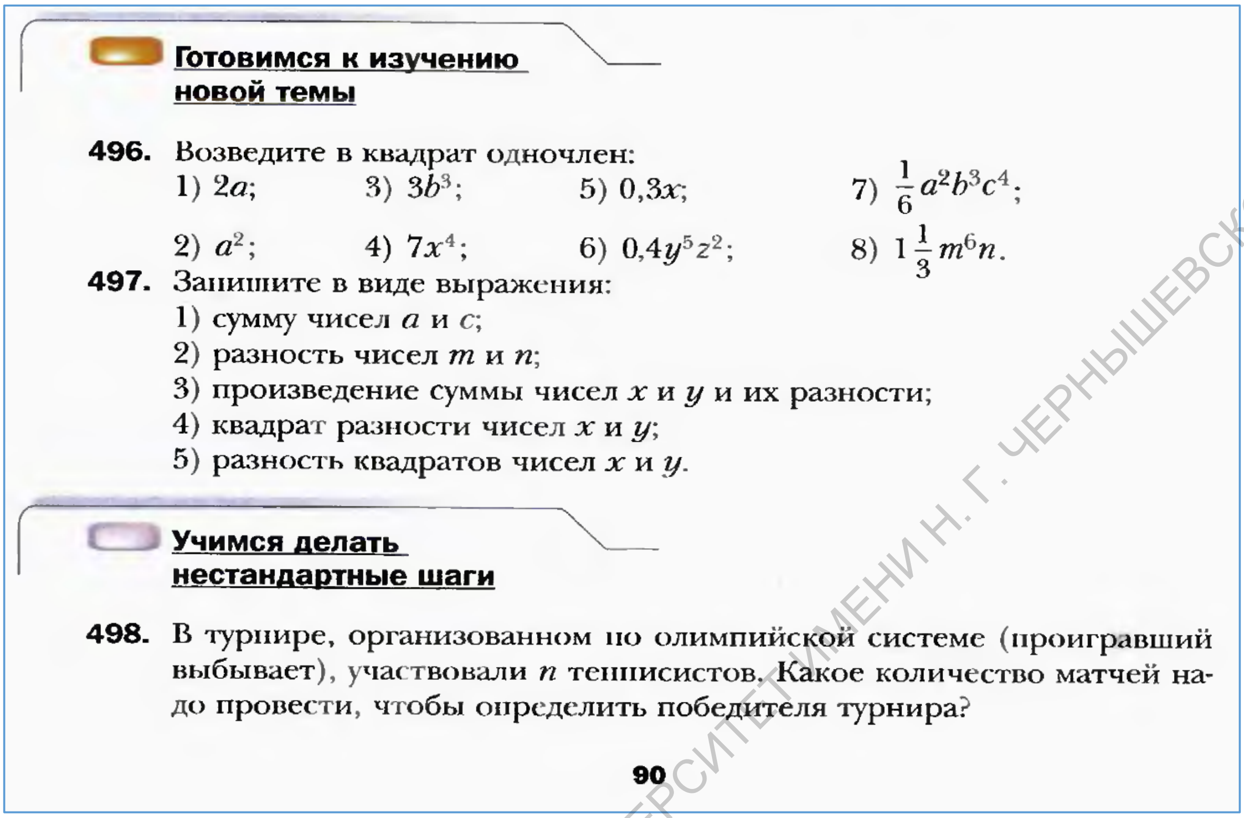
– умение сознательно использовать приёмы преобразования учебной информации при освоении содержания школьного курса математики;

– формирующие умение сознательно использовать приёмы мыслительной деятельности при освоении содержания школьного курса математики;

– способность к освоению систематических знаний по алгебре, их самостоятельному пополнению, переносу и интеграции;

– способность к самоорганизации, саморегуляции и рефлексии;

– способность к решению учебно-познавательных и учебно-практических задач, основанных на изучаемом учебном материале, с использованием способов действий, соответствующих содержанию учебных предметов и метапредметных действий.



Готовимся к изучению новой темы

496. Возведите в квадрат одночлен:
1) $2a$; 3) $3b^3$; 5) $0,3x$; 7) $\frac{1}{6}a^2b^3c^4$;
2) a^2; 4) $7x^4$; 6) $0,4y^5z^2$; 8) $1\frac{1}{3}m^6n$.

497. Запишите в виде выражения:
1) сумму чисел a и c;
2) разность чисел m и n;
3) произведение суммы чисел x и y и их разности;
4) квадрат разности чисел x и y;
5) разность квадратов чисел x и y.

Учимся делать нестандартные шаги

498. В турнире, организованном по олимпийской системе (проигравший выбывает), участвовали n теннисистов. Какое количество матчей надо провести, чтобы определить победителя турнира?

90

Рисунок 1. Страница учебника Алгебра-7 (А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир): рубрика «Готовимся к изучению новой темы»

Будем проектировать предваряющее к уроку по теме «Произведение разности и суммы двух выражений» домашнее задание, с учётом обязательной рефлексии и необходимости формирования пооперационного самоконтроля. Средством для этого выберем раздаточный материал с печатной основой (рисунок 2).

В Приложении 1 приведён вариант выполнения предваряющего домашнего задания, который позволяет учителю охарактеризовать уровень самостоятельности учащегося по выделенным критериям и выстроить при необходимости индивидуальную траекторию обучения.

<table>
<tr><td colspan="5">Фамилия имя ученика ____</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Готовимся к изучению новой темы
496. Возведите в квадрат одночлен:
1) $2a$; 3) $3b^3$; 5) $0,3x$; 7) $\frac{1}{6}a^2b^3c^4$;
2) a^2; 4) $7x^4$; 6) $0,4y^5z^2$; 8) $1\frac{1}{3}m^6n$.
497. Запишите в виде выражения:
1) сумму чисел a и c;
2) разность чисел m и n;
3) произведение суммы чисел x и y и их разности;
4) квадрат разности чисел x и y;
5) разность квадратов чисел x и y.</td><td colspan="3">В этом столбце оцените по 10-балльной шкале</td></tr>
<tr><td>сложность задания</td><td>интерес (желание решить)</td><td>успешность в выполнении</td></tr>
<tr><td>№1</td><td>Выполните задание № 496</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№2</td><td>Замените в № 496 переменную a на сумму (x + y)</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№3</td><td>Выполните требование задачи № 496 с учётом условия 2</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№4</td><td>Опишите трудности, которые вы испытали при выполнении №3</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№5</td><td>Если вам удалось выполнить №4, то опишите использованный вами приём</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№6</td><td>Если удалось выполнить №4, то вы наверняка обнаружили некоторую закономерность. Опишите её.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№7</td><td>Найдите в задании № 497 понятие, описывающее закономерность из №6.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№8</td><td>Выполните задание № 497</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№9</td><td>Выполните цикл заданий №2-7 при условии
$a = x - y$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>№10</td><td>По результатам всех выполненных вами заданий попробуйте сформулировать ряд проблем для дальнейшего изучения</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Рисунок 4. Раздаточный материал для предваряющего домашнего задания с печатной основой

На примере заданий к теме «Умножение одночлена на многочлен» (параграф 10 – преимущественно знакомый материал) продемонстрируем возможность развития указанных в начале статьи элементов самоконтроля.

Возможны, по крайней мере, два варианта организации деятельности учащихся по выполнению домашнего задания.

1 вариант реализует последовательность *повторение + решение.*

2 вариант – последовательность *решение + повторение.*

При выборе учителем первого варианта указание (комментарий к домашнему заданию) будет следующим:

1. Прочитайте п.11 на странице 240.

2. Пронумеруйте имеющиеся в п.11 (рисунок 3) математические определение, утверждения и правила.

11. Умножение. Свойства умножения

✔ Произведением числа a на натуральное число b, не равное 1, называют сумму, состоящую из b слагаемых, каждое из которых равно a:

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{b\ \text{слагаемых}}.$$

✔ Если один из двух множителей равен 1, то произведение равно второму множителю:

$$m \cdot 1 = 1 \cdot m = m.$$

✔ Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю:

$$m \cdot 0 = 0 \cdot m = 0.$$

✔ Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

✔ От перестановки множителей произведение не изменяется:

$ab = ba$ — переместительное свойство.

✔ Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел:

$(ab)c = a(bc)$ — сочетательное свойство.

✔ Чтобы число умножить на сумму двух чисел, можно это число умножить на каждое слагаемое и полученные произведения сложить:

$a(b + c) = ab + ac$ — распределительное свойство.

Рисунок 3. Фрагмент страницы 240 учебника Алгебра-7 (А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир)

3. При выполнении № 451-453 указывайте над знаком равенства номер используемого определения, утверждения, правила согласно образцу:

$$45\left(\frac{5}{9}+\frac{2}{3}-\frac{4}{15}\right)\overset{\boxed{7}}{=}45\cdot\frac{5}{9}+45\cdot\frac{2}{3}-45\cdot\frac{4}{15}=25+30-12=43$$

При выборе учителем второго варианта общая схема (комментарий к домашнему заданию) будет следующей:

1. Прочитайте задание.

2. Повторите материал, который понадобится для его решения.

3. Вспомните, как решались подобные задания, с помощью каких правил.

4. Решите задание.

5. Проверьте, правильно ли решено задание, сопоставляя свой ответ с данным в учебнике. Если в учебнике ответа нет, укажите, как можно проверить

решение. При обнаружении ошибки опишите её, а затем исправьте – решите заново.

6. Внимательно просмотрите выполненную работу и ответьте на вопросы: (а) что общего во всех заданиях работы? (б) чем отличаются эти задания? (в) можно ли указать (если можно, то укажите) общий алгоритм выполнения этих заданий.

При подобной организации домашней работы учащиеся выполняют все задания в тетради, ошибки выделяют маркером; возможно также использование раздаточного материала (пример приведён в Приложении 2).

В случае, если ученик допустил, но нашёл и исправил ошибку самостоятельно, оценка за выполненную работу не снижается.

Если ученик ограничивается решением только первых 4 заданий, уровень его самоконтроля низкий, выполняет 5 заданий – уровень средний, делает все 6 заданий – высокий.

Приложение 1. Предваряющая изучение новой темы домашняя работа

Фамилия имя ученика ______				
	Готовимся к изучению новой темы **496.** Возведите в квадрат одночлен: 1) $2a$; 3) $3b^3$; 5) $0,3x$; 7) $\frac{1}{6}a^2b^3c^4$; 2) a^2; 4) $7x^4$; 6) $0,4y^5z^2$; 8) $1\frac{1}{3}m^6n$. **497.** Запишите в виде выражения: 1) сумму чисел a и c; 2) разность чисел m и n; 3) произведение суммы чисел x и y и их разности; 4) квадрат разности чисел x и y; 5) разность квадратов чисел x и y.	В этом столбце оцените по 10-балльной шкале		
		сложность задания	интерес (желание решить)	успешность в выполнении
№1	Выполните задание № 496 1)$4a^2$; 2)a^4; 3)$9b^6$; 4)$49x^8$; 5)$0,09x^2$; 6)$0,16y^{10}z^{10}$; 7)$\frac{1}{36}a^4b^6c^8$; 8)$\frac{16}{9}m^{12}n^2$.	7	9	10 9
№2	Замените в № 496 переменную a на сумму $(x + y)$ 1) $2(x+y)$; 2) $(x+y)^2$; 7) $\frac{1}{6}(x+y)^2b^3c^4$.	1	5	10
№3	Выполните требование задачи № 496 с учётом условия 2 1) $\mathbf{2^2\cdot(x+y)^2} = 4(x+y)\cdot(x+y) =$ $= 4(x^2+xy+xy+y^2) = 4(x^2+2xy+y^2) = \mathbf{4x^2+8xy+4y^2}$; 2) $\mathbf{(x+y)^4} = (x+y)^2\cdot(x+y)^2 =$ $= (x^2+2xy+y^2)\cdot(x^2+2xy+y^2) =$ $= (x^2+2xy+y^2)\cdot x^2 + (x^2+2xy+y^2)\cdot 2xy + (x^2+2xy+y^2)y^2 =$ $= x^4+2x^3y+x^2y^2+2x^3y+4x^2y^2+2xy^3+y^2x^2+2xy^3+y^4 =$ $= \mathbf{x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4}$; 7) $\mathbf{\frac{1}{36}\cdot(x+y)^4\cdot b^3\cdot c^4} =$ $= \frac{1}{36}(x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4)\cdot b^3\cdot c^3 =$ $= \left(\frac{1}{36}x^4+\frac{1}{9}x^3y+\frac{1}{6}x^2y^2+\frac{1}{9}xy^2+\frac{1}{36}y^4\right)\cdot b^3\cdot c^4 =$ $= \mathbf{\frac{1}{36}x^4b^3c^4+\frac{1}{9}x^3yb^3c^4+\frac{1}{6}x^2y^2b^3c^4+\frac{1}{9}xy^2b^3c^4+\frac{1}{36}y^4b^3c^4}$.	10	10	6
№4	Опишите трудности, которые вы испытали при выполнении №3 *Не просто возводить в квадрат не одну переменную, а сумму переменных и перемножать два одинаковых выражения. Возведение степень в степень, умножение трёхчлена на трёхчлен.*	5	5	4
№5	Если вам удалось выполнить №4, то опишите использованный вами приём *Использовали приём умножение многочлена на многочлен. Каждый член одного многочлена нужно умножить на каждый член второго.*	5	1	5
№6	Если удалось выполнить №4, то вы наверняка обнаружили некоторую закономерность. Опишите её. *При возведении в степень суммы (x+y) получали многочлен стандартного вида с симметричными коэффициентами:* *Для квадрата это 1, 2 ,1, для 4 степени: 1, 4, 6, 4, 1.*	9	7	5
№7	Найдите в задании № 497 понятие, описывающее закономерность из №6. *Квадрат суммы чисел x и y*	7	7	3 0
№8	Выполните задание № 497 1) $a+c$; 2) $m-n$; 3) $(x+y)\cdot(x-y)$; 4) $(x-y)^2$; 5) x^2-y^2.	3	7	10

№9	Выполните цикл заданий №2-7 при условии $a = x - y$ *№2.* 1) $2\cdot(x-y)$; 2) $(x-y)^2$; 7) $\frac{1}{6}(x-y)^2b^3c^4$. *№3. 1)* $4\cdot(x-y)\cdot(x-y) = 4\cdot(x^2-2xy+y^2) = \mathbf{4x^2-8xy+4y^2}$; *2)* $\mathbf{(x-y)^4} =$ $= (x-y)^2\cdot(x-y)^2 = (x^2-2xy+y^2)\cdot(x^2-2xy+y^2) =$ $= x^4-2x^3y+x^2y^2-2x^3y+4x^2y^2-2xy^3+y^2x^2-2xy^3+y^4 =$ $= \mathbf{x^4-4x^3y+6x^2y^2-4xy^3+y^4}$. *7)* $\mathbf{\frac{1}{36}\cdot(x-y)^4\cdot b^3\cdot c^4} =$ $= \frac{1}{36}(x^2-2xy+y^2)\cdot(x^2-2xy+y^2)\cdot b^3\cdot c^4 =$ $= \frac{1}{36}(x^4-4x^3y+6x^2y^2-4xy^3+y^4)\cdot b^3\cdot c^3 =$ $= \left(\frac{1}{36}x^4-\frac{1}{9}x^3y+\frac{1}{6}x^2y^2-\frac{1}{9}xy^2+\frac{1}{36}y^4\right)\cdot b^3\cdot c^4 =$ $= \mathbf{\frac{1}{36}x^4b^3c^4-\frac{1}{9}x^3yb^3c^4+\frac{1}{6}x^2y^2b^3c^4-\frac{1}{9}xy^2b^3c^4+\frac{1}{36}y^4b^3c^4}$. *№4.* *№5.* *№6.* *№7. Квадрат разности чисел x и y*	7	8	6 5
№10	По результатам всех выполненных вами заданий попробуйте сформулировать ряд проблем для дальнейшего изучения. *Так как есть закономерность решения таких примеров, нужно упростить подход к решению с помощью формул, не производить «громоздкие» вычисления.*	7	5	3

Рисунок 4. Раздаточный материал для предваряющего домашнего задания с печатной основой

По результатам выполнения домашней работы можно констатировать, что ученик объективно оценивает уровень сложности предложенных заданий, проявляет достаточно высокий уровень познавательного интереса и недостаточно высокий уровень рефлексии, демонстрирует высокую степень обученности, но обладает невысокой самооценкой, то есть формируемые компоненты самоконтроля находятся в целом на среднем уровне развития.

Компонент самоконтроля	Уровень развития
Умение осуществлять учебно-познавательную деятельность в соответствии с поставленными целями, планом, уточнять план деятельности	Высокий
Умение сознательно использовать приёмы преобразования учебной информации при освоении содержания школьного курса математики	
Умение сознательно использовать приёмы мыслительной деятельности при освоении содержания школьного курса математики	Высокий
Способность к освоению систематических знаний по алгебре, их самостоятельному пополнению, переносу и интеграции;	Средний
Способность к самоорганизации, саморегуляции и рефлексии	Средний
Способность к решению учебно-познавательных и учебно-практических задач, основанных на изучаемом учебном материале, с использованием способов действий, соответствующих содержанию учебных предметов и метапредметных действий	Средний

Приложение 2. Раздаточный материал для предваряющего домашнего задания с печатной основой

Фамилия имя ученика ____

Готовимся к изучению новой темы

351. Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

1) $12 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)$; 2) $36 \cdot \left(\frac{17}{18} - \frac{5}{12} + \frac{4}{9}\right)$; 3) $\left(\frac{5}{7} + \frac{5}{14}\right) \cdot \frac{28}{25}$.

352. Раскройте скобки:

1) $4(2a - 3b)$; 3) $(-2{,}6m + 3{,}5n - 7{,}2) \cdot (-10)$;
2) $0{,}3(9x - 5y + 7)$; 4) $-m(-n + 8k - 12)$.

353. Упростите выражение:

1) $3m^2n \cdot 0{,}4mn^3$; 3) $-5x^4y^2z^8 \cdot \left(-0{,}8x^6y^8z^2\right)$;
2) $7\frac{1}{3}b^3c^2 \cdot \frac{9}{11}a^4b^5$; 4) $-5\frac{3}{7}abc \cdot 3{,}5a^{12}b^{10}c$.

Обновите в памяти содержание п. 11 на с. 240.

		сложность задания	интерес (желание решить)	«сходство» с ответами учебника (при его наличии)	найдена и исправлена ли ошибка
		10-б.	10-б.	да/нет	да/нет
№1	Прочитайте задание № 351. Какие правила понадобятся вам для решения такого рода заданий?				
№2	Приведите свой пример (с решением) задания типа № 351.				
№3	Выполните задание № 351.				
№4	Проверьте ответ. Была ли допущена ошибка? Опишите её. Исправьте ошибку – решите конкретную задачу заново.				
№5	Прочитайте задание № 352. Какие правила вам понадобятся для решения такого рода заданий?				
№6	Приведите свой пример (с решением) задания типа № 352.				
№7	Выполните задание № 352.				
№8	Проверьте ответ. Была ли допущена ошибка? Опишите её. Исправьте ошибку – решите конкретную задачу заново.				
№9	Прочитайте задание № 353. Какие теоретические положения понадобятся вам для выполнения этого задания?				
№10	Выполните задание № 353.				
№11	Какой алгоритм действий вы использовали при решении задач № 353?				
№12	Проверьте ответ. Была ли допущена ошибка? Опишите её. Исправьте ошибку – решите конкретную задачу заново.				
№13	На каких этапах решения № 353 нужно делать проверку? Какой будет эта проверка?				
№14	Составьте для одноклассника подобное № 353 задание.				
№15	Сформулируйте вывод о проделанной работе.				

Юхман Л.Н.

Сложение и вычитание натуральных чисел (эвристическая беседа)

I. Теоретический материал

1. У нас есть пять, пятьдесят семь и сто сорок шесть предметов. Как мы можем записать их количество?// словами, цифрами (буквами) латинского алфавита (V,LVII, CXLVI), арабскими цифрами в десятичной системе счисления (5, 57, 146), можно зарисовать соответствующее количество палочек, точек, других символов.

Вспомогательный вопрос. Что вы использовали для записи этих чисел? //

Цифры, буквы, символы.

2. Какая запись удобнее? // Для человека в его повседневной жизни удобнее записывать числа арабскими цифрами в десятичной системе счисления (5, 57, 146), для финансовых работников – цифрами и словами, для компьютера – числовые данные вводятся с помощью 0 и 1 (пятёрке соответствует набор 101, 57 – 111001, 146 – 10010010).

Вспомогательные вопросы:

1. Натуральных чисел много, как все их запомнить?// Самое маленькое натуральное число – 1, оно соответствует одному предмету, если предметов два, то используют цифру 2; 2 = 1 + 1. Если предметов три, то используют цифру 3; 3 = 1 + 1 + 1 = 2 + 1, так же определяются значения цифр 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Этим цифрам соответствуют однозначные числа, их и запоминают. Многозначные числа разбивают на классы и разряды, в каждом – одна из 10 цифр, запоминают названия классов и разрядов.

3.1. Если прибавить к натуральному числу единицу, то получится следующее за ним число.

2. Итак, у нас есть пять, пятьдесят семь и сто сорок шесть предметов. Как нам узнать, сколько у нас всего предметов? // сложить сами предметы и пересчитать их или сложить соответствующие предметам числа.

3. Что проще сложить сами предметы и пересчитать их или сложить соответствующие предметам числа?// сложить соответствующие предметам числа.

4. Как сложить три числа, например, 5, 57 и 146? // (1) можно складывать числа последовательно, например, 5 + 57 + 146 = 62 + 146 = 208; (2) можно

сложить сначала сотни, потом десятки, затем единицы: 5 + 57 + 146 = = 100 + (50 + 40) + (5 + 7 + 6) = 100 + 90 + 18 = 100 + (90 + 10) + 8 = 100 + 100 + 8 = = 200 + 8 = 208; (3) можно складывать в обратном порядке, сначала единицы, затем десятки, затем сотни – такой способ называют сложением столбиком:

$$
\begin{array}{r}
\scriptstyle 1\;\,1\;\;\;\\
\mathbf{1\;4\;6}\\
+\;\;\mathbf{5\;7}\\
\mathbf{5}\\
\hline
\mathbf{2\;0\;8}
\end{array}
$$

(4) можно «досчитывать до полных десятков, сотен, тысяч и т.д.», например, 146+**57**+5 = 146+**54**+**3**+5 = 200+8 = 208 или 146+**5**+57 = 146+**4**+**1**+57 = 150+58 = = 208 и.т.п.

5. Какой способ лучше? // у каждого свои предпочтения

6. Почему существует такое разнообразие способов сложения? // сложение обладает рядом свойств, которые позволяют применять любой удобный для нас способ

7. Вспомните и перечислите компоненты сложения // слагаемое, слагаемое, сумма

8. Используя компоненты сложения, сформулируйте свойства (законы) сложения. // (1) Сочетательный закон: чтобы прибавить к числу сумму двух чисел, можно сначала прибавить первое слагаемое, а потом к полученной сумме – второе слагаемое, то есть a + (b + c) = (a + b) + c. (2) От перестановки слагаемых сумма не изменяется: 5 + 57 + 146 = 146 + 57 + 5, в общем случае, a + b + c = c + b + a или a + b + c = b + a + c и т.п.

9. Что будет, если к числу прибавить ноль? // От прибавления нуля число не изменяется: a + 0 = 0 + a

10. Итак, у нас есть три группы предметов, в одной – пять, в другой – пятьдесят семь, а всего 208 предметов. Как нам узнать, сколько предметов в третьей группе? // Возможный удовлетворительный ответ: 146 предметов, так как до этого, мы складывали 5, 57 и 146 и получили 208, в задаче есть три (5, 57 и 208) из этих четырёх чисел, значит не хватает числа 146. Правильный ответ: надо из общего числа предметов вычесть известные количества, то есть 208–5–57 = 146

11.1 А если бы мы не складывали указанные числа? // надо из общего числа предметов вычесть известные количества, то есть 208–5–57 = 146

11. Как называется эта операция? // вычитание

12. Вспомните и перечислите компоненты вычитания//уменьшаемое, вычитаемое, разность

13. Как выполнить вычитание 208 – 5 – 57? // (1) последовательно вычитая указанные числа, то есть 208 – 5 – 57 = (208 – 5) – 57 = 203 – 57 = 203 – – 3 – 54 = 200 – <u>54</u> = 200 <u>– 50 – 4</u> = 150 – 4 = 146 или 208 – 57 – 5 = (208 – 57) –5= = 151 – 5 = 151 – 1 – 4 = 150 – 4 = 146, или 208 – 5 – 57 = ((205 + 3) – 5)–57 = =((205 – 5) – 57) + 3) = 200 – 57 + 3 = 143 + 3 = 146; (2) вычитая сумму указанных чисел: 208 – 5 – 57 = 208 – (5 + 57) = 208 – 62 = 146.

14. Сформулируйте свойства (законы) вычитания. // (1) От перестановки мест вычитаемых разность не меняется: $a - b - c = a - c - b$. (2) Вычесть из данного числа последовательно несколько чисел (вычитаемых), значит вычесть из этого числа сумму вычитаемых: $a - b - c = a - (b + c)$.(3) Вычесть из данного числа сумму несколько чисел, значит вычесть из этого числа сначала одно слагаемое, а затем другое слагаемое суммы: $a - (b + c) = a - b - c = a - c - b$.(4) Чтобы из суммы вычесть число, можно вычесть его из одного слагаемого, а к полученной разности прибавить другое слагаемое: $(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$.

15. Каким будет результат, если из числа вычесть ноль? // От вычитания нуля число не изменяется: $a - 0 = a$

16. Какой будет разность, если уменьшаемое и вычитаемое равны? // Разность будет равна нулю: $a - a = 0$

17. Как связаны операции сложения и вычитания?// Если известно, что $a + b = c$, то $a = c - b$ и $b = c - a$. Другими словами, операции сложения и вычитания – взаимно обратные, то есть $(c - b) + b = c$ или $(c + b) - b = c$. Если из данного числа сначала вычесть некоторое число, а затем прибавить это же число, то в результате получится данное (исходное) число. Если к данному числу сначала прибавить некоторое число, а затем вычесть это же число, то в результате получится данное (исходное) число.

18. Можно ли в сложном числовом выражении менять местами компоненты, например, 134567 – 569 + 543 – 11207 + 60409? // Да, если при этом слагаемое останется слагаемым (то есть со знаком «+»), а вычитаемое – вычитаемым (то есть со знаком «–»), то есть 134567 – 569 +543–11207 + +60409 = 134567 – 11207 + 60409 – 569 + 543 = (134567 – 11207) + (60409 – 569)+ 543.

19. Какие ещё есть варианты вычисления этого выражения? // … $= 134567 + 543 + 60409 - 569 - 11207 =$

II. Практический материал

1. Ответьте, не выполняя вычислений, какая из сумм больше:

$18 + 24$ или $18 + 35$, $509 + 971$ или $453 + 872$?

Обобщите результаты. // Из двух сумм, в которых первые слагаемые равны, больше та, в которой второе слагаемое больше, и меньше та, в которой второе слагаемое меньше. Если каждое слагаемое одной суммы больше соответствующего слагаемого другой суммы, то первая сумма больше второй.

2. Ответьте, не выполняя вычислений, какая из разностей больше:

$180 - 24$ или $180 - 35$, $170 - 24$ или $180 - 24$?

Обобщите результаты. // // Из двух разностей, в которых уменьшаемые равны, больше та, в которой вычитаемое меньше, и меньше та, в которой вычитаемое больше. Если вычитаемое одной разности меньше соответствующего вычитаемого другой разности, то первая разность больше второй.

3. Выполните действия, используя свойства вычитания:

а) $(259 + 138) - 159 =$ б) $(4597 + 3899) - 3899 =$

в) $2697 - (1697 + 900) =$ г) $9543 - (7500 + 1543) =$

д) $(273 + 118) - 37 =$ е) $2387 - (387 + 1455) =$

ж) $(4937 + 3887) - 4937 =$ з) $3836 - 2832 - 800 =$

и) $8381 - 1500 + 6389 =$

Методические указания:

1. Вопросы, выделенные заливкой, относятся к ранее изученному материалу, потому требуют полного ответа от учащегося.

2. После того, как учитель получил правильный ответ, он должен обратить на это особое внимание учащихся.

3. На доске записываются формулы, которые выводят учащиеся в ходе беседы.

4. Задания, находящиеся в разделе практический материал, предназначены для закрепления изученного материала.

А.А. Вдовиченко, В.В. Пилипенко

ВОЗМОЖНОСТИ LEARNINGAPPS В ОРГАНИЗАЦИИ И ПРОВЕДЕНИИ КУЛЬТУРНО-ПРОСВЕТИТЕЛЬСКИХ МЕРОПРИЯТИЙ

Новые информационные технологии позволяют организовать культурно-просветительскую деятельность в области математического образования в различных формах. Так, например, «Ad cogitandum et agendum homo natus est» (http://LearningApps.org/display?v=pvw9pivtk16) – занятие кружка «Калейдоскоп задач» в рамках содержательно-методической линии «Математика в историческом развитии» носит культурологический характер, реализует интеграцию дисциплин «Математика» и «География» на деятельностном уровне (умение «читать» топографическую карту).

Содержание занятия включает:

– работу с одноимённым интерактивным упражнением, созданным в LearningApps.org (приложение Web 2.0 для поддержки обучения и процесса преподавания с помощью интерактивных модулей),

– поиск необходимой информации в сети Интернет,

– коллективное обсуждение наиболее интересных фактов, связанных с творчеством известных математиков,

– решение историко-математических задач,

– рефлексию.

Интерактивное упражнение разработано с помощью модуля «Найти на карте» и требует от учащихся разместить на Google-карте портреты десяти учёных-математиков: Архимед, Евклид, Леонардо Фибоначчи, Аль-Хорезми, Рене Декарт, Карл Гаусс, Николай Лобачевский, Софья Ковалевская, Блез Паскаль, Леонард Эйлер. Точка на карте – место рождения, учёбы или расположения университета (в котором работал тот или иной учёный).

При выборе точки на карте, выходит «рабочее поле»: участок карты и портреты 10 учёных с краткой информацией об их вкладе в науку. Учащиеся, как правило, интуитивно «распределяют» портреты по карте и проверяют результат. При наличии неправильных ответов разворачивается беседа об основаниях выбора (на каких фактах биографии было установлено соответствие точка – портрет). Для установления верного соответствия учащимся требуется дополнительная информация, которую они могут найти, например, на страницах Википедии.

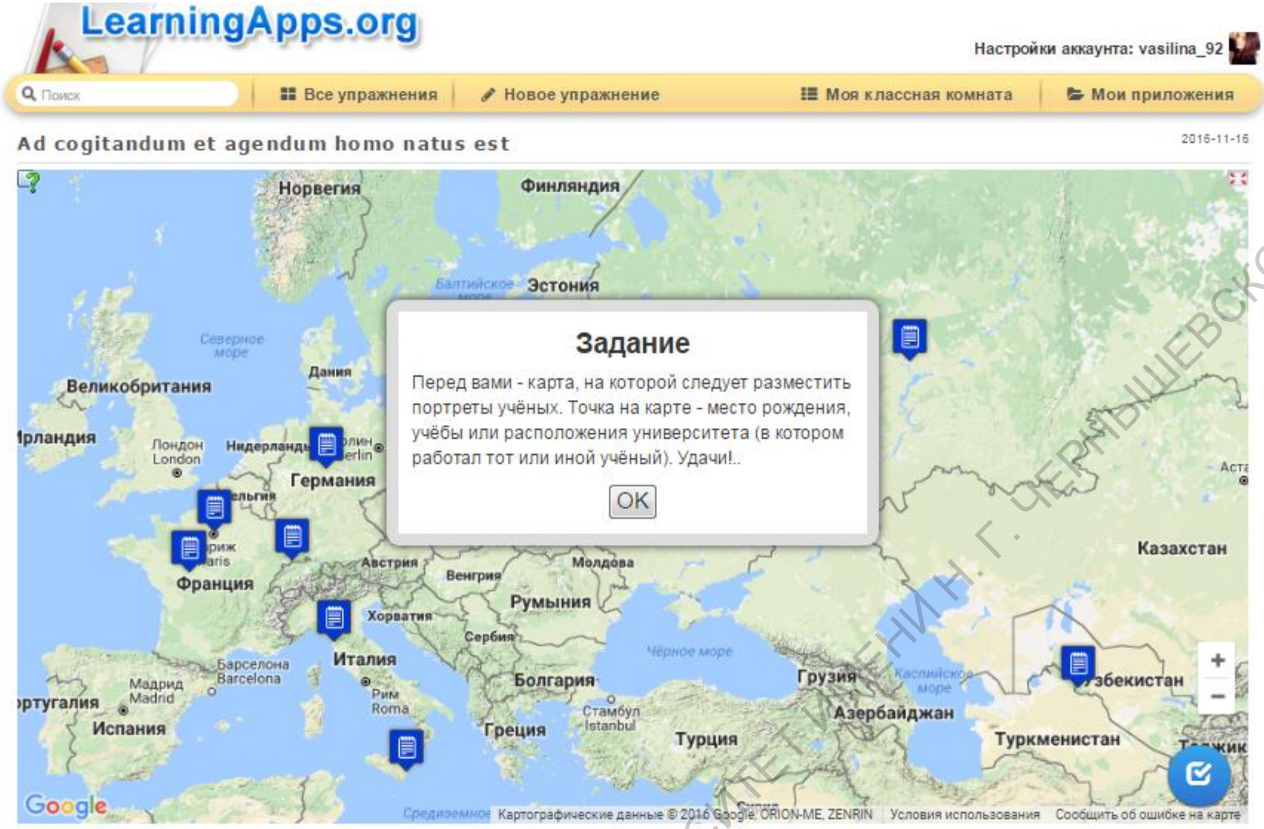


Рисунок 1 – Задание к упражнению «Ad cogitandum et agendum homo natus est»

Рисунок 2 – Упражнению «Ad cogitandum et agendum homo natus est»: рабочее поле «Москва»

При наличии правильных ответов следует организовать коллективное обсуждение наиболее интересных фактов, связанных с творчеством известных математиков. Учащиеся при этом вынуждены обратиться к внешним источникам информации: ресурсам Интернет, книгам по истории математики, Энциклопедии юного математика. При этом естественным образом учащиеся «выходят» на историко-математические задачи, например, на задачу Леонарда Эйлера: «Четыре гостя при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили их обратно. Невнимательный швейцар раздал шляпы случайным образом. Сколько существует вариантов, при которых каждый гость получил чужую шляпу?». Следующий этап занятия посвящён различным способам решения историко-математических задач.

Рефлексия реализуется в ходе коллективного подведения результативного итога занятия с использованием методического приёма «Закончи фразу»: «Самым удивительным было …», «Я поражен(а) …», «На сегодняшний день самой сложной оказалась задача о …», «Мне близки философские взгляды …», «Мне не удалось …», «Не убедительными были аргументы …».

Напоследок ещё раз с учащимися обращаемся к латинскому афоризму: «Ad cogitandum et agendum homo natus est», – перевод которого появился по успешному завершению работы с интерактивным упражнением (Для мыслей и действий рождён человек). С помощью Google-переводчика стараемся произнести фразу по латыни и понять её сакральный смысл, демонстрируемый нам великими математиками прошлого и настоящего. В качестве творческого задания, можно предложить школьниками дополнить карту портретами других учёных.

ВОЗМОЖНОСТИ LEARNINGAPPS В ОРГАНИЗАЦИИ И ПРОВЕДЕНИИ ДОСУГОВЫХ МЕРОПРИЯТИЙ

Пилипенко Василина Васильевна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

В ходе педагогической практики в рамках познавательного направления воспитательной работы были разработаны сценарий и методическое обеспечение досуговых мероприятий: «Математическая галактика» и «Задачи от Шерлока».

На примере конкурса «Задачи от Шерлока» для учащихся 5-6 классов продемонстрируем специфику организации досуговых мероприятий, в содержание которых включены логические задачи.

Цель конкурса – развитие личностных компетенций средствами занимательных логических задач: развитие любознательности, сообразительности при выполнении разнообразных заданий проблемного и эвристического характера; развитие внимательности, настойчивости, целеустремленности, умения преодолевать трудности – качеств весьма важных в практической деятельности любого человека; воспитание чувства справедливости, ответственности; развитие самостоятельности суждений, независимости и нестандартности мышления.

Конкурс представляет собой образовательный квест, состоящий из ряда заданий, связанных одной фабулой – личность Шерлока Холмса. Квест состоит из 3 этапов:

1 этап – поиск предметов (из 20 предметов нужно выбрать те, которые непосредственно связаны с Холмсом; их – 10, но ученики этого не знают);

2 этап – демонстрация дедуктивного метода Холмса – выбирая «предмет Холмса», участники получают занимательное по форме развивающее интерактивное упражнение, которое позволяет им продемонстрировать свои мыслительные способности. Выполнение упражнения завершается указанием перехода либо к первому этапу (если выбор предмета был ошибочен), либо к третьему (в этом случае появляется текст логической задачи или нестандартной математической или практической задачи);

3 этап – решение задач от Шерлока.

За участие на каждом этапе участники получают один из трёх знаков отличия: 🕮 – самый знающий (за 3 этап), 👍 – самый сообразительный (за 2 этап), ✌ – самый активный (за 1 этап).

Конкурсные задания разрабатывались в среде интерактивных упражнений LearningApps.org – приложение Web 2.0 для поддержки обучения и процесса преподавания с помощью интерактивных модулей.

Рисунок 1 – Сетка приложений КВЕСТ «ЗАДАЧИ ОТ ШЕРЛОКА»

Сетка приложений КВЕСТ «ЗАДАЧИ ОТ ШЕРЛОКА» [1] содержит следующие интерактивные упражнения – проблемные ситуации – выполнение которых приводит к появлению текстов логических или нестандартной математических или практических задач различной степени сложности:

1. Величины. Упражнение, относящееся к типу «Память», содержит 4 пары объектов, один из которых картинка с изображением числовых величин, а второй – числовое выражение, так или иначе соответствующее картинке. Заканчивается нестандартной практической задачей (Задача 1. Учитель задал на уроке сложную задачу. В результате количество мальчиков, решавших задачу, оказалось равно количеству девочек, ее не решивших. Кого в классе больше – решивших задачу или девочек?).

2. Зеркальная симметрия. Упражнение на классификацию 8 объектов окружающего мира по наличию зеркальной симметрии.

3. Четверо. Упражнение типа «хронологическая линейка» по сути – логическая задача на восстановление упорядоченности множества путём манипуляций с элементами этого множества. Заканчивается логической задачей (Задача 2. В семье четверо детей: Аня, Вова, Оля и Катя. Им 5, 8, 13 и 15 лет. Одна девочка ходит в детский сад. Аня старше Вовы, а сумма лет Ани и Оли делится на 3. Сколько кому лет?).

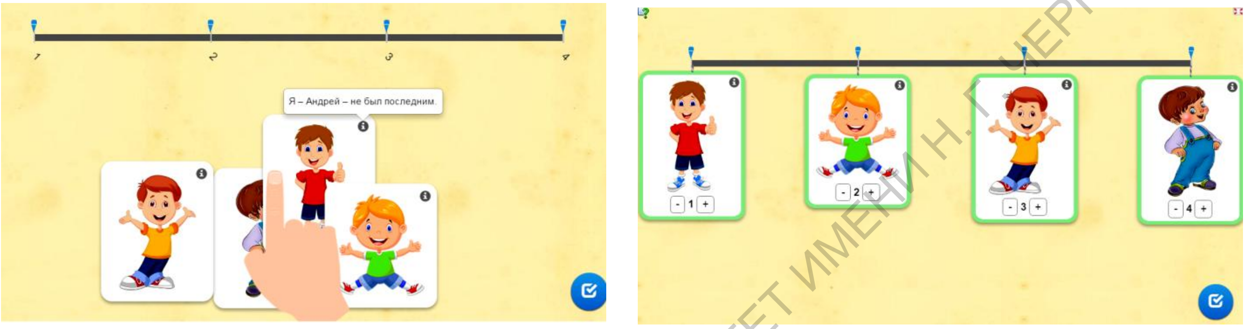


Рисунок 2 – Первый и последний этап выполнения упражнения «Четверо»

4. Ребусы. 6 ребусов, в которых зашифрованы математические термины. Заканчивается логической задачей (Задача 3. В комнате находятся рыцари и лжецы – всего 11 человек. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Первый человек говорит: «В этой комнате все лжецы». Второй говорит: «Тот, кто говорил передо мной, сказал неправду». Оставшиеся 9 человек по очереди повторили фразу второго. Сколько рыцарей в комнате?).

5. Нужный элемент. Задание на установление закономерностей, представлено в 4 ситуациях. Форма деятельности – сортировка картинок.

6. Инструментальное свойство. Интерактивное упражнение, относящееся к типу «Пазл *Угадай-ка*», по сути – установление дробей, равных трети, четверти, двум третьим, трём четвертям – повторение материала по теме «Основное свойство дроби».

7. Витраж. Интерактивное упражнение, развивающее пространственное воображение и мышление, относящееся к виду «Викторина с выбором правильного ответа». Заканчивается логической задачей (Задача 4. Один из пяти братьев – Андрей, Витя, Дима, Толя или Юра разбил окно. Андрей сказал: «Это

сделал или Витя, или Толя». Витя сказал: «Это сделал не я и не Юра». Дима сказал: «Нет, один из них сказал правду, а другой – неправду». Юра сказал: «Нет, Дима, ты не прав». Их отец, которому, конечно, можно доверять, уверен, что не менее трех братьев сказали правду. Кто же из братьев разбил окно?).

8. Дело в шляпе. Интерактивное упражнение, относящееся к типу «Пазл *Угадай-ка*», по сути – повторение материала по теме «Сравнение обыкновенных дробей». Заканчивается комбинаторной задачей (Задача 5. Четыре гостя при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили их обратно. Невнимательный швейцар раздал шляпы случайным образом. Сколько существует вариантов, при которых каждый гость получил чужую шляпу?).

9. Есть с чем сравнить – викторина из 10 вопросов с выбором правильного ответа из трёх возможных, по сути – повторение материала по теме «Сравнение обыкновенных дробей». Заканчивается комбинаторной задачей (Задача 6. Андрей отправился на концерт. Боря провел вечер с Ольгой. Женя так и не встретил Розу. Полина побывала в кино. Роза посмотрела спектакль в театре. Неизвестно, где именно были Дима и Серафима, но известно, что каждый юноша из этой компании был в театре, на выставке или в кино с одной из девушек – Ольгой, Розой, Полиной и Серафимой. Какая-то пара посетила художественную выставку. Как друзья провели вечер (кто с кем, и где)?).

10. Всё можно измерить и сосчитать – интерактивное упражнение, относящееся к типу «Найти пару»; в 6 парах: один элемент – картинка с изображением чисел или числовых выражений, а второй – числовое выражение или значение числового выражении соответственно; 7 пара (реализует принцип полноты, предъявляемый к любой системе задач) – два числовых выражения.

11. Кроссворд «Дуплет» представлен всего двумя заданиями на определение понятий, имеющих отношение к математической логике и теории алгоритмов; определение понятий «доказательство» и «алгоритм» – научные, поэтому

тяжело воспринимаются младшими подростками и требуют скорее привлечения ассоциативной памяти и интуиции, чем знаний курса математики 5-6 класса.

12. Не совсем географические открытия. Упражнения типа «Найти на карте» требует разместить на карте портреты семи учёных-математиков: Архимед, Рене Декарт, Карл Гаусс, Николай Лобачевский, Софья Ковалевская, Блез Паскаль, Леонард Эйлер. Точка на карте – место рождения, учёбы или расположения университета (в котором работал тот или иной учёный). Упражнение носит познавательный характер и представляет линию «Математика в историческом развитии».

13. Лаборатория – упражнение на поиск 10 слов (имеющих отношение к теме «Числа») из букв, записанных в таблице 15 × 18 в строках или столбцах, между которыми расположены другие буквы – развивает внимание и целостность восприятия. Заканчивается практической задачей повышенной степени сложности (Задача 7. В одном литре морской воды содержится 0,00001 миллиграммов золота. Сколько килограммов золота содержится в 1 куб.км морской воды?).

14. Посмотри внимательно – викторина с выбором правильного ответа, по сути – тест на выявление комбинаторных и логических способностей; представлено одним заданием геометрического содержания (сложные конфигурации). Заканчивается математической задачей повышенной степени сложности (Задача 8. Записали несколько положительных чисел, сумма которых равна 100. Среднее арифметическое трех самых больших из них равно 20, а двух самых маленьких – 13. Сколько чисел написано?).

15. Слово – не воробей – упражнение на заполнение пропусков в ответе логической задачи третьего уровня сложности (установление взаимосвязи между тремя трёхэлементными множествами), проверяет не только логические умения и навыки, ни правописание.

16. А нюх, как у собаки. Упражнение аналогичное предыдущему.

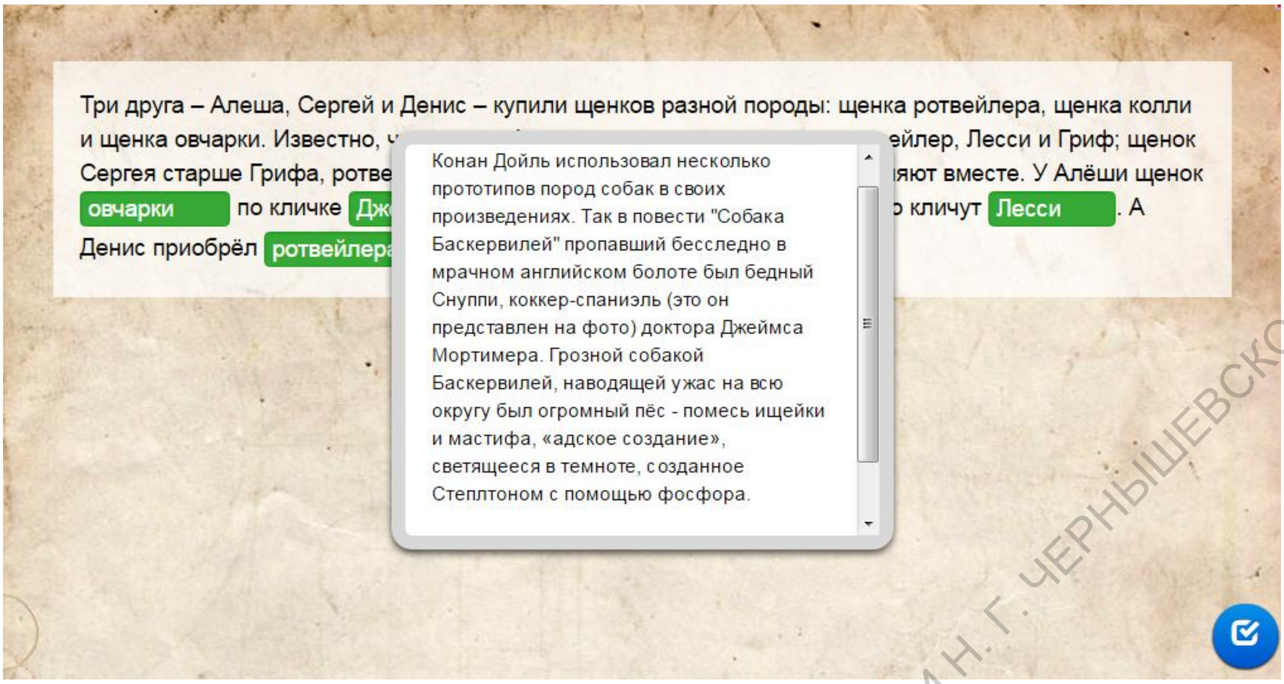


Рисунок 3 – Итог выполнения упражнения «А нюх, как у собаки»

17. Телеграмма. Упражнение, относящееся к типу «Найти пару», по сути – логическая задача на восстановление упорядоченности множества путём манипуляций с элементами этого множества.

18. Овсянка, сэр. Упражнение, относящееся к типу «Виселица», по сути – стихотворные загадки на узнавание математических объектов, измерительных инструментов, изучаемых в 5-6 классах (транспортир, задача, площадь, радиус, угол). Заканчивается комбинаторной задачей (Задача 9. В чашке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в чашке; сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода; стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?).

19. Книги, знания и логика. Упражнение типа «хронологическая линейка» по сути – логическая задача на восстановление упорядоченности множества путём манипуляций с элементами этого множества – героями русских былин. Заканчивается комбинаторной задачей (Задача 10. Библиотека, о которой пойдет речь, не столь уж велика: просто Саше вздумалось навести порядок в своих книгах. Так и есть! Пяти книг не хватает: томика Марка Твена, энциклопедии профессора Зарецкого, сборника сказок Андерсена, рассказов Бианки и сборни-

ка стихов Пушкина. Саша смутно помнил, что кому-то давал эти книги. Но кому? После многократных попыток Саше удалось вспомнить следующее: к нему заходили только Андрей, Федя, Ира, Катя и Валя; никому другому он книг не давал; он всегда строго придерживался правила давать друзьям только по одной книге, причем новую книгу давал только после того, как ему возвращали предыдущую; Федя как-то раз брал у него энциклопедию профессора Зарецкого, но давно возвратил, так что взять эту книгу вторично Федя не мог; у Андрея две литературные привязанности: стихи Пушкина и рассказы Марка Твена (книги других авторов Андрей взять не мог); Катя отдает предпочтение рассказам о животных; Ира читает только сказки и книги о компьютерах (поэтому она могла взять энциклопедию профессора Зарецкого); Валя неизменный почитатель поэзии (остальных книг для нее просто не существует). Какую книгу взял каждый из друзей?).

20. Защищайтесь, сэр. Две задачи содержательной линии «Множества и логика», представленные в форме викторины с выбором правильного ответа.

Конкурсные задания 2 этапа, не «приводящие» участников к третьему этапу носят познавательный и развивающий характер. Более того, часть этих заданий – по сути, логические задачи, решаемые методом исчерпывающих проб или его упрощённым вариантом – методом проб и ошибок.

Задачи третьего этапа конкурса оцениваются жюри с использованием балльно-рейтинговой системы: чем оригинальнее, решение, тем выше рейтинг участника. Эти задачи оформляются на плотных листах А4 цветными ручками и вывешиваются для всеобщего обозрения в классном уголке (или размещаются в стенгазете).

Как показывает практика, конкурс – междисциплинарное познавательное мероприятие – воспринимается учащимися как весёлое и полезное соревнование, позволяющее не только блеснуть интеллектом, но и приятно провести время с одноклассниками и учителями.

Мероприятие носит явно развивающий характер, поскольку задействует все каналы восприятия информации, вызывает познавательную активность и интерес к знанию. Использование интерактивной доски позволяет в течение часа удерживать внимание учащихся и поддерживать должный уровень активности.

Квест «Задачи от Шерлока» включён в содержание предметно-методической подготовки будущих учителей математики – является обязательным для изучения в курсе элементарной математики (2 семестр, модуль «Элементы математической логики»).

Литература

1. Пилипенко, В.В. Квест «Задачи от Шерлока»: интерактивные упражнения [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://LearningApps.org/2758601.

Полная системы упражнений на усвоение понятия степени с натуральным показателем (алгебра, 7 класс)

Чернявко Юлия Игоревна

Разработаем полную систему упражнений к некоторым математическим положениям.

Определение степени с натуральным показателем представлено следующими пятью логическими компонентами:

Степень числа a

с натуральным показателем n,

большим 1,

называют произведение n множителей,

каждый из которых равен a.

Полная система состоит из 5 упражнений:

1. __________________ с натуральным показателем n, большим 1, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a.

2. Степенью числа a _________________, большим 1, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a.

3. Степенью числа a с натуральным показателем n, ____________________, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a.

4. Степенью числа a с натуральным показателем n, большим 1, ____________________________, каждый из которых равен a.

5. Степенью числа a с натуральным показателем n, большим *1*, называют произведение n множителей, ____________________________________.

Описание термина и введённого обозначения для степени состоит из пяти логических компонентов:

Выражение

вида a^n

называют степенью,

число a *– основание степени,*

число n *– показатель степени.*

Полная система состоит из 5 упражнений:

1. ______________ вида a^n называют степенью, где число a – основание степени, число n – показатель степени.

2. Выражение ________ называют степенью, где число a – основание степени, число n – показатель степени.

3. Выражение вида a^n___________, число a – основание степени, число n – показатель степени.

4. Выражение вида a^n называют степенью,_________________, число n – показатель степени.

5. Выражение вида a^n называют степенью, число a – основание степени, __________________.

6*. Опишите следующие математические записи:

$\boldsymbol{2{,}7^n}$ – ____

$\boldsymbol{-x^a}$ – ____

$\boldsymbol{(-2x^a)^b}$ – ____

Пилипенко В.В.

Решение учебных математических задач

Специфической особенностью учебных математических задач являются три точки вхождения в учебный процесс: на этапе изучения материала, в ходе повторения и в процессе контроля (тематического, промежуточного, итогового).

На этапе изучения, как правило, учащиеся успешно решают учебные задачи, осваивая и закрепляя данный алгоритм. Однако, если при этом они не анализируют саму задачу, то со временем происходит забывание метода, способа, алгоритма или его части, и неспособность решить задачу в ходе отсроченного повторения и/или контроля.

Методическая проблема связана с побуждением учащихся к анализу задачи и способов решения; сложность её обусловлена отсутствием мотивации к этому анализу (ученики не видят необходимости анализировать типовые задачи). Следовательно, учителю необходимо разработать такую систему задач к уроку, которая бы естественным образом побуждала учащихся к аналитической деятельности. Основными требованиями к её проектированию являются: ориентация на типовые ошибки, вариативность, стратегию неоправданной помощи[1], формирование обобщённого способа деятельности и установления внутрипредметных связей (генерация тезауруса).

Покажем, как удовлетворить этим требованиям к формированию понятий чётная/нечётная функция.

Традиционно теоретический базис учебных задач по данной теме представлен следующими положениями.

1. Функция f(x) называется четной функцией, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(–x) = f(x)$.

2. Функция f(x) называется нечетной функцией, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(–x) = – f(x)$.

[1] Решающий, прочитав текст задачи, обращается к различным внешним источникам (преподаватель, Интернет, и т.п.) за решением или ответом, в обход своего ментального опыта

3. Если ни одно из условий f(–x) = f(x) или f(–x) = – f(x) не выполняется, то говорят, что функция f(x) не является ни четной, ни нечетной (или функцией общего вида).

4. График чётной функции симметричен относительно оси ординат, график нечётной функции симметричен относительно начала координат.

5. При исследовании функции на чётность/нечётность можно использовать следующие свойства:

а) сумма двух чётных функций четна, а сумма двух нечётных функций нечётна;

б) произведение двух чётных функций является чётной функцией, равно как и произведение двух нечётных функций. Произведение чётной и нечётной функции – нечётная функция;

в) если функция f(x) чётная/нечётная, то и функция 1/ f(x) – чётная/нечётная.

Система учебных задач представлена следующими типами (указаны требования, а условия – функции, изучаемые в школьном курсе):

– используя определение исследовать функции на чётность/нечётность;

– исследовать данную функцию на чётность, используя свойства чётных и нечётных функций;

– по графику определить чётность/нечётность функции.

Основные затруднения учащихся при решении указанных типов задач: в воспроизведении определения чётной/нечётной функции; в применении определения к исследованию функции на чётность/ нечётность; в неправильной интерпретации графиков (подмена понятий «симметрична относительно…» и «симметричная фигура»); – приводят к тому, что школьники при решении указанных задач обращаются к онлайн калькуляторам. Примером такого калькулятора может служить программа https://math24.biz/parity, устанавливающая чётность/нечётность функции по определению.

Дополним систему следующими типами учебных и исследовательских задач (указаны требования, условия – функции, изучаемые в школьном курсе):

– дан график, обладающий симметрией (относительно вертикальной оси или центральной симметрии), определить чётность/нечётность соответствующей ему функции или указать условие (геометрическое преобразование), при котором график будет являться моделью чётной/нечётной функции;

– аналитическими методами исследуйте функцию на чётность/ нечётность, а затем проверьте результат, построив графическую модель в программе http://easyto.me/services/graphic/;

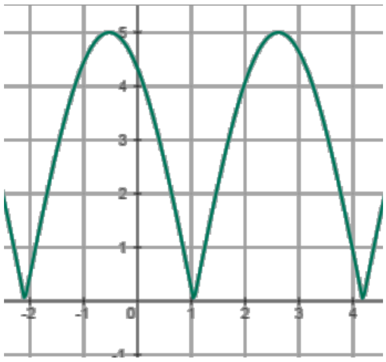
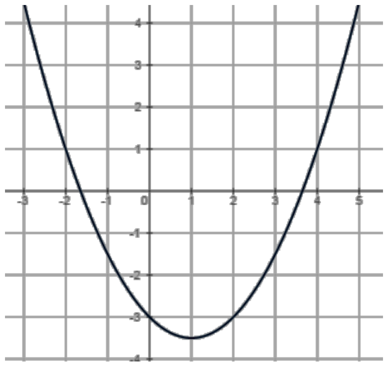
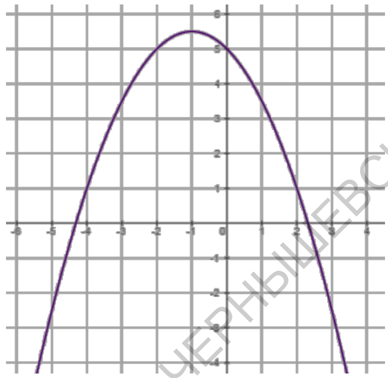
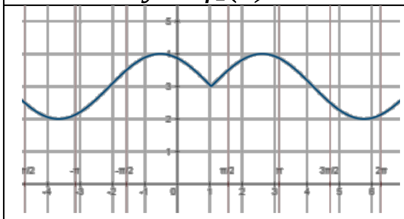
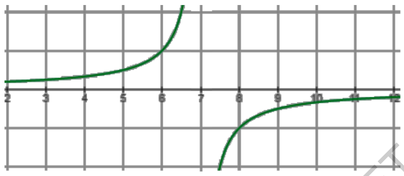
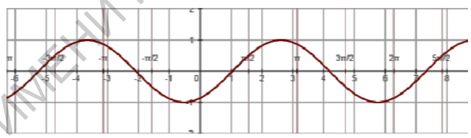
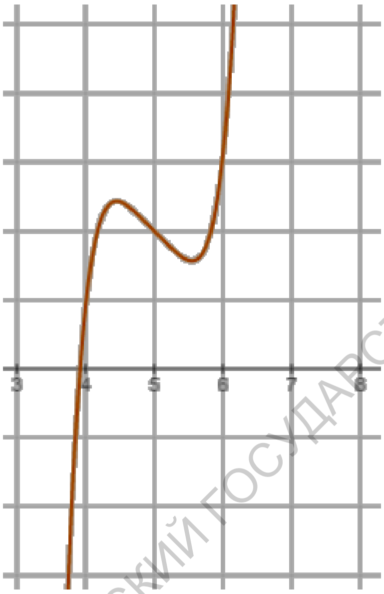
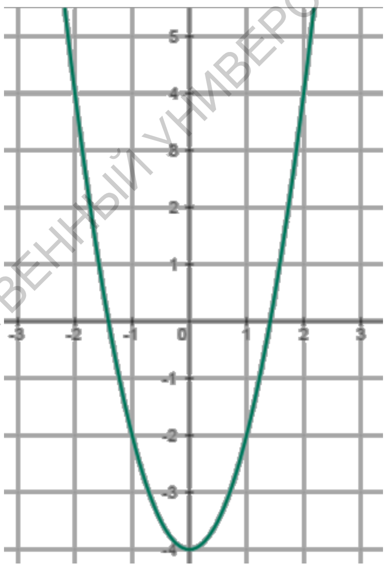
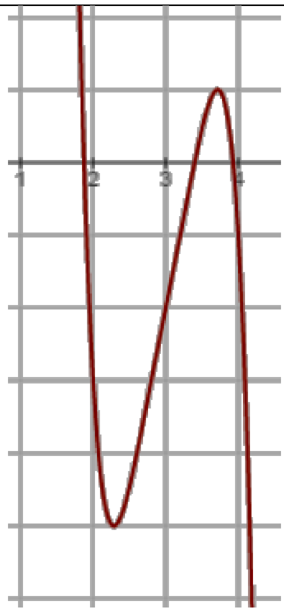
– функция задана своим графиком в одной из четвертей (полуплоскостей) системы координат, достроить график таким образом, чтобы он задавал чётную/ нечётную функцию или функцию общего вида (решение этой задачи с помощью онлайн калькулятора невозможно);

– функция задана суммой/произведением n-функций или их комбинацией, «дополнить» алгебраическое выражение (n+1)-ой функцией так, чтобы в результате получилась чётная/нечётная функция (при использовании онлайн калькулятора в этом случае, учащиеся вынуждены проводить элементарные исследования, основанные на переборе всевозможных вариантов с последующим обобщающим выводом).

Две последние задачи относятся к типу исследовательских (нечёткие корректные математические), доступных для решения каждому школьнику в интерактивных средах, поэтому использование онлайн калькулятора в этом случае является желательным (обязательным условием создания ситуации успеха).

Построенная подобным образом система задач позволяет не только обогатить тезаурус решающих, но и расширить их ментальный опыт за счёт демонстрации возможностей целесообразного использования компьютерных инструментов:

1. Даны графики; определить чётность/нечётность соответствующей ему функции или указать условие (геометрическое преобразование), при котором график будет являться моделью чётной/нечётной функции[2].

 $y = f_1(x)$	 $y = f_2(x)$	 $y = f_3(x)$
 $y = f_4(x)$	 $y = f_5(x)$	 $y = f_6(x)$
 $y = f_7(x)$	 $y = f_8(x)$	 $y = f_9(x)$

2. Аналитическими методами исследуйте функцию на чётность/нечётность, а затем проверьте результат, построив графическую модель в программе http://easyto.me/services/graphic/.

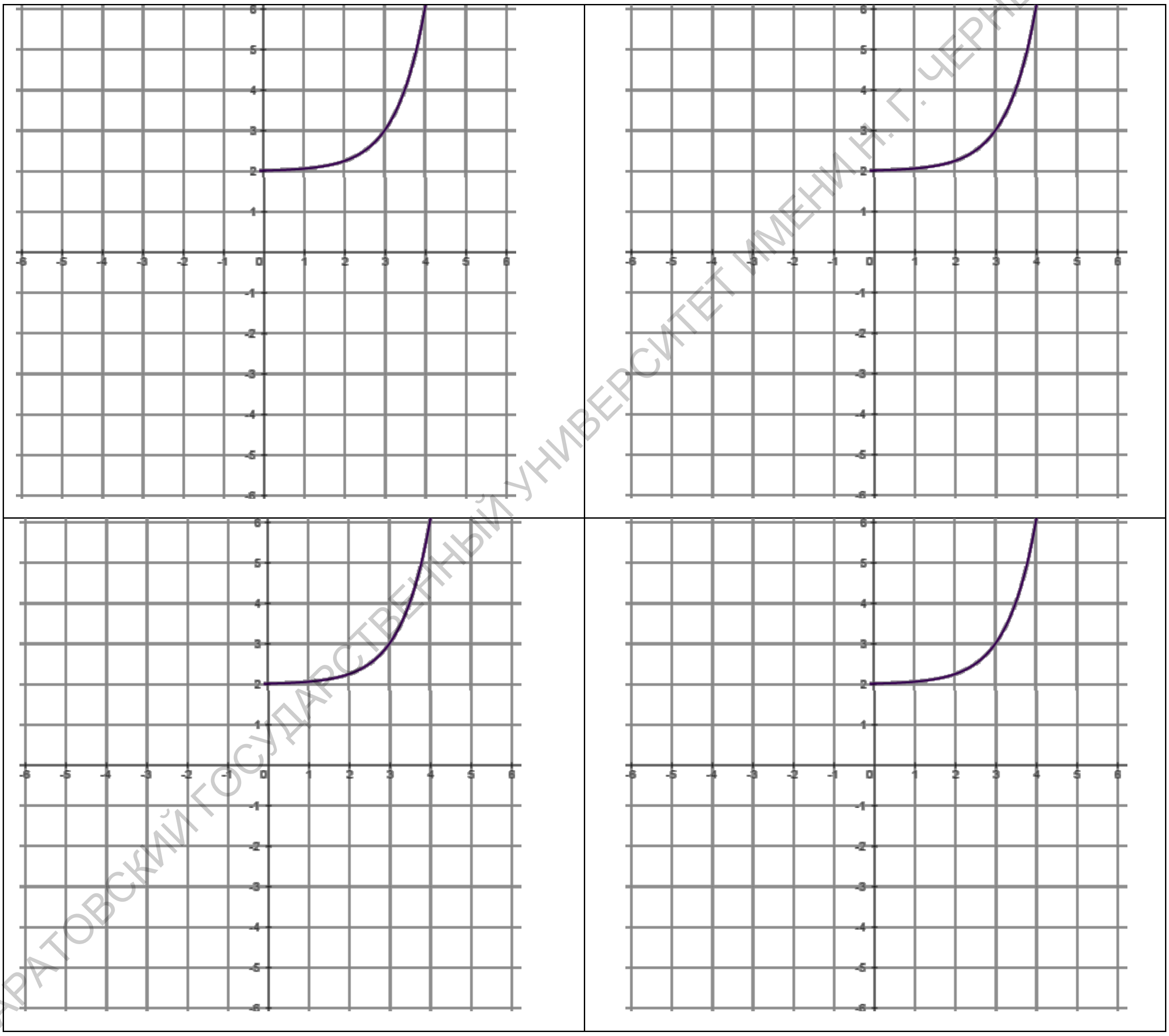
[2] Особого внимания заслуживает функция $y = f_6(x)$, которая при сдвиге её на π/3 вдоль оси OX будет чётной (косинус), а на π/3+π/2 будет нечётной (синус).

а) $y = |x| + x^2$ б) $y = |x| + x^3$ в) $y = |x| + \sqrt{x}$ г) $y = x^2 + x^3$

д) $y = x^2 + \sqrt{x}$ е) $y = x^3 + \sqrt{x}$ ж) $y = |x| \cdot x^2$ з) $|x| \cdot x^3$

и) $y = |x| \cdot \sqrt{x}$ к) $y = x^3 : x^2$ л) $y = x^2 \cdot \sqrt{x}$ м) $y = x^3 : \sqrt{x}$

3. Функция задана своим графиком, достроить график таким образом, чтобы он задавал (а) чётную функцию, (б) нечётную функцию, (в) функцию общего вида, определённую на области промежутке $(-\infty; +\infty)$, (г) функцию общего вида, принимающую значение на промежутке $(-\infty; +\infty)$.



4. Дана функция, дополнить её аналитическую запись так, чтобы в результате получилась чётная функция:

а) $y = |x - 1| + x^2$ б) $y = |x| + x^3$

в) $y = |x + 1| + \sqrt{x}$ г) $y = x^2 + x^3$

5. Дана функция, дополнить её аналитическую запись так, чтобы в результате получилась нечётная функция:

а) $y = |x - 1| + x^2$ б) $y = |x| + x^3$

в) $y = |x| + \sqrt{x+1}$ г) $y = x^2 + x^3$

6. Дана функция, дополнить её аналитическую запись ещё одной функцией так, чтобы в результате получилась чётная функция:

а) $y = |x| \cdot x^3$ б) $y = |x| + 2x^3$

в) $y = 2^{|x|} + x^2$ г) $y = \dfrac{1}{x} - x^5$

7. Дана функция, дополнить её аналитическую запись ещё одной функцией так, чтобы в результате получилась нечётная функция:

а) $y = |x| + x^2$ б) $y = |x| + \dfrac{1}{x^3}$

в) $y = \sqrt{x}$ г) $y = x^2 + x^3$

Атрашкевич А.С.

Развитие творческого мышления в процессе решения текстовых задач

Развивать воображение и творческие способности, умение найти выход из нестандартной ситуации, используя все логические структуры мышления, позволяют текстовые задачи, поскольку они «ближе всего» к реальной действительности.

В качестве примера рассмотрим задание № 748[1] темы «О процентах» блока «Повторение». Оно включает серию из 5 задач:

1) Израсходовали сначала 40% имевшихся денег, а затем ещё 30% оставшихся. После этого осталось 105 р. Сколько было денег первоначально?

2) Утром товар стоил 205 р., днём цена товара была увеличена на 30%, а вечером дневная цена снижена на 30%. Найдите вечернюю цену товара.

3) Скорость водного мотоцикла 40 км/ч, скорость катера на подводных крыльях на 72 % больше скорости водного мотоцикла, а скорость глиссера на 50% меньше скорости катера. Найдите скорость глиссера.

4) Турист, пройдя 5% всего пути, подсчитал, что оставшееся расстояние на 108 км больше пройденного. Найдите длину всего пути туриста.

5) В сиропе 80% сахара. Сколько воды нужно добавить к 3 кг сиропа, чтобы снизить процентное содержание сахара в нём до 40%?

Авторы УМК предлагают два метода решения этих задач: алгебраический (составлением уравнения) и аналитический (без составления уравнения)[2]:

«1) Пусть сначала денег было x р. Тогда первый расход был равен $x : 100 \cdot 40 = 0{,}4x$. Осталось денег $x - 0{,}4x = 0{,}6x$. Второй расход составил 30% от этой суммы, т.е. $0{,}6x : 100 \cdot 30 = 0{,}18x$, осталось $0{,}6x - 0{,}18x = 0{,}42x$. поскольку оставшаяся сумма составляет 105 р., получим уравнение $0{,}42x = 105$, $x = 105 : 0{,}42 = 250$ (р.).

---

[1] Муравин Г. К., Муравина О. В. Математика. 6 класс: учебник. 4-е изд. М. : Дрофа, 2015. 320 с.

[2] Муравин, Г. К. Математика. 6 класс. Методическое пособие к учебнику Г. К. Муравина, О. В. Муравиной «Математика. 6 класс» / Г. К. Муравин, О. В. Муравина. М. : Дрофа. 2013. 271 с.

Решение «с конца». 105 р. – это 70% оставшихся после первой траты денег, значит, после первой траты осталось $105 : 70 \cdot 100 = 150$ (р.); эти 150 р. составляют 60% от первоначальной суммы денег, значит, сначала было $150 : 60 \cdot 100 = 250$ (р.).

2) $250 : 100 \cdot (100 + 30) : 100 \cdot (100 – 30) = 250 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}7 = 227{,}5$ (р.).

3) Здесь следует вспомнить, что «меньше на 50%» – это в 2 раза меньше, следовательно, $40 \cdot 1{,}72 : 2 = 34{,}4$ (км/ч).

4) Сначала делается вывод о том, что оставшееся расстояние на 90% всего пути больше, чем пройденное, значит, $s = 108 : 90 \cdot 100 = 120$ (км).

5) Процентное содержание (или концентрация) показывает, сколько процентов составляет масса сахара от всей массы сиропа. Другими словами, это выраженное в процентах отношение массы сахара к массе сиропа. В 3 кг сиропа содержится сахара $3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8$ (кг). Обозначив буквой x массу воды, которую нужно добавить в сироп, получим уравнение $\frac{1{,}8}{3+x} \cdot 100 = 40$, $18 = 12 + 4x$, $4x = 6$, $x = 1{,}5$. Ответ: 1,5 кг воды».

Однако, вызывает сомнение способность учащихся проводить подобные рассуждения без какой-либо визуализации содержания задачи. Поэтому, предложим ученикам каким-либо образом отразить содержание. Рассмотрим, для примера, первую задачу. Учащиеся без труда сделают её краткую запись, которая и поможет им реализовать рекомендованные в пособии методы решения (рисунок 3).

Кратная запись задачи		Алгебраический метод	Аналитический метод – решение «с конца»			
Было	?	x	100%	250		
Израсходовали-1	40% ↑	$x : 100 \cdot 40 = 0{,}4x$	40%	↑ $150 : 60 \cdot 100$		
Осталось		$x – 0{,}4x = 0{,}6x$	60%	↑	150	100%
Израсходовали-2	30% ↑	$0{,}6x : 100 \cdot 30 = 0{,}18x$		$105 : 70 \cdot 100$ ↑		30%
Осталось	105	$0{,}6x – 0{,}18x = 0{,}42x$			105 ↑	70%
		$0{,}42x = 105$				

Рисунок 3. – Информационное моделирование задачи о расходах (№ 748.1). Цветом выделены разрешающие математические модели задачи

Дополненная краткая запись задачи, позволяющая решить её «с конца», может привести учащихся к последовательному составлению двух пропорций, и ещё одному методу решения:

1 способ. $\dfrac{x}{100} = \dfrac{105}{70}$, $x = 150$; $\dfrac{y}{100} = \dfrac{150}{60}$, $y = 250$.

2 способ. $\dfrac{x}{105} = \dfrac{100}{70}$, $x = 150$; $\dfrac{y}{150} = \dfrac{100}{60}$, $y = 250$.

Если предложить учащимся построить геометрическую модель задачи, то они могут получить ещё несколько способов решения (рисунок 4). При построении геометрической модели ученики могут использовать любой прямоугольник; использование квадрата 10×10 говорит о повышенном уровне математического развития.

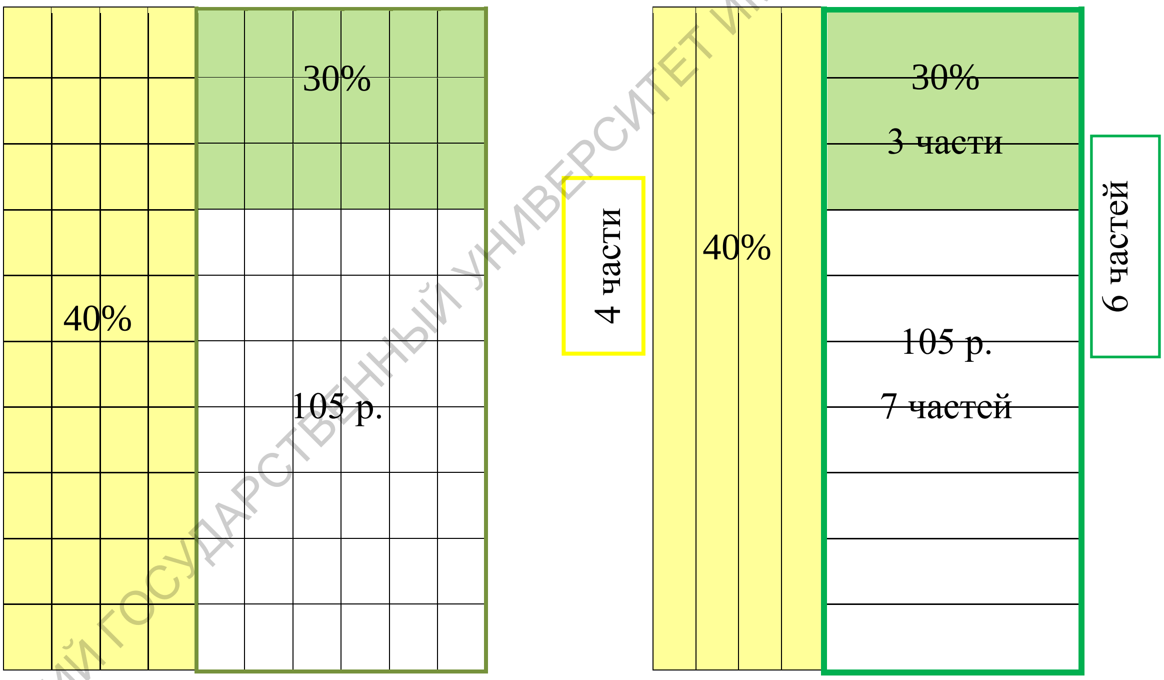


Рисунок 4. – Геометрическая модель задачи о расходах (№ 748.1).

1 способ, основанный на использовании геометрической модели:

$$105 : 42 \cdot 100 = 250.$$

2 способ, основанный на использовании геометрической модели:

$$(105 : 7 \cdot 10) : 6 \cdot 10 = 250.$$

3 способ, основанный на использовании геометрической модели: $105 : 7 \cdot 10 = 150$ (6 частей).

150 : 3 = 50 (2 части)

50 · 2 = 100 (4 части)

150 + 100 = 250 (10 частей – целое)

Использование табличной моделей к решению задач на проценты [18] позволит учащимся получить одну из двух алгебраических моделей задачи: $\frac{0{,}6x}{105} = \frac{100}{70}$ или $\frac{0{,}6x}{100} = \frac{105}{70}$ (таблица 2).

Таблица 2. Информационная табличная модель задачи о расходах (№ 748.1).

ДЕНЬГИ						
	%	руб.		руб.	%	
Было	***100%***	1) *x*		4) *0,6x*	***100%***	Было
⇓	***40%***	2) *0,4x*			***30%***	⇓
Стало		3) *0,6x*		***105***	5) *70%*	Стало

Многообразие информационных моделей позволяет каждому ученику, так или иначе, подойти к решению задачи.

К. В. Кучкина в своей статье[3] рассматривает актуальную проблему, связанную с развитием одного из важнейших компонентов творческого мышления – логического мышления – в процессе обучения математики. Средством развития логического мышления она видит занимательные текстовые задачи и в качестве примера приводит задачу: «Студенты пытаются угадать, сколько шариков жвачки набросали в аквариум. Предлагались варианты ответа 45, 41, 55, 50 и 43, но никто не угадал. Предположения отличились от правильного ответа на 3, 7, 5, 7 и 2 (порядок изменен). Сколько же шариков жвачки было в аквариуме?».

Во-первых, не совсем ясно, зачем автору понадобилось менять задачу начального курса информатики, которая звучала так: «Ребята попытались угадать, сколько рыбок в аквариуме. Предлагали варианты 45, 41, 55, 50 и 43, но никто не угадал. Предположения отличались от правильного ответа на 3, 7, 5. 7 и 2. Сколько же рыбок в аквариуме?».

[3] Кучкина, К. В. Развитие логического мышления школьников в процессе обучения математики / К. В. Кучкина // Информация и образование: границы коммуникаций. 2016, № 8(16). С. 184-185.

Во-вторых, решение предлагаемое автором статьи: «Мы знаем из условия, что два предположения отличались от правильного ответа на 7, и это были самые большие отличия. Самое маленькое и самое большое предполагаемые значения – 41 и 55. Если прибавить 7 к первому или отнять 7 от второго, получим правильный ответ – 48»; – не отличается полнотой и не может нас устроить.

Предложив ученикам для решения задачу про аквариум, будем ориентировать их на то, чтобы они записали данные условия так, чтобы с ними было «удобно работать». В ходе коллективного анализа приходим к убеждению, что ответы ребят лучше записать в порядке возрастания. После чего анализируем данное: «Предположения отличились от правильного ответа на 3, 7, 5, 7 и 2». Выясняем, что это означает то же, что и утверждение: «Предположения больше или меньше правильного ответа на 3, 7, 5, 7 и 2», то есть к ответу нужно или прибавить одно из этих чисел, или вычесть. Замечаем, что среди этих чисел две 7, следовательно, если одну 7 прибавить к меньшему ответу, а другую вычесть из большего, то задача, возможно, имеет решение, если результаты действий совпадут, в противном случае она не имеет решения. Проверяем наше предположение: 41 + 7 = 48 = 55 – 7. Наш вероятный ответ – 48. Чтобы убедиться в этом, нужно получить 48 в остальных трёх случаях.

41 + 7	43	45	50	55 – 7
48				48
48 – 43 = 5 √ 48 – 45 = 3 √ 50 – 48 = 2 √		2 3 5	43 + … = 48 45 + … = 48 50 – … = 48	

Рисунок 5. – Оформление доски в процессе решения задачи про аквариум

Здесь можно идти двумя путями (рисунок 5):

1) найти разницу между 48 и тремя ответами и сравнить их с имеющимися значениями: 2, 3 и 5; если совпадут – задача решена; в противном случае – в условии – противоречие (ошибка);

2) используя имеющиеся числа 2, 3 и 5, «довести» ответы ребят до 48; если получится использовать каждое число только один раз – задача решена; в противном случае – в условии – противоречие (ошибка).

Данная задача, несомненно, развивает творческое самостоятельное мышление, поскольку позволяет школьникам использовать разнообразные стратегии решения за счёт разного воздействия текста задачи на память, восприятие, мышление и речь каждого учащегося. Такие задачи называются развивающими.

Укажем ещё одну стратегию, не совсем эффективную, но вполне возможную для младшего подросткового возраста – метод исчерпывающих проб (в каждом столбце должно быть действие, дающее один и тот же результат, но эти действия не располагаться в одной строке):

41 – 7 = 34	43 – 7 = 36	45 – 7 = 38	50 – 7 = 43	**55 – 7 = 48**
41 – 5 = 36	43 – 5 = 38	45 – 5 = 40	50 – 5 = 45	55 – 5 = 50
41 – 3 = 38	43 – 3 = 40	45 – 3 = 42	50 – 3 = 47	55 – 3 = 52
41 – 2 = 39	43 – 2 = 41	45 – 2 = 43	**50 – 2 = 48**	55 – 2 = 53
41 + 2 = 43	43 + 2 = 45	45 + 2 = 47	50 + 2 = 52	55 + 2 = 57
41 + 3 = 44	43 + 3 = 46	**45 + 3 = 48**	50 + 3 = 53	55 + 3 = 58
41 + 5 = 46	**43 + 5 = 48**	45 + 5 = 50	50 + 5 = 55	55 + 5 = 60
41 + 7 = 48	43 + 7 = 50	45 + 7 = 52	50 + 7 = 57	55 + 7 = 62

Основное требование к текстовым развивающим задачам, чтобы они были посильны для учащихся. Если систематически применять такие задачи, то это приведет к развитию мыслительных операций и к формированию математических представлений.

Атрашкевич А.С.

Формирование творческой мотивации средством межпредметных задач

В УМК «Математика, 5-6» Г.К. Муравина, О.В. Муравиной ряд тем содержит подборки задач, фабулы которых построены на интересных фактах из географии, техники, биологии, истории. Так, например, тема «Сравнение чисел» (5 класс) содержит задачи, позволяющие проектировать бинарный урок-путешествие. Для идейной завершённости урока добавляются задачи, соответствующие маршруту путешествия.

Путешествовать можно в одиночку (индивидуальная работа), группами (групповая работа) и всем классом (коллективная работа). Маршрут лучше отметить на карте (рисунок 6). Начало маршрута – родной город.

Проведём путешествие по маршруту: Маркс (Саратовская область) – Москва – Ярославль – озеро Байкал (с. Петропавловка) – Нара (Япония) – Киото (Япония) – гора Эльбрус (с. Терскол) – Париж (Франция) – Варшава (Польша) – Чёрное море (Севастополь) – Маркс; – построим содержательную модель урока.

Рисунок 6. – Путешествие по Евразии: карта с маршрутом

Задача 1 (*Маркс – Москва*). Есть в Саратовской области реки Большой и Малый Караманы – левые притоки Волги. Длина Большого Карамана в периоды полноводья достигает 220 километров. Летом верховья реки пересыхают, и средняя протяжённость течения равна 195-198 километрам, а площадь 4260 км^2. Малый Караман имеет общее устье с Большим Караманом, протекает через Марксовский район Саратовской области и впадает в Волгоградское водохранилище. Длина Малого Карамана 89 км, а площадь в 4 раза меньше площади Большого Караман. Какова площадь Малого Карамана?

Задача 2 (*Москва – Ярославль*). Во сколько раз масса Царь-колокола, находящегося на территории Кремля, больше самого большого китайского колокола, если известно, что масса Царь-колокола равна 12 000 пудов, а масса китайского колокола 3000 пудов? (12 тыс. пудов = 200 т.). Недалеко от Царь-колокола стоит Цари-пушка, её масса в 5 раз меньше массы Царь-колокола. В 1536 г. Царь-пушка была самым большим артиллерийским орудием. Найдите массу Царь-пушки.

Задача 3 (*Ярославль – Байкал*). Расстояние между Москвой и Ярославлем равно 240 км. Автобус проходит это расстояние за 5 ч, а поезд – за 4 ч. На сколько километров в час скорость поезда больше скорости автобуса?

Задача 4 (*Байкал – Нара*). Самое глубокое озеро мира – Байкал, его глубина составляет 1620 м. Марианская впадина в Тихом океане имеет глубину, равную 11 022 м. На сколько метров Марианская впадина глубже Байкала?

Задача 5 (*Нара – Киото*). Нара – древняя столица Японии – островного государства, которое находится в Тихом океане. Площадь Тихого океана составляет 179 650 тыс. км^2, Атлантического океана – 106 100 тыс. км^2, Индийского океана – 74 900 тыс. км^2, Северного Ледовитого океана – 14 750 тыс. км^2. На сколько тысяч квадратных километров площадь Тихого океана меньше суммы площадей Атлантического, Индийского и Северного Ледовитого океанов?

Задача 6 (*Киото – Эльбрус*). Киото – древняя культурная столица Японии. В 1987 г. В Японии был создан поезд, летающий над рельсами на магнитной подвеске. С 1990 г. во Франции на железной дороге курсирует высокоскоростной поезд, который расстояние 400 км между Парижем и Лионом проходит за 2 ч. Японскому поезду на 400 км потребовался бы всего 1час.

– На сколько км/ч скорость японского поезда больше, чем французского?

– Во сколько раз японский поезд быстрей французского?

– Во сколько раз скорости поездов, созданных в 1987 г. и 1990 г., больше скорости первого поезда, построенного в 1804 г., который развивал скорость 20 км/ч?

Задача 7 (*Эльбрус – Париж.*). Гора Чогори в Азии занимает второе место в мире по высоте, которая составляет 8611 м, что на 2969 м больше высоты самой высокой вершины России – Эльбруса и на 237 м ниже самой высокой горы мира – Эвереста. Найдите высоту Эльбруса и Эвереста.

Задача 8 (*Париж – Варшава*). Площадь Парижа составляет 105 км^2, а численность населения 2 196 936 человек, площадь Варшавы на 207 км^2 больше, чем площадь Парижа, а численность населения – на 448 020 меньше. Какова площадь Варшавы и численность населения?

Задача 9 (*Варшава – Севастополь*). В 1897 г. великому польскому поэту Адаму Мицкевичу в Варшаве установили памятник – статую высотой в 4,2 м, а через два года в 1899 г. во Львове, установили памятник в 5 раз выше, чем в Варшаве. Найдите высоту памятника Адаму Мицкевичу во Львове.

Задача 10 (*Севастополь – Маркс*). В средиземное море впадает 10 рек, так же как и в Черное море. Но глубина Черного моря составляет 2 210 м, а Средиземного на 2 911 метром меньше. Какова глубина Средиземного моря?

Задача 11 (*Маркс*): Средняя продолжительность жизни мужчин в России в 3 раза больше, чем у первобытных людей. В то же время она на 53 года меньше срока жизни современных долгожителей, которые живут по 110 лет. Вычислите среднюю продолжительность жизни первобытных людей.

Частью содержательной модели является «Характеристика этапов путешествия по Евразии» – таблица 3, – которую при необходимости можно дополнить другими параметрами, например, стоимостью проезда на указанных видах транспорта.

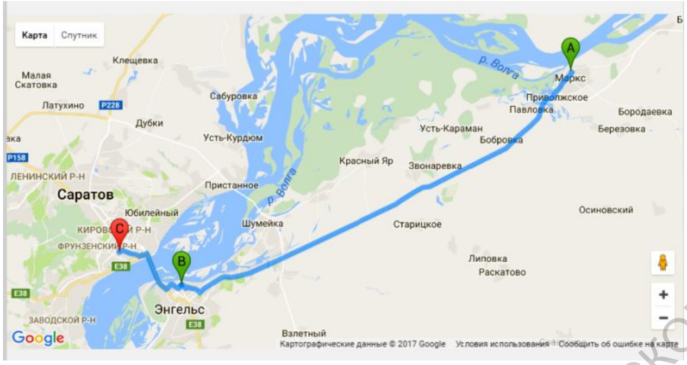
Таблица 3. – Характеристика этапов путешествия по Евразии						
Этап		Расстояние между точками по координатам	Реальное расстояние			
1.	Маркс – Москва	749 км	904 км	7 ч 30 мин	11 ч	50 мин
2.	Москва – Ярославль	240 км	278 км	3 ч 30 мин	4 ч	20 мин
3.	Ярославль – озеро Байкал	4165км.	5334 км	52 ч	59 ч 30 мин	4 ч 40 мин
4.	озеро Байкал – Нара	3024 км.				3 ч 30 мин
5.	Нара – Киото	38 км	44 км	30 мин		
6.	Киото – Эльбрус	7667 км				8 ч 30 мин
7.	Эльбрус – Париж	3124 км	3960 км	31 ч	44 ч 30 мин	3 ч 30 мин
8.	Париж – Варшава	1367 км	1591 км	17 ч	19 ч 30 мин	1ч 30 мин
9.	Варшава – Севастополь	1250 км	1648 км	16 ч	18 ч	1ч 30 мин
10.	Севастополь – Маркс	1256 км	1633 км	16 ч	18 ч	1ч 30 мин

Ещё один необходимый элемент – калькулятор расстояний TopoNavi[1]– сервис, который позволяет получать информацию о расстояниях между городами, населенными пунктами, и другими топографическими объектами; в его справочнике имеется информация обо всех крупных аэропортах мира. Для поиска доступны все страны мира, более 100 000 крупнейших городов и восемь миллиардов расстояний с точными схемами проезда. Для того чтобы начать поиск расстояния, необходимо указать начальный пункт и конечный. Если нужно, чтобы маршрут проходил через определенный город или населенный пункт, используется поле «Через город». Сервис содержит встроенную Google-карту с возможностями Google Earth, на которой будет не только показан маршрут, но и имеется возможность «переместиться» в любую точку планеты и, управляя положением «виртуальной камеры», рассмотреть во всех подробностях улицы городов и пр. (рисунок 7).

Методическая модель урока основана на самостоятельной работе учащихся с последующей проверкой, а процессуальная модель может быть представлена несколькими сценариями.

[1] TopoNavi. Калькулятор расстояний [Электронный ресурс] [Сайт] URL: http://ru.toponavi.com (дата обращения 15.04.2017). Загл. с экрана. Яз. рус.

Рисунок 7. – Калькулятор расстояний TopoNavi



Сценарий 1 – «Путешествие на один урок». На доске висит карта Евразии, на ней кнопками-флажками отмечены точки, с начальной точки ученики начинают свое путешествие, на каждой точке дана задача, решив её ученики, отправляются дальше по заданному маршруту.

При правильном решении задачи ученики получают карточку с указанием расстояния между точками (таблица 3). При неправильном решении задачи – получают карточку с указанием к решению.

Урок заканчивается выяснением «пройденного пути»: в конце путешествия числа на карточках нужно сложить.

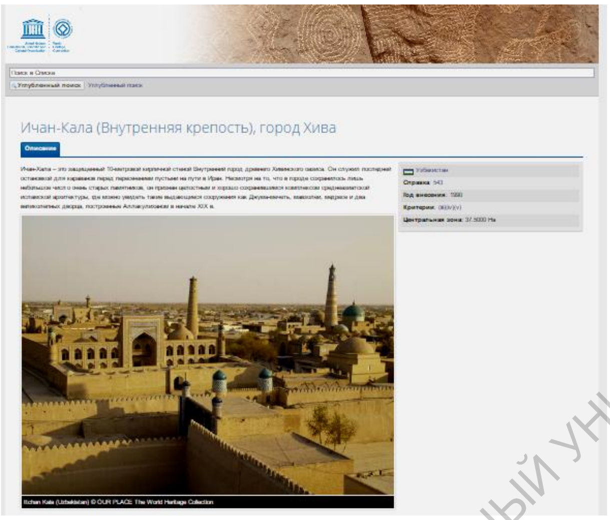
Этот сценарий годиться для первых уроков-путешествий и должен иметь своё продолжение во внеурочной деятельности. Например, ученикам можно дать задание (учебный проект) выяснить, чем знаменита каждая «точка» маршрута и отразить это в своих задачах (конструирование задач).

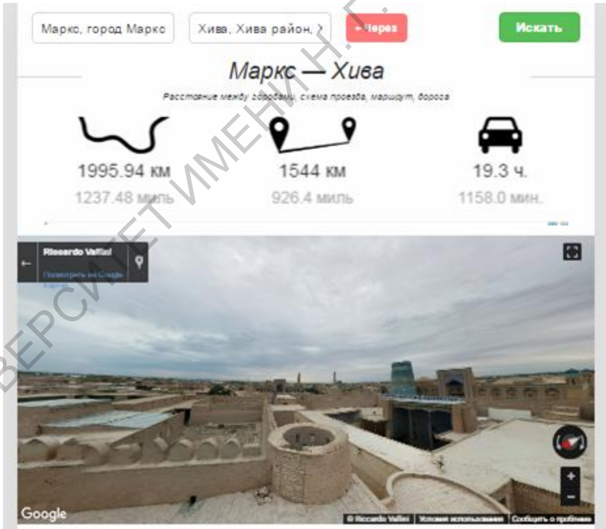
Сценарий 2 – «Путешествие на одну тему». Почти каждая тема содержит межпредметные задачи, фабулы которых позволяют организовать путешествие.

5 класс:	
Шкала и координаты	№ 79, 80, 81.
Площадь прямоугольника	№ 256(1-3), 261.
Формулы и уравнения	№ 339.
Понятие о долях и дробях	№372 (1-2), 396.
Треугольники	№ 440.
Сравнение дробей	№ 527, 528.
Деление на дроби	№ 630, 612, 614, 615, 622.
Понятие десятичной дроби	№ 635.
Умножение десятичных дробей	№721(1,2,3,6).
Округление чисел	№782, 783,786.
Повторение:	
Натуральные числа и нуль	№ 875, 876, 901;
Обыкновенные дроби	№ 919, 926, 933;
Десятичные дроби	№ 941, 955, 960, 962, 970.
6 класс:	
Масштаб:	№ 29, 30,45.
Пропорциональные величины	№ 92(7,8), 93.
Отрицательные числа и их изображение на координатной прямой	№ 384, 402, 403.
Решение задач на проценты	№ 574, 575 (история).
Длина окружности и площадь круга	№ 600, 601, 623 (география), 607 (астрономия).
Диаграммы	№ 707, 709, 710, 712, 715, 716 (география).
Повторение:	
Практикум по решению текстовых задач	№ 888 (1-5).

Например, тема «Формулы и уравнения» включает следующие разделы, в которых есть межпредметные задачи: «Решение задач на проценты», «Длина окружности и площадь круга» и «Диаграммы». Девять задач имеют отношение к географии, поэтому, дополнив их другими подходящими задачами, можно организовать путешествие, длительность которого определяется временем изучения всего материала темы. Карта мира в этом случае может быть материальной или виртуальной; флажки на ней появляются после успешного решения каждой задачи. Цель этой дидактической игры – «побывать в разных токах планеты» – как нельзя лучше способствует формированию творческой мотивации и побуждает учащихся к самостоятельному конструированию межпредметных задач, которые, в качестве поощрения за успехи в освоении математики, ученики предлагают всему классу для решения.

Сценарий 3 – «Рассказ путешественника» – годится для уроков повторения материала по любому разделу курса. Те, из учеников, которым понравилась игра, образуют команду путешественников, которая, сначала, сама «проходит по маршруту», конструируя задачи, а затем предлагает «пройти по маршруту» всем остальным учащимся класса. В этом случае целесообразно рекомендовать учащимся использовать список объектов всемирного культурного и природного наследия[2] и Google-карту с возможностями Google Earth, и сначала продемонстрировать некоторый объект, а затем предложить узнать о нём нечто новое, что может быть отражено в цифрах и фактах (рисунок 8).





Задача. Ичан-Хала – это защищенный 10-метровой кирпичной стеной Внутренний город древнего Хивинского оазиса. Он служил последней остановкой для караванов перед пересечением пустыни на пути в Иран. Стены Ичан-Калы: 8-10 метров высотой, 5-6 метров толщиной и длиной 6250 метров по внешнему периметру. Через каждые 30 метров в стенах Ичан-Калы возведены круглые оборонительные башни, выступающие за пределы стен. Сколько оборонительных башен возвели древние строители?

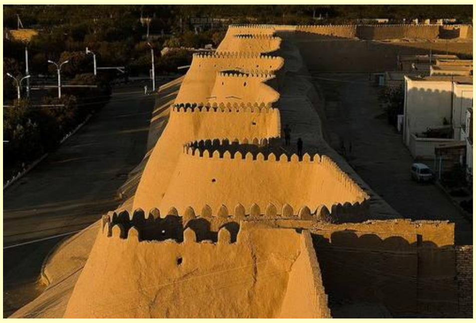


Рисунок 8. – Страница «Ичан-Кала (Внутренняя крепость), город Хива» на сайте Всемирного наследия ЮНЕСКО, калькулятор расстояний TopoNavi и карточка с задачей.

Возможны и другие сценарии, позволяющие учителю естественным образом на задачном материале УМК формировать творческую мотивацию, необходимую для развития творческого самостоятельного мышления учащихся с различным уровнем развития математических способностей.

[2] Сайт всемирного наследия ЮНЕСКО: список объектов на русском языке [Сайт] URL: http://whc.unesco.org/ru/list/%E2%80%8E дата обращения 15.04.2017). Загл. с экрана. Яз. рус.

Пилипенко В.В.

Решение олимпиадных задач

Сложность обучения решению олимпиадных задач заключается,

во-первых, в демонстрации учащимся процесса поиска этого решения и,

во-вторых, в мотивации к осуществлению подобного поиска.

Здесь можно рекомендовать сочетание индивидуальной, групповой и коллективной форм деятельности по решению задач, основанное на принципах педагогики сотрудничества.

Продемонстрируем процесс поиска решения на ряде задач.

Задача 16. Найдите целые числа a и b такие, что их сумма равна 1244. Если к числу a приписать справа цифру 3, а в числе b отбросить последнюю цифру 2, то полученные числа будут равны.

Решение. 1 подход – метод исчерпывающих проб: представить число 1244 суммой двух чисел, одно из которых заканчивается 2 и является двух-, трёх- или четырёхзначным; проделывать со слагаемыми указанные действия, пока слагаемые не уравняются; после чего сделать вывод.

12 + 1232	12**3** = 123	1 = 1232**3**
22 + 1222	22**3** = 122	2 = 1222**3**
32 + 1212	32**3** = 121	3 = 1212**3**
42 + 1202	42**3** = 120	4 = 1202**3**
52 + 1192	52**3** = 119	5 = 1192**3**
…	…	…
102 + 1142	102**3** = 114	10 = 1142**3**
…	…	…

Этот подход сразу же даёт выполнимость требования задачи, но вызывает необходимость доказательства единственности найденного ответа. Предложенная выше запись решения делает это доказательство очевидным.

2 подход – составление алгебраической модели её формальное решение: пусть a и b – числа, сумма которых равна 1244. Тогда, $\overline{a3}$ и $\overline{x}$ – числа после преобразования. С учётом условия: b заканчивается на 2, получаем $b = \overline{x2}$.

Алгебраическая модель задачи: $\begin{cases} \overline{a3} = \overline{x} \\ a + \overline{x2} = 1244 \end{cases}$; – позволяет сделать вывод, что в первом равенстве фигурируют трёхзначные числа. Введём новые обозначения: *k, m* и *n* – цифры и получим систему, равносильную данной: $\begin{cases} \overline{km3} = \overline{kn3} \\ \overline{km} + \overline{kn32} = 1244 \end{cases}$, далее $\begin{cases} \overline{1m3} = \overline{1m3} \\ \overline{1m} + \overline{1m32} = 1244 \end{cases}$ и $\begin{cases} 123 = 123 \\ 12 + 1232 = 1244 \end{cases}$.

3 подход – составление и анализ алгебраической модели: пусть *a* и *b* – числа, сумма которых равна 1244. Тогда, $\overline{a3}$ и $\overline{x}$ – числа после преобразования. С учётом условия: *b* заканчивается на 2, получаем *b* = $\overline{x2}$. Алгебраическая модель задачи: $\begin{cases} \overline{a3} = \overline{x} \\ a + b = 1244 \end{cases}$; – позволяет сделать вывод, что в первом равенстве фигурируют трёхзначные числа, значит *a* – двузначное число, *b* – четырёхзначное, начинающееся с 1. Отсюда следует, что и *a* начинается с 1. Наша система равносильна $\begin{cases} \overline{1m3} = \overline{1n3} \\ \overline{1m} + \overline{1n32} = 1244 \end{cases}$. Из второго уравнения следует, что *m* = 2. Следовательно, одно из чисел – 12. Тогда второе число: 1244 – 12 = 1232.

Ответ: 12 и 1232.

Задача 17. На сторонах АС и ВС треугольника АВС взяты точки М и D так, что АМ = $\frac{2}{3}$АС, ВD = $\frac{4}{5}$ВС, а на прямой АD – точка N так, что АN = $\frac{5}{7}$АD. Доказать, что точки М, N и В лежат на одной прямой. Какую часть от отрезка МВ составляет отрезок МN?

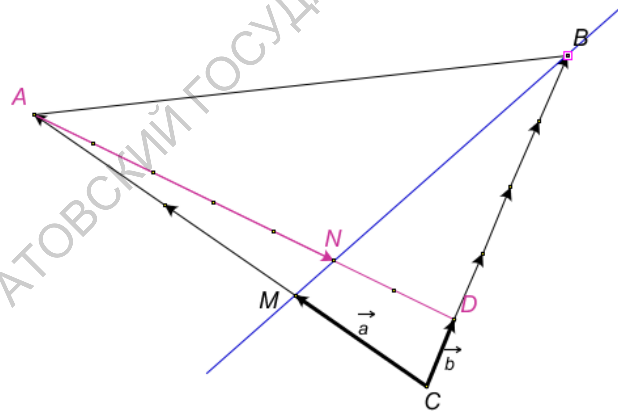


Рисунок 15 – Экспортированное изображение конечной конфигурации динамической модели задачи 17, построенной с помощью «1С: Математический конструктор»

Решение. Как и любую геометрическую задачу, учащиеся начинают решать задачу 17 с построения чертежа. Эскиз, построенный «от руки», не позволяет найти геометрическое решение задачи. Для доказательства можно использовать метод от противного, а для ответа на вопрос – строить алгебраические модели и использовать формулу Герона. Эти стратегии решения технически сложны и не гарантируют решения. Для поиска другой стратегии обратимся к какой-нибудь интерактивной среде, позволяющей строить геометрические модели. Выберем и построим в «1С: Математический конструктор» динамическую модель задачи 17 и сделаем вывод о некоторой «стабильности» конфигурации, позволяющей перевести задачу на векторный язык (рисунок 15).

Доказать, что точки M, N и B лежат на одной прямой, на векторном языке, значит доказать, что $\dfrac{\overrightarrow{MN}}{\overrightarrow{MB}} = const$. Доказав утверждение мы вместе с тем выясним, какую часть от отрезка MB составляет отрезок MN.

С учётом введённых на рисунке 15 обозначений, найдём нужное отношение.

$$\frac{\overrightarrow{MN}}{\overrightarrow{MB}} = \frac{\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DN}}{\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}} = \frac{\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{ND}}{\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}}$$

$$= \frac{-\vec{a}+\vec{b}-\frac{2}{7}\overrightarrow{AD}}{-\vec{a}+5\vec{b}} = \frac{-7\vec{a}+7\vec{b}-2\overrightarrow{AD}}{7\left(-\vec{a}+5\vec{b}\right)} = \frac{-7\vec{a}+7\vec{b}-2\frac{4\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}}{5}}{7\left(-\vec{a}+5\vec{b}\right)} =$$

$$= \frac{-7\vec{a}+7\vec{b}-\frac{8\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}}{5}}{7\left(-\vec{a}+5\vec{b}\right)} = \frac{-35\vec{a}+35\vec{b}-8\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB}}{35\left(-\vec{a}+5\vec{b}\right)} = \frac{-35\vec{a}+35\vec{b}+8\overrightarrow{CA}-2\overrightarrow{AB}}{35\left(-\vec{a}+5\vec{b}\right)} =$$

$$= \frac{-35\vec{a}+35\vec{b}+24\vec{a}-2\left(5\vec{b}-3\vec{a}\right)}{35\left(-\vec{a}+5\vec{b}\right)} = \frac{-35\vec{a}+35\vec{b}+24\vec{a}-10\vec{b}+6\vec{a}}{35\left(5\vec{b}-\vec{a}\right)} = \frac{-5\vec{a}+25\vec{b}}{35\left(5\vec{b}-\vec{a}\right)} =$$

$$= \frac{5\left(5\vec{b}-\vec{a}\right)}{35\left(5\vec{b}-\vec{a}\right)} = \frac{1}{7}.$$

Ответ. Отрезок MN составляет 1/7 часть от отрезка MB.

Задача 18. Ваня и Вова считают деревья, растущие вокруг большого поля. Мальчики двигаются в одном направлении, но начинают счет с разных деревьев. То дерево, которое Вова назвал двадцатым, для Вани оказалось шестым, а дерево, которое Вова назвал седьмым, для Вани оказалось девяносто четвертым. Сколько деревьев растет вокруг поля?

Следует отметить, что задачи, в которых числа не входят в три основных вида функциональных зависимостей, определяющих всё разнообразие алгебраических моделей практических задач: $a+b=c$, $a \cdot b=c$, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, учащиеся воспринимают как чрезвычайно сложные и даже не пытаются приступить к их решению. В этом случае учителю следует рекомендовать приём «разыгрывания» ситуации, в ходе которого создаётся модель-схема задачи – рисунок 16.

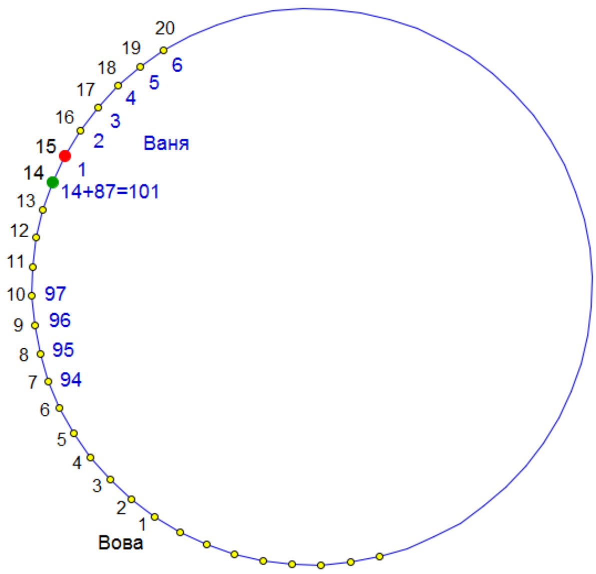


Рисунок 16 – Модель-схема задачи 18

<u>Решение</u>. Первый этап эксперимента. Начинает отсчёт Ваня: «Первое, второе, третье, чётвёртое, пятое, шестое…».

В этот момент подключается Вова и называет: «… двадцатое дерево».

Теперь мальчики должны считать в обратном порядке, пока не выяснят, на какое число Вовы приходится «начало отсчёта» Вани.

Ваня	5	4	3	2	**1**
Вова	19	18	17	16	**15**

Второй этап эксперимента. Итак, когда Вова насчитал 15 деревьев, Ваня назвал первое, значит, когда Вова называл 14-ое дерево, Ваня назвал номер последнего дерева. Найдём этот номер, используя второе условие задачи и «открытый нами» способ фиксации результатов.

Ваня	94	95	96	97	…	**?**
Вова	7	8	9	10	…	**14**

Анализируя две последние строки, замечаем, что числа верхней строки на 87 больше чисел нижней строки, следовательно, последнее число верней строки 14 + 87 = 101. Это и будет числом деревьев, растущих вокруг поля.

<u>Ответ</u>. Вокруг поля растёт 101 дерево.

Целесообразно предложить ученикам дополнить требование задачи другими вопросами. Желательно, чтобы в ответ прозвучали такие вопросы:

– Каким для Вани по счёту будет дерево, которое Вова назвал первым?

– Какая закономерность между числами первого этапа эксперимента?

– С какого момента одно закономерность сменяется другой?

Ученикам можно также предложить сконструировать из бумаги механизм – «генератор круговых задач», позволяющий составлять подобные задачи, обсудив с ними принцип конструкции: два круга разных радиусов, помещённых концентрически на ось вращения; круги прошкалированы с одинаковой градусной единицей деления. Совмещение делений определяется одно из условий задачи. Для составления задачи нужно указать две точки совмещения. Тут же возникает вопрос: «Какие шкалы возможны в генераторе круговых задач, если для шкалирования использовать транспортир?» (задача 19).

Ученик должны прийти к выводу, что круг в 360° можно разделить на 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360 частей, то есть создать 22 генератора.

Байкина Е.П.

Идея урока конструирования задач на движение: содержание и организация

1. Вводная.

За годы второй (1933-37 гг.) и третьей (1938-42 гг.) пятилеток советское автомобилестроение сформировалось в современную отрасль индустрии. Наряду с четырьмя заводами, выпускавшими автомобили, в стране начали действовать десятки предприятий-смежников, которые освоили производство карбюраторов, шин, фар, аккумуляторов, стартеров, стеклоочистителей и других комплектующих изделий. Страна Советов уже не ввозила автомобили и не собирала их из импортных деталей. Она обеспечивала себя собственными грузовиками, автобусами, троллейбусами, легковыми автомобилями и с 1934 года начала экспортировать свои машины.

В 1937 году, на Всемирной выставке в Париже, СССР впервые продемонстрировал легковые ЗИС-101 и ГАЗ-М1, не уступавшие французским, немецким, американским моделям. На этой выставке Франция, которая до Великой Октябрьской Социалистической революции поставляла на русский рынок 17% машин, увидела легковые модели с маркой «Сделано в СССР». Экзаменом на зрелость стал для нашего автомобилестроения испытательный пробег 1933 года, получивший название Каракумского. Его Маршрут протяженностью около 10 тысяч километров шел по бездорожью, проселкам, пескам пустыни Кара-Кум, горным дорогам Кавказа. Девятнадцать советских автомобилей ГАЗ-А, ГАЗ-АА, ГАЗ-ААА, АМО-3 без поломок преодолели этот путь, продемонстрировав высокую надежность и выносливость. Но мало научиться делать безупречные автомобили, нужно было научиться создавать совершенные модели.

Директор ЗИСа (позднее, ЗИЛ) И.А. Лихачев, выступая на страницах «Правды» 24 сентября 1935 года, подчеркивал: ‹Мы должны создать мощные экспериментальные цехи и крепкие конструкторские кадры, которые могли бы постоянно улучшать модель советского автомобиля». И в годы предвоенных пятилеток специалисты наших заводов создали множество экспериментальных конструкций, спроектировали и освоили новые, более совершенные модели, развернули серьезные научные исследования.

Среди экспериментальных моделей тех лет интересны грузовики ЗИС-15 и ЯГ-7, автобусы НАТИ-А и НИИГД, легковые машины Л-1 и ГАЗ-А-Аэро, спортивные и гоночные модели ГЛ-1 и ЗИС-101-Спорт, а также автомобильный дизель «Коджу».

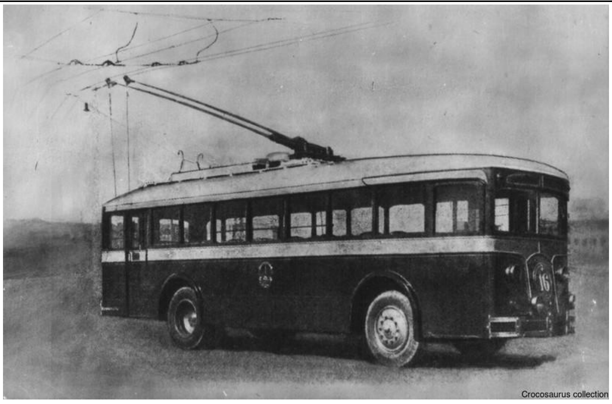
Предвоенный период в развитии нашего автомобилестроения отмечен созданием новых конструкций, в том числе газогенераторных и полугусеничных машин, двухэтажных троллейбусов, самосвалов, моделей со всеми ведущими колесами. В стране выросло поколение талантливых инженеров, внесших важный вклад в формирование советской конструкторской школы: Е. Важинский, В. Грачев, В. Данилов, А. Кригер, А. Липгарт, К. Шарапов и другие. Их усилиями к началу сороковых годов был расширен типаж выпускавшихся моделей, последовательно внедрялись прогрессивные технические решения.

\Появление новых малолитражек КИМ-10, автобусов ЗИС-16, опытных грузовиков ЗИС-15 встречалось общественностью с небывалым энтузиазмом. Модели, даже еще не поставленные на производство, демонстрировались на Всесоюзной сельскохозяйственной выставке, в Политехническом музее, они участвовали в агитационных пробегах, их даже снимали в кино. Например, опытную машину ГАЗ-11-40 можно было видеть в популярном фильме «Светлый путь».

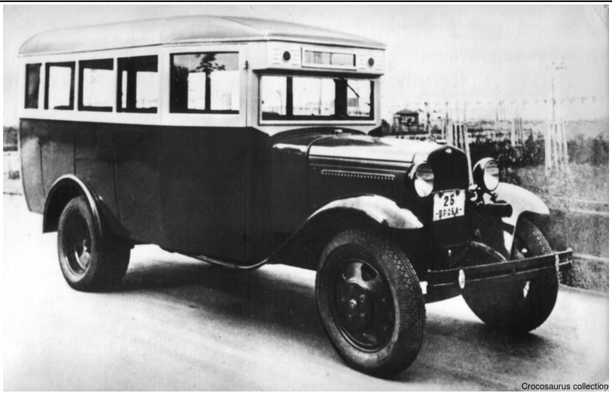
Эти достижения были символом растущей индустриальной мощи нашей Родины. Чтобы представить себе масштабы советской автомобильной промышленности, отметим, что в конце 1939 года с конвейеров наших автомобильных заводов сошла миллионная машина. А в середине второй пятилетки Горьковский автомобильный завод по количеству выпускаемых ежегодно машин оставил позади такие известные в Европе предприятия, как «Фиат» (Италия) и «Опель» (Германия). К 1939 году автомобилестроение нашей Родины вышло по общему объему производства автомобилей на пятое место в мире, а по количеству выпускаемых грузовиков – на второе в мире и первое в Европе.

2. Групповая самостоятельная работа.

Оборудование: набор открыток «Страницы истории. Автомобиль. Выпуск 3».

<table>
<tr><td colspan="2">1 группа (4 человека)</td></tr>
<tr><td>
Crocosaurus collection</td><td>СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ
ЛК-1 (1933—1935)
Первый советский троллейбус. Выпускался на основе кооперации нескольких предприятий. Изготовление и сборку вел СВАРЗ (Сокольнический вагоноремонтный завод) в Москве. Напряжение в сети — 600 В, мощность двигателя — 60 кВт, длина — 9,04 м, снаряженная масса — 8750 кг, скорость — 55 км/ч, мест всего — 55, для сидения — 37
© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва, 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте
Crocosaurus collection</td></tr>
<tr><td>
Crocosaurus collection</td><td>СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ
ЯТБ-3 (1938—1939)
Первый отечественный двухэтажный троллейбус. Выпущено 10 экземпляров для обслуживания Москвы. Машина имела односкатную установку шин, межосевой дифференциал, червячную главную передачу, винтовую лестницу на второй этаж. Напряжение в сети — 600 В, мощность двигателя — 74 кВт, длина — 9,45 м, снаряженная масса — 10 740 кг, скорость — 55 км/ч, мест всего — 100, для сиденья — 72 (в том числе 32 на первом этаже)
© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва, 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте
Crocosaurus collection</td></tr>
<tr><td colspan="2">2 группа (4 человека)</td></tr>
<tr><td>
Crocosaurus collection</td><td>СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ
ЯС-1 (1935—1936)
Фото В. Довгялло
Первый советский самосвал серийного производства. Выпущено около 600 экземпляров. Машины работали на всех основных стройках второй пятилетки. Рабочий объем двигателя — 5555 $см^3$, мощность — 73 л. с., длина — 6,24 м, снаряженная масса — 5640 кг, скорость — 42 км/ч, грузоподъемность — 4 т
© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва, 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте
Crocosaurus collection</td></tr>
<tr><td>
Crocosaurus collection</td><td>СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ
ГАЗ-415 (1939—1941)
Фото Н. Добровольского
Пикап (легкий грузовой автомобиль для малых партий товаров) изготовлен на базе ГАЗ-М1. Использовался для перевозки почты. В цельнометаллическом грузовом кузове были две откидные продольные скамьи. Рабочий объем двигателя — 3285 $см^3$, мощность — 50 л. с., длина — 4,58 м, снаряженная масса — 1370 кг, скорость — 90 км/ч, грузоподъемность — 0,4 т
© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва, 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте
Crocosaurus collection</td></tr>
</table>

3 группа (6 человек)



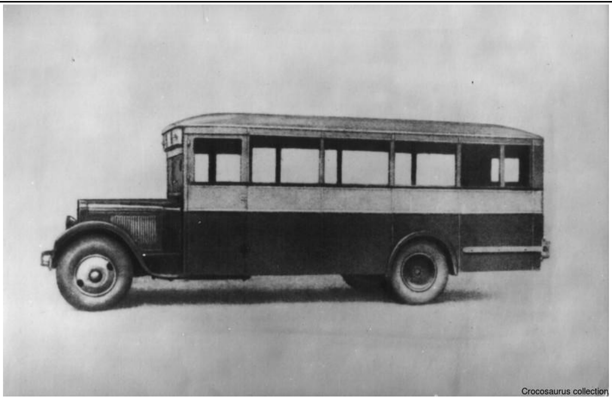
СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ

ГАЗ-03-30 (1933—1948)

Фото Н. Добровольского

Массовый советский автобус. Машина выпускалась на шасси грузовика ГАЗ-АА, а позже — ГАЗ-ММ. Изготовлено всего 18 613 экземпляров. Рабочий объем — 3285 см³, мощность — 50 л. с., длина — 5,3 м, снаряженная масса — 2270 кг, скорость — 65 км/ч, мест для сидения — 17

© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва, 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте



СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ

ЗИС-8 (1934—1936)

Городской автобус в годы первых пятилеток. Для машины использовано шасси грузовика ЗИС-5 с удлиненной на 610 мм базой. Выпущено 547 автобусов. Рабочий объем двигателя — 5555 см³, мощность — 73 л. с., длина машины — 7,37 м, снаряженная масса — 4200 кг, скорость — 60 км/ч, мест всего — 29, для сидения — 22

© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва, 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте

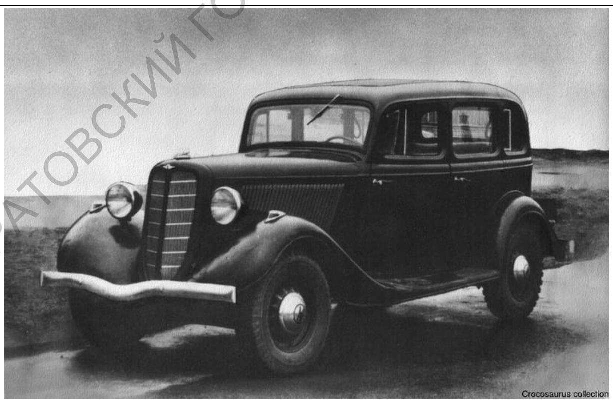
СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ

ЗИС-16 (1938—1941)

Автобус для обслуживания больших городов. Машина имела вакуумный усилитель в приводе тормозов. Рабочий объем двигателя — 5555 см³, мощность — 85 л. с., длина — 8,49 м, снаряженная масса — 5100 кг, скорость — 65 км/ч, мест: всего — 34, для сидения — 27

© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва, 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте

4 группа (6 человек)



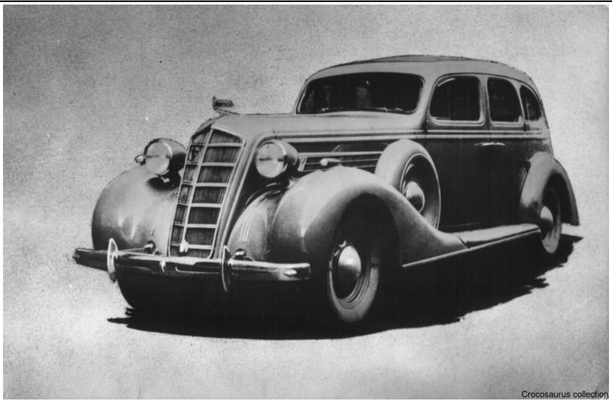
СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ

ГАЗ-М1 (1936—1943)

Фото Е. Прочко

Легковой автомобиль довоенного периода. Выпущено 62 888 машин. Первая отечественная модель с автоматическим опережением зажигания и регулируемыми по расстоянию до педалей передними сиденьями. Рабочий объем двигателя — 3285 см³, мощность — 50 л. с., длина — 4,62 м, снаряженная масса — 1370 кг, скорость — 105 км/ч, мест — 5

© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва, 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте

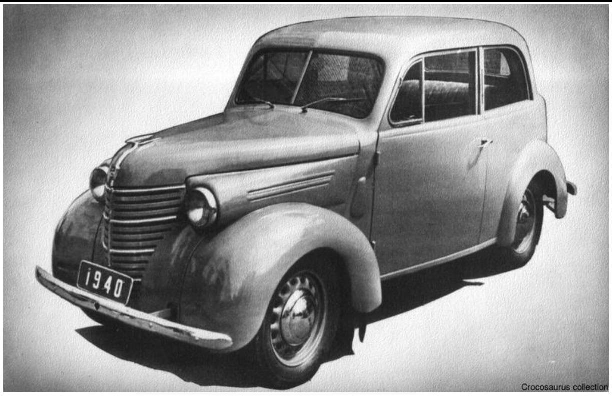


СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ

ЗИС-101 (1937—1939)

Первый советский легковой серийный автомобиль высшего класса, где впервые в отечественной практике были применены: сдвоенный карбюратор, синхронизаторы в коробке передач, термостат, отопитель. Кузов имел стеклянную перегородку за спинкой переднего сиденья. Изготовлено около 8 000 машин. Рабочий объем двигателя — 5766 см³, мощность — 90 л. с., длина — 5,65 м, снаряженная масса — 2550 кг, скорость — 115 км/ч, **мест — 7**

© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва. 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте



СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ

КИМ-10-50 (1941)

Фото И. Сошина

Малолитражный автомобиль завода имени КИМ (ныне АЗЛК). Выпущено около 500 экземпляров. Эта модель первой среди советских машин получила V — образное ветровое стекло и капот двигателя «аллигаторского» типа. Рабочий объем двигателя — 1172 см³, мощность — 26 л. с., длина — 3,96 м, снаряженная масса — 840 кг, скорость — 90 км/ч, **мест — 4**

© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва. 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте

5 группа (4 человека)

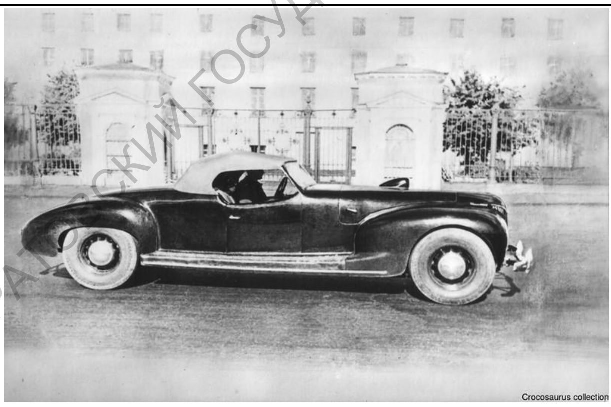
СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ

ГЛ-1 (1940)

Фото Н. Добровольского

Гоночный автомобиль на шасси ГАЗ-М1 с форсированным двигателем ГАЗ-11. Изготовлен опытный образец. Рабочий объем двигателя — 3485 см³, мощность — около 100 л. с., длина — около 4,5 м, снаряженная масса — 1100 кг, скорость — 161 км/ч, мест — 1

© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва. 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте



СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ. АВТОМОБИЛЬ

ЗИС-101А — Спорт (1939)

Фото В. Довгялло

Первый советский спортивный автомобиль. Изготовлен в одном экземпляре. Рабочий объем двигателя — 5766 см³, мощность — 141 л. с., длина — 5,75 м, снаряженная масса — около 2000 кг, скорость — 162 км/ч, мест — 2

© Издательство «Планета». Фабрика фотопечати. Москва. 1984. № 0-290. З. 178. Т. 85 000. Ц. 8 коп. Отправлять только в конверте

Учащиеся делятся на группы. Каждая группа получает открытки и задание – составить по имеющейся информации задачи, в которых:

1) нужно найти скорости автомобилей;

2) сравнить скорости двух машин;

3) найти время в пути двух машин;

4) найти путь, пройденный автомобилями;

5) сравнить возможности автобусов/троллейбусов по перевозке пассажиров;

6) сравнить возможности грузовых машин по перевозке грузов.

Дополнительное требование – задачи должны быть написаны правильным литературным языком и иметь сюжет. Все составленные задачи учащиеся оформляют на карточках.

3. Афиширование.

4. Апробация.

5. Возможна организация эстафеты по решению задач первого уровня сложности.

Юхман Л.Н.

Проверка и оценка элементов практического математического знания на уроках повторении, обобщения и систематизации материала

Рассмотрим активные формы проведения уроков ПОМ – самые проблемные с точки зрения проверки и оценки практического математического знания.

Начнём с исследовательской работы, которую определим как форму работы по изучению некоторых дополнительных и полезных свойств уже известных объектов, взаимосвязей между изучающимися объектами и решению задач прикладного характера; предполагает четкое целеполагание, развернутую инструкцию работы, наличие выводов, полную (частичную) самостоятельность в выполнении; одну из форм исследовательского метода обучения, напрямую связанного практически со всеми методами научного познания и поэтому наиболее эффективного с точки зрения развивающих целей обучения [20].

На примере исследовательской работы «Секрет счастливого билета» (5-6 классы, 20 мин.) продемонстрируем возможности проверки и оценки практического математического знания

Цель: доказать, что все проездные билеты могут быть счастливыми.

Описание проблемы. Что первым делом, чаще всего, делают школьники и студенты (а часто даже взрослые люди) с купленным проездным билетом? Проверяют его на принадлежность к так называемым «счастливым» и огорчаются, если он «несчастливый».

Гипотеза. Все проездные «билеты» – счастливые.

Метод: поиск математических закономерностей цифрового ряда.

Инструментарий. Комплект билетов на разные виды транспорта, арифметика натуральных чисел и другие математические знания.

Рисунок 7 – Комплект билетов для исследования.

Известные критерии «счастливого билета». Существует несколько способов определения счастливого билета. *<u>Московский вариант</u>* заключается в том, что сумма первых трех цифр в шестизначном номере талона должна равняться сумме трех последних. Эта трактовка является наиболее распространенной. Согласно ей, билет за № 772268 (см. рисунок 7), а также билеты №№ 772286, 772628, 772682, 772826, 772862,

№№ 727268, 727286, 727628, 727682, 727826, 727862,

№№ 277268, 277286, 277628, 277682, 277826, 277862,

и ещё 18 билетов, номера которых записаны в обратном порядке (то есть для билета № 772268 – билет № 862277) – счастливые.

Менее популярен *<u>Ленинградский вариант</u>*. Согласно ему, счастливым является тот проездной билет, сумма четных цифр в номере которого равна сумме нечетных. В счастливом билете № 132352 сумма четных цифр равна 1 + 2 + 5 = 8, и нечётных 3 + 3 + 2 = 8.

Без сомнения счастливым является билет № 142284, так как вторая тройка чисел получается из первой умножением на 2, то есть 142 · 2 = 284. Назовём этот *<u>вариант Саратовским</u>*. Саратовский вариант делает счастливым и билеты №№ 111333, 862431, 235460 и пр.

Билет № 904509 – дважды счастливый, ведь 90 и 09 симметричны относительно центральной пары цифр, которая получается из 90 делением на 2. Назовём первый критерии счастья этого билета – *<u>симметричный вариант</u>*.

<u>Нулевой вариант</u>. Пробуйте складывать, вычитать, умножать и делить между собой цифры в номере проездного билета. Если в ходе математических операций у вас все-таки получился ноль, значит, вы обладатель счастливого билета. Причем, чем меньше действий вам пришлось предпринять для этого, тем выше у билета «показатель счастья».

<u>Вариант Пифагора</u>. Разбиваем билет на группы и находим однозначную сумму цифр в группе: № 19 41 13. 1+9=10, 1+0=1; 4+1=5; 1+3=4. Думаете несчастливый? А если разбить на тройки: № 194 113 – счастливый: 1+9+4=14, 1+4=**5**; 1+1+3=**5**.

Если однозначные суммы всех групп совпадают – билет счастливый, а если он совпадает с вашим сакральным числом (которое тоже определяется как однозначная сумма цифр даты вашего рождения, например, 12.07.2001, сакральное число: 1+2+0+7+2+0+0+1=13, 1+3=**4**) – «счастливый во 100 крат».

Ход исследования.

1. Определите, являются ли ваши билеты счастливыми по указанным критериям, а если – нет, то …

2. Найдите «критерии счастья» для ваших билетов.

3. Оформите результаты для афиширования.

Проверяются и оцениваются в форме рецензии (см. Приложение Г):

– каждый этап исследовательской работы учащихся:

– стратегии проведения исследования,

– описание «открытых закономерностей»,

– логичность и последовательность изложения результатов исследования,

– качество и уровень практического математического знания.

При необходимости особо выделяются следующие показатели уровня овладения практическими математическими знаниями (обобщёнными специфическими математическими действий):

комбинирование усвоенных действий в новой ситуации;

автоматическое выполнение усвоенных действий в системе сложной деятельности;

выбор математического инструмента (алгоритма / правила), которым надо руководствоваться при выполнении работы;

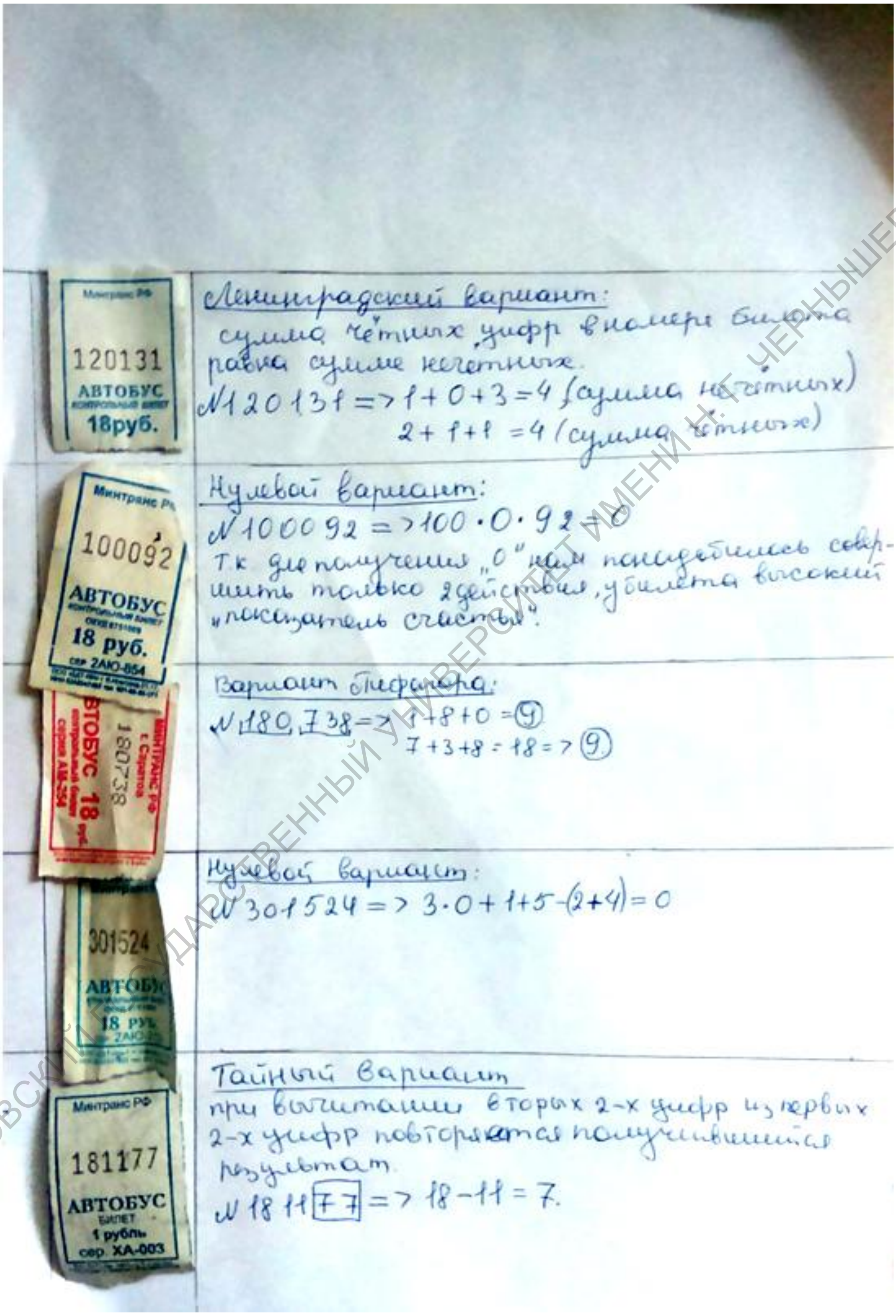
проверка результатов на наличие ошибок и неточностей, исправление ошибок и устранение неточностей;

формулировка обобщённых выводов.

Список использованных источников

20 Лебедева, С. В. Методика обучения и воспитания (математика). Модуль 2. Современный урок математики : Учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 050100 – педагогическое образование, профиль – математическое образование / С. В. Лебедева. Саратов : [б. и.], 2015. 160 с.

Приложение Г. Вариант выполнения и оценивания исследовательской работы



Ленинградский вариант:
сумма чётных цифр в номере билета равна сумме нечетных.
№120131 => 1+0+3=4 (сумма нечётных)
2+1+1 =4 (сумма чётных)

Нулевой вариант:
№100092 => 100·0·92=0
Т.к. для получения „0" нам понадобилось совершить только 2 действия, у билета высокий „показатель счастья".

Вариант Стефанова:
№180,738 => 1+8+0 = 9
7+3+8 = 18 => 9

Нулевой вариант:
№301524 => 3·0+1+5-(2+4)=0

Тайный вариант
при вычитании вторых 2-х цифр из первых 2-х цифр повторяется получившийся результат.
№1811 $\boxed{77}$ => 18-11 = 7.

Рецензия

Цель проведённого исследования – доказать, что все проездные билеты могут быть счастливыми. Для проведения исследования были взяты 5 проездных билетов, номера которых проверялись по различным критериям. Исследование включало три этапа: (1) Определите, являются ли ваши билеты счастливыми по указанным критериям, а если – нет, то ... (2) Найдите «критерии счастья» для ваших билетов. (3) Оформите результаты для афиширования.

Со всеми этапами исследователь справился: он определил, что 4 из 5 билетов можно считать счастливыми по имеющимся критериям, а для пятого исследователь разработал свой критерий, который назвал «тайным вариантом». К сожалению, в общем виде (правилом) новая закономерность в исследовании не описана, а разобрана на одном примере; не указаны номера всех билетов, попадающих в разряд счастливых по открытому правилу. Исследователем выбрана стратегия поочерёдного изучения каждого билета, поэтому, «нулевой вариант» в работе фигурирует дважды и по этому критерию не проверялись остальные билеты.

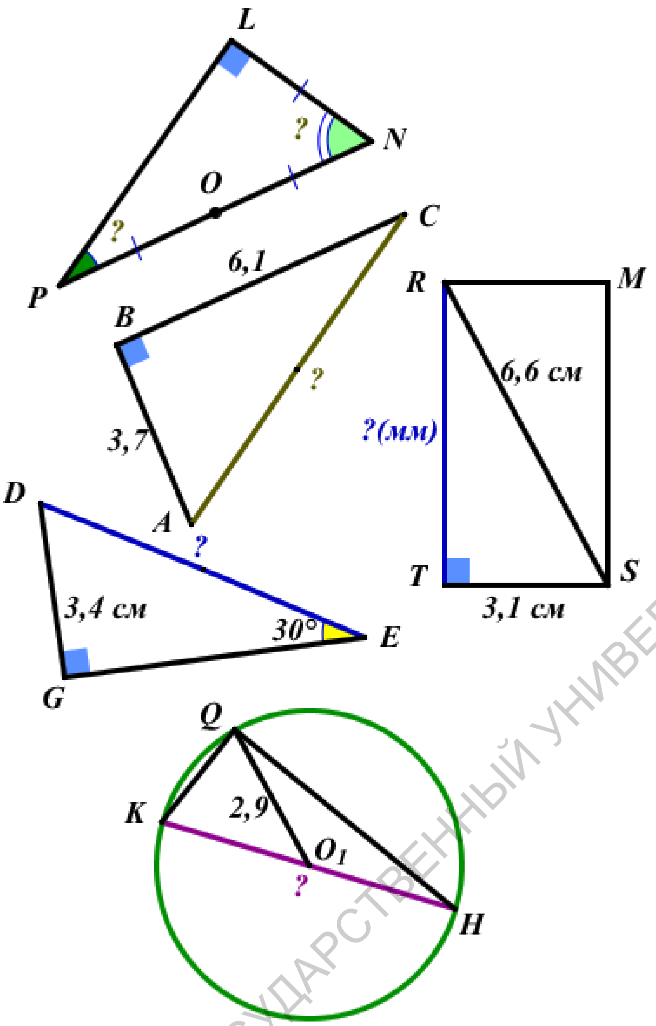
Результаты исследования показывают, что освоены умения комбинировать разнообразные действия в новой ситуации и выбирать необходимый математический инструмент (алгоритма / правила).

Видно, что исследователь хотел быстрее достичь цели, поэтому не позаботился о строгости результатов. Нужно научиться формулировать обобщённые выводы и проверять их на наличие ошибок и неточностей, с дальнейшим исправлением ошибок и устранением неточностей.

В целом работа заслуживает оценки «хорошо».

Байкина Е.П.

Система задач (фрагмент) дифференцированной самостоятельной работы по теме «Прямоугольный треугольник: вычисление длин, углов, площади» для учащихся 8 класса.



1. На рисунке изображены треугольники, найдите длины указанных отрезков (1 балл за каждое правильно выполненное задание).

2. Найти неизвестный катет, если известный катет равен 5, а гипотенуза 7 (1 балл).

3. Найти катет, прилежащий к углу в 60°, если гипотенуза равна 8 (1 балл); постройте геометрическую модель задачи, используя транспортир (1 балл), свойства клетчатой бумаги (2 балла), циркуль и линейку (3 балла).

4. Найти площадь равнобедренного прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 3 дм (3 балла).

5. Найти площадь прямоугольного треугольника, если его катеты относятся как 3:4, а гипотенуза равна 25 см (4 балла).

6. Доказать, что в прямоугольном треугольнике произведение катетов равно произведению гипотенузы на высоту к ней (5 баллов).

7. Дан равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны равны 6 см, а угол при основании 30 градусов; найти:

– высоту, проведенную к основанию (3 балла);

– медиану, проведённую к основанию (4 балла);

– площадь треугольника (5 баллов);

– расстояние между серединой основания и боковой стороной (6 баллов);

– радиус описанной около треугольника окружности (7 баллов):

– радиус вписанной в треугольник окружности(8 баллов).

Докажите, что в равнобедренном треугольнике середина основания равноудалена от боковых сторон (9 баллов). Что нужно изменить в условии задачи, чтобы расстояние между серединой основания и боковой стороной было равно половине боковой стороны? (10 баллов).

Оценка «3» ставится за верное выполнение 1-4 заданий,

«4» – за выполнение 1-5 заданий,

«5» – 1-6 заданий или 1-5 и одного из заданий на 5 и более баллов.

Выполнение 7 задания оценивается следующим образом:

если набрано не более 18 баллов – «3»,

от 19 до 25 баллов – «4»,

свыше 25 баллов – «5».

Байкина Е.П.

Самостоятельные работы с последующим взаимоконтролем

В учебном процессе взаимоконтроль – особая форма контроля, в ходе которой ученик может контролировать результат учебной деятельности соседа по парте или просто одноклассника, при этом достигаются умения видеть ошибки и объективно оценивать работу другого человека, одновременно осознавая, что и его действия контролируются другим учеником, давать правдивые оценки и делать справедливые замечания.

При организации взаимоконтроля, прежде всего, возникает необходимость объяснения детям правил этики, ведь оценка, высказанная в адрес одноклассника, должна быть не только объективной по содержанию, но и обоснованной, тактичной, корректной по форме.

№	Утверждение	Обоснование
1	$ctg\frac{x}{2} = \frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}},\ x \neq 2\pi k$	Определение котангенса
2	$\frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} = \frac{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}{2\sin^2\frac{x}{2}},$ $x \neq 2\pi k$	Основное свойство дроби
3	$ctg\frac{x}{2} = \frac{2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}{2\sin^2\frac{x}{2}},\ x \neq 2\pi k$	Из 1.-2. по свойству транзитивности равенства
4	$\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}$	Тождество (12)
5	$2\sin^2\frac{x}{2} = 1-\cos x$	Следствие из тождества (21): $\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$
6	$ctg\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1-\cos x},\ x \neq 2\pi k$	Из 3.-5. по свойству тождественных преобразований

Рисунок 11 –Образец оформления записей в тетради для последующего взаимоконтроля на примере доказательства тригонометрического тождества по форме «Полнота ответа».

Организуя самостоятельные работы с последующим взаимоконтролем, учитель демонстрирует способ записи решений в тетради; как правило, это поэтапное решение, оформленное списком или в таблице (см. рисунок 11). Подобная запись облегчает ученикам проверку работы, помогает выявить логические, арифметические и другие ошибки.

Ещё одно непременное условие самостоятельных работ с последующим взаимоконтролем – формулировка критериев оценивания, которая предлагается ученикам в различных формах; приведём описание некоторых:

– форма «Две звезды и желание»: в ходе проверки работы одноклассника ученик не оценивает работы, а определяет два положительных момента – «две звезды», – и один момент, который заслуживает доработки – «желание»[51];

– форма «Плюс-минус»: за правильное решение каждого задания ставится плюс, за неправильное решение – минус;

– форма «Рецензия»: проверяющий выписывает все недочёты работы, от ошибок («неправильно применил формулу сокращённого умножения», «неправильно сложил две дроби с разными знаменателями», «решил задачу для частного случая – для равнобедренного треугольника» и т.п.), до оформления («нет вычислений», «не приведены преобразования», «неаккуратный чертёж», «много зачёркиваний» и т.п.);

– форма «Полнота ответа»: проверяющий оценивает логическую структуру ответа, принимая во внимание аргументацию любого перехода к новому утверждению; при этом учитывается и число этапов решения и полнота аргументации (наличие ссылок на аксиомы, теоремы, определения, построение и пр. элементы доказательства).

Только после этого учитель даёт задания для самостоятельной работы, содержание которых – типовые задачи первого и второго уровней сложности, – определяет время выполнения, как правило, не превосходящее 10 минут. По окончании этого времени ученикам предлагается обменяться тетрадями и осуществить взаимопроверку (оценить правильность решения и выставить оценку). Обмен тетрадями может осуществляться по схемам:

линейной – более сильный ученик проверяет работу более слабого, при этом самый слабый ученик проверяет работу с типичными ошибками, составленную учителем, а работу самого сильного ученика проверяет учитель;

формальной – работами обмениваются соседи по парте,

личностной – учащиеся самостоятельно выбирают себе проверяющего или проверяемого (по цепочке: А выбирает Б, Б выбирает В, В выбирает Г и т.д. последний выбранный ученик проверяет работу А), или же пары организуются заранее по взаимному согласию.

Интересен опыт организации взаимопроверки В.И. Рыжика, названный им оппонированием. «После ответа ученика кому-либо предлагается выступить об услышанном полностью: задать вопросы, сделать замечания и оценить работу в целом. Если такое выступление было достаточно содержательным, то за него ставится отметка. Когда ученики привыкают к такого рода «оппонированию», то за него может выставляться и низкая отметка в том случае, если оппонент не смог ничего сказать толком (а сказать было что). Зная, что каждый может быть вызван на «оппонирование», ученик за партой становится куда более внимательным к ответу товарища. Бывает, что выступление оппонента само нуждается в замечании или открывает некую совсем незапланированную дискуссию. Дело учителя – привести все это к общему знаменателю. Формы оппонирования можно варьировать. Можно, например, предложить «оппонирование» одного ответа нескольким ученикам или «оппонирование» нескольких ответов одному ученику. Еще раз подчеркну: оценивается учителем не только сам ответ, но и его оппонирование» [43, с. 188].

Система контроля В.Ф. Шаталова включает следующие компоненты [47, с. 283-284]:

– первый лист контроля, в котором перечислены все теоретические вопросы темы;

– приложение, в котором даны ответы на все вопросы первого листа;

– второй лист контроля, в котором перечислены те теоретические вопросы темы, которые надо знать с доказательствами.

Ученики, готовясь к уроку контроля, проверяют друг друга по каждому листу, а на уроке ученики опрашиваются группами, поэтому В.Ф. Шаталов называет их «листами взаимоконтроля», «листами группового контроля» (см. Приложение Р).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

43 Рыжик, В. И. 25 000 уроков математики / В.И. Рыжик. М. : Просвещение, 1993. 241 с.

47 Шаталов, В. Ф. Учить всех, учить каждого / В. Ф. Шаталов. М. : Просвещение, 1987. 290 с.

51 Оценивание учебных достижений учащихся. Методическое руководство. / Сост. Р. Х. Шакиров, А. А. Буркитова, О. И. Дудкина. Бишкек : «Билим», 2012. 80 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ Р

Листы взаимоконтроля по теме «Арифметический квадратный корень»

(разработчик – Шаталов В.Ф.)

Лист № 1

1. Два способа записи рационального числа.

2. Запись иррационального числа.

3. Понятия: множество натуральных чисел, множество целыхчисел, множество рациональных чисел, множество действительных чисел и связь между ними.

4. Квадратный корень.

5. Арифметический квадратный корень.

6. Условие существования арифметического квадратного корня.

7. Тождество о возведении арифметического квадратного корня в квадрат (буквенная запись, правило, обоснование).

8. Решение уравнения $x^2 = a$.

9. Арифметический квадратный корень из произведения (теорема и правило).

10. Арифметический квадратный корень из дроби (теоремаи правило).

11. Арифметический квадратный корень из степени.

12.Вынесение множителя из под знака корня (правило).

13.Внесение множителя а под знак корня (правило).

14.Умножение арифметических корней (правило).

15.Деление арифметических корней (правило).

16.Представление выражения в виде степени (правило).

17.Освобождение от иррациональности в знаменателе, в случае, если знаменатель – арифметический квадратный корень (правило).

18.Освобождение от иррациональности в знаменателе, в случае, если знаменатель – сумма или разность, содержащая арифметический квадратный корень (правило).

19.Приведение «подобных» в выражении, содержащем арифметические квадратные корни (правило).

Приложение к листу № 1

1.Любое рациональное число можно представить

а) в виде m/n, где m– ..., n – ….

б)в виде бесконечной десятичной периодической дроби и обратно.

2. Иррациональные числа записываются в виде бесконечной ...

3. Числа *1, 2, 3, ...,* которые употребляются при счете предметов, образуют множество натуральных чисел. Натуральные чис ла, противоположные им числа и число нуль образуют множество ... чисел. Целые и дробные числа образуют множество рациональных чисел. Рациональные и ... образуют множество действительных чисел. $N \subset Z \subset Q \subset R$.

4. Квадратным корнем из числа a называется число, квадрат которого равен a.

5. Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a.

6. Арифметический квадратный корень имеет смысл, когдаподкоренное выражение неотрицательно.

7. Если $a \geq 0$, то $\sqrt{a}^2 = a$. При возведении арифметического квадратного корня, имеющего смысл, в квадрат получается подкоренное выражение. Определение арифметического квадратного корня.

8. Если $a > 0$, то уравнение$x^2 = a$ имеет два корня: aи $(-a)$. Если $a = 0$, то уравнение имеет один корень 0. Если $a < 0$, то уравнение корней не имеет.

9. Корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей. Чтобы извлечь корень из произведения, нужно извлечь корень из каждого множителя.

10. Корень из дроби, числитель которой неотрицателен ,а знаменатель положителен, равен корню из числителя, деленному на корень из знаменателя. Чтобы извлечь корень из дроби, нужно извлечь корень из числителя и корень из знаменателя.

11. При любом значенииa верно тождество$\sqrt{a^2} = |a|$. Чтобы извлечь корень из степени с четным показателем, нужно представить подкоренное выражение в виде квадрата, а затем воспользоваться указанным тождеством.

12. Чтобы вынести множитель из-под знака корня, нужно представить подкоренное выражение в виде произведения, в котором хотя бы один множитель был квадратом некоторого числа, а затем применить теорему об извлечении корня из произведения.

13. Чтобы внести положительный множитель под знак корня, нужно представить его в виде корня по формуле $a=\sqrt{a^2}$, а затем применить правило умножения корней.

14. При умножении арифметических квадратных корней перемножаются их подкоренные выражения.

15. При делении арифметических квадратных корней делятся их подкоренные выражения.

16. Любое неотрицательное число можно представить в виде квадрата по формуле: $a=\sqrt{a^2}$.

17. Чтобы избавиться от иррациональности в знаменателе,в случае, если знаменатель – арифметический квадратный корень, нужно числитель и знаменатель умножить на этот корень.

18. Чтобы избавиться от иррациональности в знаменателе,в случае, если знаменатель – сумма (или разность), содержащая арифметический квадратный корень, нужно числитель и знаменатель умножить на соответствующую разность (сумму).

19. Чтобы привести «подобные» в выражении, содержащем арифметические квадратные корни, нужно по упростить каждый корень, выделить в полученном выражении подобные корни, сложить их множители («коэффициенты»), а общий корень приписать.

Лист № 2

1. Арифметический квадратный корень из произведения.
2. Арифметический квадратный корень из дроби.
3. Арифметический квадратный корень из степени.

Листы контроля и ответы на первый лист раздаются ученикам в начале изучения темы. Накануне урока устного контроля учитель отвечает на все вопросы первого листа, а сам урок начинается с ответов на те вопросы листа, которые вызвали у учащихся затруднение. Для опроса вызывается группа ребят. Количество отвечающих должно быть таким, чтобы каждый мог ответить на 3-4 вопроса листа (для листа из 19 вопросов можно составлять группу в 6 человек). Для экономии времени вопросы имеются у каждого отвечающего. Первый вопрос учитель задает выбранному им ученику, а далее вопросы следуют по порядку.

Задания рубрик «Учимся делать нестандартные шаги», «Дружим с компьютером» и «Проектная работа» учебника «Алгебра-7» авторского коллектива: А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир, как индикаторы успешности школьника в изучении математики

Чернявко Юлия Игоревна

Выберем в качестве индикаторов успешности школьников в изучении математики критерии успешности, выделенные Л.Е. Шубиной: «(1) критерий знания материала; (2) критерий использования знаний при решении разнообразных задач; (3) критерий познавательной самостоятельности; (4) критерий сформированности интереса к предмету изучения, ценностного отношения к нему, мотивированности учащегося в дальнейшем изучении материала; уровня притязаний учащегося применительно к изучаемому предмету; (5) степень личной удовлетворенности ходом и результатами учебно-познавательной деятельности» [1, с. 48].

В зависимости от частоты обращения (критерии 2-4) учащихся к заданиям рубрик «Учимся делать нестандартные шаги», «Дружим с компьютером», «Проектная работа» учебника «Алгебра-7» авторского коллектива: А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир, качества выполнения этих заданий (критерии 1-3), наличия/отсутствия стремления к повторному обращению (например, в рамках домашней работы) нерешённой с первого раза (например, в ходе урока) нестандартной задачи (критерии 3-5) зависит уровень успешности в освоении математики.

Для того, чтобы использовать задания указанных рубрик для мониторинга уровня успешности необходимо (педагогические условия):

1) предоставить учащимся полную самостоятельность в выборе, как самих указанных выше рубрик УМК, так и заданий из них;

2) вести учёт решаемых и решённых заданий, выполненных проектов (например, в форме журналов/дневников достижений – для учителя), формировать портфель достижений (Портфолио – для учащихся);

3) периодически предлагать на уроках серию нестандартных задач (не из УМК), использовать различные формы организации по их решению (индивидуальную, групповую, коллективную, с элементами соревнования и игровыми компонентами, оппонирование и т.п.) и наблюдать за действиями учащихся в процессе решения;

4) организовать рецензирование работ одноклассников (одна из форм взаимоконтроля);

5) организовывать защиту выполненных учащимися проектов на выделенных, отдельно для этого, уроках.

На примере трёх педагогических ситуаций продемонстрируем особенности разрабатываемой методики.

Ситуация 1. «Учимся делать нестандартные шаги».

Учитель выбрал групповую форму организации исследовательской деятельности учащихся (3 группы неоднородного состава: в группе есть сильные и слабые ученики) по решению серии нестандартных задач (каждой группе предлагается решить не менее двух заданий за 15 минут):

а) Квадрат чисел состоит из чисел 2731. Найти его. / Ответ: 61.

б) Не пользуясь калькулятором и компьютером, вычислите сумму всех чисел от одного до пятидесяти. / Ответ: 1275.

в) Сколько чисел от 1 до 90 делятся на 5 но не делятся на 10? / Ответ: 9.

г) На листке написаны все натуральные числа от 1 до 499. Сколько всего цифр написано на доске? Ответ: 1389

д) Найдите наименьшее натуральное число, произведение цифр которого равно 1080. / Ответ: 3589

е) Найти сумму всех четырехзначных чисел, записываемых только цифрами 1 и 2. / Ответ: 26664

Пусть ***1 группа*** взялась решать задания а) и б). Для решения задания а) учащиеся разделились на две подгруппы; одна подгруппа начала решать задачу методом подбора, а вторая подгруппа решала эту же задачу с помощью таблицы квадратов. Группой был сделан вывод, что решение с помощью таблицы квадратов проще, чем метод подбора.

Решение задачи б) ученики осуществляли индивидуально, затем сверили полученные ответы. В ходе проверки выяснилось, что ученики выбирали различные стратегии:

1 стратегия:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
105 +	110 +	115 +	120 +	125 +	130 +	135 +	140 +	145 +	150 =

$= 1000 + (\underline{5} + \underline{\underline{10}} + \underline{15} + \underline{20} + 25 + 30 + \underline{35} + \underline{40} + \underline{\underline{45}} + \underline{50}) =$

$= 1000 + 55 \cdot 5 = 1000 + 275 = 1275$

2 стратегия:

1 +	2 +	3 +	4 +	5 +	6 +	7 +	8 +	9 +	10 = 55
11 +	12 +	13 +	14 +	15 +	16 +	17 +	18 +	19 +	20 = 100 + 55
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30 = 200 + 55
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40 = 300 + 55
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50 = 400 + 55

$1000 + 55 \cdot 5 = 1275$

3 стратегия:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + …+

50 + 49 + 48 + 47 + 46 + 45 + 44 + 43 + 42 + 41 + 40 + 39 + 38 + 37 + 36 + …+

$(1 + 50) \cdot 25 = 51 \cdot 25 = 1275$

4 стратегия – решение «в лоб» – последовательное вычисление суммы: **1 + 2** = 3, 3 + **3** = 6, 6 + **4** = 10, 10 + **5** = 15 и т.д.

2 группа решала задания в) и г), причём ответ на задание в) группа дала сразу: 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85.

Задание г) решали методом прямого подсчёта: выписали все однозначные числа (9 штук – 9 цифр), двузначные (90 штук – 180 цифр), трёхзначные от 100 до 499 (400 штук – 1200 цифр), затем сложили и получили 1389 цифр.

Работал (вёл записи) один ученик, остальные давали советы, следили за ходом вычислений и проверяли результаты. У группы осталось время, и ученики приступили к решению задачи а), которую решали, используя первую стратегию.

3 группа выполняла задания д) и е).

Задание д) решали аналитически, пытались найти закономерность: сразу исключили 0 и 1. Стали проверять числа третей тысячи: 2345, 2346, и т.л. (2 человека), четвёртой тысячи; 3245, 3246 и т.д. (два человека), пятой тысячи: 5234, 5235, и т.д. (три человека). Выбрали нерациональный метод (нужно было разложить число 1080 на простые множители – $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$ – и в ходе дальнейшего анализа выйти на цифры 8, 3, 9 и 5, из которых составить наименьшее число 3589), да промежуточного результата дошла третья пара, которая получила результат 5389. Но за неимением времени, группа приняла этот результат за окончательный и приступила к решению задачи е). Стали выписывать в столбик все четырехзначные числа, записанные только цифрами 1 и 2, затем нашли их сумму – 26664.

Используя критерии успешности можно оценить работу групп (таблица 1) и отдельных учащихся, выяснить, какие стратегии применяют ученики при решении нестандартных задач, выяснить уровень группового взаимодействия и самоконтроля и взаимоконтроля.

Таблица 1 – Критерии оценивания групповой исследовательской работы «Учимся делать нестандартные шаги»			
Критерии успешности	1 группа	2 группа	3 группа
Знание материала	Высокий уровень	Средний уровень (с учётом того, что работал всё-таки один ученик из группы)	Низкий уровень
Использование знаний при решении разнообразных задач	Высокий уровень	Средний уровень	Низкий уровень
Познавательная самостоятельность	Средний уровень	Низкий уровень	Средний уровень
Сформированность интереса к предмету изучения, ценностного отношения к нему, мотивированности в дальнейшем изучении материала; уровень притязаний применительно к изучаемому предмету	Высокий уровень	Высокий уровень	Средний уровень
Степень личной удовлетворенности ходом и результатами учебно-познавательной деятельности	Высокий уровень	Высокий уровень	Средний уровень

Ситуация 2. «Дружим с компьютером».

Двое учащихся, назовём их Вася и Петя, выполнили дома задание № 469: «Найдите все двузначные числа, равные произведению своих цифр, увеличенных на 1» рубрики «Дружим с компьютером». На следующий день ученики предоставили решение учителю. Для решения они выбрали среду электронных таблиц.

Вася проверил все двузначные числа на соответствие условию, которое задал в ячейках столбца С расчётной формулой Cn=ПРОИЗВЕД(An+1;Bn+1), получил верный ответ – число 18. (рисунок 1).

Петя в качестве информационной разрешающей модели выбрал таблицу (массив 9×10), каждая ячейка которой описывается расчётной формулой. Например, ячейка, являющаяся ответом на требование задачи, описывается формулой J2 = ПРОИЗВЕД(A2+1;J1+1). Построенная информационная модель (рисунок 2) позволила ученику не только решить данную задачу, но и сконструировать другую: «Найдите все двузначные числа, произведения цифр которых, увеличенных на 1, делится на 10».

Согласно критериям успешности, Петя демонстрирует более высокий уровень их развития, чем Вася.

Задача.xlsx *

	A	B	C	D	E	F	G
1	цифра дечятков	цифра единиц	произведение				
2	1	0	2				
3	2	0	3				
4	3	0	4				
5	4	0	5		Найдите все двузначные числа, равные произведению своих цифр, увеличенных на 1		
6	5	0	6				
7	6	0	7				
8	7	0	8				
9	8	0	9				
10	9	0	10				
68	4	7	40				
69	5	7	48				
70	6	7	56				
71	7	7	64				
72	8	7	72				
73	9	7	80				
74	**1**	**8**	**18**				
75	2	8	27				
76	3	8	36				
77	4	8	45				

Рисунок 1. Решение Васи

Задача.xlsx *

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	единицы
2	1	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
3	2	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
4	3	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
5	4	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
6	5	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
7	6	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
8	7	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
9	8	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
10	9	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
11	днсятки											
12												
13	**Задача.** Найдите все двузначные числа, равные произведению своих цифр, увеличенных на 1											
14	**Ответ.**		18									
15												
16	**Задача.** Найдите все двузначные числа, произведения цифр которых, увеличенных на 1, делится на 10											
17	**Ответ.**	90	19	29	39	49	59	69	79	89	99	
18			91	92	93	94	95	96	97	98		

Рисунок 2. Решение Пети

Ситуация 3. «Проектная работа».

Трое учащихся, назовём их Саша, Маша и Даша, выбрали тему «Аликвотные дроби», изучили вводную (рисунок 3), и через две недели предоставили результаты проектной деятельности.

2. Аликвотные дроби

Рекомендуемые литература и интернет-ресурсы:

Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в Древнем мире. — М. : Наука, 1967.

Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. — Саранск : Мордовское гос. изд-во, 1977.

http://ru.wikipedia.org/wiki/ — папирус Ахмеса.

http://ru.wikipedia.org/wiki/ — египетские дроби.

http://www.kvant.info/ — научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов «Квант».

Левитас Г.Г. Нестандартные задачи по математике. — М. : ИЛЕКСА, 2007.

Гаврилова Т.Д. Занимательная математика. 5–11 классы. — Волгоград : Учитель, 2008.

Фарков А.В. Математические олимпиады в школе. 5–11 классы. — М. : Айрис-пресс, 2005.

Рисунок 3. Страница учебника Алгебра-7 (А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир) с рекомендуемыми источниками информации к проекту «Аликвотные дроби»

Саша предоставил решение 10 задач по предложенной тематике, источники не указал:

Задача 1 (из папируса Ахмеса). Как разделить 7 хлебов между 8 людьми?

Решение. 7/8 = 1/2 + 1/4 + 1/8.

Ответ. Каждому человеку надо дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба.

Задача 2. Найти сумму: $\frac{1}{15}+\frac{1}{14\cdot 15}+\frac{1}{13\cdot 14}+\frac{1}{12\cdot 13}+\frac{1}{11\cdot 12}$.

Решение. $\frac{1}{15}+\frac{1}{14\cdot 15}+\frac{1}{13\cdot 14}+\frac{1}{12\cdot 13}+\frac{1}{11\cdot 12}=$

$$=\frac{1}{15}+\left(\frac{1}{14}-\frac{1}{15}\right)+\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{14}\right)+\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{13}\right)+\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{11}.$$

Задача 3. В детский сад утром привели 90 детей. В 17.00 забрали из сада половину детей. В 18.00 забрали третью часть детей. В 19.00 забрали шестую часть детей. Сколько детей забирали из сада в разное время?

Решение. 1/2 + 1/3 + 1/6 = 1;

1/2 · 90 = 45; 1/3 · 90 = 30; 1/6 · 90 = 15.

Ответ. В 17.00 забрали 45 детей; в 18.00 – 30 детей; в 19.00 – 15 детей.

Задача 4. Петя тратит 1/3 часть своего времени на занятия в школе, 1/4 часть – на компьютерные игры, 1/5 – на прослушивание музыки, 1/6 – на общение в сети Интернет, 1/7 – на решение задач по математике. Можно ли так жить?

Решение. 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7 = (1/3 + 1/4 + 1/6) + (1/5 + 1/7)=
= 9/12 + 12/35 = 3/4 + 12/35 = 153/140 > 1

Ответ. Так жить нельзя!

Задача 5. Один рабочий выполняет работу за 4 дня. За сколько дней выполнит эту работу второй рабочий, если они, работая вместе, выполняют её за два дня?

Решение. 1/4 + 1/x = 1/2; x = 4

Ответ. За 4 дня.

Задача 6. Четыре проводника соединены параллельно. Сопротивление первого проводника 4 Ом, а сопротивление цепи 2 Ом. Найдите сопротивление остальных трёх проводников.

Решение. 1/4 + 1/x + 1/y + 1/z = 1/2; 1/x + 1/y + 1/z = 1/4;
1/8 + 1/y + 1/z = 1/4; 1/y + 1/z = 1/8; 1/16 + 1/16 = 1/8.

Итак, 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/16 = 1/2

Ответ. 8 Ом, 16 Ом и 16 Ом.

Задача 7. Сколько денег у меня? От рубля есть половина, четь, пятина, десятина, есть полтина от рубля, есть копейка и полушка, полкопейки и денга.

Решение.

Считаем рубли:

$1/2 + 1/4 + 1/5 + 1/10 + 1/2 = 1 + 1/4 + 3/10 = 1 + 11/20$ – это 1 рубль 55 копеек;

Считаем копейки:

$1 + 1/4 + 1/2 + 1/2 = 2 + 1/4$ – это 2 копейки и полушка

Всего – 1 рубль, 57 копеек и полушка (1/4 копейки)

Ответ. 1 рубль, 57 копеек и полушка.

Задача 8. Персидский крестьянин завещал трем своим сыновьям 17 верблюдов, причем первый должен был получить 1/2 часть всех верблюдов, второй – 1/3 часть, а третий – 1/9. Братья думали долго, но разделить наследство по завещанию отца так и не смогли. Мимо на верблюде проезжал Ходжа Насреддин. Он предложил присоединить к верблюдам еще и своего и решить, таким образом, возникшую проблему. И действительно, братья смогли разделить верблюдов так, как наказал отец, причем Ходжа Насреддин получил своего верблюда обратно. Сколько верблюдов досталось каждому сыну?

Решение. $17 + 1 = 18$;

$1/2 + 1/3 + 1/9 + 1/18 = 1$;

$1/2 \cdot 18 = 9$; $1/3 \cdot 18 = 6$; $1/9 \cdot 18 = 2$.

Ответ. Первому досталось 9, второму – 6, а третьему – 2 верблюда.

Задача 9. Установить закономерность, записать следующие три равенства:

$3/4 = 1/2 + 1/4$; $7/8 = 1/2 + 1/4 + 1/8$; $15/16 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16$;

Решение. $31/32 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32$;

$63/64 = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64$

Задача 10. Стас принёс в школу 5 яблок. Как разделить их поровну между 12 мальчиками, не разрезая ни одного из них на 12 части?

Решение. $5/12 = 2/12 + 3/12 = 1/6 + 1/4$;

Ответ. Два яблока разделить на 6 частей (12 частей) и каждому дать по 1/6 части, затем 3 яблока разделить на 4 части (12 частей) и каждому дать по 1/4 части.

Маша разработала компьютерную презентацию на материале статьи из Википедии (https://ru.wikipedia.org/wiki/Египетские_дроби).

Даша написала реферат по истории аликвотных дробей с ссылкой на Интернет-ресурсы.

Все трое учеников демонстрируют невысокий уровень успешности в изучении математики по всем сформулированным ранее критериям (таблица 2)

Таблица 2 – Критерии оценивания проектной работы «Аликвотные дроби»

Критерии успешности	Саша	Маша	Даша
Знание материала	?	?	?
Использование знаний при решении разнообразных задач	Средний уровень при условии полной самостоятельности	?	?
Познавательная самостоятельность	Средний уровень	Низкий уровень	Средний уровень
Сформированность интереса к предмету изучения, ценностного отношения к нему, мотивированности учащегося в дальнейшем изучении материала; уровень притязаний учащегося применительно к изучаемому предмету	Средний уровень	Средний уровень	Средний уровень
Степень личной удовлетворенности ходом и результатами учебно-познавательной деятельности	?	?	?
Примечание. Знак «?» в ячейке означает, что по результатам проектной работы нельзя оценить сформированность соответствующего критерия успешности			

Приведённые примеры наглядно показывают, как организовывать и оценивать деятельность учащихся по решению нестандартных задач, исследовательских работ и проектов.

Литература

1 Шубина, Л. Е. Проектирование образовательных технологий повышения успешности учебно-познавательной деятельности школьников: дис. ... канд. пед. наук. М., 2002. 145 с.

Страстостерцева В. В.

Классификация дидактических игр по математике

Продолжим классифицировать дидактические игры, занимающих часть урока (игровая деятельность сочетается с другими видами деятельности учащихся на уроке и не является доминирующей). Возьмём за основание классификации игровой замысел – та игровая и дидактическая задачи, которые надо решить в ходе игры.

Перечислим игровые задачи:

– собрать из частей целое (в том числе, найти цветовое решение),

– «разобрать» на части некоторое целое и «изучить» каждую часть,

– не допустить разрыва цепочки,

– загадать загадку (составить ребус, кроссворд и т.п.),

– отгадать загадку (решить ребус, кроссворд и т.п.),

– найти пару,

– найти ошибку,

– зашифровать послание (в том числе, написать математическую сказку),

– расшифровать послание (в том числе, разыграть математическую сказку),

– как можно быстрее добраться до цели (в том числе, спасти или помочь герою, найти сокровище и т.п. сюжеты),

– не дать противнику добраться до цели (в том числе, не дать «врагу» навредить герою, завладеть сокровищем и т.п. сюжеты),

– решить как можно больше задач за отведённое для этого время.

<…>

<u>Наведи порядок (найти ошибку)</u> – индивидуальная игра, в которой ученик должен найти ошибку и/или навести порядок в решении, правилах и т.д.

Игра «Найди лишнее» (овладение терминологическим аппаратом и математической символикой, ЗИМ / КЗ / КОРЗ) по теме «Обыкновенные дроби». Продолжительность игры 2 минуты. Учащимся предлагается список слов, обозначающий понятия пройденной темы. Среди них встречаются понятия, которые не имеют отношения к теме. Задача учащихся провести смысловой анализ и найти лишнее. Её аналог – интерактивное упражнение «Классификация» (рисунок 13) – в конструкторе интерактивных упражнений learningApps.

24		
делимое	делитель	частное
24		?

Вставь слова и числа в нужные ячейки таблицы:
дробь, знаменатель, остаток, числитель;
6, 5, 4. 3, 2, 1.
Что следует поставить вместо вопросительного знака?

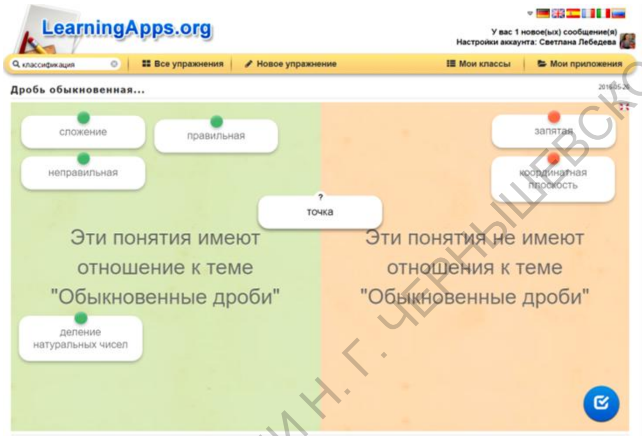


Рисунок 13 – Виды игр, относящихся к категории «Наведи порядок».

Игра «Найди ошибку». Перед началом урока учитель на доске записывает примеры, в которых допущены типовые ошибки. Ученики быстро решают примеры у себя в тетрадях и поднимают руки для ответа. Выигрывает ученик, который правильно исправил все ошибки и озвучил правила, на которые они были допущены. Продолжительность игры – до 7 минут.

Байкина Е.П.

Организация самостоятельной работы учащихся на этапе коррекции знаний

Будем рассматривать самостоятельную работу учащихся по коррекции знаний, проводимую после тематических контрольных работ, которые, как правило, даются в двух равноценных вариантах. Организация урока коррекции начинается с анализа ошибок, выявления групп учащихся, допустивших те или иные ошибки и выбора на основании этого формы проведения урока.

Если ошибки различаются разнообразием и число групп более трёх, то целесообразно организовать урок коррекции в форме самостоятельной работы по карточкам коррекции.

Если число ошибок незначительно, ошибки типовые (то есть их появление определено объективными причинами, т.е. закономерно) и учащихся можно условно разбить не более чем на три группы (например, допустивших соответственно 1, 2 или 3 ошибки, причём это одни и те же ошибки), то урок коррекции организуется по принципу непрерывного повторения. При этом работа над ошибками проводится на разного рода специальных упражнениях «Верно ли, что…?» и «Найди ошибку» и упражнениях, включаемых в системы задач на усвоение и закрепление материала (см. раздел 1.3 работы).

Если контрольная работа написана классом успешно, имеются отдельные ошибки, связанные с невнимательным прочтением текста задания и другими проявлениями невнимательности, то урок коррекции знаний организуется по принципу: «Проверь себя сам!».

<u>Самостоятельная работа по карточкам коррекции.</u>

Будем понимать под карточками коррекции дидактические материалы индивидуального назначения, разработанные на основе диагностических карт [52] и предназначенные для устранения ошибок учащихся.

Например, учащийся, при доказательстве алгебраического неравенства $(2x + 3)(2x+1)>4x(x + 2)$ даёт такое решение:

$$(2x + 3)(2x + 1) > 4x(x + 2) \Rightarrow 4x^2 + 8x + 3 > 4x^2 + 8x \Rightarrow 3 > 0; –$$

демонстрируя тем самым, в первую очередь, отсутствие понимания сути доказательства тождественного неравенства, смысла и сферы применимости знаков $\Rightarrow$ и $\Leftrightarrow$. Для такого учащегося составляется карточка, корректирующая его знания – таблица 5.

Таблица 5 – Карточка, корректирующая логические знания, применяемые для доказательства алгебраических неравенств.

Для доказательства тождественных неравенств достаточно знать	Проверка (ревизия) знаний	Задания для коррекции знаний
1) методы доказательства: – «по определению неравенства», – метод оценки, – метод равносильных преобразований; 2) свойства неравенств; 3) приёмы тождественных преобразований алгебраических выражений	1) Суть метода доказательства «по определению» заключается в следующем: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________. Суть метода оценки заключается в следующем: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________. Суть метода равносильных преобразований состоит из двух этапов: анализа и синтеза – построения доказательства. В результате анализа ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ На этапе синтеза осуществляется «обратный ход», при этом необходимо следить за ____________________ ____________________.	2) Суждение: $4x^2 + 8x + 3 > 4x^2 + 8x \Leftrightarrow 3 > 0;$ – опирается на следующее свойство: ____________________ ____________________ 3) На основании <u>анализа</u>: $(2x + 3)(2x + 1) > 4x(x + 2) \Rightarrow 4x^2 + 8x + 3 > 4x^2 + 8x \Rightarrow 3 > 0;$ – можно из истинного неравенства $3 > 0$, используя свойство ____________ вывести неравенство $(2x + 3)(2x + 1) > 4x(x + 2)$. Для этого нужно: А. ____________________ Б. ____________________ В. ____________________ Г. ____________________ 4) Решение (3), основанное на методе равносильных преобразований, можно было записать короче, используя знак $\Leftrightarrow$, то есть ____________ ____________________ ____________________ 5) Докажем неравенство методом оценки: $(2x + 3)(2x + 1) =$ ____________________ $>$ ____________ $= 4x(x + 2)$

Если учащийся при доказательстве алгебраического неравенства $(2x + 3)(2x+1)>4x(x + 2)$ даёт такое решение:

$$(2x + 3)(2x + 1) > 4x(x + 2) \Leftrightarrow 4x^2 + 3 > 4x^2 + 2 \Leftrightarrow 3 > 2 \text{ (ист.)}; –$$

демонстрируя тем самым пробелы в знаниях по теме «Тождественные преобразования многочленов: умножения многочленов», то для него составляется другая карточка – таблица 6.

Таблица 6 – Карточка, корректирующая знания по теме «Умножение многочленов» в контексте доказательства неравенств.

Для доказательства тождественных неравенств достаточно знать	Проверка (ревизия) знаний	Задания для коррекции знаний
1) методы доказательства: – «по определению неравенства», – метод оценки, – метод равносильных преобразований; 2) свойства неравенств; 3) <u>приёмы тождественных преобразований алгебраических выражений</u>	3) Для того, чтобы умножить многочлен на одночлен нужно: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________. Для того, чтобы умножить два многочлена нужно: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________. Схематически это выглядит так $\square\cdot(\nabla + \Delta) =$ Или так $(\square+\square)\cdot(\nabla + \Delta) =$	2) Равенства $4x(x + 2) = 4x^2 + 2$ $(2x + 3)(2x + 1) = 4x^2 + 3$неверны; при умножении допущены ошибки: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ При умножении должно получиться следующее: $4x(x + 2) =$ ____________________ ____________________ $(2x + 3)(2x + 1) =$ ____________________ ____________________ 4) Докажем неравенство $(2x + 3)(2x + 1) > 4x(x + 2)$методом оценки: $(2x + 3)(2x + 1) =$ ____________________$>$ ______________$= 4x(x + 2)$ 5) Докажем неравенство $(2x + 3)(2x + 1) > 4x(x + 2)$методом равносильных преобразований: ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ 6) Составим несколько произведений и преобразуем их в сумму. ____________________ ____________________ ____________________ ____________________

<u>Упражнения «Верно ли, что …» и «Найди ошибку».</u>

Задания «Верно ли, что …» и «Найди ошибку» доказали свою эффективность с методической точки зрения: вырабатывается критичность мышления, развивается самоконтроль.

Студенткой Л. Юхман (СГУ им.Н.Г. Чернышевского, 2016 г.) разработано упражнение «Верно ли высказывание?» для коррекции знаний учащихся 5 класса по теме «Сравнение дробей»:

1. Одна вторая больше одной восьмой.// Да.

2. Две седьмых меньше одной четырнадцатой.// Нет.

3. Две восьмых меньше двух пятых.// Да

4. Точка М с координатой восемь тринадцатых лежит на координатном луче правее точки К с координатой три тринадцатых.// Да

5. Три десятых от тридцати метров равны десяти метрам.// Нет.

6. Пять двенадцатых больше девяти шестнадцатых.// Нет.

7. Шесть седьмых больше шести десятых.// Да

8. Восемьдесят семь сто двадцать шестых больше пятидесяти пяти сто двадцать шестых.// Да

9. Семь тринадцатых больше семи восьмых.// Нет.

10. Единица больше двух пятых.// Да

Тема урока. Ищем ошибки!!!
1. Проверьте ответ.

$$|x-1| > x \Leftrightarrow (x-1)^2 > x^2 \Leftrightarrow -2x+1>0 \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$$

2. Проверьте решение.
3. Везде ли сохраняется равносильность?
4. Сравните это решение с Вашим?
5. Составьте неравенство, которое при аналогичном решении дало бы неверный ответ.

Рисунок 12 –Оформление доски для организации самостоятельной работы по выполнению задания «Верно ли, что…?»

Одним из вариантов упражнения «Верно ли, что…?» можно считать предъявление ученикам задания, при решении которого допущена ошибка, не влияющая на ответ, пример такого задания дан на рисунке 10,

Требование к поиску ошибки облачается в различные формы, например,

– найди ошибку в вычислениях $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$, выполни верно, сделай проверку и придумай аналогичное упражнение;

– найди ошибку в вычислениях $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\cdot 12=\frac{13}{12}\cdot 12=13$, вычисли верно и придумай аналогичное упражнение с алгебраическими дробями;

– зачеркни знак, на котором нарушается равенство, объясни, почему это произошло: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\cdot 12=\frac{5}{6}+\frac{12}{4}=\frac{20+72}{24}=\frac{92}{24}=3\frac{10}{24}=3\frac{5}{12}$;

– проверь решение: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\cdot 12=\frac{13}{12}\cdot 12=13$, найди ошибку, и если ошибка возникла из-за неправильной расстановки действий, то расставь скобки в исходном выражении так, чтобы из неверного решения получилось верное.

Самостоятельная работа «Проверь себя сам!»

В.Н. Рыжик, анализируя способы работы над ошибками [43,с. 174], пишет: «Подать ошибку можно по-разному. Я вижу три пути. Покажу их на решении неравенства $-x>-1$. Известно, что дети часто забывают, умножив обе части неравенства на (-1), поменять знак неравенства.

Первый путь – «лобовой». Я пишу такую строчку: $-x>-1 \Leftrightarrow x>1;$ и объясняю, почему она неверна.

Второй путь – «вопросительный». Я пишу ту же строчку, но задаю вопрос: а верна ли она?

Третий путь – «софистический». Я записываю исходное неравенство: $-x>-1$. Затем записываю неравенство, которое может быть получено из данного без смены знака неравенства: $x>1$. А теперь складываю оба неравенства и получаю такое: $0>0$. После этого ошибка становится очевидной.

Мне лично больше нравится третий путь. Дело в том, что для лучшего запоминания ошибку надо не только осознать, но и «пережить», т.е. сопроводить эмоцией. Удивление ученика при «софистическом» способе и может быть такой эмоцией. Также эмоцией, но со знаком минус, является досада или обида, когда ученик получает сниженную оценку за допущенную им ошибку. Значит, на одну и ту же ошибку можно организовать разные эмоциональные реакции. Я предпочитаю организовывать удивление».

Софистический путь предъявления ошибки является одним из возможных при организации урока коррекции знаний, построенного по принципу «Проверь себя сам!». В содержание таких уроков уместно включать и упражнения «Верно ли, что…?», позволяющее активизировать логическое мышление и критическое отношение к различным утверждениям.

После софизмов и упражнений учащимся предлагается самостоятельно проверить свою контрольную работу (понятно, что она не должна содержать пометок учителя, поэтому с контрольной работы сразу после её написания снимается копия), найти и исправить ошибки. После этого ученикам можно предложить выполнить другой вариант этой же контрольной работы, возможно в рамках домашней работы.

НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА: план-конспект урока изучения нового материала (7 класс)

Мурыгина Татьяна Алексеевна

Цель – формировать систематические знания о треугольнике и его свойствах.

Задачи:

образовательные:

– доказать теорему о неравенстве треугольника;

– показать применение теоремы о неравенстве треугольника к решению задач;

развивающие:

– формировать умение четко и ясно излагать свои мысли,

– развивать умение видеть «математические ситуации и задачи» в окружающем нас мире.

воспитательная – развивать коммуникативные учебные действия (умение работать в парах).

Оборудование: набор геометрических фигур из разноцветного плотного картона (полоски шириной 1 см и длиной (а) 7, 12, 9; (б) 7, 14, 7; (в) 5, 16, 7 см с «проколами» – вершины треугольника – на концах).

Методические особенности: обучение ведётся по учебнику *Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразовательных организаций / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 2-е издание – М.: Просвещение, 2014 г. – 383с.*

Ход урока

I. Организационный момент.

Приветствие. Проверка готовности к уроку.

II. Базовое повторение – устные упражнения – 7 минут.

Задача 1. Стороны треугольника равны 12, 18, 8. Найти меньший угол треугольника. // *Меньший угол лежит против стороны длиной 8 единиц.*

Задача 2. Углы треугольника 64^0,74^0. Найти меньшую сторону. // *Меньшая сторона лежит против угла в* $42^0 = 180° - (64^0 + 74^0)$

Задача 3. В равнобедренном треугольнике один из углов равен 100^0. Найти остальные углы треугольника. // *Угол в* 100^0 *– тупой – может лежать только против основания, значит при основании лежат углы в* $40° = \dfrac{180° - 100°}{2}$.

III. Изучение нового материала.

Треугольник – одна из основных фигур в геометрии – является геометрической моделью различных реальных объектов и явлений.

– Скажите, где в повседневной жизни вам встречаются треугольники? В архитектуре? *// Знак аварийной остановки и т.д. Крыши домов имеют треугольную форму*.

Основу крыш составляют наклонные и горизонтальные балки, которые соединены между собой и образуют треугольник.. Представьте, что те полоски, которые лежат перед вами – это балки для построения крыши дома.

III.1. Исследовательская работа «Построение треугольника по трём сторонам» – 15 минут.

– Перед вами лежат картонные модели сторон треугольников. Постройте, используя эти модели, треугольники со сторонами:

(а) 7, 12, 9; (б) 7, 14, 7; (в) 5, 16, 7.

При этом, «проколы» – вершины треугольника – должны совпадать.

Методическая рекомендация. Учитель выслушивает версии учеников. В случае затруднения можно предложить детям сравнить длину стороны, построенной первой и сумму двух других сторон треугольника.

Беседа по результатам построения.

– Сколько треугольников вы построили? // *Один, со сторонами 7, 12 и 9.*

– Почему не удалось построить другие два треугольника?

– Во второй вместо треугольника получился отрезок. Почему? *// Т.к. три вершины лежат на одной прямой, а треугольник – это фигура, составленная из трех точек, не лежащих на одной прямой, попарно соединенных отрезками. Длина большего отрезка равна сумме длин меньших.*

– Можно ли построить треугольник в третьем случае? *// В третьем случае треугольник построить нельзя, так как длина большей стороны больше суммы длин меньших сторон.*

– Обобщите результаты вашего исследования и сформулируйте вывод. // *Если сторона, построенная первой, меньше суммы двух других сторон, то треугольник строится.*

– Запишем этот вывод в строгой математической формулировке.

Вывод: из трёх отрезков можно построить треугольник только в том случае, если длина каждого отрезка меньше суммы длин двух других.

– Итак, обоснуйте, почему треугольник сторонами *7, 12, 9* мы смогли построить? *// Пусть AB = 9 см, BC = 7 см, AC = 12 см. Тогда выполняются следующие неравенства:*

AB < BC + AC, так как 9 см < 7 см + 12 см

BC < AB + AC, так как 7 см < 9 см + 12 см

AC < AB + BC, так как 12 см < 9 см + 7 см.

Методическая рекомендация. Ученики записывают обоснование в тетради.

– Как называются выражения, записанные на доске? *// Неравенства.*

– Что связывают эти три неравенства? *// Стороны треугольника.*

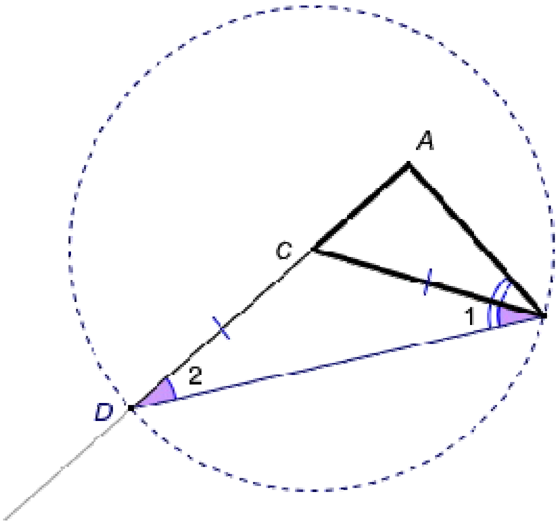
– Какое название можно дать этим неравенствам?// *Неравенства треугольника.*

Это и будет предметом изучения на сегодняшнем уроке. Запишите в тетрадях тему урока.

III.2. Доказательство теоремы – 3 минуты.

Докажем строго то, что мы выяснили в ходе практического исследования.

Теорема. Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.



Дано: Δ ABC

Доказать:

AB < AC + CB

AC < AB + BC

BC < BA + AC

Доказательство:

Докажем первое неравенство:

AB < AC + CB.

Идея доказательства: построить отрезок AC + CB = AD и сравнить его с отрезком AB, используя свойство стороны треугольника, лежащей против большего/меньшего угла.

1) Построим отрезок A**C + CB = AD.** Для этого на продолжении стороны AC отложим отрезок CD равный отрезку CB.

2) Теперь в Δ ABD можно сравнивать стороны AD = AC + CB и AB.

– Каким соотношением в треугольнике связаны стороны и углы? // *В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.*

– Какая сторона лежит против ∠ ABD? // *Сторона A*D.

– Какая сторона лежит против ∠ 2? // *Сторона AB.*

– Осталось определить, что больше, ∠ ABD или ∠ 2?

3) В равнобедренном Δ CBD: ∠ 1 = ∠ 2 (по свойству углов при основании равнобедренного треугольника).

Если ∠ 2 = ∠ 1 и ∠ 1< ∠ ABD, то ∠ 2< ∠ ABD.

4) Итак, ∠ 2< ∠ ABD.

– Сравните стороны AB и AD. // *AB < A*D

– Но, AD = AC + CB. Что можно сказать о AB и AC + CB? // *AB< AC + CB.*

Итак, мы доказали, что **AB < AC + CB.**

5) Аналогично доказывается, что **AC < AB + BC** и **BC < BA + AC**.

СИММЕТРИЯ И ЕЁ СВОЙСТВА

(фрагмент конкурсного урока)

Анастасия Сергеевна Ромзаева

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, механико-математический факультет, направление подготовки «педагогическое образование», профиль – математическое образование, 4 курс

Пояснительная записка

Представленный фрагмент урока является частью урока повторения, обобщения и систематизации материала по теме «Симметрия», изучаемой в первом полугодии 6 класса по УМК авторского коллектива под руководством А.Г. Мордковича. Учащиеся имеют представление о симметрии как

преобразовании, в ходе которого получаются равные фигуры,

свойстве «правильных» фигур.

На основе сформированных представлений можно организовать работу по исследованию свойств симметрии по направлениям:

Повторение изученного материала: определение симметрии, построение точки симметричной данной относительно точки (центра) и прямой (оси), построение фигуры симметричной данной относительно точки (центра) и прямой (оси).

Обобщение материала: выявление особых (неподвижных) точек; определение числа точек/осей симметрии известных учащимся плоских фигур; выяснение способов расположения точек/осей симметрии этих фигур; построение симметричной фигуры.

Систематизация материала (с элементами новизны): способы записи математических утверждений на математическом языке; свойства симметрий; выявление взаимосвязи между различными симметриями, обобщение понятий «центральная симметрия» и «осевая симметрия» до понятия «движение»; композиция центральных симметрий, композиция осевых симметрий, их связь с преобразованиями поворота и переноса (параллельного).

Если привлечь разнообразные средства и методы исследования, то можно добиться сформированности понятия о симметрии как о преобразовании плоскости (то есть перевести знания учащихся на новый уровень: с эмпирического на теоретический).

Помимо этого, технология учебного исследования позволяет решить ряд развивающих и воспитательных задач обучения математике.

На конкурс выносится та часть (17 минут) урока повторения, обобщения и систематизации материала, которая согласно логике изучения этого материала является первичной, то есть реализует направления 1 и 2.

О работе в третьем направлении можно судить по содержанию текста исследовательской работы (задания 5-10), которая носит творческое название «Научный дневник».

Оставшиеся 3 минуты конкурсного времени можно использовать для демонстрации полученных знаний к решению творческой задачи создания плаката, посвящённого юбилейной дате. Поскольку 2015 год – год празднования Победы в Великой Отечественной Войне, то с целью содействия патриотическому воспитанию можно предложить учащимся нарисовать плакат ко Дню Победы.

Таким образом определялась структура конкурсного урока.

Структура урока

1. Оргмомент (представление)
2. Целеполагание – беседа – 3 минуты
3. Повторение, обобщение и систематизация материала – исследовательская работа – 14 минут
4. Практическое применение полученных знаний – коллективное творчество – создание плаката ко Дню Победы – 3 минуты
5. Итог урока – афиширование.

Цель урока

Повторить и обобщить знания учащихся о симметрии геометрических фигур.

Задачи урока (с учётом и в терминах ФГОС)

Дидактические задачи:

1. Повторить знания учащихся по темам «Центральная симметрия» и «Осевая симметрия».

2. Формировать представления о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

3. Продемонстрировать возможности математического языка для точного и грамотного выражения своих мыслей (с применением математической терминологии и символики).

4. Обобщить знания учащихся о симметрии, в том числе развивать пространственные представления, изобразительные умения, навыки геометрических построений.

5. Начать процесс формирования систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах,

Развивающие задачи:

1. Развивать логическое и математическое мышление.
2. Сформировать представление о геометрических моделях.
3. Формировать умения проводить математические рассуждения.
4. Учить применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты.
5. Развивать математическую интуицию.

Воспитательная задача: содействовать воспитанию российской гражданской идентичности: патриотизма и уважения к Отечеству.

Оборудование

1. Текст исследовательской работы «Научный дневник».
2. Презентация «Симметрия и её свойства» – мультимедийное сопровождение урока.
3. Презентация «Плакаты и открытки к Дню Победы» – мультимедийное сопровождение заключительного этапа урока.
4. Прозрачная плёнка для демонстрации эксперимента, шаблоны геометрических фигур, чертёжные принадлежности, лист ватмана, краски для рисования пальцами рук, маркеры.

Ход урока

1. Оргмомент (представление)

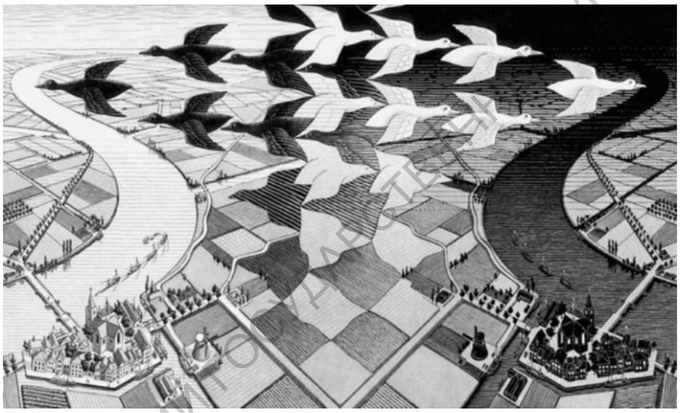
2. Целеполагание – беседа – 3 минуты

– Поговорим сегодня о симметрии. Знакомо ли вам это понятие? Что вы знаете о симметрии? Можете ли привести примеры симметрии в окружающей нас действительности?

– Многие окружающие нас предметы имеют «правильную форму», и это не случайно. Симметрия – одно из свойств окружающего нас мира, которое позволяет нам ссудить о гармоничности этого мира.

Как и любое другое важное явление, мы должны постараться как можно лучше и детальнее изучить симметрию, её свойства.

– Как мы можем это сделать? Какими инструментами воспользоваться? // Можно изучать свойства самых разных симметричных объектов, но, как правило, эти объекты – объёмные тела, и придумать способы для их изучения не всегда просто. Кроме того, на реальные объекты оказывает большое влияние среда, в которой они существуют. Эта среда в большей или меньшей степени нарушает изначальную симметрию («День и ночь», М. Эшер, 1938 г.). Значит, изучать конкретные реальные объекты не совсем удобно. Что и как нам тогда изучать?



Ответить на эти вопросы нам поможет математика, которая изучает не сами объекты, а их модели. Геометрические модели – это линии, поверхности, плоские фигуры и пространственные тела, состоящие из точек.

Попробуем, как настоящие учёные-математики, провести «научное исследование», изучить свойства симметрии, результаты зафиксировать в «научном дневнике», сформулировать выводы (выводы – у всех одни, а фиксировать результаты будете так, как считаете нужным: словами, с помощью чертёжей, формул, ...).

Перед вами – пока ещё чистые листочки научного дневника. Давайте начнём заполнять его, пока известными вам фактами.

3. Повторение, обобщение и систематизация материала – исследовательская работа – 14 минут

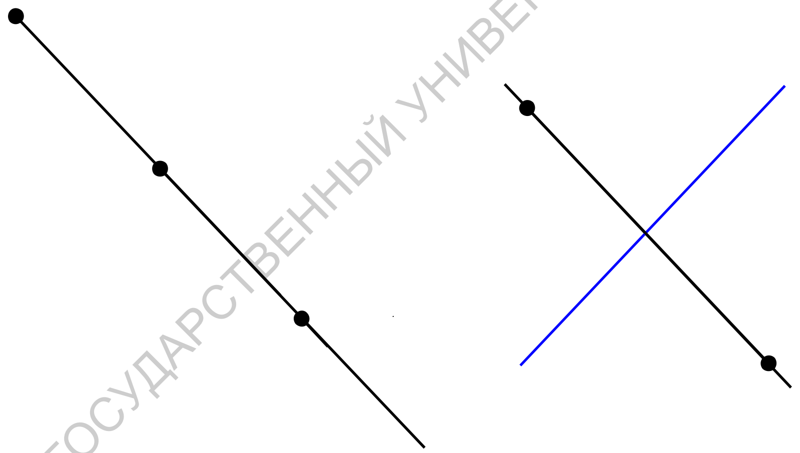
1. Вспомним для начала, что такое «симметрия»? // Симметрия – это свойство объектов и явлений при различных преобразованиях оставаться в чём-то неизменными (например, в форме и размерах).

2. Любая геометрическая фигура состоит из точек. Вспомните, как построить точку, симметричную данной, относительно точки? относительно прямой? // Для того, чтобы построить точку A_1, симметричную данной точке A относительно центра O нужно на луче AO от точки O отложить отрезок OA_1 = OA так, чтобы O была центром отрезка AA_1.

Выполните эти построения в «научном дневнике». Эти построения называются основными; они помогут нам построить изображение любой геометрической фигуры при центральной и осевой симметрии.

Проверим правильность нашего алгоритма и построим точку A_2 симметричную точке A_1 относительно центра O_1.

Самостоятельно (построение точки симметричной данной относительно прямой l). Для того, чтобы построить точку A_1, симметричную данной точке A относительно оси *l*, нужно через точку A провести прямую AA_1 перпендикулярно прямой *l*, и на этой прямой отложить отрезок OA_1 = OA так, чтобы точки A и A_1 расположились по разные стороны от прямой.



Проверим правильность нашего алгоритма и построим точку A_2 симметричную точке A_1 относительно оси l_1.

3. Посмотрите на чертежи и скажите, в какую точку при симметрии с центром O перейдёт точка A? // В точку A_1

Можно записать $A \to A_1$.

– В какую точку при симметрии с относительно прямой *l* перейдёт точка A? // В точку A_1.

Можно записать $A \to A_1$.

– Но, как нам различать эти случаи?

Математики договорились и для каждой симметрии придумали свой символ:

Zo для центральной симметрии с центром О,

S_l для осевой симметрии относительно оси *l*.

– Давайте попробуем на математическом языке записать фразу: «Точка А центрально симметрична точке A_1» // А = Zo (A_1), A_1 = Zo (A).

Эти записи понятны людям, говорящим на любых языках, и в этом заслуга математики – её язык универсален. Кроме того, математика – наука точная. Тогда, как две разные записи могут обозначать одно и то же? В чём же здесь точность?

– Оказывается, помимо указанной фразы, запись показывает, какая из точек дана, а какая получена. Определите это по записи: А = Zo (A_1). Как это можно сделать? // По аналогии с арифметическими действиями: дана A_1, получена А.

дано	**действие**	**знак/символ**	**результат**
2 и 3	сложение	+	5 = 2 + 3
A_1	симметрия относительно точки О	Zo	А = Zo (A_1)

– Посмотрите и оцените, как математический язык позволяет кратко оформить научную мысль!

– Что означают следующие записи:

B = Zo (A), A_1 = Zo (A), A = Zo (A),

A_1 = S_l (A), D = S_n (A), A = S_n (A)?

4. Посмотрите, на последний столбец, и постарайтесь определить, где же находится точка А, если она симметрична самой себе? // Подсказка: будем двигать точки А и A_1 пока они не сольются в одну точку.

Сформулируем вывод:

Вывод 1. Точка симметрична сама себе относительно центра, если она и есть центр симметрии.

Вывод 2. Точка симметрична сама себе относительно прямой, если она лежит на этой прямой.

5. Проверим, являются ли симметричными известные нам плоские геометрические фигуры? Назовите эти фигуры // отрезок, луч, прямая, угол, треугольник, квадрат, прямоугольник, окружность, трапеция, параллелограмм.

Начнём исследование с простых фигур, а в дальнейшем вы можете провести исследование других фигур самостоятельно.

Отрезок.

– Давайте подумаем, является ли отрезок центрально симметричной фигурой? Есть ли у отрезка центр симметрии, что это за точка? // Да, по построению отрезка AA_1. Да, это его середина.

– Сколько центров симметрии имеет отрезок? // один

– Как построить центр симметрии отрезка?

Вывод 3 (ответы на вопросы записывают в дневники самостоятельно).

– Давайте подумаем, является ли отрезок симметричной фигурой относительно некоторой оси? Есть ли у отрезка ось симметрии, как по отношению к отрезку расположена эта ось? // да, одна ось перпендикулярна отрезку и проходит через его середину (носит название серединного перпендикуляра), другая – содержит этот отрезок.

Эксперимент (с прозрачной плёнкой или мысленный). Попробуем определить расположение оси симметрии с помощью прозрачной плёнки. Здесь ось – линия сгиба, при которой отрезок совместится сам с собой.

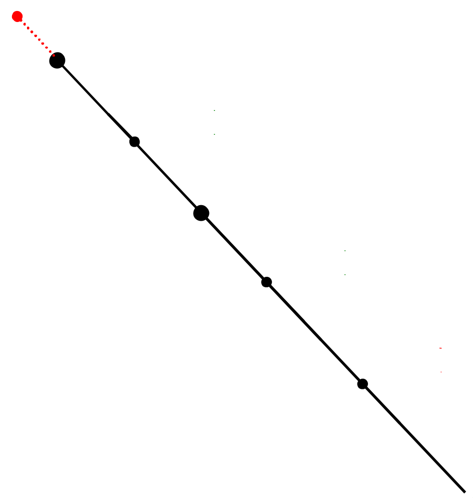
– Как построить ось симметрии отрезка, ему перпендикулярную?

Вывод 4 (ответы на вопросы записывают в дневники самостоятельно).

Луч.

– Является ли луч центрально симметричной фигурой? (нет/да) Для того чтобы ответить на этот вопрос и обосновать свой ответ, мы проведем эксперимент.

Эксперимент. Изобразим луч АВ, с началом в точке А. Возьмем на луче АВ точку О – центр симметрии (берем любую точку, кроме точки А).



Для любой точки, лежащей между точками А и О найдётся ей симметричная точка принадлежащая нашему лучу ($M \rightarrow M_1$).

Если возьмем точку N, расположенную дальше точки M_1: $N_1 = Zo\,(N)$, но N_1 не лежит на луче АВ.

Какое заключение можно сделать? // Луч не является центрально симметричной фигурой. Другими словами, луч не имеет центра симметрии. Это наш пятый вывод – Вывод 5.

– Является ли луч симметричной фигурой относительно некоторой оси? (нет/да) Где расположена эта ось? // На основании вывода 2, ось симметрии луча – прямая, содержащая этот луч

Эксперимент (с прозрачной плёнкой или мысленный).

Вывод 6. Ось симметрии луча – прямая, содержащая этот луч.

Прямая.

– Является ли прямая центрально симметричной фигурой? Докажите // Какую бы точку прямой мы не выбрали в качестве центра, любая точка нашей прямой будет иметь на этой прямой центрально симметричную точку.

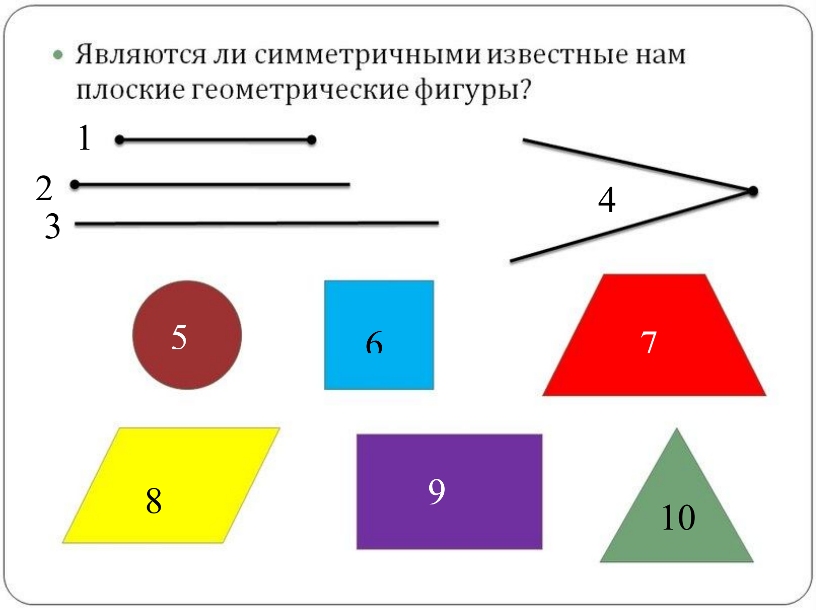
– Сколько центров симметрии имеет прямая? // Бесконечно много центров симметрии.

Вывод 7.

– Является ли прямая симметричной фигурой относительно некоторой оси? Докажите. // Любая прямая, перпендикулярная данной является её осью симметрии (*эксперимент с прозрачной плёнкой*). Прямая сама для себя – ось симметрии.

– Сколько осей симметрии имеет прямая? // Бесконечно много осей симметрии.

Вывод 8. Любая прямая, перпендикулярная данной является её осью симметрии. Прямая сама для себя – ось симметрии.



– Рассмотрим рисунок (на слайде фигуры, каждая подписана цифрой).

Задание 1. Назовите номера центрально симметричных фигур.

Дополнительный вопрос. Где располагаются их центры симметрии?

Задание 2. Назовите номера симметричных фигур относительно некоторой оси.

Дополнительный вопрос. Где располагаются оси симметрии?

Центрально симметричные фигуры	**Фигуры симметричные относительно оси**
Отрезок. Центр симметрии – середина отрезка.	Отрезок. I ось симметрии – серединный перпендикуляр, II ось – прямая, содержащая отрезок.
Прямая. Центр симметрии – любая точка этой прямой.	Луч. Ось симметрии – прямая, содержащая этот луч.
Круг. Центр симметрии – центр круга.	Прямая. Оси симметрии: любой перпендикуляр к этой прямой и сама прямая.
Квадрат. Центр симметрии – центр квадрата – точка пересечения его диагоналей.	Угол . Ось симметрии – прямая, делящая угол пополам (называется биссектрисой).
Параллелограмм. Центр симметрии – центр параллелограмма – точка пересечения его диагоналей.	Круг. Ось симметрии – любая прямая, проходящая через центр круга.
	Квадрат. Оси симметрии: I ось симметрии – содержит одну диагональ, II ось – прямая, содержащая другую диагональ, III ось – проходит через центр квадрата (точку пересечения диагоналей) перпендикулярно стороне (горизонтально), IV ось – проходит через центр квадрата (точку пересечения диагоналей) перпендикулярно стороне (вертикально).
	Трапеция. Ось – прямая, проходящая через середины оснований.
	Прямоугольник. Оси симметрии (две оси) –прямые, проходящая через середины противолежащих сторон.
	Равносторонний (правильный) треугольник. Оси симметрии (три оси) – прямые, проходящая через вершину и середину противолежащей стороны.

6. Можно провести ещё ряд исследований и выяснить много других свойств симметрии и симметричных фигур. В ваших «научных дневниках» остались ещё нерешённые задачи и проблемные вопросы. Ответить на них вы можете самостоятельно дома или на занятиях математического кружка. А сейчас применим наши знания на практике.

4. Практическое применение полученных знаний – коллективное творчество – создание плаката ко Дню Победы – 3 минуты.

Вы знаете, что в мае этого года наш народ празднует 70-летие Победы в Великой Отечественной войне. Нарисуем ВСЕ ВМЕСТЕ плакат к празднику Победы, используя инструменты, которые всегда с нами – наши руки, а также безвредную краску для рисования руками и знание свойств симметрии.

Я вас буду вызывать к доске, по очереди. Пока один из вас рисует, другие – смотрят плакаты и открытки ко дню Победы.

Помните, что фигуры, симметричные относительно оси можно рисовать двумя руками!

5. Итог урока – афиширование.

Оценим наш творческий порыв, и устроим салют в эту честь … аплодисментами.

СИММЕТРИЯ

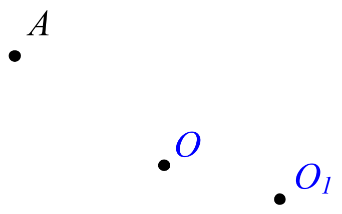
Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство.

Г. Вейль

Дневник исследователя ________________________

Центральная симметрия

1. Как построить точку, симметричную данной относительно центра O?



1) провести ________________________

2) измерить ________________________

3) отложить ________________________

4) получили ________________________.

Математическая запись:

____

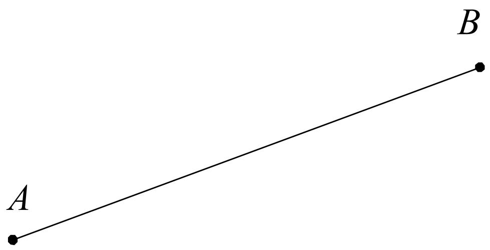
____

Вывод 1: ____

____

____

2. Исследование отрезка на центральную симметричность (есть ли у отрезка центр симметрии?)



Вывод 3: ________________________

____

____

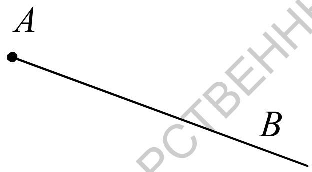
____

____

____

____

3. Исследование луча на центральную симметричность (есть ли у луча центр симметрии?)



Вывод 5: ________________________

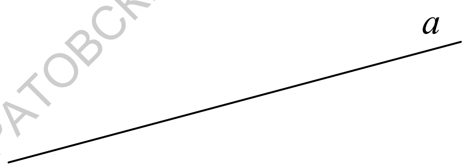
____

____

____

____

4. Исследование прямой на центральную симметричность (есть ли у прямой центр симметрии?)



Вывод 7: ________________________

____

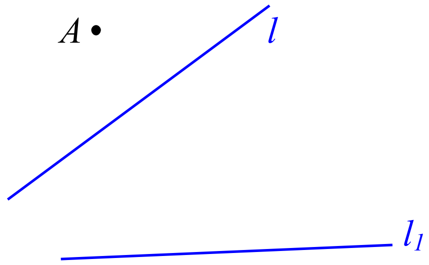
____

____

____

____

Осевая симметрия



1. Как построить точку, симметричную данной относительно прямой l?

1) провести ______________________

2) измерить ______________________

3) продолжить ____________________

4) отложить ______________________

5) получили ______________________

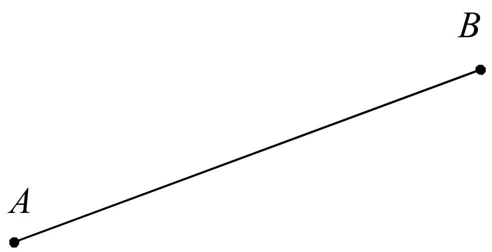
Математическая запись:

____

____

Вывод 2: ____

____



2. Исследование отрезка на осевую симметрию (есть ли у отрезка ось симметрии?)

Вывод 4: __________________________

____

____

____

____

____

3. Исследование луча на осевую симметрию (есть ли у луча ось симметрии?)

Вывод 6: __________________________

____

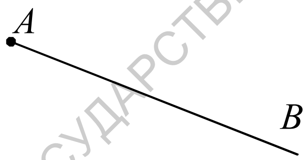
____

____

____

____

____



4. Исследование прямой на осевую симметрию (есть ли у прямой ось симметрии?)

Вывод 8: __________________________

____

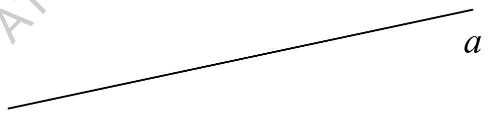
____

____

____

____

____



Центральная симметрия

5. Как построить фигуру (треугольник), центрально симметричную данной?

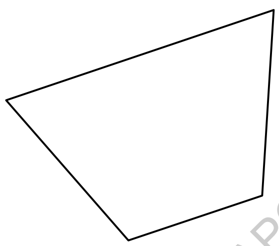
Вывод 9: ____________________________

• *O*

6. Посмотрите на соответствующие стороны данной и построенной фигур. Что можно сказать о взаимном расположении этих сторон (отрезков)?

Вывод 11: ____________________________

7. Как получить центрально-симметричную фигуру из имеющейся (где следует расположить центр симметрии)?

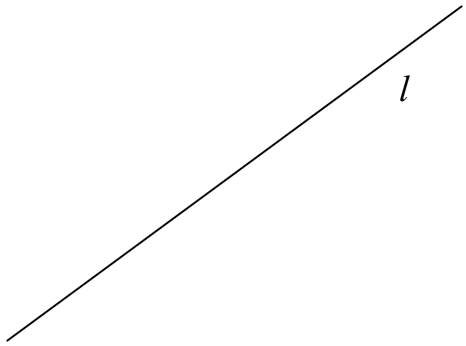


Указание: мысленно перемещайте центр симметрии до тех пор пока две фигуры не пересекутся.

Вывод 13: ____________________________

<u>Осевая симметрия</u>

5. Как построить фигуру (треугольник), симметричную данной относительно оси?

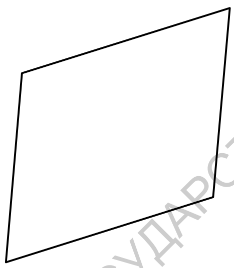


Вывод 10: ______________________________

6. Запишите название исходной фигуры и название получившейся фигуры, перечисляя вершины одну за другой по часовой стрелке. Что можно сказать о расположении вершин получившейся фигуры?

Вывод 12: ______________________________

7. Как получить симметричную относительно оси фигуру из имеющейся (где следует расположить ось симметрии)?

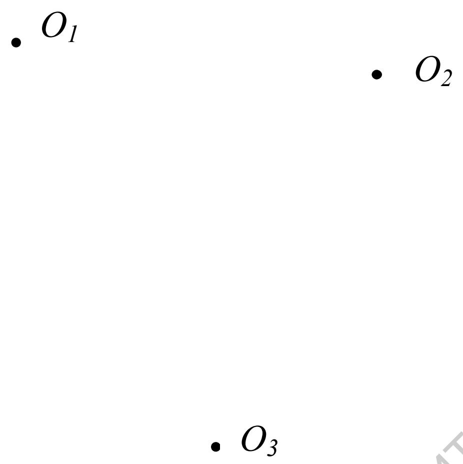


Указание: мысленно перемещайте ось симметрии до тех пор пока две фигуры не пересекутся.

Вывод 14: ______________________________

<u>Центральная симметрия</u>

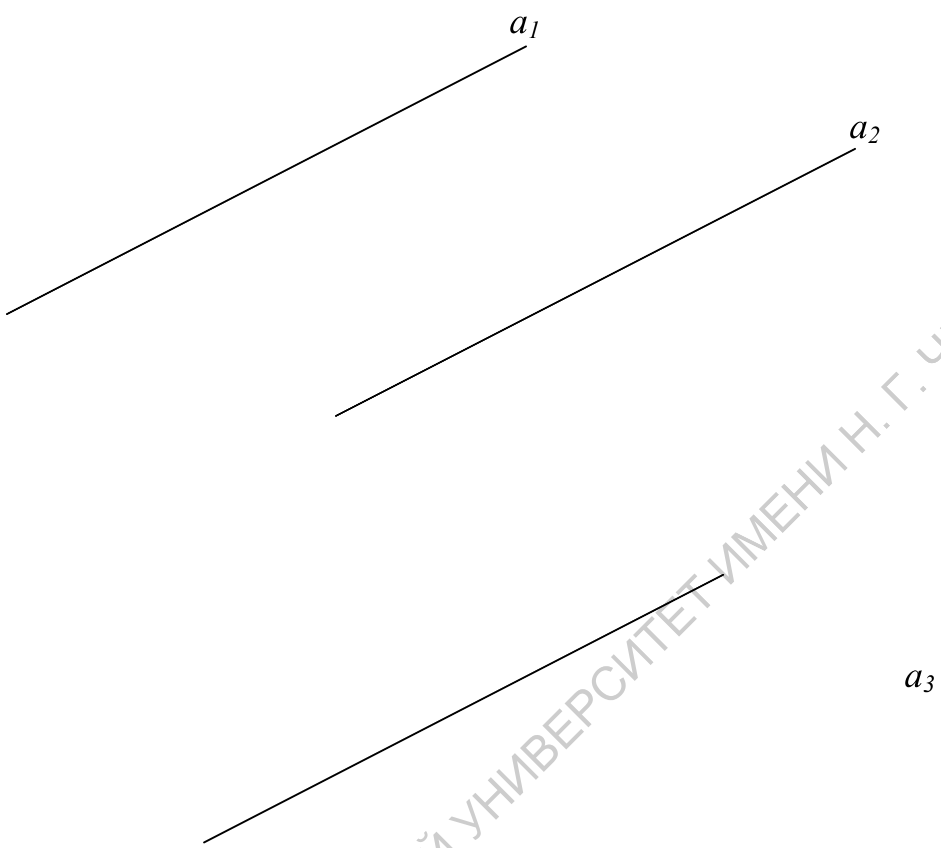
8. Что будет, если фигуру (треугольник) последовательно преобразовывать относительно центров O_1, O_2, ... ?



Вывод 15: ____

Осевая симметрия

8. Что будет, если фигуру (треугольник) последовательно преобразовывать относительно параллельных прямых a_1, a_2, … ?



Вывод 15: ____

____

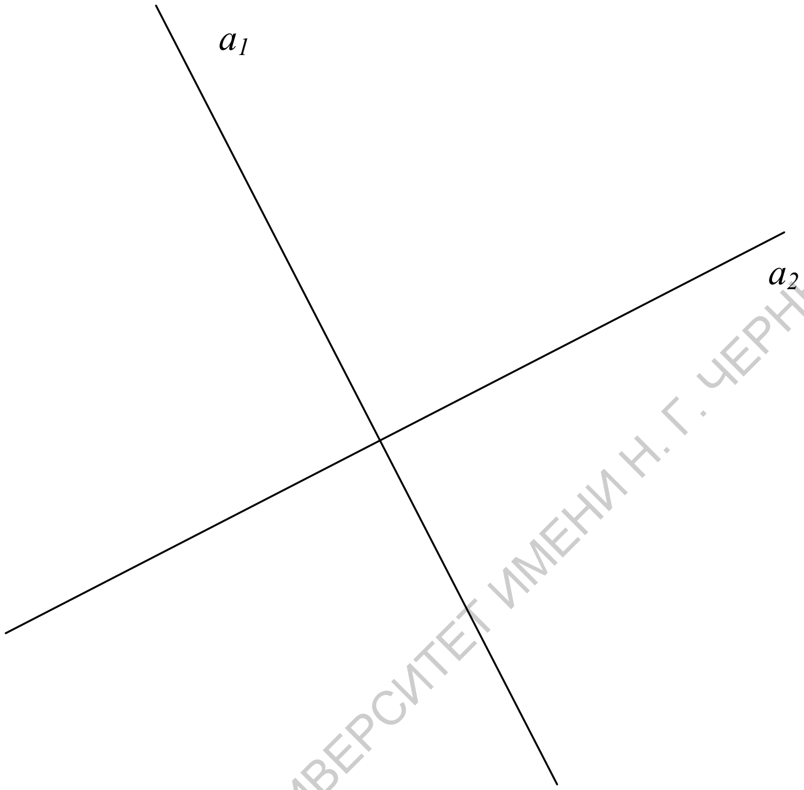
____

____

____

Осевая симметрия

9. Что будет, если фигуру (треугольник) последовательно преобразовывать относительно перпендикулярных прямых a_1, a_2, a_1, a_2?



Вывод 16: ____

____

____

____

____

____

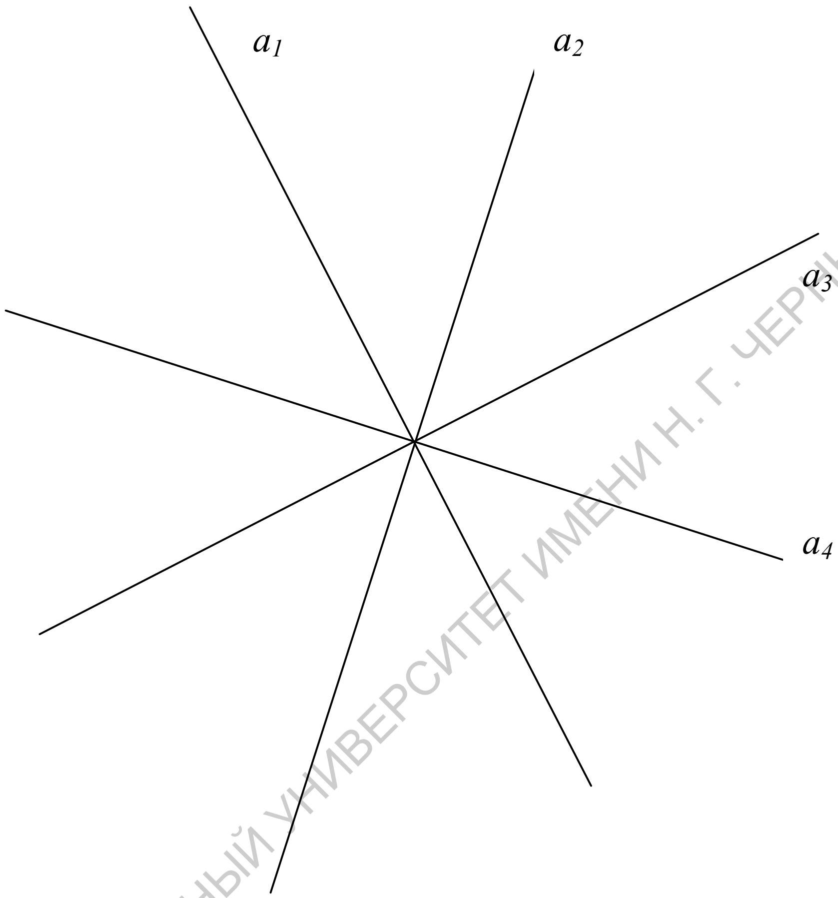
____

____

____

<u>*Осевая симметрия*</u>

10. Что будет, если фигуру (треугольник) преобразовывать относительно прямых, пересекающихся под одинаковым углом, последовательно: a_1, a_2, a_3, a_4, a_1, a_2, a_3, a_4?



Вывод 17: ____

____

____

____

____

____

____

____

____

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Тема ____

Кысач Ниязи

Урок математики с Ходжой Насреддином

(интегративный (математика + литература) урок изучения нового материала)

Цель урока: сформировать представление о связи между операцией деления и обыкновенными дробями.

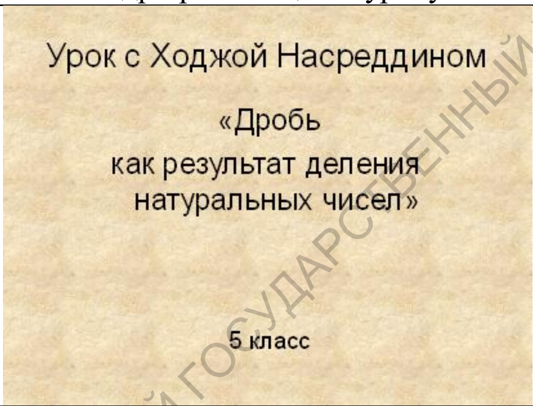
Задачи урока:

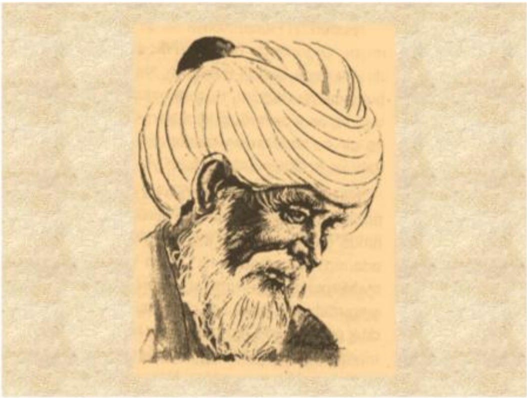
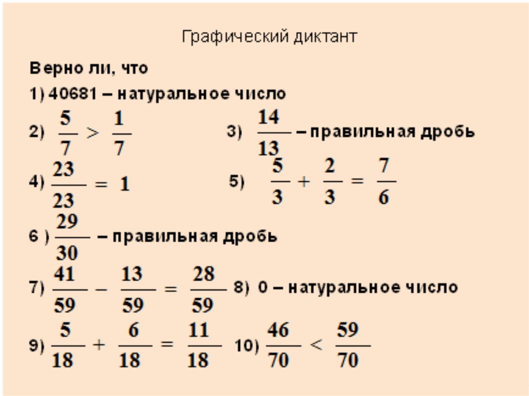
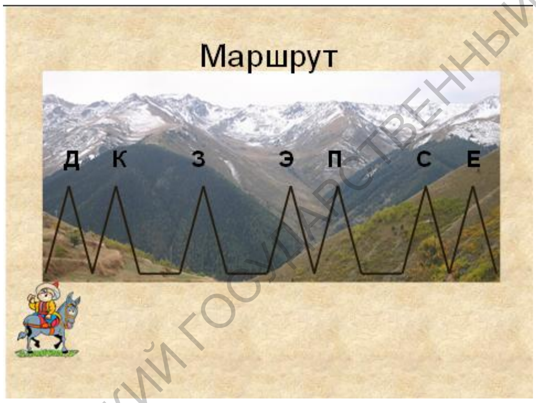
– дидактические: сформировать элементы знания о связи между дробной чертой и операцией деления; сформировать умения переходить от записи дроби к записи операции деления чисел; познакомиться с фольклором мусульманского Востока;

– развивающие: развитие мышления, устной и письменной речи (в том числе, математической, во внутреннем и внешнем плане).

Оборудование: мультимедиа-проектор, компьютер, презентация, листы контроля, сигнальные карточки.

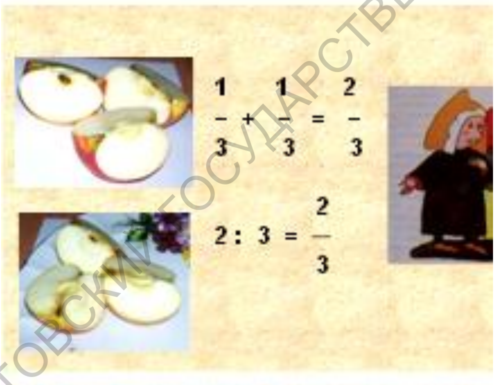
Ход урока

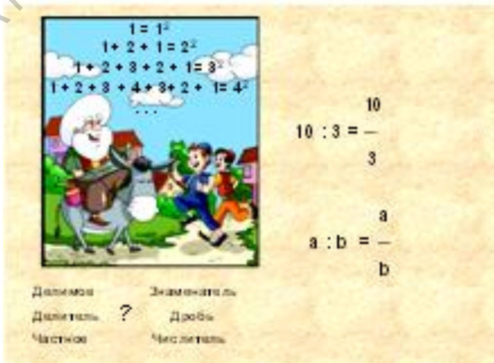
Кадр презентации к уроку	Методический комментарий
 	Здравствуйте, ребята! Сегодня у нас урок математики на котором будет присутствовать (виртуально, конечно) герой фольклора мусульманского Востока – Ходжа Насреддин. Известно ли вам что-нибудь об этом персонаже?
 	О характере Насреддина как нельзя лучше поведает следующая притча… Ответьте на вопросы: – Каков характер Ходжи? – Чью мнение вам ближе всего; согласны ли вы с Насреддином? – Как вы понимаете ответ Ходжи? – Чего вы ждёте, чего хотите от нашего урока? Чего не хотите? Давайте приложим все силы, чтобы наши ожидания оправдались!..

<table>
<tr><td></td><td>Давайте проверим, готовы ли вы к уроку.
Ответьте на вопросы Ходжи:
– Какие числа называются натуральными?
– Что значит, разделить одно число на другое?
– Всегда ли можно разделить одно натуральное число на другое? Приведите примеры.
– Как получить обыкновенную дробь? Приведите примеры.
– Какая дробь называется правильной? Приведите примеры.
– Какая дробь называется неправильной? Приведите примеры.
– Как сравнить две дроби с одинаковым знаменателем? Приведите примеры.
– Как сложить две дроби с одинаковым знаменателем? Приведите примеры.
Устные упражнения (фронтальный опрос).</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Ходжа считает, что вы способные ученики и предлагает отправиться с ним в путешествие, во время которого он поведает вам разные истории. Но чтобы совершить путешествие, нам надо определить маршрут движения, а маршрут наш закодирован, и нам надо его разгадать.
«Да и нет не говорите, лучше сразу нарисуйте» (да – «^» , нет «_»)
Математический (графический) диктант с последующей самопроверкой.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Наш маршрут будет выглядеть так –
это график очень похожий на горы в Турции, вершины которых нужно покорить.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Вершину Д мы уже покорили (посмотрите, где находится Ходжа), выполнив задания диктанта.
Обрадованный Ходжа поведал нам одну из своих историй.
Покорим следующую – вершину К.</td></tr>
</table>

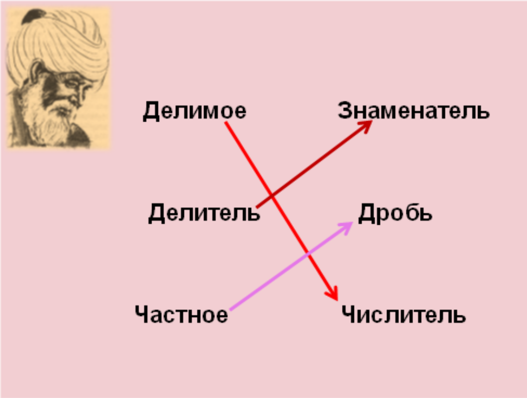
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Как записать?..
1. Прочитайте записи по разному:
1) 34 + 56; 2) 90 – 45;
3) 7 · 5; 4) 45: 9.
2. Продолжите цепочку вычислений:
128 : 2 = __; … : 2 = __; … : 2 = __; … : 2 = __;
… : 2 = __; … : 2 = __; … : 2 = __.
3. Как можно записать деление единицы на 2? //
1: 2 = 0 (ост 1) или 2 · 0 + 1 = 1

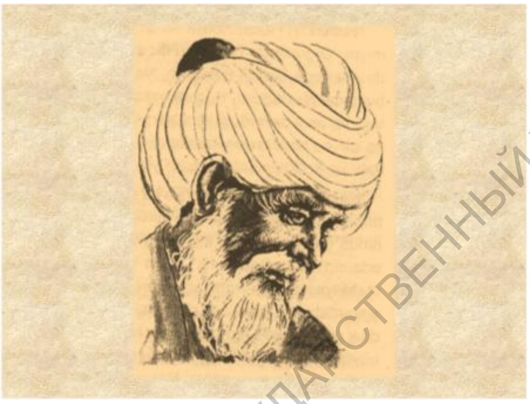
Устный счёт</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>Вершину К мы тоже покорили, и пока мы приближаемся к вершине З, Ходжа расскажет нам ещё одну историю.</td>
</tr>
<tr>
<td>




</td>
<td>Знай-ка
Запишите в тетрадях тему урока: «Дробь как результат деления натуральных чисел».
Дробь можно получить при делении натуральных чисел.
Решим задачу:
Два яблока разделить между тремя учениками.
2: 3 = 0 (ост. 2), т.е. нацело не делится.
Каждое яблоко разделим на 3 части.
Каждый ученик получит по две таких доли яблока, т.е. 2/3.
Математики имеют дело не с конкретными примерами, а с числами.
Они говорят, что при делении числа а на число в получается дробь а/в.
Черта дроби означает то же самое, что и знак деления. Черта дроби в математике используется чаще знака деления.
Запишите несколько примеров:
1) 10 : 3 =
2) 5 : 6 =
3) 20 : 45 =
Назовите, пожалуйста, компоненты при делении?

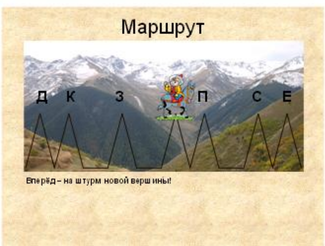
Объяснение нового материала</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>А теперь давайте установим связь между компонентами при делении, числителем и знаменателем дроби, самой дровью.
Числитель – делимое,
Знаменатель – делитель,
Дробь – частное.

Объяснение нового материала (продолжение)</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>Вершину З мы покорили, а в награду – новая история Насреддина.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ходжа предлагает вам соревнование – эстафету – эта четвёртая вершина на пороге к знаниям.

<u>Задание 1</u>. Запишите в виде дроби частные, записанные на доске:
1) 3 : 7 = 1) 5 : 4 = 1) 3 : 5 =
2) 9 : 10 = 2) 8 : 7 = 2) 5 : 3 =
3) 1 : 12 = 3) 12 : 2 = 3) 48 : 48 =
4) 47 : 1 = 4) 21 : 21 = 4) 35 : 38 =
5) 42 : 21 = 5) 8 : 10 = 5) 10 : 7 =
6) 51 : 51 = 6) 35 : 36 = 6) 12 : 4 =
7) 38 : 39 = 7) 1 : 5 = 7) 8 : 5 =
8) 7 : 7 = 8) 5 : 1 = 8) 5 : 8 =
<u>Задание 2</u>. Найдите правильные дроби и составьте из номеров правильных дробей код

Работа по цепочке в 3 вариантах – командах</td>
</tr>
<tr>
<td>

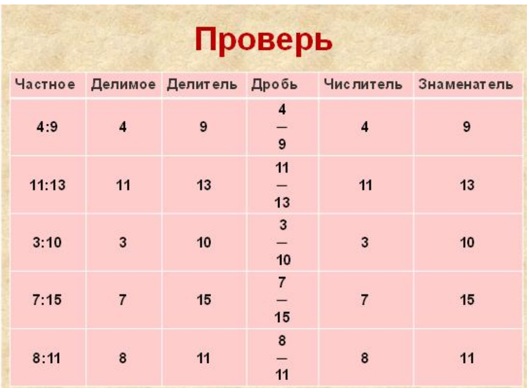

</td>
<td>Ходжа предлагает вам проверить свои ответы:
1 команда – код 1237
2 команда – код 567
3 команда – код 148
и ответить на вопрос:
Есть ли среди дробей натуральные числа?

Одолели вершину Э, и не мешкая, приступаем к штурму вершины П.</td>
</tr>
</table>

Частное	Делимое	Делитель	Дробь	Числитель	Знаменатель
4 : 9					
	11	13			
			3/10		
				7	15
	8				11

Пустые клетки…
Заполняем пустые клетки в таблице,
Проверяем как сосед выполнил задание,
и ждём подведения итогов.

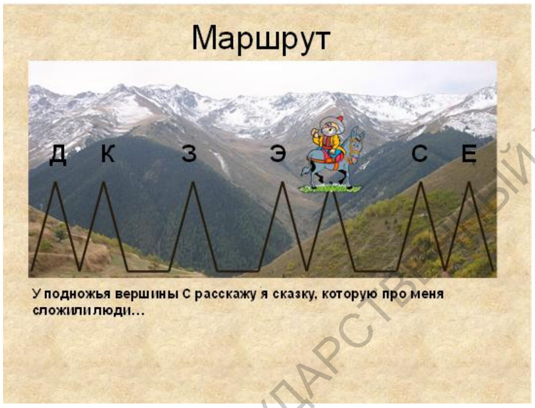
Самостоятельная работа с последующей взаимопроверкой, самопроверкой и визуализацией результатов.



Частное	Делимое	Делитель	Дробь	Числитель	Знаменатель
4:9	4	9	4/9	4	9
11:13	11	13	11/13	11	13
3:10	3	10	3/10	3	10
7:15	7	15	7/15	7	15
8:11	8	11	8/11	8	11

А теперь подведем итог:
Поднимите зеленые карточки, кто справился со всеми заданиями и
не допустил ошибки (оценка 5),
допустил одну ошибку (оценка 4).

Одолели мы с вами вершину **П** и подошли к вершине **С** – Сказка



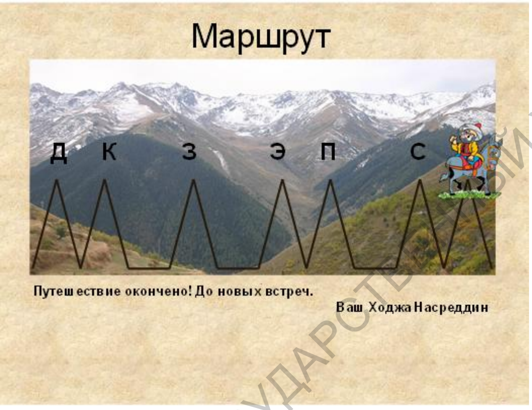
Сказка про Ходжу
Ходжа Насреддин забрался на чужую бахчу и начал быстро собирать арбузы в мешок. За этим занятием и застал его хозяин бахчи.
– Ты что тут делаешь? – страшно закричал он.
– Друг, ты не поверишь – сегодня утром был такой сильный ветер, что меня оторвало от земли и забросило на твою бахчу.
– Хорошо, а кто же тогда нарвал все эти арбузы?
– Я хватался за них, чтобы ветер не унес меня дальше…
– Хорошо, но кто же тогда поскладывал их в твой мешок?
– Клянусь Аллахом, когда ты подошел, я как раз стоял и размышлял над этим вопросом…

<u>Задача</u>. Всего на бахче было 240 тысяч арбузов. Хозяин бахчи посчитал, что 1/200 часть арбузов сорвана. А в мешке у Ходжи нашлась 1/60 всех сорванных арбузов. Сколько сованных арбузов осталось лежать на бахче?

Коллективная беседа:
решаем все вместе
устно
по действиям

Взяли мы и эту высоту, и по совету Ходжи начнем восхождение к последней вершине с расшифровки египетского папируса.

В археологической экспедиции обнаружили обгоревший египетский свиток. Изучая его, ученые не сразу пришли к выводу, что знак «идущие ноги» ставился в примерах вместо знаков < , > или = .
Расшифруйте свиток.



Мы преодолели все вершины и благополучно, в сопровождении Ходжи Насреддина, прибыли в «Царство дробей».
Много интересного о дробях вы сможете прочитать в книге И.Я. Демпана и Н.Я. Виленкина «За страницами учебника математики».
А теперь подведем итог урока.
– Что нового вы узнали на этом уроке?
– Какая история о Ходже вам понравилась? Почему?
– Какое задание вызвало затруднение?
– Какой отметкой Вы бы оценили свою работу на этом уроке?
– Ответ какого ученика вам понравился?
– Кто был на уроке самым активным?

Мурыгина Т.А.

Практико-ориентированный проект как средство обучения решению сюжетных задач

Будем понимать под практико-ориентированным проектом учебный проект, в ходе которого на основании анализа реальной ситуации возникает необходимость формулировки и решения текстовой задачи практического содержания (сюжетной задачи), позволяющей получить некоторый новый опыт деятельности [24, с.39].

Решение сюжетных задач в ходе практико-ориентированного проекта развивает у учащихся определённые умения (видеть проблему, ставить вопросы, выдвигать гипотезы, объяснять, доказывать, защищать свои идеи), воспитывая у них качества личности, обеспечивающие социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения, формируя качества мышления, необходимые для адаптации в современном информационном обществе, развивая интереса к математическому творчеству и математические способности.

В ходе изучения темы «Решение задач экономического характера» (2015-2016 учебный год, МАОУ «Медико-биологический лицей» г. Саратов, 6 класс, обучение ведётся по УМК «Математика 5-6» авторского коллектива под руководством С.М. Никольского, 3 урок по теме) классу было предложено ответить на вопрос: «Какие существуют потребности у каждого из нас? Хватает ли денег на удовлетворения всех наших потребностей?». Учащиеся не смогли ответить на второй вопрос, указав на то, что они не знают бюджет своей семьи. Возникла проблемная ситуация, позволившая обосновать необходимость организации и участия в проекте «Домашние финансы» (I этап).

Совместно с учащимися сформулировали <u>первую проектную задачу</u>: выяснить, из чего складывается бюджет семьи, что представляет собой потребительская корзина семьи, как распределяются доходы, какую часть доходов семья тратит на «меня любимого»?

II этап – исследовательская работа по решению первой проектной задачи: сбор и анализ информации, формулировка и решение ряда практических задач, осознание результатов и принятие решений.

Для того, чтобы учащиеся 6 класса смогли самостоятельно и в полном объёме выполнить все действия по решению первой проектной задачи необходимо ориентировать их на то, чтобы частные вопросы, которые возникают у них в ходе проекта, они формулировали в форме сюжетной задачи. Целесообразно дать своеобразное клише (ориентировочную основу действий), задающее структуру задачи. Например:

«Я хочу, узнать сколько …, зная, что …»,

«Мне говорят, что …., я хочу узнать, сколько …»,

«Мне нужно … и для этого у меня есть …, хватит ли мне средств для того, чтобы ….».

Разрабатывая клише, следует варьировать их лексическую и логическую структуры.

В ходе проекта «Домашние финансы» учащиеся попытались составить сюжетные задачи, опираясь на данные полученные в результате исследования. Приведём примеры разработанных учениками задач.

<u>Задача Владислава</u>. Бюджет нашей семьи 64000 рублей. На меня с братом тратят в месяц 20000 рублей. Интересно, сколько процентов это составляет от бюджета?

<u>Задача Александра</u>. Сколько тратят денег на коммунальные услуги, если на питание в 3 раза больше, на одежду на 7000 рублей больше, а на транспорт на 2000 рублей меньше. Сколько тратит семья на эти виды расходов? При доходе в 43000 рублей.

<u>Задача Виктории</u>. Я хочу новый телефон, его цена – 12850 рублей. Мне сказали, что только на меня в среднем уходит 20% от 43000 рублей семейного бюджета? Интересно, на что: на завтраки, танцы, кино и что-то ещё? Купят ли мне телефон, если я от всего этого откажусь? А если купят, то увеличатся ли траты на меня в этот месяц и на сколько?

Школьники предоставили результаты своих исследований в самых разнообразных формах: диаграммы, таблицы, схемы и др. (рисунки 5-6)

Третий этап – переформулировка практических задач (носящих личностный характер) в учебные задачи (для всех). Это необходимо для организации следующих двух этапов проекта.

В нашем случае, например, задачи Владислава, Александры и Вики приобрели следующий вид.

Задача 1. Бюджет семьи 64000 рублей в месяц. На детей тратят в месяц 20000 рублей. Сколько процентов это составляет от бюджета семьи?

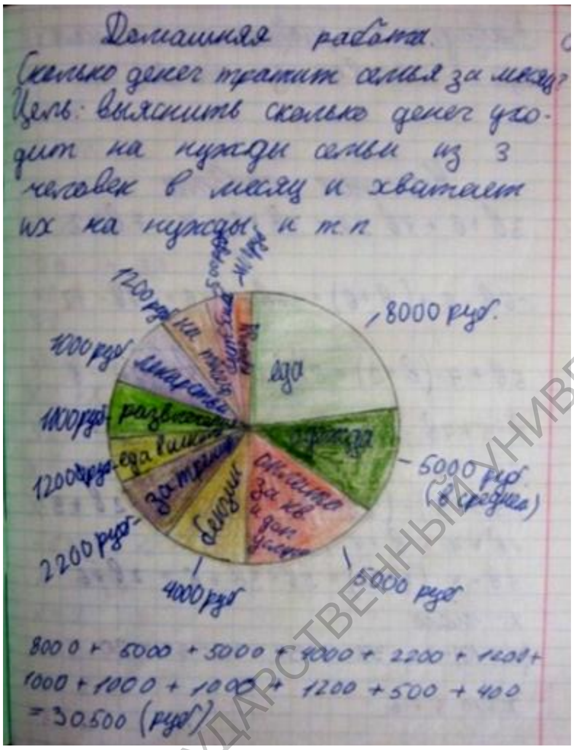


Рисунок 5 – Диаграмма, разработанная ученицей в рамках проекта

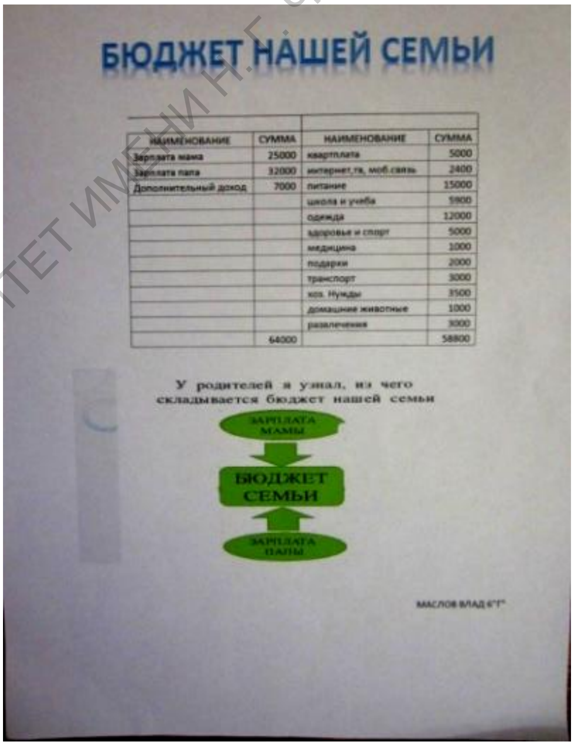


Рисунок 6 – Таблица, разработанная учеником в рамках проекта

Задача 2. Сколько тратят денег на коммунальные услуги, если на питание в 3 раза больше, на одежду на 7000 рублей больше, а на транспорт на 2000рублей меньше. Сколько тратит семья на эти виды расходов? При доходе в 43000 рублей.

Задача 3. Дочка попросила у родителей купить ей новый телефон за 12850 рублей. Купят ли родители дочке телефон, если в месяц на неё тратиться 20%

от 43000 рублей бюджета? Придется ли родителям увеличить расход на дочь в данный месяц и на сколько?

Четвёртый этап – афиширование – в классном уголке вывешиваются учебные задачи, разработанные по материалам исследований, посвящённых «удовлетворению потребностей и желаний учеников». Ученики имеют возможность ознакомиться с творчеством одноклассников, оценить его.

Пятый этап (завершающий) – обобщение и рефлексия – на внеурочном занятии решаются самые интересные учебные задач, разработанные самими учащимися, проводится обсуждение полученных результатов, формулируются выводы.

В нашем случае, в процессе рефлексии учащиеся пришли к выводу о том, что все их желания не могут быть удовлетворены, так как в первую очередь удовлетворяются основные потребности всех других членов семьи, исходя из возможностей бюджета. Радует и то, что многие учащиеся пришли к следующему: «Надо не увеличивать число своих желаний, а уменьшать, например, меньше просить себе новых вещей», «Надо помогать родителям по дому, даже тогда, когда они не просят», «Нужно держать себя в руках когда идешь в продуктовый магазин», «Свое хобби (плетение из бисера) я могу превратить в небольшой бизнес: продавая поделки из бисера я помогу увеличить бюджет семьи».

Особого внимания заслуживает последнее высказывание, так как позволяет включить учащихся в новый проект, касающийся государства, бизнеса и налогов.

Таким образом, через конструирование и решение практических задач, основанных на реальных финансовых ситуациях, учитель не только закрепляет определённые информационные и специфические математические умения и навыки, но и формирует финансовую грамотность учащихся.

Возможности конструирования задач подробно описаны в статье Куприяновой Марии Алексеевны «Составление математических задач как инструмент развития универсальных учебных действий на уроках математики основной школы» [25]. Автор статьи выделила следующие этапы конструирования (протекающие иногда параллельно) и возможности формирования на каждом этапе универсальных учебных действий:

1. Создание представлений о процессах окружающей действительности, соответствующих условию задачи. Привлечение теоретического материала, необходимого для решения данной задачи. На этом этапе формируются следующие универсальные учебные действия: умение самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения.

2. Выбор типа и структуры задачи. Определение взаимосвязи между компонентами задачи. Постановка вопроса, соответствующего составляемой задаче. В процессе реализации этого этапа необходимо: выделять главную и избыточную информацию, выполнять смысловое свертывание выделенных фактов.

3. Постановка вопроса, соответствующего виду или структуре задачи. В процессе этого этапа развиваются следующие универсальные учебные действия: умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации.

4. Подбор числовых значений исходных величин и установление связей между ними. Установление связей между элементами подразумевает сформированность умений: систематизировать, сопоставлять, анализировать, обобщать и интерпретировать информацию.

5. Формулирование условия и вопроса задачи, запись на языке, соответствующем предметной области задачи. На этом этапе развиваются принципиально важные для всего школьного образования знаково-символические универсальные учебные действия.

6. Решение и оценка составленной задачи. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её

решения является одним из важных познавательных универсальных учебных действий.

Если организовать проектную деятельность учащихся на материале сюжетных задач с региональным содержанием (подробнее – в статье [26]), то можно формировать личностные учебные действия: адекватная оценка ситуаций и самооценка (могу или не могу решить, проанализировать, сравнить и т.д.); адекватное оценивание своих математических знаний и понимание необходимого успешного обучения данному предмету, жизненное и профессиональное самоопределение, т.е. установление своих собственных имеющихся и потенциальных способностей с применением критериев и норм оценивания себя, понимания своего места в обществе и своего назначения в жизни. Немаловажными умениями являются действия, при которых ученик в созданных задачей ситуациях, определяет правила своего поведения (работа в группах, практическая работа), делает выбор своего поступка на основе этических норм общения и сотрудничества.

Задача с региональным содержанием (историческим, географическим, этнографическим, экологическим и др.) позволяет увидеть связь между целью и мотивом обучения дисциплине «Математика», между результатом и тем, ради чего изучалась данная дисциплина.

Математический аукцион «Старинные занимательные задачи»

Методическая разработка

Интеллектуальный аукцион – соревнование, в процессе которого по инициативе участников меняется «цена» вопроса, поэтому результаты зависят не только от знаний и умений её участников, но и от уровня их регулятивных умений.
В процессе состязания между участниками за право решить задачу выявляется победитель аукциона.
Победителем аукциона признаётся участник, правильно решивший задачу, в противном случае – победа остаётся за аукционистом (организатором аукциона),
а задача выставляется на следующий аукцион.
Задания для ознакомления и торгов (определения её цены) предъявляются не в виде «условие – требование», а иносказательным описанием,

ХусайноваЖанетта Аслановна

31.05.2016

Математический аукцион

Наименее разработанным и наиболее интересным на наш взгляд является математический аукцион. Поскольку, в качестве основного мы считаем требование организации математического соревнования классного уровня по принципу коллективного творческого дела (предполагающего участие каждого ученика класса во всех этапах организации соревнования: от планирования до анализа), то речь в этом разделе дипломной работы может идти только о математическом содержании этого соревнования.

Содержание математического аукциона, по определению, составляют занимательные, в том числе историко-математические задачи. Считается, что и исторический факт, и историко-математические задачи служат средством обогащения содержания школьного курса и положительно влияют на возникновение и развитие интереса к математике и другим отраслям знания.

Разработаем содержание математического аукциона для учащихся 5-7 классов, используя содержание книги «Старинные занимательные задачи» [1], результаты представим в таблице.

Таблица – Содержание математического аукциона «Старинные занимательные задачи» для учащихся 5-6 классов

№	Текст	Время выполнения	Эстимейт (рейтинг ≈ степень сложности)	Описание лота
1	В жаркий день 6 косцов выпили бочонок кваса за 8 часов. Нужно узнать, сколько косцов за 3 часа выпьют такой же бочонок кваса.	3 минуты	3	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого об утолении жажды во время сенокоса
2	Пошёл охотник на охоту с собакой. Идут они лесом, и вдруг собака увидала зайца. За сколько скачков собака догонит зайца, если расстояние от собаки до зайца равно 40 скачкам собаки и расстояние, которое пробегает собаки за 5 скачков, заяц пробегает за 6 скачков? (В задаче подразумевается, что скачки делаются одновременно и зайцем и собакой).	3 минуты	5	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого, в которой зайцу не даётся шанса на спасение

Продолжение таблицы 6.

№	Текст	Время выполнения	Эстимейт (рейтинг ≈ степень сложности)	Описание лота
3	Говорит дед внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на 2 части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в 3 раза». Как разделить орехи?	5 минут	7	Задача хитрого деда из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о дележе сухих невскрывающихся синкарпных нижних плодов с деревянистым околоплодником, внутри которого помещено одно (редко два) свободно лежащих семени
4	Собака усмотрела зайца в 150 саженях от себя. Заяц пробегает за 2 минуты 500 саженей, а собака – за 5 минут 1300 саженей. За какое время собака догонит зайца.	3 минут	6	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о гонках на выживание представителей отряда зайцеобразных и отряда хищных
5	На мельнице имеется три жернова. На первом из них за сутки можно смолоть 60 четвертей зерна, на втором 54 четверти, а на третьем 48 четвертей. Некто хочет смолоть 81 четверть зерна за наименьшее время на этих трёх жерновах. За какое наименьшее время можно смолоть зерно и сколько для этого на каждый жернов надо зерна насыпать?	5 минут	7	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о возможностях механизма, предназначенного для измельчения и уменьшения размеров частиц сыпучих, а также пастообразных материалов.
6	Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, овца – за три месяца. За какое время лошадь, коза и овца вместе съедят такой же воз сена?	3 минуты	5	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого прожорливости двух представителей отряда парнокопытных и одного представителя отряда непарнокопытных
7	Двенадцать человек несут 12 хлебов: каждый мужчина несёт по 2 хлеба, женщина – по половине хлеба, а ребенок по четверти хлеба. Сколько было мужчин, женщин и детей?	3 минуты	5	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о двенадцати людях с трепетом несущих пищевой продукт, получаемый путём выпечки, паровой обработки или жарки теста, состоящего, как минимум, из муки и воды.

Продолжение таблицы 6.

№	Текст	Время выполнения	Эстимейт (рейтинг ≈ степень сложности)	Описание лота
8	Четыре плотника хотят строить дом. Первый плотник один может построить дом за год, второй плотник может построить дом за 2 года, третий плотник может построить дом за 3 года, а четвёртый – за 4 года. Однако строили дом четыре плотника вместе. За какое время они выстроили дом?	3 минуты	6	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о четверых представителях профессии, (одно из самых древних ремёсел), которая связана с механической обработкой дерева и превращением необработанной древесины в детали, конструкции и стройматериалы.
9	Летели скворцы и встретились им деревья. Когда сели они по одному на дерево, то одному скворцу не хватило дерева, а когда на каждое дерево сели по два скворца, то одно дерево осталось не занятым. Сколько было скворцов и сколько было деревьев.	2 минуты	4	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о певчих птицах, широко распространённых на значительной территории Евразии.
10	Двое ели сливы. Один сказал другому: «Дай мне свои две сливы, тогда будет у нас слив поровну», - на что другой ответил: «Нет, лучше ты дай мне свои две сливы, – тогда у меня будет в два раза больше, чем у тебя». Сколько слив было у каждого?	4 минуты	5	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о том, как двое делили плоды растения семейства Розовые, распространённого, главным образом, в северных умеренных областях земного шара
11	Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый из мальчиков даёт другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик даёт двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий даёт каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было вначале у каждого мальчика?	*7 м*инут	8	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о, фрукте шаровидной формы зелёного, жёлтого или красного цвета, давшем название одной из ведущих американских корпораций, производителю персональных компьютеров, аудиоплееров, телефонов, смартфонов и программного обеспечения.

Продолжение таблицы 6.				
№	Текст	Время выполнения	Эстимейт (рейтинг)	Описание лота
12	Послан человек из Москвы в Вологду, и велено ему в хождении своём совершать во всякий день по 40 верст. На следующий день вслед ему послан второй человек, и приказано ему проходить в день по 45 верст. На какой день второй человек догонит первого?	6 минут	8	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о путешествии из столицы Руси в русский город, официальной датой основания которого считается 1147 год и который до конца XIV века находился в подчинении Новгородской республики, а с конца XIII века, ввиду своего выгодного географического положения на перекрёстке водных путей, неоднократно становился объектом междоусобных войн Новгорода, тверских и московских князей.
13	Идёт один человек в другой город и проходит в день по 40 верст, а другой человек идёт навстречу ему из другого города и в день проходит по 30 верст. Расстояние между городами 700 верст. Через сколько дней путники встретятся.	3 минуты	3	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о двух путешественниках, странниках, для которых место встречи связано с русской единицей измерения расстояния, равной пятистам саженям или тысяче пятистам аршинам (что соответствует нынешним 1066,8 метра), в XVII веке окончательно сменившей использование термина «поприще» в этом значении.
14	Путешественник идёт из одного города в другой 10 дней, а второй путешественник тот же путь проходит за 15 дней. Через сколько дней встретятся путешественники, если выйдут одновременно навстречу друг другу из этих городов?	3 минуты	4	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о старинной русской мере длины, связанной с промежутком времени от восхода до заката Солнца, и равной для пешехода приблизительно 25 км.
15	Один воин вышел из города и проходил по 12 верст в день, а другой вышел одновременно и шёл так: в первый день прошёл 1 версту, во второй день 2 версты, в третий день 3 версты, в четвёртый 4 версты, в пятый 5 верст и так прибавлял каждый день по одной версте, пока не настиг первого. Через сколько дней второй воин настигнет первого?	5 минут	9	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о странных способах преодоления расстояний русскими воинами

Продолжение таблицы 6.				
№	Текст	Время выполнения	Эстимейт (рейтинг)	Описание лота
16	Прохожий, догнавший другого, спросил: «Как далеко до деревни, которая у нас впереди?». Ответил другой прохожий: «Расстояние от той деревни, от которой ты идёшь, равно третьей части всего расстояния между деревнями, а если ещё пройдёшь 2 версты, тогда будешь ровно посередине между деревнями». Сколько верст осталось ещё идти первому прохожему?	4 минуты	6	Задача из «Арифметика» Л.Ф. Магницкого о расположении сельских населённых пунктов с несколькими десятками домов, название которых с древнерусского языка переводится как «очищенное от леса место для нивы».
17	Некто купил 96 гусей. Половину гусей он купил, заплатив по 2 алтына и 7 полушек за каждого гуся. За каждого из остальных гусей он заплатил по 2 алтына без полушки. Сколько стоит покупка?	6 минут	9	Задача из «Арифметика» Л.Ф. Магницкого о покупке водоплавающих птиц, отличающихся клювом, имеющим при основании большую высоту, чем ширину, и оканчивающимся ноготком с острым краем, а также о расчётах за покупку старинными денежными единицами Древней Руси. Одна из них известна с 1375 года и равнявшаяся в более поздние годы своего существования трём копейкам. Другая – после денежной реформы Петра I имела номинал, эквивалентный ¼ медной копейки.
18	Один человек купил 112 баранов старых и молодых, заплатив за них 49 рублей и 20 алтын. За старого барана он платил по 15 алтын и по 4 полушки, а за молодого барана по 10 алтын. Сколько каких баранов было куплено?	5 минут	7	Задача из «Арифметика» Л.Ф. Магницкого о покупке парнокопытных из семейства полорогих, любящих «новые ворота»

Продолжение таблицы 6.

№	Текст	Время выполнения	Эстимейт (рейтинг)	Описание лота
19	Один человек купил три курицы и заплатил за них 46 копеек. Первая курица несла по 3 яйца через 4 дня, вторая – по 2 яйца через 3 дня, а третья – по 1 яйца через 2 дня. Продавал он яйца по 5 штук за полкопейки. За какое время окупятся куры?	4 минуты	7	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о выгоде приобретения самого многочисленного и распространённого вида домашней птицы, которая ненароком стала причиной слёз дедушки и бабушки.
20	Некий человек покупал масло. Когда он давал деньги за 8 бочек масла. То у него оставалось 20 алтын. Когда же стал давать за девять бочек, то не хватило денег полтора рубля с гривною. Сколько денег было у этого человека?	3 минуты	7	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о покупке продукта, извлекаемого из растительного сырья (семян подсолнечника, сои, рапса, хлопчатника, льна, кунжута, расторопши, чёрного тмина, горчицы, мака, конопли).
21	Хозяин нанял работника на год и обещал ему дать 12 рублей и кафтан. Но тот, проработав только 7 месяцев, захотел уйти. При расчёте он получил кафтан и 5 рублей. Сколько стоит кафтан?	3 минуты	6	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о субъекте трудового права, физическом лице, работающее по трудовому договору у работодателя и получающее за это заработную плату и о собственнике, обладающим определённым набором нравственных установок.
22	Принёс крестьянин на рынок продавать яйца. Подходит к нему торговец и спрашивает: «Сколько стоит десяток яиц?». Крестьянин ответил замысловато: «Двадцать пять яиц без полушки стоят пять полушек без пяти яиц». Сосчитайте, по какой цене продавал крестьянин десяток яиц.	3 минуты	7	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого об остроумном сельском жителе, желающем продать излишки яиц.
23	Хозяин нанял работника с таким условием: за каждый рабочий день будет ему платить по 20 копеек, а за каждый нерабочий день – вычитать 30 копеек. По прошествии 60 дней работник ничего не заработал. Сколько было рабочих дней?	4 минуты	8	Задача из «Арифметика» Л.Ф. Магницкого о субъекте трудового права, который проделал напрасную работу.

Продолжение таблицы 6.

№	Текст	Время выполнения	Эстимейт (рейтинг)	Описание лота
24	Четверо купцов имеют некоторую сумму денег. Известно, что, сложившись без первого, они соберут 90 рублей, сложившись без второго – 85 рублей, сложившись без третьего – 80 рублей, сложившись без четвёртого – 75 рублей. Сколько у кого денег?	8 минут	9-10	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о четверых представителях отдельного сословия известного в древней Руси с IX - XIII веков. На первых порах это были странники, впоследствии же стали оседать в населённых пунктах, где происходил наибольший товарообмен.
25	Хозяин послал работника на базар купить 20 птиц: гусей, уток и малых чирков. Он дал работнику 16 алтын. Гусей велел покупать по 3 копейки за штуку, уток по копейке, а малых чирков по два на копейку. Сколько гусей, сколько уток и сколько чирков купил работник?	5 минут	6	Задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого о мытарстве работника в одном торговом месте с минимально оборудованными торговыми точками (или даже под открытым небом) и множеством продавцов и покупателей
26	Предложите кому-нибудь задумать двузначное число и объявить вам остатки от деления этого числа на 3, 5 и 7. После этого вы говорите, какое число было задумано. Как отгадать задуманное число?	7 минут	8	Математический фокус из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого
27	Некто имеет серебро разных проб: одно – двенадцатой пробы, другое – десятый пробы, третье – шестой пробы. Сколько какого серебра надо взять, чтобы получить 1 фунт серебра девятой пробы?	9 минут	10	Задача из «Арифметика» Л.Ф. Магницкого о красивом металле, который известен людям с древнейших времен и во многих языках означает «белый, блистающий».
28	«Сколько лет твоему сыну?» – спросил один человек у своего приятеля. Приятель ответил: «Если к возрасту моего сына прибавить столько же да ещё половину, то будет 10 лет». Сколько же лет сыну?»	3 минуты	5	Задача из книг, изданных в XVIII веке (после «Арифметики» Л. Ф. Магницкого), о беседе двух людей, в которой они выясняли проблему продолжительности периода от момента рождения потомка мужского пола до некоторого определённого момента времени.

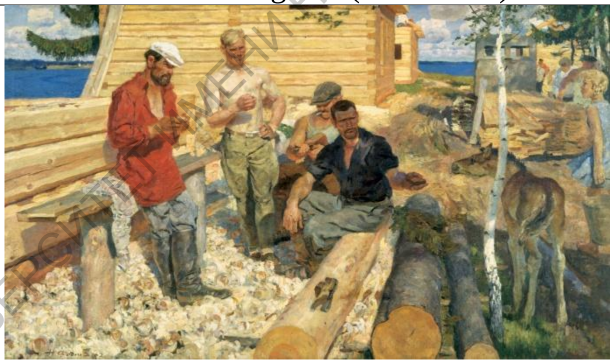
Продолжение таблицы 6.				
№	Текст	Время выполнения	Эстимейт (рейтинг)	Описание лота
29	На вопрос: «Который час?» был дан ответ: «Половина времени, прошедшего после полуночи равна ¾ времени, оставшегося до полудня». Сколько было времени?	5 минут	6	Задача из книги XVIII века о форме протекания физических и психических процессов.
30	Крестьянин менял зайцев на кур: брал за всяких двух зайцев по три курицы. Каждая курица снесла яйца – третью часть от числа всех куриц. Крестьянин, продавая яйца, брал за каждые 9 яиц по столько копеек, сколько каждая курица снесла яиц, и выручил 72 копейки. Сколько было кур и сколько зайцев?	7 минут	9	Задача из книги XVIII века об акте получения объекта с передачей чего-либо взамен, в котором в качестве объектов выступали представители домашней фауны.

Описание лотов придает соревнованию междисциплинарный характер, расширяет кругозор его участников. Соревнование можно организовать таким образом, что за правильную интерпретацию описания лота (первый этап аукциона) участники получают бонусные баллы.

Карточки с заданиями для математического аукциона

Лот 1 В жаркий день 6 косцов выпили бочонок кваса за 8 часов. Нужно узнать, сколько косцов за 3 часа выпьют такой же бочонок кваса.	 А.А. Пластов, Жатва, 1945 г.
Лот 2 Пошёл охотник на охоту с собакой. Идут они лесом, и вдруг собака увидала зайца. За сколько скачков собака догонит зайца, если расстояние от собаки до зайца равно 40 скачкам собаки и расстояние, которое пробегает собаки за 5 скачков, заяц пробегает за 6 скачков? (В задаче подразумевается, что скачки делаются одновременно и зайцем и собакой).	 Хейвуд Харди (1842-1933), Охота
Лот 3 Говорит дед внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на 2 части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в 3 раза». Как разделить орехи?	 Ю.В. Николаев, Орехи

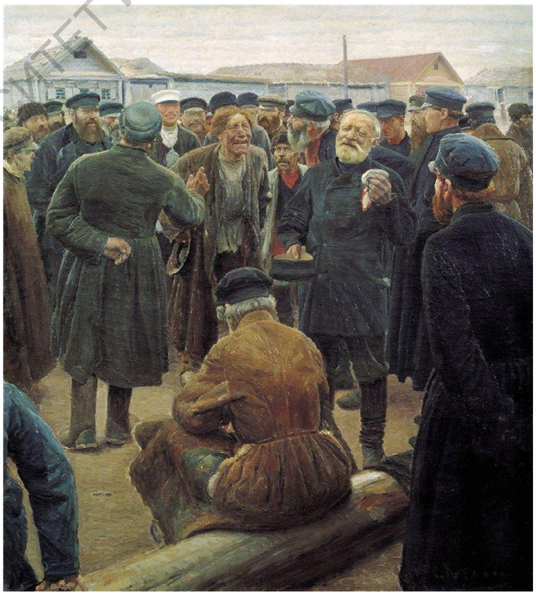
Лот 4 Собака усмотрела зайца в 150 саженях от себя. Заяц пробегает за 2 минуты 500 саженей, а собака – за 5 минут 1300 саженей. За какое время собака догонит зайца.	 А. Дегтярев
Лот 5 На мельнице имеется три жернова. На первом из них за сутки можно смолоть 60 четвертей зерна, на втором 54 четверти, а на третьем 48 четвертей. Некто хочет смолоть 81 четверть зерна за наименьшее время на этих трёх жерновах. За какое наименьшее время можно смолоть зерно и сколько для этого на каждый жернов надо зерна насыпать?	 Джошуа Шоу, Старая мельница, мельник и лошадь, 1843 г.
Лот 6 Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, овца – за три месяца. За какое время лошадь, коза и овца вместе съедят такой же воз сена?	 В.Бебия

Лот 7 Двенадцать человек несут 12 хлебов: каждый мужчина несёт по 2 хлеба, женщина – по половине хлеба, а ребенок по четверти хлеба. Сколько было мужчин, женщин и детей?	 Helen Allingham (1848-1926)
Лот 8 Четыре плотника хотят строить дом. Первый плотник один может построить дом за год, второй плотник может построить дом за 2 года, третий плотник может построить дом за 3 года, а четвёртый – за 4 года. Однако строили дом четыре плотника вместе. За какое время они выстроили дом?	 Н.П. Федосов (1939-1992), На Двине (строительство посёлка). Дипломная работа художника
Лот 9 Летели скворцы и встретились им деревья. Когда сели они по одному на дерево, то одному скворцу не хватило дерева, а когда на каждое дерево сели по два скворца, то одно дерево осталось не занятым. Сколько было скворцов и сколько было деревьев.	 Basil Ede, Starling

Лот 10 Двое ели сливы. Один сказал другому: «Дай мне свои две сливы, тогда будет у нас слив поровну», - на что другой ответил: «Нет, лучше ты дай мне свои две сливы, – тогда у меня будет в два раза больше, чем у тебя». Сколько слив было у каждого?	 Camilla Göbl-Wahl (1871-1965), Плетёные корзины со сливами
Лот 11 Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый из мальчиков даёт другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик даёт двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий даёт каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было вначале у каждого мальчика?	 Robert Duncan
Лот 12 Послан человек из Москвы в Вологду, и велено ему в хождении своём совершать во всякий день по 40 верст. На следующий день вслед ему послан второй человек, и приказано ему проходить в день по 45 верст. На какой день второй человек догонит первого?	 Г.Г. Мясоедов, Дорога во ржи (1881 г.)
Лот 13 Идёт один человек в другой город и проходит в день по 40 верст, а другой человек идёт навстречу ему из другого города и в день проходит по 30 верст. Расстояние между городами 700 верст. Через сколько дней путники встретятся.	 К. Вещилов, В дороге. 1903

Лот 14 Путешественник идёт из одного города в другой 10 дней, а второй путешественник тот же путь проходит за 15 дней. Через сколько дней встретятся путешественники, если выйдут одновременно навстречу друг другу из этих городов?	 В.Г. Перов, Путник (1873 г.)
Лот 15 Один воин вышел из города и проходил по 12 верст в день, а другой вышел одновременно и шёл так: в первый день прошёл 1 версту, во второй день 2 версты, в третий день 3 версты, в четвёртый 4 версты, в пятый 5 верст и так прибавлял каждый день по одной версте, пока не настиг первого. Через сколько дней второй воин настигнет первого?	 А.Аронов
Лот 16 Прохожий, догнавший другого, спросил: «Как далеко до деревни, которая у нас впереди?». Ответил другой прохожий: «Расстояние от той деревни, от которой ты идёшь, равно третьей части всего расстояния между деревнями, а если ещё пройдёшь 2 версты, тогда будешь ровно посередине между деревнями». Сколько верст осталось ещё идти первому прохожему?	 М.В. Нестеров, Путник (1921 г.)

Лот 17 Некто купил 96 гусей. Половину гусей он купил, заплатив по 2 алтына и 7 полушек за каждого гуся. За каждого из остальных гусей он заплатил по 2 алтына без полушки. Сколько стоит покупка?	 Daniel Hernandez Morillo (1856-1932)
Лот 18 Один человек купил 112 баранов старых и молодых, заплатив за них 49 рублей и 20 алтын. За старого барана он платил по 15 алтын и по 4 полушки, а за молодого барана по 10 алтын. Сколько каких баранов было куплено?	 Eugene Remy Maes (Belgian, 1849-1931), На птичьем дворе...
Лот 19 Один человек купил три курицы и заплатил за них 46 копеек. Первая курица несла по 3 яйца через 4 дня, вторая – по 2 яйца через 3 дня, а третья – по 1 яйца через 2 дня. Продавал он яйца по 5 штук за полкопейки. За какое время окупятся куры?	 Eugene Remy Maes (Belgian, 1849-1931), На птичьем дворе...

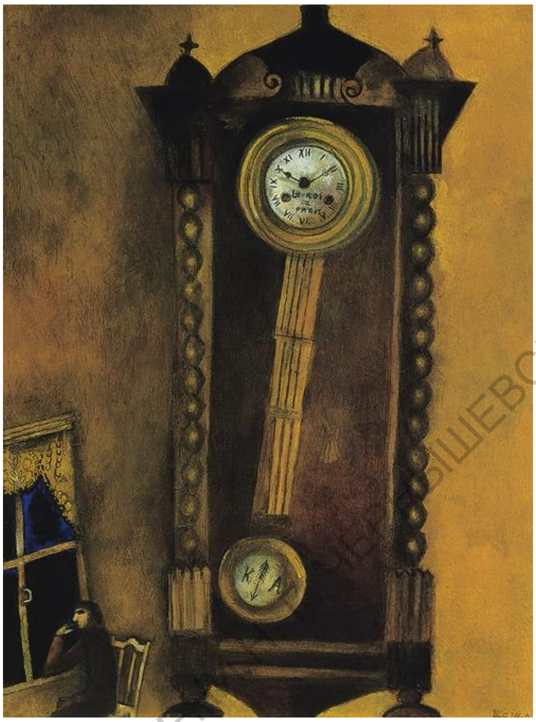
Лот 20 Некий человек покупал масло. Когда он давал деньги за 8 бочек масла. То у него оставалось 20 алтын. Когда же стал давать за девять бочек, то не хватило денег полтора рубля с гривною. Сколько денег было у этого человека?	 Ralph Hedley (British, 1851-1913) The Butter Churn, 1897 г.
Лот 21 Хозяин нанял работника на год и обещал ему дать 12 рублей и кафтан. Но тот, проработав только 7 месяцев, захотел уйти. При расчёте он получил кафтан и 5 рублей. Сколько стоит кафтан?	 Сергей Коровин, На миру,1893 г.
Лот 22 Принёс крестьянин на рынок продавать яйца. Подходит к нему торговец и спрашивает: «Сколько стоит десяток яиц?». Крестьянин ответил замысловато: «Двадцать пять яиц без полушки стоят пять полушек без пяти яиц». Сосчитайте, по какой цене продавал крестьянин десяток яиц.	 Эдуард Дамбургез**,** Сырная лавка

<table>
<tr>
<td>Лот 23

Хозяин нанял работника с таким условием: за каждый рабочий день будет ему платить по 20 копеек, а за каждый нерабочий день – вычитать 30 копеек. По прошествии 60 дней работник ничего не заработал. Сколько было рабочих дней?</td>
<td>
Борис Кустодиев, Купец, 1918 г.</td>
</tr>
<tr>
<td>Лот 24
Четверо купцов имеют некоторую сумму денег. Известно, что, сложившись без первого, они соберут 90 рублей, сложившись без второго – 85 рублей, сложившись без третьего – 80 рублей, сложившись без четвёртого – 75 рублей. Сколько у кого денег?</td>
<td>
Борис Кустодиев, Купец, 1920 г.</td>
</tr>
<tr>
<td>Лот 25

Хозяин послал работника на базар купить 20 птиц: гусей, уток и малых чирков. Он дал работнику 16 алтын. Гусей велел покупать по 3 копейки за штуку, уток по копейке, а малых чирков по два на копейку. Сколько гусей, сколько уток и сколько чирков купил работник?</td>
<td>
Миан Ситу (1953 г.р.)</td>
</tr>
</table>

Лот 26 Предложите кому-нибудь задумать двузначное число и объявить вам остатки от деления этого числа на 3, 5 и 7. После этого вы говорите, какое число было задумано. Как отгадать задуманное число?	 В.Е. Маковский, В сельской школе. 1883 г.
Лот 27 Некто имеет серебро разных проб: одно – двенадцатой пробы, другое – десятый пробы, третье – шестой пробы. Сколько какого серебра надо взять, чтобы получить 1 фунт серебра девятой пробы?	 Бега Корнелис Питерс (1631/1632-1664), Алхимик
Лот 28 «Сколько лет твоему сыну?» – спросил один человек у своего приятеля. Приятель ответил: «Если к возрасту моего сына прибавить столько же да ещё половину, то будет 10 лет». Сколько же лет сыну?»	 Стив Хенк (1949 г.р.)

Лот 29 На вопрос: «Который час?» был дан ответ: «Половина времени, прошедшего после полуночи равна ¾ времени, оставшегося до полудня». Сколько было времени?	 Марк Шагал, Часы, 1914 г.
Лот 30 Крестьянин менял зайцев на кур: брал за всяких двух зайцев по три курицы. Каждая курица снесла яйца – третью часть от числа всех куриц. Крестьянин, продавая яйца, брал за каждые 9 яиц по столько копеек, сколько каждая курица снесла яиц, и выручил 72 копейки. Сколько было кур и сколько зайцев?	 Edgar Hunt (1870-1955), The Outside World

Разработанные карточки позволяют не только красочно оформить мероприятие, но и познакомить учащихся с творчеством великих русских и зарубежных живописцев. Репродукции с картин могут стать основой для проектной деятельности учащихся в области истории искусства.

Форма для ведущего математический аукцион и расчётные формулы

Таблица. История ставок на математическом аукционе в____ классе (первый этап соревнования)

Лот №	Ф.И. участника	Начальная цена		Конечная цена		Результат		Итого
		время	балл	время	балл	время	балл	
1	Мачугина Юлия	**3**	**3**	**3**	**3**	3	–	***0***
2	Андреева Мария	**3**	**5**	**2,5**	**6**	2	6 **+ *1***	***7***
3	Рейн Андрей	**5**	**7**	**3**	**11**	2 3	– 7	***7***
4	Волк Юлия	**3**	**6**	**3**	**6**	2 3	– 3	***3***
5	Ерекешева Аселя	**5**	**7**	**5**	**7**	3	7	***7***
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
…								

Если цена задачи увеличивается на 1 балл, то время на её решение уменьшается на 30 секунд (лот 2).

За неверно решённую задачу баллы не начисляются (лот 1).

Если задача решена неверно, но время на её решение ещё не истекло, то ученик может исправить ошибку (предоставить верное решение), но при этом за задачу он получает или начальную цену, если цена менялась (лот 3) или цену в 2 раза меньшую, если цена в ходе торгов не менялась (лот 4).

Если задача решена верно и раньше отведённого на это времени, то на результат – цену задачи – это не оказывает влияния (лот 5).

Решение задачи двумя и более способами поощряется: за каждое такое решение начисляется бонусный балл (лот 2).

Следят за соблюдением правил аукциона 6 ассистентов аукционера. Они рассаживают участников аукциона согласно отведённому для решения задачи времени: чем оно меньше, тем ближе к выходу располагаются участники. Рассадка отмечается на схеме.

У ассистентов – секундомеры и схема расположения. В пустых ячейках которой они отмечают время выполнения заданий.

Схема расположения участников аукциона на втором этапе соревнования

Л7 – 2 мин.	Л2 – 2,5 мин. *2 мин*	Л24 – 2,5 мин.	Л15 – 2,5 мин.	Л1 – 3 мин. *3 мин*	Л4 – 3 мин. *2 мин +1 мин*
Л3 – 3 мин. *2 мин +1 мин*	Л17 – 3,5 мин.	Л8 – 4 мин.	Л6 – 4 мин.	Л11 – 4 мин.	Л16 – 4 мин.
Л9 – 4,5 мин.	Л10 – 4,5 мин.	Л5 – 5 мин. *3 мин*	Л21 – 5 мин.	Л12 – 5 мин.	Л18 – 5 мин.
Л22 – 5 мин.	Л27 – 5 мин.	Л13 – 5,5 мин.	Л23 – 5,5 мин.	Л14 – 6 мин.	Л19 – 5 мин.

Секретариат аукциона (аукционер и ассистенты)

Расположение самих ассистентов в классе отмечено на схеме с помощью закрашенных ячеек.

Решение задач математического аукциона

Задача № 1. В жаркий день 6 косцов выпили бочонок кваса за 8 часов. Нужно узнать, сколько косцов за 3 часа выпьют такой же бочонок кваса.

Решение:

1 способ

6 косцов – 1 бочонок за 8 часов.

x косцов – 1 бочонок за 3 часа.

Величины обратно пропорциональны, то есть $x : 6 = 8 : 3$. Следовательно, $x = 6 \cdot 8 : 3 = 16$ (косцов).

2 способ (арифметический, по разработанной табличной модели)

Ситуация	Пьёт 1 чел. за 1 час	Количество		Всего
		человек	часов	
I	1) $\frac{1}{6\cdot 8}=\frac{1}{48}$	**6**	**8**	**1**
II		2) $\frac{1}{\frac{1}{48}\cdot 3}=16$	**3**	

3 способ (алгебраический, по разработанной табличной модели)

Ситуация	Пьёт 1 чел. за 1 час	Количество		Всего
		человек	Часов	
I	$\frac{1}{6\cdot 8}$	**6**	**8**	**1**
II	$\frac{1}{3\cdot x}$	*x*	**3**	

$$\frac{1}{3\cdot x}=\frac{1}{6\cdot 8};\ \frac{1}{3\cdot x}=\frac{1}{2\cdot 3\cdot 8},\ x = 2\cdot 8 = 16$$

Ответ: 16 косцов за 3 часа выпьют бочонок кваса.

Задача № 2. Пошёл охотник на охоту с собакой. Идут они лесом, и вдруг собака увидала зайца. За сколько скачков собака догонит зайца, если расстояние от собаки до зайца равно 40 скачкам собаки и расстояние, которое пробегает собаки за 5 скачков, заяц пробегает за 6 скачков? (В задаче подразумевается, что скачки делаются одновременно и зайцем и собакой).

Решение:

1 способ (рассуждение)

Если заяц сделает 6 скачков, то и собака сделает 6 скачков, но собака за 5 скачков из 6 пробежит то же расстояние, что заяц за 6 скачков. Следовательно, за 6 скачков собака приблизится к зайцу на расстояние, равное одному своему скачку. Поскольку в начальный момент расстояние между зайцем и собакой было равно 40 скачкам собаки, то собака догонит зайца через $40*6=240$ скачков.

2 способ (алгебраический, по разработанной табличной модели)

<table>
<tr><th>Участники</th><th>Скорость (в скачках)</th><th>Количество скачков</th><th colspan="2">Расстояние (в скачках)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Собака</td><td rowspan="2">1/5</td><td>X</td><td colspan="2">x/5</td></tr>
<tr><td>40</td><td>8</td><td rowspan="2">$\frac{x}{6}+8$</td></tr>
<tr><td>Заяц</td><td>1/6</td><td>X</td><td>x/6</td></tr>
</table>

$$\frac{x}{5}=\frac{x}{6}+8;\ 6x=5x+240;\ x=240$$

3 способ (арифметический)

1) *1/5* – скорость собаки (ед. расстояния за 5 скачков)

2) *1/6* – скорость зайца (ед. расстояния за 6 скачков)

3) $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{30}$ – скорость сближения (каждые 30 скачков на 1 единицу расстояния)

4) $\frac{1}{5}\cdot 40=8$ – ед.расстояния было между животными и его нужно преодолеть собаке

5) $8:\frac{1}{30}=240$ скачков до «встречи» животных

6) Проверка: за *240* скачков заяц преодолеет *40* ед.расстояния $(240:6=40)$, а собака – *48* единиц $(240:5=48)$, то есть расстояние, пройденное зайцем и расстояние, которое было между ними на начальный момент $(48=40+8)$.

4 способ (метод исчерпывающих проб, поиск закономерности)

Скачки	собака	заяц	сближение на	«разрыв»
40	***1/5***			***8***
1	***1/5***	***1/6***	***1/30***	***8***
30	***6***	***5***	***1***	***7***

60	***12***	***10***	***2***	***6***
90	***18***	***15***	***3***	***5***
120	***24***	***20***	***4***	***4***
…				
240	***48***	***40***	***8***	***0***

Ответ: За 240 скачков собака догонит зайца.

Задача № 3. Говорит дед внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на две части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в 3 раза». Как разделить орехи?

Решение:

1 способ (метод исчерпывающих проб, поиск закономерности)

I часть	II часть – кратные 3	I часть, увел. в 4 раза	II часть, умен. в 3 раза
130			
1	129	***4***	***43***
4	126	***16***	***42***
7	123	***29***	***41***
10	120	***40***	***40***
13	117	***52***	***39***

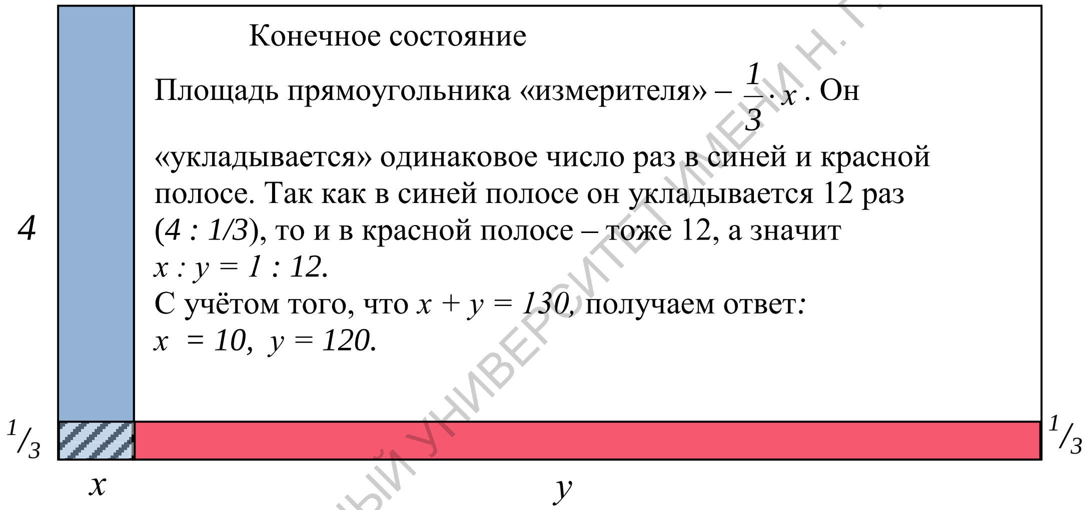
2 способ (рассуждение)

Если уменьшить в 3 раза орехи в большей части, то получится орехов столько же, сколько в 4 меньших частях, т.е. большая часть должна содержать орехов в 12 раз больше, чем меньшая часть. Всего нужно разделить орехи на 13 равных частей, из которых одна (меньшая) часть содержит 10 орехов, а большая содержит 12 частей, с которых 120 орехов.

3 способ (алгебраический, для учащихся 7 класса рейтинг = 3)

Пусть x – меньшая часть орехов, а y – большая часть орехов, тогда система $\begin{cases} x + y = 130 \\ 4x = \dfrac{y}{3} \end{cases}$ является алгебраической моделью задачи, а её решение $\begin{cases} x = 10 \\ y = 120 \end{cases}$ – решением задачи.

4 способ (алгебраический на основе геометрической модели)



Ответ: *120* – это большая часть орехов, а *10* – меньшая часть орехов.

Задача № 4. Собака усмотрела зайца в *150* саженях от себя. Заяц пробегает за *2* минуты *500* саженей, а собака – за *5* минут *1300* саженей. За какое время собака догонит зайца?

Решение:

1 способ (рассуждение)

За одну минуту заяц пробегает *250* саженей, а собака *260* саженей. Следовательно, за одну минуту расстояние между собакой и зайцем уменьшится на *10* саженей. Поскольку между собакой и зайцем, когда собака увидала зайца, было *150* саженей, то − собака догонит зайца через $150 : 10 = 15$ минут.

2 способ (арифметический)

1) $\frac{500}{2} = 250$ (Скорость зайца)

2) $\frac{1300}{5} = 260$ (Скорость собаки)

3) $260 - 250 = 10$ (Скорость собаки относительно зайца)

4) $\frac{150}{10} = 15$ мин. (время, за которое собака догонит зайца)

Ответ: собака догонит зайца за 15 минут.

Задача № 5. На мельнице имеется три жернова. На первом из них за сутки можно смолоть 60 четвертей зерна, на втором 54 четверти, а на третьем 48 четвертей. Некто хочет смолоть 81 четверть зерна за наименьшее время на этих трёх жерновах. За какое наименьшее время можно смолоть зерно и сколько для этого на каждый жернов надо зерна насыпать?

Решение.

1 способ (рассуждение)

Ясно, что все три жернова должны работать одинаковое время, потому что простой любого из трёх жерновов увеличивает время помола зерна. Поскольку за сутки все три жернова вместе могут смолоть $60 + 54 + 48 = 162$ четверти зерна, а надо смолоть 81 четверть, то жернова должны работать $\frac{81}{162} = \frac{1}{2}$ суток, то есть 12 часов. За это время на первом жернове надо смолоть $60 \cdot \frac{1}{2} = 30$ четвертей, на втором $54 \cdot \frac{1}{2} = 27$ четвертей, а на третьем $48 \cdot \frac{1}{2} = 24$ четверти зерна.

Другие способы тоже имеют место быть.

Ответ: 12 часов – наименьшее время для помола зерна, при этом надо: на первом смолоть 30 четвертей, на втором − 27, на третьем жернове − 24 четверти зерна.

Задача № 6. Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, овца – за три месяца. За какое время лошадь, коза и овца вместе съедят такой же воз сена?

Решение:

1 способ (арифметический). Другие способы тоже имеют место быть.

1 (воз/месяц) − сена съедает лошадь

$1:2=\frac{1}{2}$ (воза/месяц) – коза

$1:3=\frac{1}{3}$ (воза/месяц) – овца

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=1\frac{5}{6}$ (воза/месяц) – съедают вместе

$1:\frac{11}{6}=\frac{6}{11}$ (месяца) – съедят вместе воз сена

Ответ: За $\frac{6}{11}$ месяца лошадь, коза и овца съедят воз сена.

Задача №7. Двенадцать человек несут 12 хлебов: каждый мужчина несёт по 2 хлеба, женщина – по половине хлеба, а ребенок по четверти хлеба. Сколько было мужчин, женщин и детей?

Решение:

1 способ (алгебраический). Другие способы тоже имеют место быть.

Пусть число хлебов, которые несёт мужчина – x, женщина – y, ребёнок – z; тогда: $\begin{cases} x+y+z=12 \\ 2x+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=12 \end{cases}$. Решим систему на множестве натуральных чисел

$\begin{cases} x+y+z=12 \\ 8x+2y+z=48 \end{cases}$; $\begin{cases} x+y+z=12 \\ 7x+y=36 \end{cases}$; $\begin{cases} x+y+z=12 \\ y=36-7x \end{cases} \Rightarrow y=1,\ x=5,\ z=6.$

Ответ: мужчин было -5, женщин – 1, а детей – 6.

Задача №8. Четыре плотника хотят строить дом. Первый плотник один может построить дом за год, второй плотник может построить дом за 2 года, третий плотник может построить дом за 3 года, а четвёртый – за 4 года.

Однако строили дом четыре плотника вместе. За какое время они выстроили дом?

Решение

1 способ (рассуждение). Другие способы тоже имеют место быть.

Первый плотник может за год построить *1* дом, второй за год построит $\frac{1}{2}$ дома, третий за год построит $\frac{1}{3}$ дома, четвертый за год построит $\frac{1}{4}$ дома. Вместе за год они построят $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{25}{12}$ дома, значит, дом построят за $1:\frac{25}{12}=\frac{12}{25}$ года.

Ответ: $\frac{12}{25}$ года.

Задача № 9. Летели скворцы и встретились им деревья. Когда сели они по одному на дерево, то одному скворцу не хватило дерева, а когда на каждое дерево сели по два скворца, то одно дерево осталось не занятым. Сколько было скворцов и сколько было деревьев?

Решение.

1 способ (алгебраический). Другие способы тоже имеют место быть.

Пусть деревьев было N. Узнаем, сколько было скворцов.

1 ситуация: скворцы сели на (N – 1) дерево по два, значит, их было 2(N – 1).

2 ситуация: скворцы сели на N деревьев по одному, и один скворец остался в воздухе, значит, скворцов было N + 1 (то есть на 1 больше, чем деревьев).

2(N – 1) = N + 1, то есть N =3.

Ответ: деревьев было три, а скворцов – 4.

Задача №10. Двое ели сливы. Один сказал другому: «Дай мне свои две сливы, тогда будет у нас слив поровну», – на что другой ответил: «Нет, лучше ты дай мне свои две сливы, – тогда у меня будет в два раза больше, чем у тебя». Сколько слив было у каждого?

Решение.

1 способ (алгебраический). Другие способы тоже имеют место быть.

У первого x слив, у второго $x+4$. Если у первого забрать 2 сливы, то у него останется $(x-2)$. И если эти сливы отдать второму, то у него будет $x+4+2$, что в два раза больше, чем у первого. Тогда уравнение будет иметь вид: $(x-2)\cdot 2 = x+4+2$

$x=10$ – количество слив у первого,

$x+4=10+4=14$ – количество слив у второго.

Ответ: у первого было 10 слив, а у второго 14.

Задача №11. Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый из мальчиков даёт другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик даёт двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий даёт каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было вначале у каждого мальчика?

Решение.

1 способ (алгебраический с использованием таблицы). Другие способы тоже имеют место быть.

Ситуации	I мальчик	II мальчик	III мальчик
Было	a	b	c
Раздаёт I мальчик	$a-b-c$	$2b$	$2c$
Раздаёт II мальчик	$2(a-b-c)$	$2b-(a-b-c)-2c=3b-a-c$	$4c$
Раздаёт III мальчик	$4(a-b-c)=8$	$2(3b-a-c)=8$	$4c-2(a-b-c)-(3b-a-c)=8$
Уравнение	$a-b-c=2$	$3b-a-c=4$	$9c-a-b=8$
Выражение неизвестных	$a=b+c+2$	$3b-(b+c+2)-c=4$ $2b-2c=6$ $b=c+3$	$9c-(b+c+2)-(c+3)=8$ $7c-b=13$ $7c-(c+3)=13$ $6c=16$
Ответ	$a=13$	$b=7$	$c=4$

Ответ: у первого мальчика было 13 яблок, у второго 7, а у третьего 4.

Задача №12. Послан человек из Москвы в Вологду, и велено ему в хождении своём совершать во всякий день по 40 верст. На следующий день вслед ему послан второй человек, и приказано ему проходить в день по 45 верст. На какой день второй человек догонит первого?

Решение:

Пусть x − количество дней пройденных первым человеком, когда его догонит второй, тогда количество дней пройденных вторым человеком до встречи с первым $(x-1)$. Расстояние от Москвы до Вологды может быть выражено и как путь, пройденный первым человеком, и как путь, пройденный вторым человеком: $40x = 45(x-1)$.

$-5x = -45$

$x = \frac{-45}{-5}$

$x = 9$

Если $x = 9$, то количество дней пройденных вторым человеком до встречи с первым: $9 - 1 = 8$.

Ответ: второй человек догонит первого за 8 дней.

Задача №13. Идёт один человек в другой город и проходит в день по 40 верст, а другой человек идёт навстречу ему из другого города и в день проходит по 30 верст. Расстояние между городами 700 верст. Через сколько дней путники встретятся.

Решение:

1) $40 + 30 = 70$ (вёрст) – скорость сближения

2) $\frac{700}{70} = 10$ (дней)

Ответ: путники встретятся через 10 дней.

Задача №14. Путешественник идёт из одного города в другой за 10 дней, а второй путешественник тот же путь проходит за 15 дней. Через сколько дней встретятся путешественники, если выйдут одновременно навстречу друг другу из этих городов?

Решение:

1) $30 : 10 = 3$ - I путешественник (он пройдет)

2) $30 : 15 = 2$ - II путешественник (он пройдет)

3) $3 + 2 = 5$ - столько путей они пройдут за месяц (30 дней)

4) $30 : 5 = 6$ (дней) - один их путь.

Ответ: 6 дней.

Задача №15. Один воин вышел из города и проходил по 12 верст в день, а другой вышел одновременно и шёл так: в первый день прошёл 1 версту, во второй день 2 версты, в третий день 3 версты, в четвёртый 4 версты, в пятый 5 верст и так прибавлял каждый день по одной версте, пока не настиг первого. Через сколько дней второй воин настигнет первого?

Решение:

В первый день второй воин отстанет на $12-1=11$ верст,

во второй ещё на $12-2=10$ верст,

в третий ещё на $12-3=9$ верст и т. д.

За 12 дней отставание составит $(11+10+9+...+2+1+0)$ верст.

А затем расстояние между ними начёт сокращаться.

В 13 день на $13-12=1$ версту,

в 14 день ещё на $14-12=2$ версты,

в 15 день ещё на $15-12=3$ версты, …

и в 23 день на $23-12=11$ верст.

На 23 день расстояние между ними уменьшится на $(1+2+3+...+10+11)$ верст, то есть второй воин догонит первого воина.

Ответ: второй воин настигнет первого через 23 дня.

Задача №16. Прохожий, догнавший другого, спросил: «Как далеко до деревни, которая у нас впереди?». Ответил другой прохожий: «Расстояние от той деревни, от которой ты идёшь, равно третьей части всего расстояния между деревнями, а если ещё пройдёшь 2 версты, тогда будешь ровно посередине между деревнями». Сколько верст осталось ещё идти первому прохожему?

Решение:

1 способ (алгебраический).

Пусть расстояние между деревнями *x*, тогда прохожий прошел $\frac{1}{3}x$ пути, если пройдет еще 2 версты, то будет $\frac{1}{3}x+2=\frac{1}{2}x$ решаем относительно x.

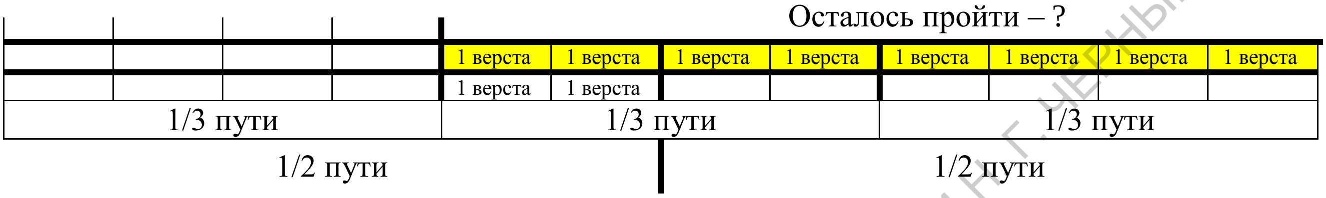
$$\frac{1}{3}x + 2 = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{6}x = 2$$

$x = 12$ - верст расстояние между деревнями.

Тогда пройти осталось еще $\frac{2}{3}$ от 12 – это 8.

2способ (геометрический).



Ответ: первому прохожему осталось пройти 8 верст.

Задача №17. Некто купил 96 гусей. Половину гусей он купил, заплатив по 2 алтына и 7 полушек за каждого гуся. За каждого из остальных гусей он заплатил по 2 алтына без полушки. Сколько стоит покупка?

Решение:

1 алтын = 3 копейки,

полушка = 1/4 копейки,

1 алтын = 12 полушек 2 алтына = 24 полушек

2 алтына 7 полушек = 31 полушка

2 алтына без полушки = 23 полушки

Половина гусей это 48.

За первую половину заплатили: $48 \cdot 31 = 1488$ полушек,

за остальных: $48 \cdot 23 = 1104$ полушки

Всего заплатили: $1488 + 1104 = 2592$ полушки.

2592 делится на 4 (по признаку делимости на 4), значит можно найти стоимость покупки в копейках: $\frac{2592}{4} = 648$ копеек.

648 делится на 3 (по признаку делимости на 3), значит можно найти стоимость покупки в алтынах: $\frac{648}{3} = 216$ алтын.

Ответ: *216* алтын.

Задача №18. Один человек купил *112* баранов старых и молодых, заплатив за них *49* рублей и *20* алтын. За старого барана он платил по *15* алтын и по *4* полушки, а за молодого барана по *10* алтын. Сколько и каких баранов было куплено?

Решение.

1 копейка = 4 полушки; 1 алтын = 3 копейки = 12 полушек,

1 рубль = 100 копеек = 400 полушек

Баран	Цена	Количество		Стоимость	
Старый	15 алтын 4 полушки	?	112		49 рублей 20 алтын
Молодой	10 алтын	?			

Переведём в мелкие денежные единицы

Баран	Цена (в полушках)	Количество		Стоимость (в полушках)	
Старый	184	x	112	$184x$	19840
Молодой	120	$112 - x$			

$120(112 - x) = 19840 - 184x$

$15(112 - x) = 2480 - 23x$

$8x = 800$

$x = 100$ (число старых баранов)

$112 - 100 = 12$ (число молодых баранов)

Ответ: купили 100 старых и 12 молодых баранов

Задача №19. Один человек купил три курицы и заплатил за них *46* копеек. Первая курица несла по *3* яйца через *4* дня, вторая – по *2* яйца через *3* дня, а третья – по *1* яйца через *2* дня. Продавал он яйца по *5* штук за полкопейки. За какое время окупятся куры?

Решение:

Продавал он яйца по 5 штук за полкопейки.	10 яиц за копейку 460 яиц за 46 копеек (стоимость кур)
Первая курица несла по 3 яйца через 4 дня, вторая – по 2 яйца через 3 дня, а третья – по 1 яйцу через 2 дня. За какое время окупятся куры?	НОК (4, 3, 2) = 12 (минимальное число дней для расчётов яйценоскости): Первая курица – 9 яиц вторая – 8 яиц, третья – 6 яиц Итого, все куры несут: 23 яйца за 12 дней, 46 яиц за 24 дня, 460 яиц за 240 дней.

Ответ: куры окупятся за 240 дней.

Задача №20. Некий человек покупал масло. Когда он давал деньги за 8 бочек масла. То у него оставалось 20 алтын. Когда же стал давать за девять бочек, то не хватило денег полтора рубля с гривною. Сколько денег было у этого человека?

Решение:

1 алтын = 3 копейки

1 гривны = 10 копеек

1 рубль = 10 гривен

20 алтын = 60 копеек

полтора рубля с гривною = 160 копеек.

Расчёты производим в копейках:

x - всего денег

y - стоимость бочки масла

$x-8y=60$

$x-9y=-160$

Вычтем из первого уравнения второе, получим $y = 220$, подставим в первое уравнение и найдём $x = 1820$

У человека было 1820 копеек, или, что то же самое 182 гривны, или же 18 рублей 2 гривны

Ответ: У человека было 18 рублей 2 гривны

Задача №21. Хозяин нанял работника на год и обещал ему дать 12 рублей и кафтан. Но тот, проработав только 7 месяцев, захотел уйти. При расчёте он получил кафтан и 5 рублей. Сколько стоит кафтан?

Решение:

Пусть x - стоимость кафтана, тогда годовая зарплата $12 + x$, за месяц $\frac{12+x}{12}$. За 7 месяцев $7 \cdot \frac{12+x}{12}$, что равно $x + 5$.

$(84 + 7x) : 12 = x + 5$

$x = 4{,}8$

Ответ: 4 рубля 80 копеек

Задача №22. Принёс крестьянин на рынок продавать яйца. Подходит к нему торговец и спрашивает: «Сколько стоит десяток яиц?». Крестьянин ответил замысловато: «Двадцать пять яиц без полушки стоят пять полушек без пяти яиц». Сосчитайте, по какой цене продавал крестьянин десяток яиц.

Решение: 25 яиц – 1 полушка = 5 полушек – 5 яиц.

25 яиц + 5 яиц = 5 полушек + 1 полушка.

30 яиц = 6 полушек.

10 яиц = 2 полушки.

Ответ: десяток яиц стоит 2 полушки.

Задача № 23. Хозяин нанял работника с таким условием: за каждый рабочий день будет ему платить по 20 копеек, а за каждый нерабочий день – вычитать 30 копеек. По прошествии 60 дней работник ничего не заработал. Сколько было рабочих дней?

Решение: Если бы работник работал без прогулов, то за 60 дней он заработал бы $20 \cdot 60 = 1200$ копеек, за каждый не рабочий день у него вычитают

30 копеек и он не зарабатывает 20 копеек, то есть за каждый прогул он теряет $20+30=50$ копеек. Поскольку за 60 дней он ничего не зарабатывает, то потеря за все нерабочие дни составила 1200 копеек, то есть число нерабочих дней равно $1200:50=24$ (дня). Количество рабочих дней равно $60-24=36$ (дням).

Ответ: рабочих дней было 36.

Задача № 24. Четверо купцов имеют некоторую сумму денег. Известно, что, сложившись без первого, они соберут 90 рублей, сложившись без второго – 85 рублей, сложившись без третьего – 80 рублей, сложившись без четвёртого – 75 рублей. Сколько у кого денег?

Решение: Второй, третий и четвертый купцы, сложив свои деньги вместе, соберут 90 рублей. Если от этой суммы отнять деньги второго купца и добавить деньги первого, то получится 85 рублей. Поэтому у первого купца на 5 рублей меньше, чем у второго. Но точно также легко увидеть, что у третьего купца на 5 рублей больше, чем у второго. Значит, первый, второй и третий купцы, сложив свои деньги вместе, соберут втрое больше денег, чем имеется у второго купца. Эта сумма составляет 75 рублей, значит, у первого купца было 20 рублей, у второго 25 рублей, у третьего 30 рублей и у четвертого было 35 рублей.

1) $90+85+80+75=330$

2) $330:3=110$ (все деньги)

3) $110-90=20$ (1 купец)

4) $110-85=25$ (2 купец)

5) $110-80=30$ (3 купец)

6) $110-75=35$ (4 купец)

Ответ: у первого купца 20 рублей, у второго – 25, у третьего – 30 и у четвёртого – 35.

Задача № 25. Хозяин послал работника на базар купить 20 птиц: гусей, уток и малых чирков. Он дал работнику 16 алтын. Гусей велел покупать по 3

копейки за штуку, уток по копейке, а малых чирков по два на копейку. Сколько гусей, сколько уток и сколько чирков купил работник?

Решение.

16 алтын = 48 копеек

Так как за гуся велено платить по 3 копейки, то взятых денег хватило бы на 16 гусей, но тогда нельзя будет купить ни уток, ни чирков.

Итак, работник купил не более 15 гусей.

Допустим, что работник уже купил чирков и уток, если бы гуси стоили по 1 копейке, то за все покупки работник заплатил бы менее 20 копеек и у него осталось бы более 28 копеек, эти оставшиеся копейки работник должен фактически потратить на гусей, доплатив за каждого гуся по 2 копейки, по условию работник израсходовал все деньги, значит, он купил более 14 гусей, потратив на них 45 копеек. Итак, работник потратил 3 копейки на покупку 5 птиц - уток и чирков, если бы чирки стоили по 1 копейке за штуку, то покупка обошлась бы в 5 копеек, лишние 2 копейки возникли потому, что пришлось бы переплатить за каждого чирка по половине копейки, поэтому было куплено 4 чирка и, значит, 1 утка. Значит, работник купил 15 гусей, 1 утку и 4 чирка.

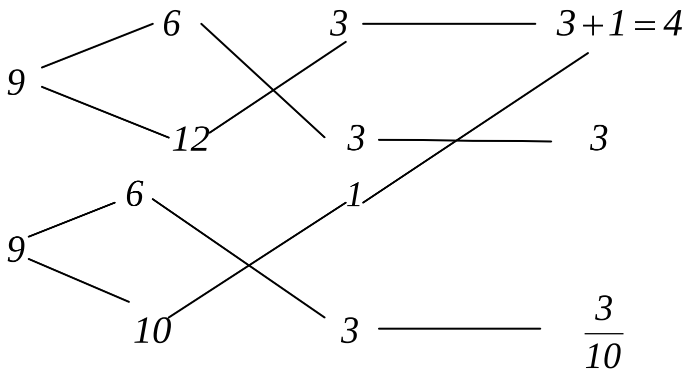
Ответ: работником было куплено 15 гусей, 1 утку и 4 чирка.

Задача № 26. Предложите кому-нибудь задумать двузначное число и объявить вам остатки от деления этого числа на 3, 5 и 7. После этого вы говорите, какое число было задумано. Как отгадать задуманное число?

Решение: Остаток от деления задуманного числа на три умножьте на 70, остаток от деления задуманного числа на пять умножьте на 21, остаток от деления задуманного числа на семь умножьте на 15. Полученные таким образом три числа сложите и сумму разделите на 105. Остаток от этого деления будет задуманным числом. Если в остатках – нули, то задумано число, кратное 105.

Задача №27. Некто имеет серебро разных проб: одно – двенадцатой пробы, другое – десятый пробы, третье – шестой пробы. Сколько, какого серебра надо взять, чтобы получить 1 фунт серебра девятой пробы?

Решение: Применим старинный способ дважды: сначала составим схему для серебра высшей и низшей пробы, потом — для низшей и средней пробы. Затем просуммируем части серебра низшей пробы, найденные в первый и второй раз, получив, таким образом, долю серебра шестой пробы в новом слитке.



Значит, для получения 1 фунта серебра девятой пробы надо взять $\frac{4}{10}$ фунта серебра шестой пробы, $\frac{3}{10}$ фунта серебра двенадцатой пробы и $\frac{3}{10}$ фунта серебра десятой пробы.

Ответ: $0{,}4$ фунта серебра 6 пробы, $0{,}3$ фунта - 12 пробы, 0,3 фунта - 10 пробы.

Задача №28. «Сколько лет твоему сыну?» – спросил один человек у своего приятеля. Приятель ответил: «Если к возрасту моего сына прибавить столько же да ещё половину, то будет 10 лет». Сколько же лет сыну?»

Решение: Возраст сына можно обозначить за x, тогда $x+x+0{,}5x=10$
$x=4$

Ответ: сыну 4 года.

Задача №29. На вопрос: «Который час?» был дан ответ: «Половина времени, прошедшего после полуночи равна $\frac{3}{4}$ времени, оставшегося до полудня». Сколько было времени?

Решение: От полуночи до полудня 12 часов, x - время, прошедшее после полуночи; $12-x$ - время, оставшееся до полудня.

Тогда $\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}(12-x)$ и $x=7\frac{1}{5}$ час $=7$ час 12 мин

Ответ: было 7 часов 12 минут

Задача №30. Крестьянин менял зайцев на кур: брал за всяких двух зайцев по три курицы. Каждая курица снесла яйца – третью часть от числа всех куриц. Крестьянин, продавая яйца, брал за каждые 9 яиц по столько копеек, сколько каждая курица снесла яиц, и выручил 72 копейки. Сколько было кур и сколько зайцев?

Решение: Обозначим x количество кур, которое поменял крестьянин. Каждая курица снесла, сказано в условии $\frac{x}{3}$ яиц и общее число яиц у крестьянина составляет $x \cdot \frac{x}{3} = \frac{x^2}{3}$ штук. Каждые 9 яиц крестьянин продал по $\frac{x}{3}$ копейки, то есть одно яйцо за $\frac{x}{3} \cdot \frac{1}{9}$ и выручил, поэтому $\frac{x^2}{3} \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{x^3}{81}$ копеек, что по условию равно 72 коп. Из равенства $\frac{x^3}{81} = 72$ находим $x^3 = 72 \cdot 81$ и $x = 18$. Итак, крестьянин выменял 18 кур, а зайцев было у него $\frac{2}{3} \cdot 18 = 12$ штук.

Ответ: кур было 18, а зайцев – 12.

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

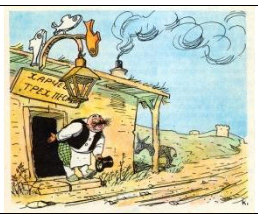
Кафедра математика и методика ее преподавания

Юхман Л. Н.

УРОК-КВЕСТ ПО ТЕМЕ «ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ»

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

Саратов, 2017

Этапы испытания		
	1 этап	
	2 этап	
	3 этап	
	4 этап	
	5 этап	

У отца был мальчик странный,
Необычный – деревянный
На земле и под водой
Ищет ключик золотой,
Всюду нос суёт свой длинный
Кто же это?..

Буратино

Правильно! Сегодня мы поможем Буратино и его друзьям справиться со всеми испытаниями, которые им в очередной раз устроили его недруги. В этом соревновании добро должно победить! За этим мы будем с вами пристально наблюдать, и поможет нам в этом таблица испытаний. За каждый правильный ответ Буратино с друзьями получает «+», а за каждый неправильный – «+» получает Карабас. Кто больше плюсов наберёт, тот и победил!

Этап 1. Сверчок поведал Буратино о том, что в каморке папы Карло кроется какая-то тайна, и чтобы ее узнать, надо представить смешанное число или результат числового выражения, в виде неправильной дроби.

$2\frac{5}{8}$	$1\frac{3}{8}$	$4\frac{3}{11}$	$7\frac{2}{5}$	$6\frac{1}{13}$	$3\frac{4}{5}$	$2\frac{1}{5}+5\frac{1}{5}$	$2+1\frac{7}{11}$		$5\frac{9}{13}$	$3\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{11}$	$2\frac{1}{8}$	6
П	О	Т	А	Й	Н	А	Я		Д	В	Е	Р	Ь

Воспользуйтесь дешифратором (в этом и остальных случаях предлагается классу после того, как они выполнили все задачи этапа) и помогите Буратино.

А	$\frac{37}{5}$	К	$\frac{6}{7}$	Х	$\frac{59}{5}$
Б	$\frac{1}{3}$	Л	$\frac{29}{3}$	Ц	$\frac{20}{13}$
В	$\frac{27}{8}$	М	$\frac{20}{9}$	Ч	7
Г	$\frac{16}{56}$	Н	$\frac{19}{5}$	Ш	$\frac{44}{11}$
Д	$\frac{74}{13}$	О	$\frac{11}{8}$	Щ	$\frac{24}{5}$
Е	$\frac{34}{11}$	П	$\frac{21}{8}$	Ь	$\frac{12}{2}$
Ё	$\frac{77}{12}$	Р	$\frac{17}{8}$	Ы	$\frac{9}{5}$
Ж	$\frac{38}{9}$	С	$\frac{8}{5}$	Ъ	$\frac{3}{7}$
З	8	Т	$\frac{47}{11}$	Э	$\frac{93}{50}$
И	1	У	$\frac{15}{3}$	Ю	$\frac{24}{9}$
Й	$\frac{79}{13}$	Ф	24	Я	$\frac{40}{11}$

Буратино раскрывает тайну. В каморке есть потайная дверь. А что за этой дверью, не знает никто. Дверь можно открыть только золотым ключиком, который хранится у черепахи Тортилы. Узнав об этом, Буратино решил утром оправиться на поиски.

<u>Этап 2</u>. Дождавшись утра, Буратино отправился в путь. Дорога предстояла трудная и далекая. На окраине города внимание привлекла харчевня «Три пескаря». Проголодавшийся Буратино решил подкрепиться. Войдя в харчевню, он увидел Карабаса-Барабаса, лису Алису и кота Базилио. На вертеле жарилась утка. У Буратино не было денег, тогда Карабас предложил пойти ему на сделку. Если он за 1 минуту правильно сократит дробь, то он его накормит и даст 7 золотых монет.

$\frac{42}{16}$	$\frac{33}{24}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{68}{22}$	$\frac{148}{26}$	$\frac{74}{10}$
П	О	Б	Е	Д	А

<u>3 этап</u>. Всё обошлось как нельзя лучше. Сытый Буратино с золотыми монетами продолжил путь. За городом Буратино увидел маленький домик, в нём жила Мальвина. За её домиком есть дорожка, которая появится только в том случае, если правильно решены все задачи, записанные на придорожном камне.

	$\frac{22}{11}+\frac{25}{11}$	$2\frac{6}{8}-\frac{5}{8}$	$\frac{4}{8}+\frac{7}{8}$	$3\frac{2}{8}-\frac{5}{8}$	$\frac{2}{7}+\frac{5}{7}$	$6\frac{1}{5}-1\frac{7}{5}$	$\frac{1}{7}+\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$	$11\frac{4}{5}-\frac{22}{5}$
	Т	Р	О	П	И	Н	К	А

4 этап. Лиса Алиса и кот Базилио решили заманить Буратино в страну Дураков. Они убедили Буратино зарыть свои монеты в землю. Но, чтобы Буратино смог их перехитрить, нужно помочь ему за 5 минуту выкопать все свои монетки.

$12\frac{3}{5}-5\frac{1}{5}$ $\quad$ $\frac{25}{8}-\frac{14}{8}$ $\quad$ $\frac{15}{14}-\frac{1}{14}$ $\quad$ $1\frac{12}{15}+\frac{13}{15}$ $\quad$ $4\frac{2}{5}+2\frac{4}{5}$

$\frac{37}{5}$	$\frac{29}{3}$	1	$\frac{8}{5}$	$\frac{37}{5}$
А	Л	И	С	А

5 этап. Лисе Алисе и коту Базилио так и не удалось обмануть Буратино, и они направили на него сыщиков. Буратино, бросив свои монеты, бежал из страны дураков, чтобы вернуться на правильный путь, ведущий к пруду, ему пришлось идти через топкое болото. Вам предстоит последовать за Буратино по математическим кочкам. Для этого решим цепочки.

$$2 \xrightarrow{-\frac{2}{5}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{1}{5}} \bigcirc \xrightarrow{+3} \bigcirc \xrightarrow{-3\frac{4}{5}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{7}{14}} \bigcirc$$

$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{24}{5}$	1	$\frac{6}{7}$
С	Ы	Щ	И	К

$$4 \xrightarrow{-\frac{11}{8}} \bigcirc \xrightarrow{+2\frac{3}{8}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{8}{11}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{19}{11}} \bigcirc$$

$\frac{42}{16}$	5	$\frac{47}{11}$	$\frac{66}{11}$
П	У	Т	Ь

$$9 \xrightarrow{-\frac{24}{12}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{43}{11}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{85}{88}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{85}{88}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{41}{88}}$$

$$\longrightarrow \bigcirc \xrightarrow{+4\frac{31}{40}} \bigcirc \xrightarrow{+3\frac{7}{5}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{22}{5}} \bigcirc$$

7	$3\frac{1}{11}$	$\frac{17}{8}$	$3\frac{8}{88}$	$2\frac{55}{88}$	$6\frac{7}{5}$	$11\frac{4}{5}$	$7\frac{2}{5}$
Ч	Е	Р	Е	П	А	Х	А

Наконец-то Буратино подошёл к пруду. Но для того, чтобы он должен порадовать Тортилу своими знаниями и решить уравнения:

$x+\frac{1}{7}=1$ $\qquad 12-x=\frac{7}{3}$ $\qquad x-\frac{7}{9}=\frac{17}{9}$ $\qquad 2+x=\frac{18}{2}$

$\frac{6}{7}$	$9\frac{2}{3}$	$\frac{24}{9}$	7
К	Л	Ю	Ч

А в это время к пруду подошёл Карабас-Барабас и потребовал: «Ключ!». Посмотрела Черепаха на таблицу испытаний и …

Черепаха отдала золотой ключик Буратино, и он счастливый побежал домой, чтоб поскорей открыть заветную дверь. Открыв её, Буратино увидел плакат:

Преодолев так много испытаний,
Вы оказались у дверей в мир знаний!

5.10.2016

Элективный курс

ЛОГИКА В ЗАДАЧАХ

Методическая разработка | Пилипенко В.В.

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

Кафедра математики и методики её преподавания

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «ЛОГИКА В ЗАДАЧАХ»

Методическая разработка

Пилипенко Василины Васильевны

Саратов, 2016

Планируемые предметные результаты освоения конкретного элективного курса «Логика в задачах»

В результате изучения элективного учащиеся должны

понимать

сущность понятия «логическая задача»,

знать

основные виды логических задач, их структуру, методы информационного и математического (логического) моделирования, основные методы решения логических задач,

уметь

строить информационные модели логических задач, решать логические задачи различными методами, проводить исследование задачи,

владеть

методами поиска информации, способами группового взаимодействия.

Содержание элективного курса

с указанием форм организации учебных занятий и основных видов учебной деятельности

№	Тема	Содержание	Форма организации	Виды деятельности
1	Логические задачи и методы их решения	Понятие логической задачи. Разнообразие логических задач и методов их решения. Занимательные логические задачи.	Работа и интернет-ресурсами (http://www.develop-kinder.com/logic-problems/index.html). Коллективная работа	Поиск и решение занимательных логических задач. Определение понятия «логическая задача». Классификация логических задач
2	Информационное моделирование логических задач	Таблиц, графы, схемы – основные информационные модели логических задач	Практическая работа. Учебное исследование.	Решение логических задач (в том числе историко-математических) построением инфо.моделей
3	Комбинаторные методы решения логических задач	Метод исчерпывающих проб как метод решения логических задач. Сокращение числа рассматриваемых вариантов. Метод вербальных рассуждений. Решение логических задач комбинаторными методами.	Практическая работа. Учебное исследование.	Решение логических задач. Театрализованное представление логических задач (в стихах).
4	Логические методы решения логических задач	Высказывания и операции над ними (алгебра высказываний). Применение алгебры высказываний к решению логических задач (математическое моделирование).	Учебное занятие с использованием активных методов обучения. Самостоятельная работа. Коллективная работа.	Интерактивные упражнения. Решение логических задач. Конструирование логических задач. Театрализованное представление.
	Итоговое занятие		Игра-путешествие	Решение логических задач.

Календарно-тематическое планирование

с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы

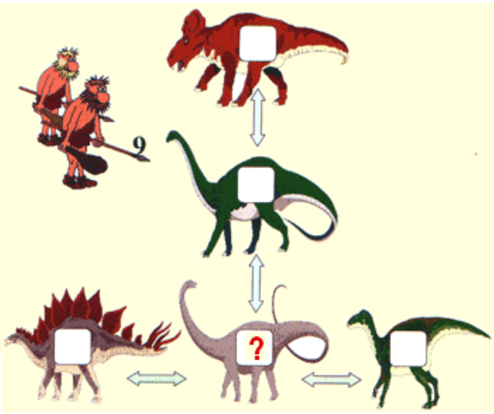
№ занятия	Тема	Количество часов
1-2	Логические задачи и методы их решения	2
3-4	Информационное моделирование логических задач (таблицы, графы, схемы)	2
5-6	Комбинаторные методы решения логических задач	2
7-8	Логические методы решения логических задач	2
9	Итоговое занятие	1

Содержание некоторых занятий

Занятие 3. Информационное моделирование логических задач

Задача 1 (предваряющая). Па и Бо пасли 5 динозавров, на боках которых для порядка изображены 1, 2, 3, 4 и 5 полосок. Каждый час Па и БО лезут на самые высокие деревья и показывают друг другу столько веток, сколько полосок на боках динозавров они видят. Если число веток меньше числа пальцев на двух руках одного и одной руке другого, то Па и Бо бьют тревогу: потерялся динозавр!

Как-то раз Па и Бо показали друг другу по 9 веток. Как такое может быть? (другой вопрос: Стоит ли им бить тревогу?)



Задача 2 (предваряющая). Расставьте числа 1, 2, 3, 4, 5 в колонке и в строчке из динозавров, так, чтобы сумма чисел как в колонке, так и в строчке была бы равна 9.

Вопросы для коллективного исследования:

– Похожи ли задачи 1 и 2?

– Какую задачу было проще решить? Почему?

– Что нам помогло решить вторую задачу? // Наличие информационной модели.

– Сколько решений имеет первая задача? // Два.

– Сколько решений имеет вторая задача? // Одно.

– Можно ли информационная модель второй задачи быть информационной моделью первой задачи? // Нет, т.к. при этом мы потеряем одно из решений первой задачи.

Обобщим результаты нашего исследования и сформулируем основные выводы:

1. Текстовую логическую задачу помогает решать её информационная модель.

2. Модель должна быть адекватна самой задаче (иначе можно потерять решение или, что ещё хуже, вовсе неправильно решить задачу).

Задача 3 «Девичья хитрость» (историко-математическая, для коллективного решения-исследования). Золотошвея, взяв 20 девушек в учение, разместила их в 8 комнатах своего дома так, как показано на рисунке. По вечерам золотошвея обходила дом и проверяла, чтобы в комнатах на каждой стороне его было по 7 девушек. Однажды к девушкам в гости приехали 4 подружки и, заговорившись, остались у них ночевать, причём все 24 девушки разместились в комнатах так, что вечером золотошвея насчитала в комнатах на каждой стороне дома опять по 7 девушек. На следующий день 4 девушки пошли провожать своих четырёх подруг и дома не ночевали. Оставшиеся 16 девушек разместились так, что опять вечером золотошвея насчитала в комнатах с каждой стороны дома по 7 девушек. Как размещались девушки по комнатам в двух последних случаях?

1	5	1
5	***24***	5
1	5	1

3	1	3
1	***16***	1
3	1	3

Метод проб приводит, как правило, к следующему решению. Казалось бы, задача исчерпала себя, но следующая серия вопросов позволяет развернуть вокруг уже готового решения настоящее исследование.

Вопрос 1. Как обосновать решение (или, другими словами, как получается, что каждый раз золотошвея насчитывает одинаковое количество девушек, когда их на самом деле разное число)?

Ответ. Всё дело в том, что золотошвея дважды учитывает число девушек, находящихся в угловых комнатах, то есть она складывает не 8 чисел, а 12:

Стена	Количество девушек		
1	2 + 3 + 2	1 + 5 + 1	3 + 1 + 3
2	2 + 3 + 2	1 + 5 + 1	3 + 1 + 3
3	2 + 3 + 2	1 + 5 + 1	3 + 1 + 3
4	2 + 3 + 2	1 + 5 + 1	3 + 1 + 3
Итого	28	28	28
Всего девушек	20	24	16
в угловых комнатах (их 4)	8 = 2 × 4	4 = 1 × 4	12 = 3 × 4
в центральных комнатах (их 4)	12= 3 × 4	20 = 5 × 4	4 = 1 × 4

Вопрос 2. Есть ли другие способы расположить 24, 20 и 16 девушек в 8 комнатах по 7 человек с каждой стороны дома?

3	2	2
2	***20***	4
2	4	1

На первый взгляд, ответ отрицательный. И если учащиеся твёрдо стоят на своем, пусть оценят следующее решение (для 20 девушек).

Для ответа на второй вопрос нужно

– или применить *метод исчерпывающих проб* к решению задачи «Девичья хитрость», то есть рассмотреть все возможные варианты решения задачи для случая 24, 20 и 16 девушек (первое направление исследования);

– или найти *алгоритм* расстановки чисел 1, 2, 3, 4, 5 в восьми ячейках таблицы 3 × 3 согласно условию задачи (второе направление исследования).

Исследование в каждом направлении вызывает ряд проблем.

I направление исследования

Проблема 1. Каким образом осуществлять перебор вариантов?

5		

1. Можно зафиксировать какую-нибудь, например, угловую ячейку, задав значение этой ячейке – **5** (первая серия проб), затем 4 (вторая серия проб), и далее 3, 2, и 1.

2. Использовать представления числа 7 в виде суммы трёх слагаемых: 7 = 1 + 1 + 5 = 1 + 2 + 4 = 1 + 3 + 3 = 2 + 2 + 3.

5	1	1
1		
1		

3. Заполнить, используя эти представления и переместительный закон сложения, одну из строк таблицы и смежный с ней столбец, например, верхнюю строку и левый столбец.

4. Заполнить оставшиеся ячейки таблицы, например, последовательно вписывая в ячейку (центральная, правый столбец) числа 1, 2, 3, 4 и 5, затем вычислив значение нижней угловой правой ячейки и оставшейся ячейки. В центре таблицы указываем сумму чисел (значений восьми ячеек таблицы).

5	1	1
1	***16***	1
1	1	5

5	1	1
1	***17***	2
1	2	4

5	1	1
1	***18***	3
1	3	3

5	1	1
1	***19***	4
1	4	2

5	1	1
1	***20***	5
1	5	1

5. Анализируем результаты, делаем выводы, выдвигаем гипотезы по первой серии проб:

(1) Мы нашли ещё два решения задачи для случая 16 и 20 девушек.

(2) Наверное, есть и другие решения задачи для случая 16, 20 и 24 девушек. Какие? – Проблема 2.

(3) Задача имеет решение для случая 17, 18 и 19 девушек. Сколько и какие это решения? – Проблема 3.

(4) Наверное, задача имеет решение для случая 21, 22 и 23 девушек. Сколько и какие это решения? – Проблема 4.

(5) Все построенные информационные модели задачи – симметричны относительно диагонали таблицы.

(6) Наверное, симметрия таблиц – характерная особенность задач такого рода.

(7) Наш скоропалительный ответ на второй вопрос – следствие того, что первые построенные нами информационные модели имели две оси симметрии (горизонтальную и вертикальную), в результате чего в угловых ячейках «встали» одинаковые числа. Мы искали аналогичные решения, а их, действительно, нет.

6. Проводим вторую и последующие серии проб, анализируем результаты, делаем выводы, то есть, решаем проблемы 2-4.

II направление исследования

Проблема 1. Каким образом была заполнена таблица из текста (условия) задачи?

2		2
	20	
2		2

1. Так как золотошвея насчитала 28 девушек, а их было всего 20, то 28 – 20 = 8 девушек посчитали дважды, то есть они находились в угловых комнатах по 8 : 4 = 2 девушки в каждой угловой комнате.

Тогда в центральной комнате было по 7 – 2 – 2 = 3 девушки.

Информационная модель условия задачи построена.

2	3	2
3	***20***	3
2	3	2

2. Итак, для того, чтобы построить модель задачи нужно:

(1) Найти разность между 28 и данным числом девушек.

(2) Полученную разность разделить на 4 и записать получившийся результат в угловые ячейки таблицы.

(3) Заполнить центральные ячейки таблицы, вычитая из 7 удвоенный результат предыдущего действия.

Проблема 2. Можно ли полученный алгоритм применить к случаю 24 и 16 девушек?

<table>
<tr><td rowspan="2">Алгоритм</td><td colspan="2">Требование задачи</td></tr>
<tr><td>Разместить 24 девушки</td><td>Разместить 16 девушек</td></tr>
<tr><td>(1) Найти разность между 28 и данным числом девушек.</td><td>28 – 24 = 4</td><td>28 – 16 = 12</td></tr>
<tr><td>(2) Полученную разность разделить на 4 и записать получившийся результат в угловые ячейки таблицы.</td><td>4 : 4 = 1<table><tr><td>1</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>24</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td>1</td></tr></table></td><td>12 : 4 = 3<table><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td>16</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>(3) Заполнить центральные ячейки таблицы, вычитая из 7 удвоенный результат предыдущего действия</td><td>7 – 1 – 1 = 5<table><tr><td>1</td><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td>5</td><td>24</td><td>5</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td>1</td></tr></table></td><td>7 – 3 – 3 = 1<table><tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>16</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td></tr></table></td></tr>
</table>

Проблема 3. Каким образом была заполнена таблица – второй вариант расположения 20 девушек?

3	2	2
2	***20***	4
2	4	1

Изучим данную модель:

(1) В углах стоят числа 1, 2, 3 и 2, дающие в сумме 8 (28 – 20 = 8).

(2) В центральном столбце и центральной строке стоят числа 2 и 4, дающие в сумме 6 (20 – 7 – 7 = 6).

Итак, можно, сначала заполнять углы таблицы (учитывая переместительный закон сложения) так, чтобы значения в сумме давали 8:

1 + 1 + 1 + 5 или 1 + 1 + 2 + 4, или 1 + 1 + 3 + 3, или 1 + 2 + 2 + 3, или 2 + 2 + 2 + 2, – а затем заполнять центральные ячейки. Или же заполнить центральные ячейки (учитывая переместительный закон сложения) так, чтобы значения в сумме давали 6: 1 + 5 или 2 + 4 или 3 + 3, – а затем заполнять угловые ячейки. Какой способ рациональнее? – Проблема 4.

Проще, кажется, второй способ. Осуществим его на практике (все желающие могут использовать и первый способ заполнения таблицы).

	1	
1		**5**
	5	

⇒

5	**1**	1
1		**5**
1	**5**	1

	1	
2		**4**
	5	

⇒

4	**1**	2
2		**4**
1	**5**	1

3	**1**	3
3		**3**
1	**5**	1

⇒

3	**1**	3
3		**3**
1	**5**	1

	2	
2		**4**
	4	

⇒

3	**2**	2
2		**4**
2	**4**	1

или

4	**2**	1
2		**4**
1	**4**	2

	2	
3		**3**
	4	

⇒

2	**2**	3
3		**3**
2	**4**	1

	3	
3		**3**
	3	

⇒

1	**3**	3
3		**3**
3	**3**	1

или

2	**3**	2
3		**3**
2	**3**	2

Итак, мы получили 8 принципиально различных способов размещения по комнатам 20 девушек.

Применим наш метод решения задачи для случая 23 девушек:

(1) 28 – 23 = 5 – девушек располагаются в угловых комнатах;

(2) 23 – 7 – 7 = 9 – девушек располагаются в центральных комнатах вертикального рядя и центральных комнатах горизонтального ряда;

(3) 5 = 1 + 1 + 1 + 2 – схема расположения девушек в угловых комнатах;

9 = 4 + 5 – схема расположения девушек в центральных комнатах вертикального и горизонтального рядов.

1		**1**
2		**1**

или

	4	
4		**5**
	5	

1	5	**1**
4		5
2	4	**1**

≡

2	**4**	1
4		**5**
1	**5**	1

(4) Строим информационную модель решения задачи одним из способов: располагая сначала девушек в угловых, а затем в центральных комнатах, или наоборот.

В результате, мы получаем один и тот же способ размещения по комнатам 23 девушек.

Итак, существует единственный способ разместить по 8 комнатам 23 девушки так, чтобы по каждой стороне было по 7 девушек.

<u>Задача 4</u> (для самостоятельного решения с последующей демонстрацией). Известно, что Паша выше Даши, Маша выше Глаши, а Саша ниже и Даши, и Маши. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных. (1) Паша самый высокий из всех. (2) Даша и Маша одного роста. (3) Саша ниже Глаши. (4) Паша выше Саши

<u>Задача 5</u> (для самостоятельного решения с последующей демонстрацией). Первый ученик сказал, что написанное на доске неравенство имеет менее 11 целочисленных решений, а второй – что менее 12. Учитель отметил, что прав только один из них. Сколько целочисленных решений имеет это неравенство?

<u>Задача 6</u> (для самостоятельного решения с последующей демонстрацией-театрализацией). В комнате находятся рыцари и лжецы – всего 11 человек. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Первый человек говорит: «В этой комнате все лжецы». Второй говорит: «Тот, кто говорил передо мной, сказал неправду». Оставшиеся 9 человек по очереди повторили фразу второго. Сколько рыцарей в комнате?

<u>Театрализованные задачи</u> (для домашней работы)

Класс разбивается на группы, каждая получает текст задачи, которую они должны обыграть.

<u>Задача 7</u>. Осенний кросс (4 человека).

Кросс осенний вспоминая,
Спорят белки два часа:
Победил в забеге заяц.
А второй была лиса!

– Нет, – твердит другая белка, –
Ты мне шутки эти брось.
Заяц был вторым, конечно,
Первым был, я помню, – лось!

– Я, – промолвил филин важный, –
В спор чужой не стану лезть.
Но у вас в словах у каждой
По одной ошибки есть.

Белки фыркнули сердито.
Неприятно стало им.
Вы уж взвесив всё, решите,
Кто был первым, кто вторым.

Ответ: Первым – лось, второй – лиса, третий – заяц.

Задача 8. В универмаге (5 человек)

В универмаге встретил я
Осла, козу и кошку,
Они купили красный мяч
И жёлтую гармошку.

Зайдя потом, увидел я
Осла, козу и белку,
Они купили красный плащ
И белую тарелку.

Зашёл я в третий, встретил там
Опять осла и кошку.
Они купили в этот раз
Лишь жёлтую матрёшку.

Мне срочно нужен твой совет,
Задумайся немножко.
Скажи: какой любимый цвет
У белки и у кошки.

И кто не сделал ни одной
Покупки в магазинах.
Поскольку не было, увы,
Товаров ярко-синих.

Ответ: Белка – белый,
кошка – жёлтый,
ни одной покупки не сделал осёл.

Задача 9. Кто где? (6 человек)

Дуб, клён, сосна, берёза, пень!
За ними спрятались, таятся
Бобр, заяц, белка, рысь, олень!
Кто где? Попробуй разобраться!

Где рысь, ни зайца, ни бобра
Ни слева нет, ни справа – ясно.
И рядом с белкой – вот хитра –
Их также не ищи напрасно.

С оленем рядом рыси нет,
И зайца справа нет и слева.
А белка справа, где олень!
Теперь берись за поиск смело.

И хочет дать тебе совет
Поросшим мхом высокий пень:

– Кто где? Напасть на верный след
Помогут белка и олень.

Ответ: Дуб, клён, сосна, берёза, пень, заяц, бобр, олень, белка, рысь

Задача 10. Колючая задача (4 человек)

Вот симпатичные ежи
Какого как зовут, скажи,
От Пэта слева Физа нет,
От Физа справа нет Чучачу,
Мак рядом с Физом. Пэт
Мне эту предложил задачу.
Её решил я в пять минут
А ты? Ежи ответа ждут!

Ответ: Чучачу, Пэт, Физ, Мак.

Задача 11. Боги (5 человек)

В старинном храме, говорят,
Стоят на чердаке
Бог Правды, Лжец и Дипломат,
Все – с лотосом в руке.
Бог Правды, лотосом кланясь,
Лишь истину твердит.
Бог Лжи, нимало не смутясь,
Неправду говорит.
А Дипломат даёт ответ
По прихоти своей –
То правду говорит, то – нет,
Но всякий раз «ей-ей»
Пришёл в этот храм мудрец, Рашид
И к первому: – Привет!
С тобою рядом кто стоит?
– Бог Правды! – был ответ.
– Теперь скажи мне о себе, –
Второго он спросил.
– Я – Дипломат, служу судьбе, –
Второй проговорил.
Шагает к третьему Рашид
(Рашид был стар и сед)
– Мой Бог, сомненье разреши,
Скажи, кто твой сосед?
– О, досточтимый мудрец,
Не бей напрасно ног.
Могу сказать: он страшный лжец, –
Ответил третий Бог.
Теперь, читатель, разбери –
Узнать я был бы рад:
Кто лжец, кто правду говорит
И кто же – Дипломат?

Ответ: 1 – Бог Дипломатии, 2 – Лжи, 3 – Правды.

Занятие 7. Применение алгебры высказываний к решению логических задач (математическое моделирование)

Задача 1. При составлении расписания уроков на один день учителя математики, физики, химии и географии высказали следующие пожелания: «если первый урок – математика, то третий урок – не физика, а химия второй либо четвёртый урок»; «если физика – не первый урок, то математика – первый урок, а химия – второй»; «на втором уроке физик занят в другом классе»; «химик не согласен на второй урок, если физика – на первом» и, кроме того, «химик отказывается от четвёртого урока». Как составить расписание на день из четырёх различных уроков, чтобы учесть все пожелания?

Решение (демонстрируемое Василиной).

Составим логическую (на языке алгебры высказываний) математическую модель задачи, для чего переведём на этот язык пожелания учителей и требования к расписанию.

Введём обозначения: П = {М, Ф, Х, Г} – множество учебный предметов, описанных в задаче, индекс указывает на то, каким по расписанию стоит учебный предмет

Пожелания учителей	Высказывание
если первый урок – математика, то третий урок – не физика, а химия второй либо четвёртый урок	$М_1\to(\neg Ф_3\wedge(Х_2\vee Х_4))$
если физика – не первый урок, то математика – первый урок, а химия – второй	$\neg Ф_1\to(М_1\wedge Х_2)$
на втором уроке физик занят в другом классе	$\neg Ф_2$
химик не согласен на второй урок, если физика – на первом	$Ф_1\to\neg Х_2$
химик отказывается от четвёртого урока	$\neg Х_4$
география может быть любым уроком	$Г_1\vee Г_2\vee Г_3\vee Г_4$
Требования к расписанию	**Высказывание**
Если какой-то предмет не может быть 1 (2 / 3 / 4) уроком, то он может быть 2 или 3 или 4 уроком (1,3 или 4 уроком / 1,2 или 4 уроком / 1,2 или 3 уроком)	$\neg П_1\cong П_2\vee П_3\vee П_4$ $\neg П_2\cong П_1\vee П_3\vee П_4$ $\neg П_3\cong П_1\vee П_2\vee П_4$ $\neg П_4\cong П_1\vee П_2\vee П_3$
Два разных учебных предмета не могут стоять в расписании одним уроком	$М_1\wedge Х_1\cong 0$, $М_2\wedge Х_2\cong 0$, …
Учебный предмет входит в расписание только один раз	$\mathbf{П}_1\wedge\mathbf{П}_2\cong 0$, $\mathbf{П}_2\wedge\mathbf{П}_3\cong 0$, …

Используя законы алгебры высказываний и сформулированные требования, упростим высказывания – пожелания:

Высказывание		
$M_1 \to (\neg\Phi_3 \wedge (X_2 \vee X_4))$	$\cong \neg M_1 \vee (\neg\Phi_3 \wedge (X_2 \vee X_4)) \cong \neg M_1 \vee ((\neg\Phi_3 \wedge X_2) \vee (\neg\Phi_3 \wedge X_4)) \cong$ $\cong M_2 \vee M_3 \vee M_4 \vee (\boldsymbol{(\Phi_1 \vee \Phi_2 \vee \Phi_4) \wedge X_2}) \vee ((\Phi_1 \vee \Phi_2 \vee \Phi_4) \wedge X_4)) \cong$ $\cong M_2 \vee M_3 \vee M_4 \vee \boldsymbol{(\Phi_1 \wedge X_2) \vee (X_2 \wedge \Phi_4) \vee (\Phi_1 \wedge X_4) \vee (\Phi_2 \wedge X_4)}$	
$\neg\Phi_1 \to (M_1 \wedge X_2)$	$\cong \Phi_1 \vee (M_1 \wedge X_2)$	1) $[\Phi_1 \vee (M_1 \wedge X_2)] \wedge [\Phi_1 \vee \Phi_3 \vee \Phi_4] \cong$ $\cong \Phi_1 \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)$
$\neg\Phi_2$	$\cong \Phi_1 \vee \Phi_3 \vee \Phi_4$	
$\Phi_1 \to \neg X_2$	$\cong \neg\Phi_1 \vee (X_1 \vee X_3 \vee X_4) \cong$ $\cong \Phi_2 \vee \Phi_3 \vee \Phi_4 \vee X_1 \vee X_3 \vee X_4$	2) $[\Phi_2 \vee \Phi_3 \vee \Phi_4 \vee \underline{X_1 \vee X_3} \vee X_4] \wedge [\underline{X_1 \vee} X_2 \vee \underline{X_3}] \cong$ $\cong \underline{X_1 \vee X_3} \vee [(\Phi_2 \vee \Phi_3 \vee \Phi_4 \vee X_4) \wedge X_2] \cong$ $\cong X_1 \vee X_3 \vee (X_2 \wedge \Phi_3) \vee (X_2 \wedge \Phi_4)$
$\neg X_4$	$\cong X_1 \vee X_2 \vee X_3$	
$\Gamma_1 \vee \Gamma_2 \vee \Gamma_3 \vee \Gamma_4$		

Учёт всех пожеланий соответствует операции конъюнкции, которую, осуществим по действиям – в таблице и далее эти действия пронумерованы:

3) конъюнкция результатов 1) и 2) с учётом требований к составлению расписания даст ненулевые компоненты только в случае различных переменных и различных индексов:

$[\Phi_1 \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)] \wedge [X_1 \vee X_3 \vee (X_2 \wedge \Phi_3) \vee (X_2 \wedge \Phi_4)] \cong$
$\cong (\Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)$

4) конъюнкция первого высказывания и результата 3) с учётом требований к составлению расписания даст ненулевые компоненты только в случае различных переменных и различных индексов:

$[M_2 \vee M_3 \vee M_4 \vee (\Phi_1 \wedge X_2) \vee (X_2 \wedge \Phi_4) \vee (\Phi_1 \wedge X_4) \vee (\Phi_2 \wedge X_4)] \wedge [(\Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)] \cong$
$\cong (M_2 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_4 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (X_2 \wedge \Phi_4 \wedge M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4) \cong$
$\cong (M_2 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_4 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)$

5) конъюнкция последнего высказывания и результата 4) с учётом требований к составлению расписания даст ненулевые компоненты только в случае различных переменных и различных индексов:

$[\Gamma_1 \vee \Gamma_2 \vee \Gamma_3 \vee \Gamma_4] \wedge [(M_2 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_4 \wedge \Phi_1 \wedge X_3) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4)] \cong$
$\cong (M_2 \wedge \Phi_1 \wedge X_3 \wedge \Gamma_4) \vee (M_4 \wedge \Phi_1 \wedge X_3 \wedge \Gamma_2) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Phi_4 \wedge \Gamma_3) \cong$
$\boldsymbol{\cong (\Phi_1 \wedge M_2 \wedge X_3 \wedge \Gamma_4) \vee (\Phi_1 \wedge \Gamma_2 \wedge X_3 \wedge M_4) \vee (M_1 \wedge X_2 \wedge \Gamma_3 \wedge \Phi_4)}$

Ответ. Возможны три варианта расписания:

Номер варианта / Номер урока	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	Физика	Физика	Математика
2	Математика	География	Химия
3	Химия	Химия	География
4	География	Математика	Физика

Задача 2. Для полярной экспедиции из восьми претендентов A, B, C, D, E, F, G, H надо отобрать шесть специалистов: биолога, гидролога, синоптика, радиста, механика и врача. Обязанности биолога могут выполнять E и G, гидролога – B и F, синоптика – F и G, радиста C и D, механика – C и H, врача – A и D. Хотя некоторые претенденты владеют двумя специальностями, в экспедиции каждый может выполнять только одну. Кого и кем следует взять в экспедицию, если F не может ехать без B, D – без H и без C, C не может ехать одновременно с G, а A не может ехать вместе с B?

Решение (выполняется в ходе коллективной работы).

Составим логическую (на языке алгебры высказываний) математическую модель задачи, для чего переведём на этот язык требования к участникам экспедиции.

Требования	Высказывание	Упрощённое равносильное высказывание
F не может ехать без B	$F\to B$	$\neg F\vee B$
D не может ехать без H и без C	$D\to(H\wedge C)$	$\neg D\vee(H\wedge C)$
C не может ехать одновременно с G	$\neg C\vee\neg G$	
A не может ехать вместе с B	$\neg A\vee\neg B$	
Едут 6 человек	конъюнктивный одночлен не может содержать более двух отрицаний	

Учёт всех пожеланий соответствует конъюнкции:

$$(\neg F\vee B)\wedge(\neg D\vee(H\wedge C))\wedge(\neg C\vee\neg G)\wedge(\neg A\vee\neg B)\cong$$
$$[(\neg F\wedge\neg D)\vee(B\wedge\neg D)\vee(\neg F\wedge H\wedge C)\vee(B\wedge H\wedge C)]\wedge[(\neg C\wedge\neg A)\vee(\neg G\wedge\neg A)\vee(\neg C\wedge\neg B)\vee(\neg G\wedge\neg B)]\cong$$

Согласно последнему требованию и определению нуля ($\neg X\wedge X=0$) эта конъюнкция равносильна высказыванию:

$$(B\wedge H\wedge C)\wedge(\neg G\wedge\neg A)\cong B\wedge H\wedge C\wedge\neg G\wedge\neg A,$$

которое означает, что едут все, кроме G и A.

Выясним, какие обязанности предстоит выполнять членам экспедиции. Согласно условию:

B – гидролог
C – радист, механик
D – радист, врач
E – биолог
F – гидролог, синоптик
H – механик

Итак, у нас есть гидролог B, биолог E и механик H. вычеркнем эти специальности из обязанностей других участников экспедиции, получим:

B – гидролог
C – радист, ~~механик~~
D – радист, врач
E – биолог
F – ~~гидролог~~, **синоптик**
H – механик

Продолжая аналогичным образом, получаем

B – гидролог
C – радист
D – ~~радист~~, **врач**
E – биолог
F – синоптик
H – механик

Ответ. В экспедицию едут гидролог B, радист C, врач D, биолог E, синоптик F, механик H.

Задача 3. Составь задачу по следующим данным и реши её логическим методом.

Результаты забега: эти три лошади заняли призовые места, не деля между собой ни одного из мест, а все предсказания болельщиков – правдивы.	I место  **?**	II место  **?**	III место  **?**
	«Победит или Ветер или Стрелок» **$B_1 \vee C_1 = 1$**		
	«Если Ветер будет вторым, то победа достанется Абреку» **$B_2 \to A_1 = 1$**		
	«Много вы понимаете в лошадях… Вторым придёт Ветер или Абрек» **$B_2 \vee A_2 = 1$**		
	«А я вам скажу, что если Ветер придёт третьим, то Стрелок не победит!» **$B_3 \to \neg C_1 = 1$**		

$(B_1 \vee C_1) \wedge (B_2 \to A_1) \wedge (B_2 \vee A_2) \wedge (B_3 \to \neg C_1) = 1$

Дополнительные условия: $\mathbf{A_1 \wedge A_2 \cong A_1 \wedge A_3 \cong A_3 \wedge A_2 \cong \ldots \cong 0}$

$\mathbf{A_1 \wedge B_1 \cong A_1 \wedge C_1 \cong B_1 \wedge C_1 \cong \ldots \cong 0}$

$\mathbf{\neg B_2 \cong B_1 \vee B_3,}$

$\mathbf{\neg B_3 \cong B_1 \vee B_2,}$

$\mathbf{\neg C_1 \cong C_2 \vee C_3}$

Преобразуем:

$(B_1 \vee C_1) \wedge (B_2 \to A_1) \wedge (B_2 \vee A_2) \wedge (B_3 \to \neg C_1) \cong (B_1 \vee C_1) \wedge (\neg B_2 \vee A_1) \wedge (B_2 \vee A_2) \wedge (\neg B_3 \vee \neg C_1) \cong$

$\cong (B_1 \vee C_1) \wedge (B_1 \vee B_3 \vee A_1) \wedge (B_2 \vee A_2) \wedge (B_1 \vee B_2 \vee C_2 \vee C_3) \cong$

$\cong [B_1 \vee ((C_1 \wedge (B_1 \vee B_3 \vee A_1)] \wedge [(B_1 \wedge A_2) \vee \underline{B_2 \vee (B_2 \wedge C_3)} \vee (A_2 \wedge C_3)] \cong$

$\cong [B_1 \vee (C_1 \wedge B_3)] \wedge [(B_1 \wedge A_2) \vee B_2 \vee (A_2 \wedge C_3)] \cong (B_1 \wedge A_2) \vee (B_1 \wedge A_2 \wedge C_3)] \cong 1$

Интерпретируем результат: на 1 месте – Ветер, на 2 – Абрек, на 3 – Стрелок, то есть

Ответ

I место	II место	III место
		
Ветер	Абрек	Стрелок

Задача 4 (для самостоятельной работы). Шесть спортсменов – Авдеев, Бабушкин, Вакутагин, Гунько, Данилюк, Евсеев – в проходившем соревновании заняли 6 первых мест, причём ни одно место не было разделено между ними. О том, кто какое место занял, были получены такие высказывания:

1) Кажется, первым был Авдеев, а вторым Данилюк.
2) Нет, на первом месте был Евсеев, а на втором – Гунько.
3) Вот так болельщики! Ведь Гунько был на третьем месте, а Бабушкин – на четвёртом.
4) И вовсе не так: Бабушкин был пятым, а Авдеев – вторым.
5) Всё вы перепутали: пятым был Данилюк, перед ним – Вакутагин.

Известно, что в высказывании каждого болельщика одно утверждение истинное, а другое – ложное.

Какое место занял каждый из спортсменом?

Решение.

1) Кажется, первым был Авдеев, а вторым Данилюк. $\mathbf{А_1 \vee Д_2 = 1}$
2) Нет, на первом месте был Евсеев, а на втором – Гунько. $\mathbf{Е_1 \vee Г_2 = 1}$
3) Вот так болельщики! Ведь Гунько был на третьем месте, а Бабушкин – на четвёртом. $\mathbf{Г_3 \vee Б_4 = 1}$
4) И вовсе не так: Бабушкин был пятым, а Авдеев – вторым. $\mathbf{А_2 \vee Б_5 = 1}$
5) Всё вы перепутали: пятым был Данилюк, перед ним – Вакутагин. $\mathbf{В_4 \vee Д_5 = 1}$

$\mathbf{(А_1 \vee Д_2) \wedge (Е_1 \vee Г_2) \wedge (Г_3 \vee Б_4) \wedge (А_2 \vee Б_5) \wedge (В_4 \vee Д_5) = 1,\ C_i \wedge C_j = 0,\ C^1_i \wedge C^2_i = 0,}$

$\mathbf{[(А_1 \wedge Г_2) \vee (Е_1 \wedge Д_2)] \wedge (Г_3 \vee Б_4) \wedge (А_2 \vee Б_5) \wedge (В_4 \vee Д_5) = 1}$

$\mathbf{[(Е_1 \wedge Д_2 \wedge Г_3) \vee (А_1 \wedge Г_2 \wedge Б_4) \vee (Е_1 \wedge Д_2 \wedge Б_4)] \wedge (А_2 \vee Б_5) \wedge (В_4 \vee Д_5) = 1}$

$\mathbf{Е_1 \wedge Д_2 \wedge Г_3 \wedge В_4 \wedge Б_5 = 1}$

Ответ. 6 место – Авдеев, 5 место – Бабушкин, 4 место – Вакутагин, 3 место – Гунько, 2 место – Данилюк, 1 место – Евсеев.

Задача 5 (для домашней работы). В санатории на берегу моря отдыхает семья: отец, мать, их сын Сергей и дочери Катя и Даша. До завтрака члены семьи часто купаются в море, причём, известно, что если отец утром отправляется купаться, то с ним обязательно идут мать и сын; если Сергей идёт купаться, то Даша отправляется с ним; Катя купается тогда и только тогда, когда купается мать. Каждое утро, по меньшей мере, один из родителей непременно купается. Известно, что в то утро купалась в море только одна из дочерей. Спрашивается, кто из членов семьи купался в то утро?

Задача 6. Кто виноват? (театрализованная, для домашней работы).

Финди, Фетри, Пит и Пач
На дворе гоняли мяч.
Чудный день, но как назло, –
Бац! И мяч попал в стекло!
Вышел гневный дядя Билл:
«Отвечайте, кто разбил?»
Финди пискнул: «Это Ферти».
Ферти: «Это Пач! Да-да!!!»
Пит сказал: «Не я, поверьте!»
Пач: «А Ферти врёт всегда…»
Кто ж разбил на самом деле?
На решенье – 5 минут:
Сопоставьте заявленья
И учтите, трое лгут!
Для начала предположим:
Ферти правду говорит,
Но тогда, выходит тоже,
Что, пойми, не лжёт и Пит.
Предположим, честен Финди…
Так иди за ходом ход.
Не робей! Подумай! Выйдет!
Тот кто ищет, тот найдёт.

Приложение

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ДЕПАРТАМЕНТ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПОЛИТИКИ
В СФЕРЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ПИСЬМО
от 28 октября 2015 г. N 08-1786

О РАБОЧИХ ПРОГРАММАХ УЧЕБНЫХ ПРЕДМЕТОВ

Департамент государственной политики в сфере общего образования Минобрнауки России (далее - Департамент) в связи с участившимися обращениями из субъектов Российской Федерации по вопросам составления рабочих программ учебных предметов сообщает.

В соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами (далее - ФГОС) рабочие программы учебных предметов, курсов являются обязательным компонентом содержательного раздела основной образовательной программы образовательной организации.

Рабочие программы учебных предметов, курсов и курсов внеурочной деятельности разрабатываются на основе требований к результатам освоения основной образовательной программы с учетом основных направлений программ, включенных в структуру основной образовательной программы, и должны обеспечивать достижение планируемых результатов освоения основной образовательной программы.

В соответствии с ФГОС рабочие программы отдельных учебных предметов, курсов должны содержать:

1) пояснительную записку, в которой конкретизируются цели общего образования с учетом специфики учебного предмета;

2) общую характеристику учебного предмета, курса;

3) описание места учебного предмета, курса в учебном плане;

4) личностные, метапредметные и предметные результаты освоения конкретного учебного предмета, курса;

5) содержание учебного предмета, курса;

6) тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности;

7) описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательной деятельности;

8) планируемые результаты изучения учебного предмета, курса.

Педагогическими работниками, как показывает практика, при составлении своей рабочей программы копируется в полном объеме примерная основная образовательная программа (примерная рабочая программа учебного предмета) и объем такой рабочей программы может достигать до 600 страниц. Документ такого объема, безусловно, не может выполнять функцию эффективного инструмента для учителя и формально является документом, составленным для администрации образовательной организации.

В целях снижения административной нагрузки педагогических работников общеобразовательных организаций Департаментом подготовлены изменения в федеральные государственные образовательные стандарты общего образования в части требований к рабочим программам учебных предметов.

Основными элементами рабочей программы учебного предмета, курса, в соответствии с подготовленными изменениями, являются:

1) планируемые предметные результаты освоения конкретного учебного предмета, курса;

2) содержание учебного предмета, курса с указанием форм организации учебных занятий, основных видов учебной деятельности;

3) календарно-тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы.

Программы курсов внеурочной деятельности должны содержать:

1) личностные и метапредметные результаты освоения курса внеурочной деятельности;

2) содержание курса внеурочной деятельности с указанием форм организации учебных занятий, основных видов учебной деятельности;

3) календарно-тематическое планирование.

Кроме того, авторские программы учебных предметов, разработанные в соответствии с требованиями ФГОС и с учетом примерной основной образовательной программы соответствующего уровня образования, также могут рассматриваться как рабочие программы учебных предметов. Решение о возможности их использования в структуре основной образовательной программы принимается на уровне образовательной организации.

В настоящее время Минобрнауки России также подготовлены изменения в Порядок формирования федерального перечня учебников (далее - Порядок), в том числе в части расширения требований к учебникам. Предполагается, что в федеральный перечень учебников будут включаться учебники, имеющие методическое пособие для учителя, содержащее материалы по методике преподавания, изучения учебного предмета (его раздела, части) или воспитания, в том числе примерную рабочую программу учебного предмета, разработанную в соответствии с требованиями ФГОС.

До вступления в силу указанных изменений во ФГОС и Порядок с Рособрнадзором достигнута договоренность о снижении требований к рабочим программам учебных предметов в ходе контрольных мероприятий, проводимых органами контроля (надзора) на территории субъектов Российской Федерации.

Департамент просит довести указанную информацию до сведения руководителей общеобразовательных организаций.

Пилипенко Василина Васильевна

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС
«ЛОГИКА В ЗАДАЧАХ»

методическая разработка

На обложке репродукция картины Фредерика Гудалла «Арабская школа»

СОДЕРЖАНИЕ