

И.К. Кондаурова

**Теория и методика обучения математике  
в системе профессионального образования**

**Часть 2. Общая методика**

**Учебное пособие**

Саратов – 2017

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Саратовский национальный исследовательский государственный  
университет имени Н.Г. Чернышевского»

Механико-математический факультет

**Теория и методика обучения математике  
в системе профессионального образования**

**И.К. Кондаурова**

**Часть 2. Общая методика**

Учебное пособие для студентов,  
обучающихся по направлению подготовки магистратуры 44.04.01 –  
«Педагогическое образование» (профиль подготовки «Профессионально  
ориентированное обучение математике»; квалификация (степень)  
выпускника – магистр; форма обучения – заочная)

УДК [373.091.398:51(075.8)  
ББК 74.202.5я73  
К64

**Кондаурова, И.К.**

К64 Теория и методика обучения математике в системе профессионального образования. В 3 частях. Часть 2. Общая методика : учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки магистратуры 44.04.01 – «Педагогическое образование» (профиль подготовки «Профессионально ориентированное обучение математике»; квалификация (степень) выпускника – магистр; форма обучения – заочная) / И. К. Кондаурова. – Саратов, 2017. – 49 с.

Учебное пособие знакомит читателя с избранными вопросами общей методики обучения математике в контексте предстоящей профессиональной деятельности, которые являются теоретической основой организации процесса обучения математике в системе профессионального образования.

Пособие адресовано студентам, обучающимся по направлению подготовки магистратуры 44.04.01 – «Педагогическое образование» (профиль подготовки «Профессионально ориентированное обучение математике»; квалификация (степень) выпускника – магистр; форма обучения – заочная).

**Рецензент – Т.А. Капитонова**

кандидат педагогических наук, доцент,  
доцент кафедры математики и методики ее преподавания  
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

**Рекомендовано к печати:**

НМК механико-математического факультета  
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

© Кондаурова И. К., 2017

## СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	5
ТЕМА 6. Формы и средства профессионально ориентированного обучения высшей математике .....	7
ТЕМА 7. Диагностика качества профессионально ориентированного математического образования .....	22
ТЕМА 8. Руководство научно-исследовательской деятельностью обучающихся (по математике) .....	28
ТЕМА 9. Дополнительное математическое образование студентов.....	31
ТЕМА 10. Специфика формирования математических понятий, методика работы с алгоритмами и правилами, обучение решению задач, изучение теорем .....	36

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие составлено в соответствии с рабочей программой дисциплины «Теория и методика обучения математике в системе профессионального образования» и знакомит читателей с избранными вопросами общей методики обучения математике в контексте предстоящей профессиональной деятельности, которые являются теоретической основой организации процесса обучения математике в системе профессионального образования. Пособие адресовано студентам, обучающимся во 2 семестре по направлению подготовки магистратуры 44.04.01 – «Педагогическое образование» (профиль «Профессионально ориентированное обучение математике»; форма обучения – заочная).

В результате освоения дисциплины «Теория и методика обучения математике в системе профессионального образования» магистрант должен:

– знать: инновационную государственную образовательную политику в области профессиональной деятельности, психолого-педагогические и организационные особенности процесса обучения высшей математике студентов в контексте предстоящей профессиональной деятельности (основные подходы к формированию образовательной среды для студентов, изучающих математику по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО); основы и особенности применения современных методик и технологий организации обучения и воспитания (высшей математике) обучающихся по программам бакалавриата и ДПО с учетом принципа профессиональной направленности; основные характеристики и особенности применения современных диагностических методик, позволяющих оценить возможности, потребности и достижения студентов, изучающих математику, в зависимости от уровня осваиваемой образовательной программы (бакалавриат и ДПО); основные целевые, содержательные, процессуальные и результативные характеристики научно-исследовательской работы студентов, изучающих математику по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО) и особенности применения различных подходов к организации и руководству научно-исследовательской работой студентов, изучающих математику по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО); научно-методические основы разработки и особенности применения методик, технологий и приемов профессионально ориентированного обучения студентов, изучающих математику по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО)); основы и современное состояние преподаваемой области

научного знания (высшая математика) и методику их изучения обучающимися по программам бакалавриата и ДПО с учетом принципа профессиональной направленности.

– уметь: использовать современные методики и технологии организации профессионально ориентированного обучения и воспитания (математике), диагностики и оценивания качества образовательного процесса по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО); использовать профессиональные знания и умения в реализации задач инновационной образовательной политики; планировать работу по руководству научно-исследовательской работой студентов, изучающих математику по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО); реализовывать методики, технологии и приемы профессионально ориентированного обучения математике;

– владеть: навыками организации профессионально ориентированного обучения и воспитания (математике), диагностики и оценивания качества образовательного процесса по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО) с использованием современных методик и технологий в условиях специально организованной учебно-лабораторной среды; навыками формирования образовательной среды для студентов, изучающих математику по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО) в условиях специально организованной учебно-лабораторной среды; навыками планирования и организации научно-исследовательской работы студентов, изучающих математику по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО); навыками реализации (в условиях специально организованной учебно-лабораторной среды) методик, технологий и приемов профессионально ориентированного обучения студентов, изучающих математику по различным образовательным программам (бакалавриат и ДПО).

## ТЕМА 6. ФОРМЫ И СРЕДСТВА ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

### Теоретические сведения

Формы обучения высшей математике. Реализация содержания обучения осуществляется в различных организационных формах. Организационные формы обучения – это виды учебных занятий, отличающихся друг от друга дидактическими целями, составом студентов и слушателей, местом проведения, продолжительностью, содержанием деятельности преподавателя и обучающихся. В организационных формах обучения реализуется система взаимодействия учения и управления учебной деятельностью, осуществляемая по определенному, заранее установленному порядку и режиму. Основными формами организации учебного процесса в вузе являются аудиторные и внеаудиторные занятия, в которых применяются фронтальная, групповая и индивидуальная формы организации учебной работы со студентами. На аудиторных и внеаудиторных занятиях осуществляется формирование навыков как математической (рассмотрение основных дидактических единиц темы, их применение к решению математических задач, развитие математического мышления студентов и т.д.), так и профессиональной (применение математических знаний и методов к решению профессиональных задач, формирование умений и навыков решения профессионально ориентированных математических задач, формирование элементов профессионального мышления и др.) деятельности. Основные формы обучения математике в вузе представлены на рисунке 1.

К аудиторным занятиям относятся лекции и практические занятия. Слово «лекция» имеет латинский корень «*lectio*» – чтение. Лекция представляет собой способ изложения объемного теоретического материала, обеспечивающий целостность и законченность его восприятия студентами. Лекция по высшей математике должна давать систематизированные основы научных знаний по указанной дисциплине, раскрывать состояние и перспективы развития математики, концентрировать внимание студентов на наиболее сложных, узловых вопросах, стимулировать их активную познавательную деятельность, демонстрировать приложения изложенной математической теории к профессиональной сфере деятельности. Основные функции лекции: познавательная (обучающая), развивающая, воспитательная и организующая. По способу изложения материала лекции подразделяются на традиционные и инновационные.

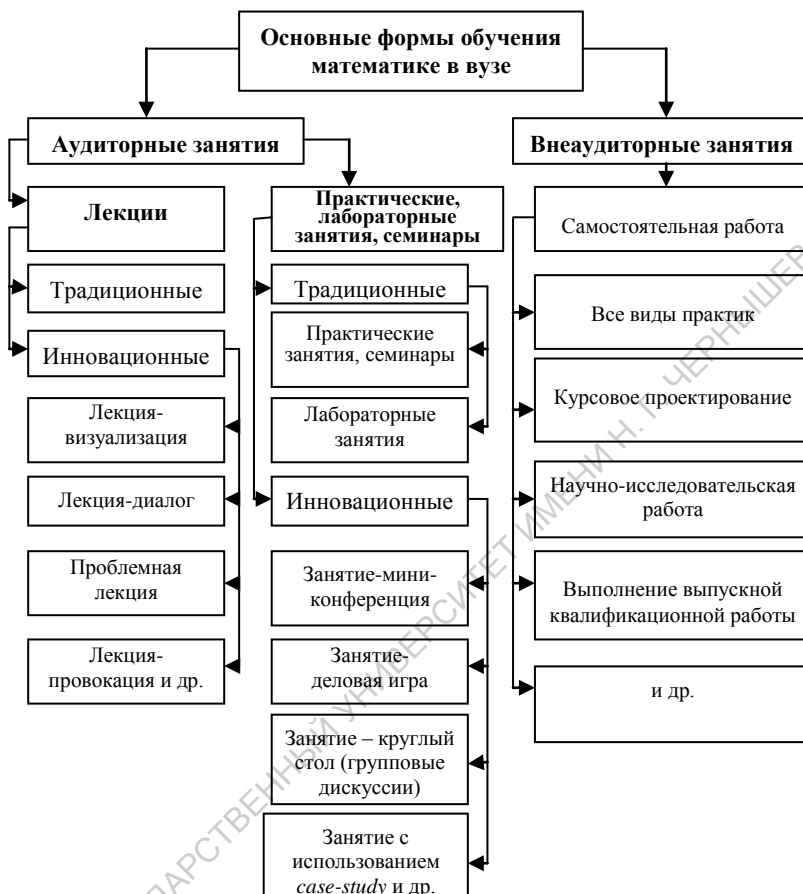


Рисунок 1 – Основные формы обучения математике в вузе

Структура традиционной лекции: вступление (введение), изложение и заключение.

Вступление (введение) определяет тему, план и цель лекции. Оно призвано заинтересовать аудиторию, сообщить, в чем заключается предмет лекции и ее актуальность, основная идея (проблема, центральный вопрос), связь с предыдущим и последующим материалом, с будущей профессиональной деятельностью.

Изложение – основная часть лекции, в которой реализуется научное содержание темы, ставятся узловые вопросы, приводится система доказательств с использованием целесообразных методических приемов. Каждый учебный вопрос заканчивается краткими выводами, логически



подводящими обучающихся к следующему вопросу. Количество вопросов в лекции, как правило, от двух до четырех. Скорость изложения лекционного материала должна быть соизмерима с осмысленным конспектированием студентами учебного материала (слушание, осмысление, краткая запись).

Заключение обобщает в кратких формулировках основные идеи лекции и дает рекомендации по дальнейшему самостоятельному изучению лекционного материала.

Отдельные виды традиционных лекций (вводные, заключительные, установочные) имеют свои особенности в содержании и построении, которые необходимо учитывать при разработке плана-конспекта лекции.

Содержание вводной лекции по дисциплине «Математика» должно включать: определение учебной дисциплины; краткую историческую справку о развитии этой отрасли знаний и роли отечественных ученых в развитии данной науки; цели и задачи дисциплины, ее роль в общей системе обучения и связь со смежными дисциплинами; основные проблемы науки; методы изучения дисциплины, распределение времени по видам учебных занятий и по семестрам; основную и дополнительную учебную литературу; особенности самостоятельной работы слушателей над дисциплиной и формы возможного участия в научно-исследовательской работе; отчетность по дисциплине.

Заключительная лекция предназначена для обобщения полученных знаний и раскрытия перспектив дальнейшего развития науки. В соответствии с этим содержание заключительной лекции, как правило, включает: общий обзор пройденной дисциплины, основные выводы и обобщения; краткую характеристику современного состояния математики, ее достижений в России и за рубежом; трактовку главных линий дальнейшего возможного развития математики, указание существующих проблем и намеченных путей их решения.

Установочную лекцию читают слушателям заочного обучения на установочной сессии для организации самостоятельного изучения дисциплины в период между сессиями. Такие лекции носят обзорный характер, не включают полного и систематического изложения материала программы. Установочную лекцию отличает большая концентрация учебного материала, различного рода информации, значительное количество проблем, отсылка к множеству источников.

Самым слабым местом всех традиционных лекций является пассивность студентов при высокой односторонней активности преподавателя. В связи с этим перспективы повышения качества математической подготовки студентов связываются в настоящее время с использованием инновационных интерактивных лекций (проблемная лекция, лекция-визуализация, лекция-диалог, лекция-провокация и др.). Интерактивные («*inter*» – взаимный; «*act*» – действовать) лекции, в

отличие от традиционных, ориентированы на взаимодействие, беседу, диалог студентов не только с преподавателем, но и друг с другом.

Проблемная лекция – новое знание вводится как процесс разрешения проблемной ситуации в сотрудничестве и диалоге со студентами путем организации поиска решения проблемы. Среди проблемных лекций выделяют лекции, на которых: а) проблема ставится и разрешается самим лектором; б) выделение проблемы и ее решение осуществляется студентами; в) ставится проблема, решение которой завершается в самостоятельной работе студентов; г) проблема только ставится.

Лекция-визуализация – визуальная форма подачи лекционного материала средствами технических средств обучения (ТСО), натуральных объектов, моделей, символической наглядности, мультимедиа и т.д.; сводится к развернутому или краткому комментированию просматриваемых материалов. Этот вид лекции лучше всего использовать на этапе введения студентов в новый раздел, тему, дисциплину. Основная трудность лекции-визуализации состоит в выборе и подготовке системы средств наглядности, а также дидактически обоснованной подготовке процесса ее чтения с учетом психофизиологических особенностей студентов и уровня их знаний.

Лекция-диалог предполагает структурирование материала лекции в виде системы логически последовательных вопросов, на которые в ходе занятия должны быть получены исчерпывающие ответы. Как правило, на вопросы сначала отвечают студенты, а затем проводится анализ и обсуждение ответов. Преподаватель дает разъяснения по возникающим дополнительным вопросам и ошибочным ответам.

При проведении лекции-диспута материал рассматривается с разных позиций двумя преподавателями (или преподавателем и студентом). Они могут вести как взаимодополняющий диалог, так и оппонировать друг другу.

Лекция-провокация (лекция с заранее запланированными ошибками) стимулирует студентов к постоянному контролю предлагаемой информации (поиск ошибок) с последующей диагностикой этой деятельности и разбором ошибок.

Лекция-консультация может проводиться по различным сценариям: а) «вопросы-ответы» – лектор отвечает на вопросы студентов по курсу или разделу; б) «вопросы-ответы-дискуссия» изложение новой учебной информации лектором, постановка вопросов аудитории, организация дискуссии в поиске ответов на поставленные вопросы.

В статье И.В. Абдрахмановой и И.В. Луцки «Методика организации лекционных занятий по математике в условиях компетентностно-ориентированного обучения» представлены фрагменты интерактивных лекций и приемы, которые были использованы авторами в 2010-2013 гг.

при обучении теме «Аналитическая геометрия в пространстве» студентов направления подготовки «Менеджмент»:

1. При чтении проблемной лекции была предложена задача определения объема тетраэдра, с заданными координатами его вершин. Студенты выдвинули гипотезу об использовании формулы элементарной геометрии, для чего последовательно вычислили площадь основания треугольной пирамиды, затем составили уравнение плоскости, содержащей основание пирамиды, и определили расстояние от вершины пирамиды до плоскости ее основания. После студентам было предложено использовать смешанное произведение векторов и убедиться, что результат тот же. Затем были определены условия, при которых данная задача не имеет решения.

2. При организации лекции-диалога студенты производили вывод основных формул аналитической геометрии в пространстве по аналогии с теми положениями, которые были освоены при изучении темы «Аналитическая геометрия на плоскости». Преподаватель предложил ответить на вопросы, часть из которых представлена ниже:

Сколько векторов можно задать, имея четыре произвольно взятых точки  $A, B, C, D$ ?

Как определить координаты точки, делящей отрезок с заданными координатами концов в указанном отношении?

Два треугольника  $ABC$  и  $DHT$  заданы координатами их вершин. Докажите, что эти треугольники совмещаются параллельным переносом.

Докажите, что четырехугольник  $ABCD$  является параллелограммом, если заданы координаты всех его вершин. Определите, при каких координатах одной из вершин фигура станет равнобокой трапецией.

Как выглядит условие коллинеарности (ортогональности) векторов в пространстве?

В каком случае невозможно определить взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости в пространстве?

3. Лекция-диспут была организована двумя преподавателями, которые решали задачи аналитической геометрии в пространстве с позиций «геометра» и «алгебраиста». Взаимодополняющий диалог позволил студентам выявить условия компланарности и линейной независимости тройки векторов в пространстве, использовать матричный анализ и определители для выяснения принципиальной разрешимости задач определения взаимного расположения и количественных характеристик геометрических фигур в пространстве.

4. Лекция-провокация содержала некорректные определения операций над векторами, ошибки при вычислении числовых характеристик и неверные выводы, например:

«При вычитании векторов их координаты вычитаются».

«Объем параллелепипеда равен смешанному произведению векторов, на которых он построен».

Практическое занятие – форма обучения, обеспечивающая связь теории и практики путем систематизации, закрепления и углубления знаний, полученных студентами на лекционных занятиях, в том числе посредством обучения студентов приемам решения различных прикладных задач, образцы которых были даны на лекциях.

Структура традиционного практического занятия по математике: организационный этап (тема, цели, порядок проведения занятия); проверка домашнего задания; актуализация опорных знаний; решение задач; заключительный этап (подведение итогов, домашнее задание).

Подготовка преподавателя к проведению практического занятия начинается с изучения документации (учебного плана, рабочей программы дисциплины и т.д.) и заканчивается составлением плана занятия. На основе изучения исходной документации преподаватель формулирует цель и задачи практического занятия и определяет объем работ, который должен выполнить каждый обучающийся. Преподаватель знакомится с содержанием предшествующей лекции с точки зрения предстоящего практического занятия и разрабатывает его содержание:

а) формулирует вопросы, контролирующие знания на понимание обучающимися теоретического материала, который был изложен на лекции;

б) выделяет теоретические понятия, теоремы, положения и т.п., которые необходимо проиллюстрировать на конкретных задачах;

в) подбирает, предварительно решает и методически обрабатывает математические (в том числе, профессионально ориентированные) задачи;

г) подготавливает выводы из решенных задач, примеры из профессиональной практики, где встречаются задачи подобного вида;

д) определяет количество времени, необходимого для решения каждой задачи;

е) подбирает иллюстративный материал, необходимый для решения задач, продумывает расположение рисунков и записей на доске, а также различного рода демонстраций.

Практическое занятие проводится с одной группой, поэтому план его проведения должен учитывать индивидуальные особенности обучающихся данной группы. Это касается распределения времени, сложности и числа задач, предлагаемых для решения. В плане проведения практического занятия должны быть даны ответы на следующие вопросы: Сколько времени необходимо затратить на проверку домашнего задания? На опрос обучающихся по теории? Какие вопросы следует задать? Какие задачи будут решаться у доски и в какой последовательности? На что обратить внимание при решении той или

иной задачи? Как расположить чертежи и вычисления по каждой задаче? Кого нужно будет опросить по теории и кого вызвать к доске для решения задач? Какие задачи можно предложить для решения на местах без вызова к доске? Какие задачи предложить дополнительно «сильным» студентам? Какие задачи задать для самостоятельного решения дома?

Семинар – форма обучения, при которой преподаватель организует обсуждение предварительно определенных вопросов темы (раздела) программы с целями: углубленного изучения дисциплины; привития обучающимся навыков поиска, обобщения и изложения научной информации.

Структура традиционного семинарского занятия по математике: организационный этап (тема, цели, порядок проведения занятия); выступление студентов с докладами (рефератами); решение и обсуждение задач, сформулированных на лекциях и практических занятиях (чаще всего в форме докладов); заключительный этап (подведение итогов, план следующего семинара). Обязательные компоненты плана семинарского занятия: тема; цели; учебные вопросы, подлежащие рассмотрению; темы докладов (сообщений, рефератов); организационно-методические указания; рекомендованная литература.

Лабораторные занятия предполагают практическое освоение студентами теоретических положений изучаемой дисциплины, овладение техникой экспериментирования в соответствующей отрасли науки. Виды лабораторных занятий: ознакомительные; экспериментальные; учебно-исследовательские.

При обучении высшей математике используются как традиционные формы практических занятий (собственно практическое занятие, семинар, лабораторное занятие), так и инновационные их формы с использованием интерактивных методов обучения (мини-конференция; деловая игра; групповые дискуссии, анализ конкретных ситуаций и т.п.).

Например, практическое занятие по теме «Элементы математической статистики» можно начать с мини-конференции, то есть с выступлений студентов с 5-10 минутными докладами («Математическая статистика в истории»; «Основные методы математической статистики»). После выступлений преподаватель подводит итоги, дополняя или уточняя предложенную информацию, и формулирует основные выводы. Продолжить практическое занятие можно в виде семинара по типу «малых групп». Для этого студенты разбиваются на подгруппы (малые группы), каждая из которых выполняет одно из предложенных преподавателем заданий в рамках заранее оговоренного времени. Затем подгруппы докладывают о проделанной работе, а преподаватель подводит итог.

Помимо аудиторных занятий рабочая программа по математике предусматривает достаточно большой объем внеаудиторных занятий

(самостоятельная работа; все виды практик; курсовое и дипломное проектирование; научно-исследовательская работа и др.).

Средства обучения высшей математике – это материальные объекты, при помощи которых преподаватель и обучающийся, используя содержание и методы обучения, достигают поставленные перед ними цели (О.С. Зайцев). Существуют различные варианты классификаций средств обучения. Одна из них представлена на рисунке 2.

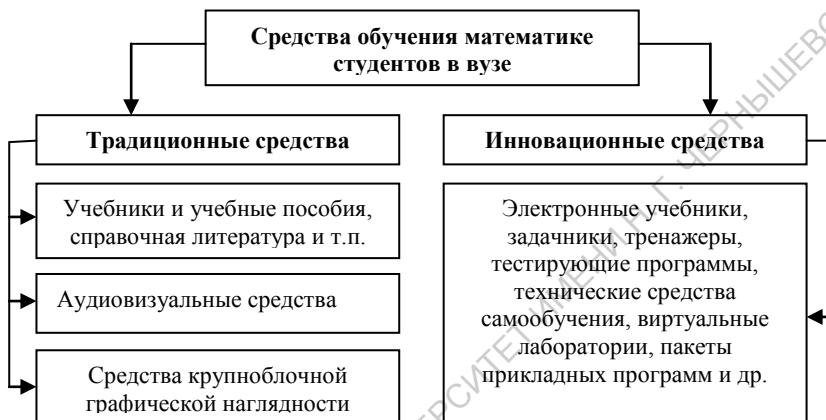


Рисунок 2 – Средства обучения математике

Охарактеризуем традиционные средства обучения высшей математике. Согласно ГОСТ 7.60-90 «Издания. Основные виды. Термины и определения», учебник – учебное издание, содержащее систематическое изложение учебной дисциплины (ее раздела, части), соответствующее учебной программе и официально утвержденное в качестве данного вида издания». Таким образом, согласно определению, учебник обладает двумя формальными, но весьма важными признаками – он полностью соответствует учебной программе и он имеет официальный гриф министерства о допуске или рекомендации. (А.А. Кузнецов, С.В. Зенкина). Охарактеризуем основные функции учебника по высшей математике: Информационная функция – раскрытие сути учебника как носителя содержания обучения, представленного текстом и иллюстрациями. Функция руководства – раскрытие дидактико-методологического содержания программы, то есть учебник определяет набор, акцентирование, ранжирование всего учебного материала (текстов, заданий, примеров). Благодаря этому он становится для преподавателя средством планирования, подготовки и проведения обучения. Функция стимулирования – определение значения учебника в закреплении знаний и стимулировании учения, повышение

интереса студентов к математике, возможностям ее использования в различных областях. Материал учебника должен вырабатывать умение работать с дополнительной литературой и справочниками. Функция упражнений, самоконтроля – обеспечение прочного и устойчивого усвоения знаний и умений, что достигается посредством упражнений, повторений, систематизации, организации контроля и самоконтроля. Функция координации – установление взаимосвязи с другими книгами и средствами учебно-методического обеспечения дисциплины «Математика». Последние представляют собой систему дидактических средств обучения (при ведущей роли учебника), которая обеспечивает наиболее полную реализацию учебно-воспитательных задач и развитие личностных качеств специалиста (бакалавра). Функция рационализации – ориентирование на экономию времени преподавателя и студентов как на аудиторных занятиях, так и вне их. Обеспечивается регулирование трудозатрат, использование дополнительных средств и аппарата для выработки рациональной основы ориентировочных действий учебного процесса. Воспитательная (мировоззренческая) функция – развитие у студентов с помощью учебника научного мировоззрения, научного и творческого мышления, профессиональной культуры, целостного отношения к научным знаниям, формирование на основе всего этого эмоционально-мотивационной сферы (речь идет о выявлении гуманистической ориентации естественнонаучного знания посредством текстов, заданий и иллюстраций).

Следует отметить, что основное содержание обучения, структуру его реализации дает учебник, а конкретизацию, дифференциацию и даже индивидуализацию содержания обучения и способов овладения им дают методические пособия, книги для студентов, дидактические материалы и пр.

К отдельной категории относятся справочники (словари, определители), приоритетные функции которых – информационная, систематизирующая, закрепления и самоконтроля. Они должны обеспечивать потребности студентов в пределах программы. Для обобщающего повторения и при подготовке к экзаменам могут использоваться справочные пособия, в которых кратко, но достаточно полно и логически стройно изложено содержание учебного курса.

Для обеспечения закрепления полученных знаний и формирования навыков самоконтроля важное значение имеют дидактические материалы. Наличие в них дифференцированных заданий обеспечивает индивидуальный подход к студентам, осуществление контрольных мероприятий. Возможен вариант представления практических работ. Так, это могут быть практикумы, в том числе задачники, сборники упражнений, пособия для обобщающего повторения и др. Задания и задачи должны способствовать выработке у студентов умений применять

теоретические знания на практике, математические задачи должны носить профессионально ориентированный характер. Профессионально ориентированная математическая задача – это задача, условие и требование которой определяют собой модель некоторой ситуации, возникающей в профессиональной деятельности специалиста (бакалавра), а исследование этой ситуации средствами математики способствует профессиональному развитию личности студента.

Для обеспечения наглядности и интенсификации усвоения дисциплины «Математика» могут применяться аудиовизуальные средства, а также средства крупноблочной графической наглядности, которые представляют собой наглядные схемы закодированного подлежащего изучению учебного материала в его существенных связях и взаимоотношениях, или, другими словами, средства обучения в виде компактных, одномоментно обозримых, легко запечатлеваемых и относительно быстро воспроизводимых графических схем, в которых представлена система смысловых блоков с закодированным в ней основным содержанием учебного материала определенного объема (С.П. Шмалько, Д.В. Чернилевский).

Разработка средств крупноблочной графической наглядности, по мнению авторов пособия «Графическое сгущение учебной информации» (С.П. Грушевского, В.В. Гузенко, А.А. Остапенко и др.) состоит из трех этапов: кодирования знаний; укрупнения (ранее закодированного); структурирования (ранее укрупненного). На первом этапе происходит осмысление содержания преподаваемого материала: выявляются основные дидактические единицы, затем учебный материал кодируется. Под кодированием учебной информации понимают процесс сокращенной записи отдельных понятий, определений, фактов, явлений, величин и т.д. при помощи определенных знаковых, рисуночных или цветовых кодов. Под укрупнением закодированного материала понимают нахождение общих и различных черт, выделение взаимосвязей (логических, ассоциативных, формальных и т.п.) между ними, сплочение информации в единое целое в виде мнемонических или логических средств укрупнения. Материал, организованный каким-либо способом (визуально, семантически или путем классификации), запоминается и воспроизводится легче, чем неорганизованный материал. Под структурированием укрупненного материала понимают создание крупноблочных графических опор, таких как блок-схемы, граф-схемы, логико-смысловые модели и т.п. Учебному материалу придается целостная форма, которая позволяет с наибольшим эффектом усваивать данную информацию.

В статье С.П. Шмалько «Сгущение учебной профессионально ориентированной информации по математике при обучении студентов-экономистов» представлены примеры средств крупноблочной



графической наглядности, используемые автором при обучении математике студентов экономических направлений подготовки: таблично-матричная опора «Основные формулы дифференциального исчисления»; граф-схема «Случайная величина»; «слепая схема» по теме «Исследование функции» и др.

Перспективы повышения качества математической подготовки студентов связываются в настоящее время с активным использованием инновационных средств обучения.

Компьютерное средство обучения (КСО) – это программный комплекс, предназначенный для решения определенных педагогических задач, имеющий предметное содержание и ориентированный на взаимодействие с обучаемым (А.И. Башмаков, И.А. Башмаков). По решаемым учебно-педагогическим задачам КСО можно подразделить на группы теоретической подготовки (электронные учебники и издания, электронные курсы лекций, видео- и мультимедиалекции, компьютерные справочники, энциклопедии, словари и базы данных и др.), практической подготовки (компьютерные обучающие системы, компьютерные лабораторные практикумы, электронные задачки, компьютерные тренажеры, виртуальные лаборатории, автоматизированные системы обработки информации, пакеты прикладных программ и др.), контроля знаний (компьютерные системы контроля и оценки знаний, тестирующие программы, электронные сборники заданий и вопросов для различных форм контроля знаний, умений и навыков и др.), учебной и производственной практики (компьютерные тренажеры, виртуальные лаборатории, пакеты прикладных программ и др.), самостоятельной работы (технические средства самообучения, компьютерные системы с функциями самообучения и самоконтроля знаний, пакеты прикладных программ и др.). Кроме того, могут быть представлены комплексные системы, в которых интегрированы функции различных средств.

Термином «электронный учебник» в настоящее время обозначается огромный массив электронных документов, обладающих самыми разными свойствами. Приведем определение автоматизированного (электронного) учебника из ГОСТ 7.83-2001 «Электронные издания. Основные виды и выходные сведения»: «учебник, содержание которого создается, хранится и доводится до обучаемого с использованием автоматизированных информационных технологий и является частью автоматизированной системы обучения».

Электронный учебник, так же как и традиционный, должен полностью соответствовать учебной программе, обладать соответствующим грифом, располагаться на цифровом материальном носителе и, согласно определению автоматизированной обучающей системы, «повышать эффективность» образовательного процесса.

Раскрывая понятие «повышения эффективности» образовательного процесса, многие авторы (например, С.А. Христочевский, В.Б. Ясинский, В.А. Вуль) отмечают, что электронный учебник должен обладать свойствами мультимедийности, то есть нелинейного графического или аудио-графического представления информации.

Л.В. Тихонова выделила требования, которым должен соответствовать современный электронный учебник по математике:

#### 1. Структурированное представление текстовой информации.

Психологами установлено, что человек очень часто не способен воспринимать с экрана компьютера более чем пять строк информации. Конечно, такие жесткие требования оказывается невозможно выполнить. Тем не менее, необходимо сократить количество текстовой информации на странице до необходимого минимума, а для создания структурных связей использовать механизм ссылок. Еще одним моментом, облегчающим работу с текстовой информацией электронного учебника, могут стать всплывающие окна. Очень часто студенту не нужно досконально изучать тему, связанную с данным понятием, а нужно всего лишь освежить в памяти основные понятия, определения, свойства и теоремы. Поэтому удобен следующий механизм: при наведении указателя мышки на понятие возникает небольшое всплывающее окно, в котором раскрыты основные моменты, связанные с данным понятием, а при щелчке мышкой на само понятие открывается посвященный ему развернутый раздел. Такое структурированное представление информации позволяет быстро охватить требуемый раздел курса и в то же время сохраняется возможность более полного ее охвата по желанию пользователя.

#### 2. Использование динамических мультимедийных объектов и моделей при объяснении нового материала.

Безусловно, структурированное представление информации облегчает студенту освоение материала и позволяет строить свою собственную траекторию изучения материала, но при реализации только этого требования мы получаем в итоге электронную энциклопедию, а не электронный учебник. В современных электронных учебниках текстовая информация на экране сопровождается голосом диктора. Это, конечно, позволяет повысить уровень усвоения, так как, во-первых, будут задействованы уже два канала восприятия информации, а во-вторых, голос диктора будет меньше утомлять обучаемого, чем простое чтение текста с экрана компьютера. Тем не менее, необходимо сопроводить звуковое воспроизведение информации изменяющейся динамической моделью на экране. Именно здесь возникают наибольшие трудности. Математика – наука абстрактная и зачастую очень сложно придумать такую модель, которая должна динамически изменяться на экране монитора. На данный момент существуют электронные пособия, которые полностью

дублируют поведение лектора у доски: на некотором подобии экранной доски последовательно появляются формулы, сопровождаемые объяснением диктора. Безусловно, подчас только такой подход и является единственно возможным, однако далеко не всегда. Разве никогда не хотелось преподавателю при объяснении темы операции над матрицами взять и перевернуть матрицу тем или иным образом или наложить одну матрицу на другую. Современные компьютерные технологии предоставляют такую возможность! Наивысшим уровнем методического мастерства создателя электронного учебника можно признать создание интерактивных динамических моделей математических объектов. Включение пользователя в происходящее на экране наиболее трудная, но и наиболее благодарная с точки зрения качества процесса обучения задача. Действия пользователя можно разделить на несколько категорий: 1) «игровые», когда пользователь участвует в процессе, пользуясь подсказками программы, выполняет действия, которые могли бы быть осуществлены и без его участия; 2) исследовательские, когда пользователь изучает поведение модели исходя из разных значений входных параметров; 3) контрольные, когда пользователь выполняет действия, оцениваемые программой.

3. Наличие краткого конспекта в каждой теме, предназначенного, в том числе, и для печати на принтере. Это требование непосредственно связано с первым: пользователь должен иметь возможность получить доступ к основной части информации и в другой, более комфортной, для него обстановке. Кроме того, возможность иметь конспект в бумажном варианте может помочь вспомнить учебный материал при подготовке к экзамену.

4. Возможность использовать прикладные программные средства, например Mathcad, Excel и другие программы, которые применяются при изучении курса математики. В электронном учебнике должна присутствовать информация о том, как решается та или иная задача в указанной программе, а также обязательно присутствовать файлы с ее решением в этой программе.

5. Контроль программы за траекторией движения пользователя по освоению данного курса. Данный контроль не должен быть навязчивым. Программа должна подсказывать пользователю, какие главы теоретического материала еще не освоены, какие тесты не пройдены и какие задачи не решены. Идеальным вариантом была бы система, способная производить анализ ошибок, сделанных пользователем при решении задач или при прохождении тестирования, и подсказывающая, что необходимо для их исправления.

А.А. Кузнецов и С.В. Зенкина проанализировали ресурсы Интернета на предмет выявления документов, названных авторами «электронный учебник». Все их можно разделить на следующие группы:

а) традиционный учебник, представленный в оцифрованном (отсканированном) виде, не обладающий признаками гипертекстового документа. Это, скорее, учебник на электронном носителе. Например, учебник для студентов медицинских вузов «Основы высшей математики и статистики» (<http://www.medsite.net.ru/?page=getbook&id=012702>).

2) традиционный учебник, имеющий признаки гипертекстового документа (например, имеющий оглавление и гиперссылки на разделы, или средства навигации по страницам). Это переходная форма к электронному учебнику, тяготеющая к традиционному учебнику на электронном носителе. Среди просмотренных учебников можно назвать целый ряд учебников, расположенных на сайте Федерации Интернет-образования (<http://www.center.fio.ru/som/items.asp?id=10001373>).

3) электронный учебник, созданный как самостоятельный документ, обладающий отличительными признаками, графическими или аудио-графическими формами представления информации. Наиболее интересными из просмотренных материалов являются «Электронный учебник по статистике от StatSoft» (<http://www.statsoft.ru/home/textbook/>), электронный учебник «Математика для юристов» на сайте издательства дистанционного образования (<http://teachpro.ru/course2d.aspx?idc=15060>), электронный учебник «Теория вероятностей» (<http://teoriaver.narod.ru/per.htm>), электронное «Справочное пособие по математическому анализу для студентов экономических специальностей» (<http://matan.isu.ru/matan/index.html>); авторские электронные учебники по математическому анализу и другим разделам высшей математики (<http://math.fizteh.ru/study/literature.esp> и <http://mschool.kubsu.ru/>). Последняя группа учебников может использоваться в режиме online или в автономном режиме.

Электронные энциклопедии объединяют функции демонстрационных и справочных материалов и, в соответствии со своим названием, являются электронным аналогом обычных справочно-информационных изданий, таких, как энциклопедии, словари, справочники. Для создания таких энциклопедий обычно используются гипертекстовые системы и языки гипертекстовой разметки, например HTML, XML, SGML. В отличие от своих бумажных аналогов, гипертекстовые энциклопедии обладают рядом дополнительных свойств и возможностей:

- обычно поддерживают удобную систему поиска по ключевым словам и понятиям;
- имеют удобную систему навигации на основе гиперссылок;
- могут включать в себя аудио- и видеофрагменты.

Несомненно, электронная учебная литература имеет свои преимущества, однако существуют и недостатки. Это выражено в

отсутствии учета психолого-педагогических требований, междисциплинарных связей и недостаточной преемственности материала. Отсутствует единый подход к подбору иллюстрированного материала, адресность, которая выражается в учете индивидуальных особенностей обучающегося, состояния здоровья и профессиональной направленности в обучении. Существенными недостатками являются фрагментарность программ, которая заключается в неполном охвате материала или полном дублировании учебников, несоблюдение санитарно-гигиенических норм в подаче материала, слабое использование графических возможностей компьютера.

Образовательный web-сайт – это совокупность объединенных гиперссылками web-страниц, посвященных образовательным целям и расположенных на одном сервере. Образовательные сайты создаются как силами самих студентов, например, в рамках ежегодного международного конкурса ThinkQuest (<http://www.thinkquest.da.ru/>), так и преподавателями. Образовательный сайт, как и любой другой – это, прежде всего, подробный, красочно оформленный информационный источник со множеством гиперсвязей, позволяющих расширять и углублять информационное поле изучаемой темы. Объединенные одной темой разбросанные по разным серверам сайты являются продуктом многих авторов, что позволяет изучить разнообразные точки зрения.

Презентации – наиболее распространенный вид представления демонстрационных материалов. Для презентаций используются такие программные средства как PowerPoint или Open Impress, Flash, SVG. Фактически презентации являются электронными диафильмами, но, в отличие от обычных диафильмов, могут включать в себя анимацию, аудио- и видеофрагменты, элементы интерактивности. Эти компьютерные средства обучения особенно интересны тем, что создать их может любой преподаватель, имеющий доступ к персональному компьютеру, причем с минимальными затратами времени на освоение средств создания презентаций.

Также немаловажное значение в процессе обучения высшей математике в вузе имеют:

1) программные средства (системы) – тренажеры, предназначенные для отработки умений, навыков учебной деятельности, самоподготовки. Обычно они используются при повторении или закреплении ранее пройденного материала;

2) программы, предназначенные для контроля (самоконтроля) уровня овладения учебным материалом, – контролирующие программные средства.

В обучении математике возможно использование средств Интернет-технологий: средства общения и коммуникации (электронная почта, чат, форумы, блоги и др.); социальные образовательные сети; сетевые

педагогические сообщества; вебинары, аудио- и видеоконференции; сервисы, позволяющие организовывать совместную работу с различными типами документов (средства коллективного создания гипертекста, хранения мультимедиа-информации, карты знаний и др.).

## **ТЕМА 7. ДИАГНОСТИКА КАЧЕСТВА ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

### **Теоретические сведения**

Диагностика качества профессионально ориентированного математического образования: основные понятия, функции, принципы, методы, этапы. Качество образования – это интегральная характеристика системы образования, отражающая степень соответствия ресурсного обеспечения образовательного процесса, образовательных результатов нормативным требованиям, социальным и личностным ожиданиям. Диагностика включает в себя контроль, проверку, оценивание, накопление статистических данных, их анализ, коррекцию, выявление динамики, тенденций, прогнозирование дальнейшего развития событий. Контроль означает выявление, измерение и оценивание знаний, умений и приобретенных компетенций обучающихся. Выявление и измерение (как составной элемент контроля) называют проверкой. Кроме проверки контроль содержит в себе «оценивание» (как процесс) и «оценку» (как результат) проверки. Оценки фиксируются в виде отметок (условных обозначений, численных аналогов оценки).

Одним из главных средств повышения качества математического образования в вузе является система оценивания учебной деятельности студента, реализующая следующие функции (Д.В. Чернилевский):

- контролирующая (выявление знаний, умений, уровня приобретенных компетенций обучаемых и постоянный контроль за ходом и результатами обучения);
- организующая (организация систематической повседневной работы обучаемых по усвоению и совершенствованию знаний, умений, компетенций);
- развивающая (стимулирование познавательной активности обучаемых, развитие их творческих способностей);
- обучающая (обобщение и систематизация знаний);
- ориентирующая (получение информации о степени достижения целей обучения отдельным студентом и группой в целом);
- методическая (совершенствование методики преподавания);
- воспитывающая (воспитание у обучаемых ответственности за результаты своей деятельности);
- диагностическая (получение информации об ошибках, недочетах, пробелах в знаниях, установление порождающих их причин,

формирование конкретных рекомендаций по устранению дефектов качества знаний);

– прогностическая (получение информации для дальнейшего планирования и осуществления учебного процесса).

При обучении математике в вузе перечисленные функции могут дать педагогический эффект только при соблюдении ряда дидактических требований к системе контроля и оценки, среди которых важно выделить (М.Я. Виленский, П.И. Образцов, А.И. Уман):

– индивидуальный характер, требующий осуществления контроля за работой каждого обучаемого, за его личной познавательной деятельностью, не допускающей подмены результатов учения отдельных студентов итогами работы коллектива (учебной группы) и наоборот;

– систематичность и регулярность проведения контроля на всех этапах обучения, сочетание его с другими сторонами учебной деятельности студентов;

– разнообразие форм проведения, обеспечивающее выполнение всех названных выше функций контроля, повышение интереса обучаемых к его проведению и результатам;

– всесторонность, заключающуюся в том, что контроль должен охватывать все разделы рабочей программы, обеспечивать проверку как теоретических знаний, так и практических умений и приобретенных компетенций;

– объективность контроля, исключающую преднамеренные, субъективные и ошибочные оценочные суждения и выводы преподавателя, основанные на недостаточном знании студентов или предвзятом отношении к некоторым из них;

– дифференцированный подход, учитывающий специфические особенности отдельных разделов математики, а также индивидуальные характеристики студентов.

Через названные требования реализуются основные принципы организации контроля и оценки в вузе: научность, системность, систематичность, всесторонность, объективность и др.

Важное место при обучении математике в вузе занимает выбор оптимальных методов контроля за результатами учебного процесса. Методы контроля – это способы, с помощью которых определяется результативность учебно-познавательной и других видов деятельности студентов и педагогической работы преподавателя. В современном вузе в различных сочетаниях используются методы устного, письменного, практического, машинного контроля и самоконтроля обучающихся.

В соответствии с ФГОС ВО и п. 58 «Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата,

программам специалитета, программам магистратуры» оценка качества освоения обучающимися основных образовательных программ включает следующие этапы: текущий контроль успеваемости, промежуточную и государственную итоговую аттестацию обучающихся.

Фонды оценочных средств. Паспорт (карта) компетенции. Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся вузом создаются фонды оценочных средств (ФОС). ФОС по дисциплине представляет собой «совокупность контролирующих материалов, предназначенных для измерения уровня достижения студентом установленных результатов обучения и позволяющих оценить знания, умения и уровень приобретенных компетенций на этапе изучения данной учебной дисциплины. При разработке ФОС по учебной дисциплине должно быть обеспечено их соответствие ФГОС ВО по направлению подготовки, ООП и учебному плану направления подготовки, рабочей программе дисциплины и образовательным технологиям, используемым в преподавании данной дисциплины. Поэтому в рабочей программе дисциплины должны быть четко сформулированы конечные результаты обучения в органичной увязке с осваиваемыми знаниями, умениями и приобретаемыми компетенциями в целом по ООП» (Н.С. Зиндинова).

Классифицируем ФОС по этапам контроля: ФОС текущего контроля; ФОС промежуточной аттестации; ФОС государственной итоговой аттестации. Текущий контроль – это непрерывно осуществляемое наблюдение за уровнем усвоения знаний и формированием компетенций в течение семестра или учебного года. Он осуществляется в ходе учебных аудиторных занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля могут быть опросы или небольшие задания, выполняемые студентами на семинарских, практических и лабораторных занятиях. ФОС по текущему контролю могут содержать контрольные вопросы и типовые задания для практических занятий, лабораторных и контрольных работ; примерную тематику рефератов (докладов); тематические тесты и др.

Промежуточный контроль (промежуточная аттестация) – это вид контроля, предусмотренный учебным планом, который проводится в форме экзамена или зачета по учебной дисциплине. ФОС промежуточного контроля может включать список вопросов к экзамену или зачету, экзаменационные билеты, задания к зачету, итоговые тесты, отчеты (проекты) с презентациями, примерную тематику курсовых работ и т.п. В итоговых тестах по учебной дисциплине наряду с обычными заданиями желательно использовать кейс-задания (проблемные задания, в которых студентам предлагается осмыслить профессионально-ориентированную ситуацию, необходимую для решения поставленной проблемы).



Итоговая аттестация выпускников предусматривает традиционные формы контроля – государственный экзамен, защиту выпускной квалификационной работы. Для этой цели разрабатываются ФОС, в которые включаются программа государственного экзамена, экзаменационные билеты, темы выпускных квалификационных работ и методические рекомендации по их выполнению, подготовке к защите, с указанием критериев оценки.

В процессе создания фонда оценочных средств учебной дисциплины важным этапом является разработка карты (паспорта) компетенции. В статье Е.П. Шабалиной и М.В. Довыдовой «Проектирование фонда оценочных средств уровней сформированности компетенций прикладного бакалавриата» рассмотрены основные этапы проектирования карты компетенции на примере компетенции ОПК-1 (прикладной педагогический бакалавриат).

Одним из средств, позволяющим оценить уровень образовательных достижений и степень сформированности компетенций на каждом определенном этапе изучения учебной дисциплины, является тест. Педагогический тест представляет собой систему взаимосвязанных заданий специфической формы, определенного содержания, возрастающей сложности, позволяющих надежно и валидно оценить знания и другие интересующие педагога характеристики личности (Д.В. Чернилевский). Тестирование имеет несколько функций: обучающую, корректирующую, диагностическую, прогностическую.

Выделяют четыре основные формы тестовых заданий (М.Б. Челышкова):

1. Задания закрытой формы, в которых студент выбирает правильный ответ из нескольких правдоподобных, предложенных на выбор. Эти правдоподобные версии называются «дистракторами». Чем логичнее «дистрактор», тем чаще на него «попадает» студент, давая неправильный ответ. Плохие «дистракторы», которые обучаемые не выбирают в силу их абсурдности, целесообразно убрать из тестового задания. Например:

Задание 1. Квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом действительные корни: а) имеет; б) не имеет.

Задание 2. Экстремум функции  $y = -x^2 + 1$  а) положителен; б) отрицателен.

Задание 3. Число решений системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + y = 5 \\ x + y^2 = 3 \end{cases}$  равно

а) двум; б) трем; в) четырем.

2. Задания открытой формы (на дополнение), когда ответы дают сами испытуемые, дописывая ключевое слово в утверждение и превращая его в истинное или ложное высказывание. Такое тестовое

утверждение содержит в одном предложении и вопрос, и ответ. Оно должно состоять из небольшого количества слов (чем меньше, тем лучше), а ключевое слово, которое вписывает обучаемый, должно завершать фразу. При формулировании задания важно минимумом слов добиваться максимальной смысловой ясности и однозначности содержания задания. Задания на дополнение бывают двух видов. Первый – с ограничениями, налагаемыми на ответы, возможности получения которых соответствующим образом определены по содержанию и форме представления. Второй – задания со свободно конструируемыми ответами, в которых студенты должны составить развернутый ответ в виде полного решения задачи с пояснениями. В заданиях с ограничениями заранее определяется, что однозначно считается правильным ответом, и задается степень полноты представления ответа. Обычно он бывает достаточно кратким – одно слово, число, символ и т.д. Иногда – более длинным, но не превышающим двух-трех слов. Например:

Задание 4. Операция вычисления производной называется\_\_\_\_\_.

3. Задания на соответствие, в которых с элементами одного множества требуется сопоставить элементы другого множества, причем число элементов во втором множестве должно на 20–30% превышать число элементов первого множества. Это обеспечивает студенту широкое поле для поиска правильного ответа. Например:

Задание 5.

Функция

1)  $y = \sin 2x \cos x$

2)  $y = \cos 2x \sin x$

3)  $y = 2(\sin^3 x - \sin x)$

4)  $y = 2(\cos^2 x - \cos x)$

Производная

а)  $y' = \cos^2 x - 5\sin^2 x \cos x$

б)  $y' = 4 \cos x - 6 \cos^3 x$

в)  $y' = 2 \cos^3 x - 4 \sin^2 x \cos x$

г)  $y' = 2 \sin x - 6 \cos^2 x \sin x$

д)  $y' = 6 \sin^2 x \cos x - 2 \cos x$

е)  $y' = 6 \sin^3 x + 2 \sin x$

Ответы: 1)\_\_, 2)\_\_, 3)\_\_, 4)\_\_.

4. Задания на установление правильной последовательности. Студент указывает с помощью нумерации операций, действий или вычислений требуемую заданием последовательность. Например:

Задание 6. Установите правильную последовательность в общей схеме исследования функции:

- определить корни функции и точки пересечения графика с осью  $OY$ ;
- вычислить первую производную и найти абсциссы критических точек первого рода;
- найти уравнения асимптот;
- найти область изменения функции;
- определить интервалы выпуклости и вогнутости и координаты точек перегиба;
- найти область определения функции;
- построить график функции;
- вычислить вторую производную и найти абсциссы критических точек второго рода;
- определить интервалы возрастания и убывания и абсциссы точек экстремума, вычислить экстремумы функции.

Преимущества тестирования по математике: позволяет за сравнительно короткое время проверить большой объем материала; ставит всех студентов в равные условия; способствует реализации дифференциации и индивидуализации процесса обучения математике; исключает субъективизм в оценке качества усвоения знаний; способствует поддержанию мотивации и устойчивого интереса к изучению математики.

Однако существуют негативные моменты, возникающие при применении тестирования: опасность отучить студента самостоятельно мыслить и приучить выбирать ответы только из предложенного ограниченного списка ответов, не давая возможности расширить свой кругозор или раскрыть свои знания; опасность подавления межличностного общения, так как в связи с общением с листом бумаги или компьютером снижается количество и качество личных контактов; ослабление способностей к самостоятельному творческому мышлению, так как мышление человека приспособляется к определенным правилам и моделям, ориентируясь на реализацию операций, имеющих ясные условия и предполагающих только один вывод; при тестовом контроле знаний студент не учится говорить «математическим языком»; студент может угадать правильный ответ, и часто бывает, что неуспевающий студент при тестовом контроле знаний получает более высокую оценку, чем его текущий уровень знаний. По этой причине тестовый контроль знаний должен быть смешанным, то есть в нем должны присутствовать все основные формы тестовых заданий.

Рейтинговая система оценки учебной деятельности студентов.

Одной из унифицированных форм контроля и оценивания обученности студентов в вузе является балльно-рейтинговая система (БАРС), которая представляет собой «систему оценки накопительного типа, основанного на рейтинговых измерениях» (Р.Ю. Федоров). Как правило, рейтинг вычисляется по 100-балльной шкале. Все виды работ студентов и все выполняемые ими задания при изучении конкретной дисциплины оцениваются определенным количеством баллов. Приступая к изучению дисциплины, обучающиеся в обязательном порядке информируются о способах и параметрах оценивания их деятельности, количестве контрольных мероприятий и времени их проведения; кроме того, студенты имеют право в течение семестра получать аргументированную информацию о количестве набранных ими баллов и о своем текущем рейтинге.

В статье А.О. Сыромясова «Применение балльно-рейтинговой системы в вузе (на примере дисциплин математического цикла)» рассматривается целесообразность применения балльно-рейтинговой системы в сфере высшего профессионального образования, анализируются и иллюстрируются примерами особенности использования данной системы в процессе преподавания математических дисциплин.

Данные социологических опросов (Н.Ш. Никитина) показывают, что 92,5% студентов считают объективной оценку знаний при использовании рейтинговой технологии по сравнению с традиционной, а 60% студентов признают возрастание интереса в учебной деятельности и необходимость постоянной текущей работы.

## **ТЕМА 8. РУКОВОДСТВО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ОБУЧАЮЩИХСЯ (ПО МАТЕМАТИКЕ)**

### **Теоретические сведения**

Научно-исследовательская работа (НИР) студентов – процесс решения ими научных проблем, имеющий целью построение субъективно нового знания (М.В. Степанова). Учебное исследование сохраняет логику научного исследования, но отличается тем, что не открывает объективно новых для человечества знаний.

Учебные исследования делятся на три вида: монопредметные, межпредметные, надпредметные (М.В. Степанова). Результаты выполнения монопредметного исследования не выходят за рамки отдельного предмета и могут быть получены в процессе его изучения. Это исследование направлено на углубление знаний студентов по отдельной дисциплине. Межпредметное исследование требует привлечения знаний из разных учебных предметов одной или нескольких образовательных областей. Результаты выполнения надпредметного

исследования выходят за рамки учебной программы. Такое исследование предполагает взаимодействие обучающегося с разными образовательными областями. Надпредметные исследования имеют ряд преимуществ перед монопредметными: они способствуют преодолению фрагментарности знаний обучающихся и формированию общеучебных умений и навыков, кроме того на их освоение не требуется выделения дополнительного учебного времени, так как их содержание как бы «накладывается» на содержание линейных курсов.

Студенты часто не видят различий между реферативной и научно-исследовательской работой. Однако уже формулировка темы работы несет в себе определенную заявку на ее характер. Тема реферата, как правило, достаточно простая, общая или охватывает широкий круг вопросов, например, «Три знаменитые задачи древности». Тема научно-исследовательской работы сложная, указывает на конкретность исследуемого вопроса, в нем присутствуют такие термины, как «причины», «роль», «моделирование», «оценка», «анализ», «особенности», «влияние», «характеристика» и т.п. Например, «Математическое моделирование исторических процессов», «Парадоксология: основы логики, выявление роли и значимости парадоксов в мышлении», «Математика помогает лингвистике: языковой анализ математического текста» и т.п.

Рассмотрим, например, вариант организации научно-исследовательской работы студентов экономических специальностей и направлений подготовки по линейной алгебре. Изучая математические методы линейной алгебры, будущие экономисты должны не только овладеть определенной суммой математических знаний и умений, но и научиться правильно ставить и грамотно решать научные и практические задачи при исследовании экономических процессов и явлений. После прохождения программного материала студенту можно предложить выполнить учебное исследование, с целью показать область практического применения изученного математического материала и возможность его дальнейшего использования при исследовании экономических процессов и явлений. Обсуждение результатов учебных исследований проводится на практических занятиях (называемых конференциями), проходящих после изучения определенного раздела, где предусмотрены 10-15 минутные выступления студентов. При выборе материала, выносимого на конференцию, необходимо учитывать следующие требования (Н.В. Филиппова).

1. Рассматриваемые вопросы должны входить в рабочую программу изучаемого раздела дисциплины «Математика» или быть органически с ней связаны.

2. Это должны быть вопросы, иллюстрирующие понимание изученных математических методов и умение применять их при исследовании экономических процессов и явлений.

3. По рассматриваемым вопросам должны быть использованы доступная дополнительная литература экономической направленности, практические данные и статистика социально-экономической деятельности.

Тематика студенческих заданий научно-исследовательского характера формируется в соответствии с направлением и профилем подготовки на факультете. Например, студентам второго курса специальности «Математические и инструментальные методы в экономике» при изучении линейной алгебры для самостоятельной разработки можно предложить следующие темы (Н.В. Филиппова):

а) «Составление математической модели расчета оптимальной производственной программы и графический метод решения»;

б) «Составление математической модели расчета оптимального плана перевозок и решение методом потенциалов»;

в) «Анализ затрат – выпуск в системе экономического равновесия и симплексный метод»;

г) «Двойственная задача линейного программирования как модель расчета предельных эффективностей используемых ресурсов»;

д) «Оптимальные оптовые закупки товаров как результат решения матричной игры»;

е) «Анализ моделей расчета производственной программы по разным экономическим критериям» и др.

Студенческое научное общество – это добровольное неполитическое и некоммерческое объединение студентов вуза, проводящих научно-исследовательскую работу на кафедрах и в научных подразделениях вуза (А.Е. Стрижков). В самом общем случае научное общество студентов может состоять из отделений, соответствующих дисциплинам (математическое, филологическое, историческое, биологическое и т.д.). Каждое отделение включает в себя различные подразделения: секции, лаборатории, клубы, студии, кружки, которые организуются в соответствии с возрастом студентов или основываясь на конкретной отрасли наук. Для непосредственной организации деятельности общества из числа научно-педагогических сотрудников вуза ректором назначается научный руководитель. В обязанности научного руководителя входит координация работы всех структурных подразделений общества, взаимодействие их с администрацией и другими подразделениями вуза, а также руководство советом студенческого научного общества. Высший орган научного общества студентов – общее собрание. Оно проводится в начале учебного года (примерно в октябре). На общем собрании утверждается совет общества,

в который входят не менее 5–10 человек, определяется состав каждого отделения, утверждается название общества, план его работы на год, принимается эмблема и девиз. Общее собрание научного общества студентов проходит два раза в год. Заседание совета – 1 раз в месяц. Научное общество имеет свое положение, цели и структуру, устав. Положение о студенческом научном обществе должно быть рассмотрено на заседании совета студенческого научного общества и принято общим собранием членов общества. Студенческое научное общество имеет несколько уровней организации (А.Е. Стрижков). Основным элементом студенческого научного общества на уровне кафедры является студенческий научный кружок. Деятельность студенческого научного общества на уровне вуза координируется советом (представители студенческих научных кружков). Основная роль совета студенческого научного общества – интеграция отдельных студенческих научных кружков в единое общество. Это достигается разными путями. Основной – организация и проведение итоговых научных конференций. Особенностью таких конференций является разнообразие обсуждаемых научных проблем. В рамках конференции могут работать несколько секций, которые заслушивают и обсуждают доклады, выполненные представителями разных студенческих научных кружков.

## **ТЕМА 9. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ СТУДЕНТОВ**

### **Теоретические сведения**

Система дополнительного образования: основные понятия, структура. Дополнительное образование – вид образования, который направлен на всестороннее удовлетворение образовательных потребностей человека в интеллектуальном, духовно-нравственном, физическом и (или) профессиональном совершенствовании и не сопровождается повышением уровня образования (ФЗ № 273-ФЗ от 29.12.2012. «Об образовании в Российской Федерации»). Под дополнительным математическим образованием студентов будем понимать систематическое освоение обучающимися математических компетенций, не входящих в требования к результатам освоения основной образовательной программы. К дополнительному математическому образованию студентов в вузе (структура) относятся: Центры дополнительного математического образования; математические общества студентов; математические кружки (клубы, группы и т.п.); математические соревнования; научно-практические конференции; группы выравнивания для первокурсников; системы факультативных занятий; различные дистанционные формы дополнительного математического образования студентов и т.д. В современных условиях

весь этот набор услуг осуществляется как на платной (финансируют студенты или их родители (законные представители) и др.), так и на бесплатной (финансирует вуз, будущие работодатели и т.д.) для студента основе.

Математические соревнования (олимпиады, турниры и т.д.).

Математическое соревнование – это форма учебной деятельности обучающихся, при которой участники стремятся превзойти друг друга в решении математических задач. Математические соревнования бывают индивидуальные и командные. Командные соревнования способствуют развитию сотрудничества в ходе решения задач при работе в научном коллективе, особенно ценного в современной науке, когда зачастую одна глобальная проблема решается большим коллективом научных сотрудников. Такая работа требует умения согласовывать свои действия с действиями других членов команды и одновременно требует наличия лидера. Например, Всероссийская командная студенческая математическая олимпиада – командное соревнование сборных команд вузов России и стран бывшего СНГ. Формат проведения олимпиады – «математический бой». Это соревнование двух команд (как правило, по шесть человек) в решении математических задач. Бой состоит из двух частей. Сначала команды получают условия задач и время для их решения. При решении задач команда может использовать любую литературу, но не имеет права общаться ни с кем, кроме жюри. По истечении времени начинается собственно бой, когда команды согласно правилам рассказывают друг другу решения задач. Если одна команда рассказывает решение, то другая оппонирует, то есть ищет в решении рассказчика ошибки (недостатки), если решения нет, то, возможно, приводит свое. Жюри оценивает выступления оппонента и докладчика в баллах (за решение и оппонирование). Математический бой совмещает в себе математику, спортивную игру, театральное действие, формирует математическое мышление, а также способствует развитию умения коллективного решения задач.

С осени 1997 г. в память о великом математике и замечательном педагоге Андрее Николаевиче Колмогорове в России ежегодно проводятся математические турниры. Эти турниры традиционно собирают самых сильных участников и по праву признаны неофициальным командным первенством России по математике. Для студентов подобные турниры проводятся в Уральском государственном педагогическом университете, г. Екатеринбург (с 1999 г.), в Челябинском государственном педагогическом университете (с 2002 г.), в Башкирском государственном педагогическом университете, г. Уфа (с 2003 г.) и т.д.

Факультативы, группы выравнивания для первокурсников.

В федеральном законе № 273-ФЗ от 29.12.2012 «Об образовании в Российской Федерации» законодательно закреплены академические



права студентов на выбор факультативных (необязательных для данного уровня образования, специальности или направления подготовки) занятий из перечня, предлагаемого организацией, осуществляющей образовательную деятельность (статья 34, пункт 1).

Основные виды факультативных занятий по математике:

– факультативы, углубляющие знания, полученные студентами на занятиях (на таких факультативах основное внимание уделяется вопросам математики, изучение которых предусмотрено ФГОС ВО);

– факультативы, расширяющие знания студентов по математике (на таких факультативах основное внимание уделяется темам, не предусмотренным ФГОС ВО).

Интересен опыт организации и проведения факультативных занятий, предназначенных для групп выравнивания студентов первого курса, в Камской государственной инженерно-технической академии, г. Набережные Челны (Р.М. Зайниев).

Программа факультатива «Введение в высшую математику»

#### I. Вычисления и преобразования

1. Действительные числа. Свойства арифметических действий с действительными числами. Сравнение действительных чисел.
2. Корень степени  $n$ . Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие степени с иррациональным показателем.
3. Логарифм. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Переход от одного основания логарифма к другому.
4. Тожественные преобразования иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений.

#### II. Уравнения и неравенства

1. Уравнения с одной переменной. Равносильность уравнений. Основные методы решения уравнений – разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций.
2. Иррациональные уравнения. Показательные и логарифмические уравнения. Тригонометрические уравнения. Системы уравнений.
3. Рациональные неравенства с одной переменной. Решение неравенств методом интервалов. Иррациональные неравенства.
4. Показательные и логарифмические неравенства. Уравнения и неравенства с модулем.

#### III. Функции

1. Числовые функции. Область определения и множество значений функции. Основные свойства числовых функций: непрерывность, периодичность, четность, нечетность, возрастание и убывание, экстремумы, наибольшие и наименьшие значения, ограниченность, сохранение знака.
2. Тригонометрические функции (синус, косинус, тангенс и котангенс), показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

#### IV. Элементы векторной алгебры и геометрии

1. Декартовы координаты и векторы в пространстве. Операции над векторами.
2. Прямые и плоскости в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Параллельность прямой и плоскости. Параллельные плоскости. Перпендикулярность прямой и плоскости.
3. Основные геометрические фигуры: четырехугольник, параллелограмм, прямоугольник, квадрат, ромб, трапеция, многоугольник, окружность.

Программа реализуется в первом семестре, рассчитана на 72 часа (36 часов – аудиторные занятия, 36 часов – самостоятельная работа).

Репетиторство. Тьюторство. Менторство. Самообучение.

Репетиторство представляет собой форму дополнительных индивидуальных занятий по предмету (в нашем случае по математике) с целью интенсивного освоения знаний и умений студентом. Чаще всего репетитор готовит студента к сдаче зачетов и экзаменов. В правовом отношении репетиторство подпадает под понятие индивидуальной трудовой деятельности (индивидуального предпринимательства) и в силу этого подлежит государственной регистрации в соответствии с законодательством РФ. Если репетитор работает без регистрации, то его деятельность считается нелегальной. Исходя из норм федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» (ст. 91), «деятельность индивидуальных предпринимателей, осуществляющих свою деятельность непосредственно, не требует лицензирования и государственной аккредитации». Следует также обратить внимание, что согласно части 2 статьи 48 федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» «педагогический работник организации, осуществляющей образовательную деятельность, в том числе в качестве индивидуального предпринимателя, не вправе оказывать платные образовательные услуги обучающимся в данной организации, если это приводит к конфликту интересов педагогического работника». Репетиторство бывает как индивидуальным (для одного обучающегося), так и групповым (для нескольких обучающихся, но, как правило, не более трех-четырех). Репетиторство – это не только помощь «отстающим», но и система индивидуальных занятий по предмету для подготовки к какому-то мероприятию, для участия в котором основной образовательной программы недостаточно. В качестве примеров таких мероприятий можно привести олимпиады, конференции и т.п.

Тьюторство и менторство более распространены за рубежом. Эти формы обучения способны обеспечить продуктивную образовательную деятельность студента одновременно с его индивидуальной образовательной траекторией (А.В. Хуторской). Ментор, понимаемый как наставник, советчик студента, вносит в содержание изучаемой

дисциплины (предмета) индивидуальность, которую невозможно достичь в обычной вузовской системе обучения. Он оказывает студенту помощь при выполнении самостоятельных учебных проектов, вводит его в реальные профессиональные сферы. Тьютор – научный руководитель студента.

Самообучение свойственно студентам, у которых уже сформировались необходимые ценностные ориентиры и волевые качества. При самостоятельном обучении наибольшее развитие получают оргдеятельностные качества обучающегося. Обычно самообучение происходит параллельно обучению в образовательном учреждении и носит характер дополнительного образования. Результатом самообучения могут быть, например, досрочные сдачи студентом экзаменов экстерном и т.п.

Дистанционные формы дополнительного математического образования студентов.

Образовательный web-квест – проблемное задание с элементами ролевой игры, для выполнения которого требуются ресурсы Интернета (Я.С. Быховский). Структура образовательного web-квеста:

- вступление, где охарактеризован сценарий квеста;
- задание, где определен итоговый результат самостоятельной работы студентов;
- список информационных ресурсов (в электронном или бумажном виде), необходимых для выполнения задания;
- роли (студентам должен быть представлен список ролей, от лица которых они могут выполнять задания; для каждой роли необходимо прописать план работы и задания);
- описание процедуры работы, которую необходимо выполнить каждому участнику при самостоятельном выполнении задания (этапы);
- руководство к действию, где описывается, как организовать и представить собранную информацию;
- описание критериев и параметров оценки web-квеста;
- заключение, в котором суммируется опыт, который будет получен студентами при выполнении самостоятельной работы над web-квестом.

Web-квесты лучше всего подходят для работы в мини-группах, однако существуют web-квесты, предназначенные для отдельных студентов.

Различают web-квесты: для кратковременной (цель: углубление знаний и их интеграция, рассчитаны на одно-три занятия) и длительной (цель: углубление и преобразование знаний студентов, рассчитаны на длительный срок – на семестр или учебный год) работы;

монопредметные (одна образовательная область) и межпредметные (две и более образовательных областей).

Примерная тематика web-квестов: «Математика в контексте проблем искусственного интеллекта»; «Сохраняет ли математика «непостижимую эффективность» за пределами физики?»; «Соотношение чистой и прикладной математики» и т.д.

Дистанционная математическая олимпиада представляет собой соревнование между отдельными студентами или командами вузов одного или нескольких регионов с помощью сети Интернет. Для этого создаются специальные сайты, на которых студентам предлагаются различного рода задания. Студент может зайти на сайт, содержащий задания олимпиады, зарегистрироваться, отправить заявку, затем решить задания, а готовую работу либо выложить на сайт, либо отправить по электронной почте. Дистанционные математические олимпиады проводятся с целью: привлечения внимания студентов к углубленному изучению математики, активизации внеаудиторной работы по дисциплине, предоставления участникам возможности соревноваться в масштабе, выходящем за рамки региона, использования в учебной сфере современных информационных технологий. Принять участие в дистанционной математической олимпиаде может любой студент, независимо от его успеваемости по дисциплине. Возможны и другие дистанционные формы дополнительного математического образования студентов. Это дистанционные лекции, конференции, семинары, деловые игры, лабораторные работы, практикумы и другие формы учебных занятий, проводимых с помощью средств сети Интернет.

## **ТЕМА 10. СПЕЦИФИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ, МЕТОДИКА РАБОТЫ С АЛГОРИТМАМИ И ПРАВИЛАМИ, ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ, ИЗУЧЕНИЕ ТЕОРЕМ**

### **Теоретические сведения**

Специфика формирования математических понятий. Понятием в логике и философии называют форму мышления, отражающую существенные и несущественные свойства, признаки объектов реального мира; в психологии понятие рассматривается как многоуровневая иерархическая организованная структура, включающая образы разной степени обобщенности. Понятие характеризуется объемом (множество объектов, выделяемых и обобщаемых в понятии) и содержанием (существенные свойства понятия). Под определением понятия понимают логическую операцию, раскрывающую содержание понятия.

Этапы формирования математических понятий (И.В. Прохорова):

1) мотивация введения понятия;

2) собственно введение понятия и ознакомление с существенными свойствами понятия;

3) усвоение определения понятия;

4) применение понятия;

5) выяснение связей понятия с ранее изученными понятиями.

Раскроем сущность каждого из перечисленных этапов.

1. На этапе мотивации необходимо подчеркнуть важность открытия нового математического понятия и показать целесообразность его изучения. Например, при изучении понятия «Вероятность события», на этапе мотивации могут быть использованы следующие задания.

Задание 1. Что вероятнее выиграть у равносильного противника три партии из четырёх или пять партий из восьми?

Задание 2. Экзаменационный билет для письменного экзамена состоит из 10 вопросов – по 2 вопроса из 20 по каждой из пяти тем, представленных в билете. По каждой теме студент подготовил лишь половину всех вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить хотя бы на один вопрос по каждой из пяти тем в билете?

Задание 3. Два игрока поочерёдно бросают игральную кость. Выигрывает тот, у которого первым выпадет «6 очков». Какова вероятность выигрыша для игрока, бросающего игральную кость первым? Вторым?

Задание 4. На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету, если приобретено 4 билета?

Задание 5. Для получения приза нужно собрать 5 изделий с особым знаком на этикетке. Найти вероятность того, что придётся купить 10 изделий, если этикетки с этим знаком имеют 5% изделий.

2. Введение понятия может быть осуществлено двумя основными методами: абстрактно-дедуктивным и конкретно-индуктивным. Первый заключается в том, что сначала формулируется определение, затем рассматриваются частные случаи; второй способ предполагает формулирование определения как результат рассмотрения частных случаев.

3. На этапе усвоения определения понятия каждое существенное свойство, используемое в определении, становится специальным объектом изучения. Усвоить определение понятия – значит овладеть действиями распознавания объектов, принадлежащих изучаемому понятию, выведения следствий из принадлежности понятию, конструирования объектов, принадлежащих понятию, и их совокупности. Приведём примеры упражнений на усвоение некоторых понятий курса математики будущими историками (И.В. Прохорова).

Задание 1. Пусть множество  $A$  – «1 греческая драхма»,  $B$  – «1

греческая мина», С – «1 греческий талант», D – «1 обол». Верно ли, что

1)  $A \subset C$ ; 2)  $C \subset D$ ; 3)  $D \subset A \subset B \subset C$ ;

4)  $C \subset B \subset A \subset D$ ?

Задание 2. Какими являются следующие события (совместные, несовместные, равновозможные)? Опыт состоит в извлечении двух шаров из урны, в которой находятся 5 белых и 5 чёрных шаров (схема без возвращения), события состоят: а) извлечение первым чёрного шара, извлечение вторым также чёрного шара; б) извлечение первым белого шара, извлечение вторым чёрного шара.

Решение приведённых упражнений предполагает умение распознавать понятие, выделять понятие среди других понятий, сравнивать понятие с другими понятиями. Выполнение этих действий предполагает создание образов, их удержание в памяти, сопоставления с ними приведённых определений.

IV. На этапе применения понятия в конкретной ситуации осуществляется знакомство и изучение свойств и признаков понятия, знакомство с его определениями, эквивалентными уже изученному. На данном этапе студенты овладевают умениями переходить от понятия к его существенным свойствам и обратно, переосмысливать объекты с точки зрения других понятий. Научиться применять понятие можно только в действии. Поэтому при формировании этого умения основная роль отводится системе заданий, так как именно с их помощью раскрываются общие положения на конкретном материале и применяются понятия. Приведем примеры заданий (И.В. Прохорова).

Задание 1. По поручению Петра I в 1701 году 50 работников поехали за границу учиться строить военные корабли. 5 работников не знали иностранного языка, 34 владели английским языком, 27 владели немецким. Найти количество работников, умеющих разговаривать на двух языках.

Задание 2. В крестьянской общине 30 человек взрослого населения, из них 15 человек занимаются земледелием, 17 скотоводством, 10 человек занимаются скотоводством и земледелием, 11 человек занимаются ремеслом, 3 человека занимаются земледелием и ремеслом, 5 человек скотоводством и ремеслом. Сколько человек занимается скотоводством, земледелием и ремеслом?

Задание 3. Старосты двух групп подали следующие сведения о студентах: «На специальности учатся 45 студента, в том числе 25 девушек, 30 студентов учатся на хорошо и отлично, в том числе 16 девушек. Спортом занимаются 28 студентов, в том числе 18 девушек и 17 студентов, занимающихся на хорошо и отлично. 15 девушек учатся на хорошо и отлично и в то же время занимаются спортом». Выяснить, есть ли ошибка в сведениях.

В основе применения понятия лежат следующие действия: 1) замена термина его определением; 2) замена определения совокупностью существенных свойств; 3) преобразование требования задачи в равносильные; 4) выведение следствий; 5) составление вспомогательных задач.

5. Не менее важен этап систематизации понятия, на котором выясняется место данного понятия в системе других понятий, осознаются связи между понятиями, их свойствами и отношениями. Такая работа позволяет более четко представить структуру учебного материала и предмета в целом. Это достигается путем установления связей между отдельными понятиями, теоремами, обобщением и конкретизацией понятия. Например, после изучения темы «Операции над множествами» преподаватель может предложить студентам составить таблицу основных операций над множествами.

#### Методика работы с алгоритмами и правилами.

Алгоритмы являются элементами теоретических знаний, с которыми студенты встречаются наряду с определениями понятий и математическими утверждениями (аксиомами, теоремами). Понятие «алгоритм» является основным, неопределяемым. Сущность его на содержательно-интуитивном уровне может быть описана следующим образом: алгоритм – понятное предписание, указывающее, какие операции и в какой последовательности необходимо выполнить с данными, чтобы решить задачу данного типа. Для описания общего метода решения класса однотипных задач курса высшей математики часто используются правила. Правило представляет собой свернутый алгоритм, отдельные шаги его являются блоками (системами операций в «сжатом» виде). Примеры алгоритмов и правил: правила для решения систем алгебраических линейных уравнений (существует большое число таких правил); правила дифференцирования функций; правила интегрирования; правила, по которым выполняются арифметические действия; алгоритм Евклида; алгоритм извлечения квадратного корня; алгоритм для вычисления определителей  $n$ -го порядка; правило Штурма – Лиувилля нахождения приближенного значения корня произвольного уравнения  $f(x)=0$  и т.д.

Работа со студентами по овладению алгоритмом обычно включает три основных этапа: 1) введение алгоритма; 2) усвоение алгоритма; 3) применение алгоритма.

Можно выделить два способа введения алгоритмов: содержательный и формальный. Если алгоритм выполнения некоторой операции выявлен в процессе решения сюжетной (профессионально ориентированной) задачи, то способ введения алгоритма содержательный. Если алгоритм вводят без рассмотрения сюжетной

задачи, то способ введения алгоритма формальным. Имеются различные возможности введения алгоритма формальным способом:

1) можно выполнить ряд заданий, подводящих обучаемых к алгоритму. Проводя анализ выполненных заданий, студенты приходят к формулировке алгоритма;

2) алгоритм вводит преподаватель сам, показывает его применение на примерах и т.д.

При формальном способе введения алгоритма после формулировки его и приобретением студентами первичных умений применять его, следует рассмотреть сюжетные (профессионально-ориентированные) задачи с целью мотивировки введенного правила. Можно найти решение задачи двумя способами: выполняя операцию по алгоритму и проводя содержательные рассуждения в соответствии с фабулой задачи.

Содержательный способ введения алгоритма наряду с основной целью – формулировкой алгоритма, позволяет развивать у обучаемых умения проводить анализ, обобщение, сравнение, то есть способствует развитию математического мышления. Кроме того, студенты учатся переводить содержание задачи, сформулированное в терминах естественного языка, на математический язык, а также осуществлять обратный перевод, то есть интерпретировать символические записи в терминах конкретной задачи. Эти умения связаны с обучением математическому моделированию.

Формальный способ введения алгоритма позволяет формировать у студентов такой элемент алгоритмической культуры, как умение выполнять формальные предписания. Однако следует помнить, что это оперирование по формальному предписанию важно не само по себе, а для достижения определенных целей: познавательных, практических и т.п. За знаками, с которыми оперируют по данному алгоритму, стоит определенное внезнаковое содержание, которое отображается с помощью данных знаков. В случае алгоритма в математическом смысле мы отвлекаемся (в определенной мере) от этого содержания. Такое абстрагирование облегчает действия по алгоритму, так как исполнителю не приходится отвлекаться на смысл операций и значение знаков, с которыми он оперирует по алгоритму. При решении сюжетных задач с использованием известных алгоритмов содержательному толкованию подвергаются лишь исходные данные решаемой задачи и результат ее решения по данному алгоритму. Важно, чтобы студенты умели устанавливать соответствие между формальными знаками, с которыми работает алгоритм, и отображаемым в них содержанием. Такие умения формируются у студентов при содержательном введении алгоритмов. Поэтому при изучении алгоритмов следует использовать оба способа их введения: и содержательный, и формальный.



Обучение решению задач. Применение в обучении математике студентов различных факультетов профессионально ориентированных задач позволяет осуществлять реализацию принципа профессиональной направленности обучения математике.

Под профессионально ориентированными мы, вслед за Р.М. Зайкиным, будем понимать задачи, фабулы которых заимствованы из сферы профессиональной деятельности человека, а решения отыскиваются математическими средствами. Профессионально ориентированные задачи позволяют повысить интерес студента к математике и сформировать у обучаемого мотивацию к изучению предмета не только для понимания математики, но и для получения профессиональных знаний. Учитывая, что при решении ряда профессионально ориентированных задач требуется использование профессиональных знаний, а также специальной справочной литературы по различным областям будущей специальности, можно типологизировать многообразие профессионально ориентированных задач следующим образом (П.Г. Пичугина):

1. Текстовые задачи, в фабуле которых задействованы отдельные профессиональные термины, обозначения и т.п. Например: «Вероятность уменьшения количества тромбоцитов после приема некоторого препарата составляет 0,3. Найти математическое ожидание наступления этого эффекта, если лекарство принимают 10 пациентов» (профессионально ориентированная задача медицинской направленности).

2. Текстовые задачи, фабулы которых представляют собой сюжеты профессиональной тематики. Например: «Установлено, что в среднем 5% мужчин страдают дальтонизмом. Вычислить вероятность того, что из 5 мужчин, пришедших на комиссию с целью получения водительских прав: а) не будет ни одного дальтоника; б) будет не более одного дальтоника» (профессионально ориентированная задача медицинской направленности).

3. Текстовые задачи, фабула которых содержит профессионально значимую информацию, а ее решение требует владения знаниями в области специальности или обращения к дополнительной литературе. Например: «При переливании крови надо учитывать группу крови донора и больного. Среди населения 33,7 % имеют первую, 37,5 % – вторую, 20,9 % – третью и 7,9% – четвертую группу крови. Найти вероятность того, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора» (профессионально ориентированная задача медицинской направленности).

4. Задачи, имеющие место в реальной практической деятельности специалиста, решение которых предполагает применение определенных математических процедур.

Решение большинства профессионально ориентированных математических задач осуществляется с помощью метода математического моделирования. Суть этого метода заключается в построении и исследовании математической модели рассматриваемой профессиональной ситуации. Математические модели профессиональных объектов и ситуаций представляют собой системы математических соотношений, описывающих изучаемый объект или ситуацию с помощью математических символов. Математические модели позволяют: выделять идеальный предмет исследования; осуществлять перевод реальности на знаково-символический язык; преобразуя полученную модель, получать объективно новые знания; с помощью модели, полученной путем преобразования исходной модели, фиксировать знания; моделировать не только реальные ситуации, но и сами модели этих ситуаций, то есть сам процесс любой деятельности (С.Д. Мухаметрахимова).

В качестве примера кратко охарактеризуем некоторые практико-ориентированные задачи, решаемые студентами химического факультета на практических занятиях по курсу математического моделирования химических процессов, и соответствующие им математические модели (О.В. Тимохович).

1. Задача об определении концентраций компонент при сенсорном исследовании смеси веществ. Математической моделью данной задачи является система линейных алгебраических уравнений.

2. Исследование рН растворов слабых кислот. Математической моделью этой задачи является нелинейное уравнение.

3. Задача на анализ данных электронной микроскопии. Решение данной задачи сводится к вычислению несобственного интеграла.

4. Задача на определение состава гидросольвата. Для решения этой задачи строится линейная регрессионная модель, параметры которой определяются по методу наименьших квадратов.

5. Исследование изменения концентраций веществ в случае последовательных реакций первого порядка. Математической моделью рассматриваемой задачи является задача Коши для системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

Процесс решения задачи включает четыре основных этапа: анализ текста задачи; поиск решения задачи; реализация плана решения с обоснованием; проверка решения задачи, запись ответа, анализ решения задачи. Рассмотрим подробнее каждый из указанных этапов.

I. Анализ текста задачи. Этот этап включает анализ текста и запись условия задачи. Основное назначение этапа – осмыслить ситуацию, отраженную в задаче; выделить условия и требования, назвать данные и искомые, выделить величины и зависимости между ними (явные и неявные). На этом этапе решения задачи можно использовать приемы:

а) представление профессиональной ситуации, которая описана в задаче;

б) постановка специальных вопросов и поиск ответов на них;

в) «переформулировка» задачи;

г) моделирование ситуации, описанной в задаче, с помощью реальных предметов, предметных или графических моделей и т.д.

Рекомендации.

1. Уясните смысл текста задачи и значение каждого слова. Вспомните или прочитайте определения понятий, вошедших в условие.

2. Установите объект исследования.

3. Выявите процессы, описываемые в задаче. Заметьте, сколько их, сколько раз придется вести наблюдения, сколько раз придется вести записи.

4. Укажите величины, характеризующие каждый процесс, обозначьте их и проставьте единицы измерения. Запишите зависимости между величинами в виде формул.

5. Запишите условие задачи в понятной и доступной вам форме, для чего: выберите одну из неизвестных величин (желательно самую маленькую) и обозначьте ее буквой, составьте для каждого процесса задачи выражения, включающее данные и неизвестные. Не забудьте о выбранных единицах измерения, упростите все выражения.

Первый прием – представление профессиональной ситуации, которая описана в задаче, – выполняется фактически при чтении или слушании задачи. Вместе с тем мысленное воспроизведение всех объектов задачи и связей между ними может проводиться позже. Цель такого воспроизведения – выявление основных количественных и качественных характеристик ситуации, представленной в задаче.

Второй прием – постановка специальных вопросов и поиск ответов на них – включает «стандартный» набор вопросов, ответы на которые позволяют детально разобраться в содержании задачи:

1. О чем говорится в задаче?

2. Что известно в задаче?

3. Что требуется найти в задаче?

4. Что в задаче неизвестно? и др.

Третий прием – переформулировка текста задачи – состоит в замене данного в задаче описания профессиональной ситуации другим описанием, сохраняющим все отношения, связи, качественные характеристики, но более явно их выражающим. Вся лишняя, несущественная информация при этом отбрасывается, текст задачи преобразуется в форму, облегчающую поиск пути решения. В ходе переформулировки выделяются основные ситуации, о которых идет речь в задаче, при необходимости строится вспомогательная модель задачи: краткая запись условия, таблица, рисунок, чертеж, диаграмма и т. п.

Моделирование ситуации, описанной в задаче, с помощью реальных предметов, предметных моделей или графических моделей является еще одним, четвертым, приемом анализа задачи.

II. Поиск решения задачи. Назначение этапа – завершить установление связей между данными и искомыми величинами и указать последовательность использования этих связей. Одним из приемов поиска пути решения задачи является анализ задачи по тексту или по ее вспомогательной модели. Поиск пути решения задачи можно осуществлять от вопроса задачи к данным (аналитический путь) или от данных к вопросу (синтетический путь).

В первом случае (аналитический путь) на основе анализа задачи необходимо уточнить, что требуется найти в задаче и определить, что достаточно знать для ответа на этот вопрос. Для этого следует выяснить, какие из нужных данных есть в условии задачи. Если они (или одно из них) отсутствуют, надо определить, что нужно знать, чтобы найти недостающие данные (или одно недостающее данное), и т.д., пока для определения очередного неизвестного оба данных будут известны. Поиск пути решения заканчивается составлением плана решения задачи. Под планом решения будем понимать объяснение того, что узнаем, выполнив то или иное действие, и указание по порядку выполнения арифметических действий.

Во втором случае (синтетический путь) решающий выделяет в тексте задачи два каких-либо данных и на основе связи между ними, установленной при анализе, определяет, какое неизвестное может быть найдено по этим данным и с помощью какого действия. Затем, считая полученное число данным, решающий опять выделяет два взаимосвязанных данных и определяет, какое неизвестное может быть найдено по ним и с помощью какого действия, и т.д., пока выполнение очередного действия не приведет к определению искомого.

При решении задач анализ и синтез в рассуждениях, как правило, переплетаются. Осуществляя поиск пути решения задачи синтетически, анализ часто производят «про себя». В то же время, каким бы приемом мы ни вели поиск пути решения составной задачи, ее предварительный анализ (хотя бы подсознательный) неизбежен.

Еще одним из приемов поиска пути решения задачи является разбиение задачи на смысловые части. Сущность этой работы заключается в том, чтобы научиться различать в данной задаче отдельные, менее сложные задачи, последовательное решение которых позволяет получить ответ на требование данной.

III. Реализация плана решения с обоснованием. Назначение этапа – найти ответ на требование задачи.

Алгебраический метод. Осуществление плана решения задачи выполняется письменно. В этом случае описывают выбор неизвестного

(неизвестных) и его обозначения; записывают, как выражаются другие величины через неизвестные и заданные числа; а также определяют соотношения, лежащие в основе математической модели задачи. Затем составляется уравнение (система уравнений, неравенств), выполняется его (ее) решение, в результате чего находится ответ на требование задачи.

Геометрический метод. Осуществление плана решения задачи выполняется письменно. Обычно в этом случае описывают и выполняют построение графика или диаграммы. Затем ответы на требование задачи считываются с чертежа (если используется конструктивный прием) или находятся в результате аналитического решения задачи (если используется графико-вычислительный прием).

4. Проверка решения задачи, запись ответа и анализ решения задачи. Назначение этапа – установить, правильно ли понята задача, и выяснить, не противоречит ли полученный ответ условию задачи. Этот этап является обязательным при решении задач. Следует помнить, что логичные рассуждения на других этапах решения задачи не гарантируют правильности ее решения.

Проверку решения задачи можно проводить различными способами: установление соответствия между числами, полученными в результате решения задачи и данными в условии задачи; составление и решение задачи, обратной данной; решение задачи различными методами; прикидка (грубая проверка).

Запись ответа. Рекомендации: Прочитать, о чем спрашивается в задаче, выбрать числа, соответствующие вопросу и записать их в качестве ответа. Если таких чисел нет, ответ следует получить путем выполнения дополнительных действий. Если ответ состоит из нескольких чисел, то их записывают в том порядке, в котором о них спрашивается в задаче.

Анализ решения задачи. Рекомендации: Уяснить метод и идею решения задачи, особенности этого решения. Указать, что нового в приемах решения. Проверить, все ли случаи данной ситуации рассмотрены, нельзя ли сделать каких-то обобщений. Выяснить, нельзя ли рассмотреть другие процессы, чтобы упростить решение задачи, сделать его более рациональным. Попробуйте для этого по-другому записать зависимости между величинами, и на основе этого составить качественно новое выражение. Проследить, нельзя ли упростить расчеты.

При подборе профессионально ориентированных задач следует руководствоваться следующими принципами (И.М. Симкина):

– не перегружать задачи сведениями и расчетами, превышающими силы и возможности студентов. Подбирать задачи, которые позволят использовать для исследований и вычислений различные технические средства;

– подбирать задачу с четко выраженным математическим содержанием, короткой прикладной (профессионально ориентированной) частью, доступной для понимания студентам, осваивающим математическое моделирование;

– уровень излагаемого материала должен соответствовать уровню профессиональной подготовки студентов, учебным программам в плане приемов, методов и фактов, которые будут использоваться в их решении;

– задача должна соответствовать реальным требованиям современного производства и отображать его в учебном материале. При этом задача должна содержать известный студентам понятийный аппарат и терминологию;

– задача должна вызывать у студентов познавательный интерес, побуждать их на самостоятельное решение предложенных задач.

Изучение теорем. При введении теоремы можно условно выделить следующие этапы ее изучения:

– мотивация изучения теоремы и раскрытие ее содержания (усмотрение геометрического факта и формулировка теоремы);

– работа над структурой теоремы;

– мотивация необходимости доказательства теоремы;

– построение чертежа и краткая запись содержания теоремы;

– поиск доказательства, доказательство и его запись;

– закрепление теоремы;

– применение теоремы.

Для мотивации изучения теорем можно предложить такие приемы.

1. Обобщение наблюдаемых в жизни (в будущей профессии) фактов и явлений и перевод их на математический язык.

2. Показ необходимости знания той или иной теоремы для решения практических, в частности профессиональных задач.

3. Показ необходимости знания той или иной теоремы для решения задач и доказательства других теорем.

4. Показ, как решалась данная проблема в истории науки.

Требования, предъявляемые к формулировке теоремы, включают в себя точность и ясность выражения содержания условия и утверждения теоремы, ее лаконичность. Стремление преподавателя и авторов книг сделать формулировку наиболее краткой иногда приводит к нарушению этих требований. Встречаются формулировки, в которых потеряны части условия, либо условия теоремы выражены столь нечетко, что оно не передает содержание теоремы. Часто в формулировку теоремы включают пояснения, что делает эту формулировку длинной, менее четкой. Желательно теоремы формулировать так, чтобы они четко отражали изучаемое свойство. Формулируя теорему, нельзя допускать двусмысленности (М.Р. Куваев).

Рассмотрим, например, формулу Ньютона – Лейбница, являющуюся центральной формулой математического анализа, которая связывает интегральное исчисление с дифференциальным и определенный интеграл с неопределенным. Исходя из химических соображений, эта связь может быть установлена при помощи следующей аналогии: допустим, что скорость химической реакции  $\omega = \omega(t) \geq 0$ . Тогда приращение концентрации за промежуток времени от момента  $t_1$  до

момента  $t_2$ , равен определенному интегралу  $\int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt$ . С другой стороны,

это же приращение концентрации может быть найдено иным способом, если ввести в рассмотрение концентрацию  $c = c(t)$ , и, очевидно, будет равно  $c(t_1) - c(t_2)$ . Поэтому  $\int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt = c(t_1) - c(t_2)$ , причем  $c'(t) = \omega(t)$ .

По существу эта же формула может быть установлена, исходя из экономических соображений. Если  $Q(t)$  – объем продукции, выпускаемый неким производителем за время  $t$ , то производительность  $\Pi(t)$  в момент времени  $t$  будет:  $\Pi(t) = Q'(t)$ . При таком толковании

производной интеграл  $\int_a^b \Pi(t) dt$  численно равен объему продукции, выпущенной за время от  $t = a$  до  $t = b$ , но этот же объем равен

$Q(b) - Q(a)$ , а потому  $\int_a^b \Pi(t) dt = Q(b) - Q(a)$ , а это и есть формула

Ньютона–Лейбница, так как  $Q(t)$  – первообразная для  $\Pi(t)$ .

Теперь отвлечемся от конкретного содержания подынтегральных функций и их первообразных и запишем формулу Ньютона – Лейбница вообще для функции  $f(x)$  и ее первообразной

$$F(x) : \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Доказательство желательно вести так, чтобы студент как можно больше догадывался сам. Преподаватель ставит вопросы, редактирует и уточняет ответы студентов, организует обсуждение выдвинутых предложений в случае надобности этого, подчеркивает тонкие моменты, вскрывает «подводные камни», помогает преодолевать трудности. Более приемлемой является диалоговая форма. Однако следует отметить, что не каждое доказательство нужно проводить в диалоговой форме (в том числе из-за больших временных потерь).

Затруднения студента при попытке самостоятельно получить доказательство теоремы часто начинается с непонимания ее условий и заключения. Поэтому необходимо начинать с совета Паскаля: в условиях теоремы и в ее заключении замените термины их определениями. Довольно часто это помогает студенту найти доказательство.

В качестве примера рассмотрим следующую теорему (М.Р. Куваев).

Если числовая функция  $f(x)$  при  $x \rightarrow x_0$  имеет конечный предел, то в некоторой проколотой окрестности точки  $x_0$  эта функция ограничена.

Далее от студентов требуется записать, что дано и что требуется доказать. Дано: функция  $f$  при  $x \rightarrow x_0$  имеет конечный предел, что по определению предела означает:  $\forall \varepsilon > 0$  существует такая проколотая окрестность  $Q(x_0)$  точки  $x_0$ , что выполнены неравенства  $A - \varepsilon < f(x) < A + \varepsilon \quad \forall x \in Q \cap D$  (1). Требуется доказать: существует такая проколотая окрестность  $Q(x_0)$  и такие числа  $H$  и  $K$ , что выполнены неравенства  $H \leq f(x) \leq K \quad \forall x \in Q \cap D$  (2).

Как требуемое (2) получить из (1)? Достаточно взять  $H = A - \varepsilon$ ,  $K = A + \varepsilon$ .

Также для подготовки обучаемого к восприятию доказательства теоремы многие преподаватели пользуются приемом двукратного доказательства. Сначала они дают только идею, план доказательства теоремы, излагают его фрагментарно с использованием наглядных образов и без строгих обоснований, либо проводят его на частном примере. После этого преподаватель излагает доказательство.

Очень хорошие результаты получаются в тех случаях, когда для доказательства нескольких теорем дается один, общий план. Такие теоремы, объединенные общей идеей, усваиваются особенно продуктивно.

Рассматривая со студентами пример нахождения производной функции, допустим,  $y = x^2$ , составляется план доказательства:

1. Придаем аргументу  $x$  приращение  $\Delta x$  и находим новое значение функции  $y + \Delta y$ .

2. Находим приращение функции  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ .

3. Составляем отношение  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

4. Находим  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'$ .

Затем сообщается, что по этому плану доказываемся целая группа теорем: о производной суммы, произведения, частного функции и т.д. Пользуясь составленным планом, студенты самостоятельно или при минимальной помощи преподавателя доказывают эти теоремы и легко



запоминают их, ведь запоминание путем разнообразного повторения, сводящегося к активной мыслительной деятельности, значительно более эффективно, чем запоминание путем однообразного и многократного повторения изучаемого материала (Я.И. Груденов).

В процессе доказательства необходимо четко указывать, из каких условий теоремы и с помощью каких определений и доказанных положений получается то или иное утверждение. В результате студент видит, как в доказательстве используется каждое условие теоремы (М.Р. Куваев).

Оформляя записи при изучении теорем, необходимо учитывать, что восприятие объектов облегчается, если они расположены в определенной, строго продуманной системе, требующей минимальных усилий со стороны наших органов чувств (Я.И. Груденов).

Закрепление теорем осуществляется двумя приемами (Я.И. Груденов):

- преподаватель предлагает сформулировать и применить те или иные теоремы, встречающиеся по ходу решения задач;
- преподаватель предлагает сформулировать ряд теорем во время фронтального опроса, с тем, чтобы повторить их и заодно проверить, помнят ли их студенты.