

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Борисова Л.В.

Сборник вариантов заданий для проведения
контрольной работы
по алгебре

Саратов

2018

Задания к контрольной работе по алгебре

1. Вычислить, используя свойства определителей
2. Решить систему:
 - a) Методом Крамера
 - b) Матричным методом: записать соответствующее системе матричное уравнение, найти обратную матрицу, выполнить проверку $AA^{-1} = E$, найти решение $X = A^{-1}B$.
 - c) Методом Гаусса.
3. Решить систему :
 - a) Методом Крамера
 - b) Матричным методом
 - c) Методом Гаусса.
4. Построить параллелограмм. Определить длины диагоналей и площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b , где m и n – единичные векторы, образующие угол α .
5. Построить пирамиду с вершинами $ABCD$ в пространстве $OXYZ$, вычислить ее объем, площадь грани ABC и высоту пирамиды, опущенную на эту грань, используя векторное произведение и смешанное произведение векторов.
6. Индивидуальное задание для каждого варианта.

Вариант 1

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 4 = 0 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 13 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 11 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x - 4y + 8z - 6 = 0 \\ 5x - 5y - z + 2t - 10 = 0 \\ 2x + 3y + 2z - 8t + 7 = 0 \\ 2x + y + 4z + 3t + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - \bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 120^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,0,3); B(1,1,-2); C(4,1,0)$$

№6

Найти работу силы \mathbf{F} на перемещении \mathbf{s} , если $F=2$, $s=5$, а угол $\varphi = (\mathbf{F}, \mathbf{s}) = \frac{\pi}{6}$.

Вариант 2

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 + 1 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 + 32 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 - 5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 3\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,4,0); B(1,0,2); C(0,2,2)$$

№6

Показать, что точки $A(5,7,-2)$, $B(3,1,-1)$, $C(9,4,-4)$ и $D(1,5,0)$ лежат в одной плоскости.

Вариант 3

№1

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x - 6z - 4t = 4 \\ 2x + 3y + 9z + 2t = 6 \\ 3x + 2y + 3z + 8t = -7 \\ x + y - 6z - 4t = 6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(8,8,8); A(4,0,0); B(0,4,0); C(0,0,4)$$

№6

$$\text{Раскрыть скобки: } (2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}) \cdot \bar{j} + (\bar{j} - 2\bar{k}) \cdot 3\bar{k} + (\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}) \cdot \bar{i}$$

Вариант 4

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4)$$

№6

Показать, что векторы : $\bar{a} = 7\bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$; $\bar{b} = 3\bar{i} - 7\bar{j} + 8\bar{k}$; $\bar{c} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$
компланарны.

Вариант 5

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 55 \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 = 91 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = 7\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,0,3); B(1,1,-2); C(4,1,0)$$

№6

$$\text{Раскрыть скобки: } (2\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{c} - \bar{a}, \bar{b} + \bar{c}) \times (\bar{a} + \bar{b}).$$

Вариант 6

№1

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} x + 3y + 2z + t = 11 \\ 2x + 10y + 7t + 9z = 40 \\ 3x + 8y + 2t + 9z - 37 = 0 \\ 2x + 5y + 4z + t - 20 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 2\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4);$$

№6

$$\text{Даны векторы: } \bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k} \text{ и } \bar{b} = 6\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}.$$

Найти $\text{pr}_{\bar{a}}\bar{b}$ и $\text{pr}_{\bar{b}}\bar{a}$

Вариант 7

№1

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x - 6z - 4t = 4 \\ 2x + 3y + 9z + 2t = 6 \\ 3x + 2y + 3z + 8t = -7 \\ x + y - 6z - 4t = 6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(8,8,8); A(4,0,0); B(0,4,0); C(0,0,4)$$

№6

$$\text{Раскрыть скобки: } (2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}) \cdot \bar{j} + (\bar{j} - 2\bar{k}) \cdot 3\bar{k} + (\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}) \cdot \bar{i}$$

Вариант 8

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4)$$

№6

Показать, что векторы : $\bar{a} = 7\bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$; $\bar{b} = 3\bar{i} - 7\bar{j} + 8\bar{k}$; $\bar{c} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$
компланарны.

Вариант 9

№1

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 = 0 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79 \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 + 4 = 263 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146 \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 92 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - \bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 120^\circ;$$

№5

$$D(2, -3, 0); A(3, 2, 0); B(3, 0, 4); C(0, 0, 0)$$

№6

Определить угол между векторами : $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j} + 5\bar{k}$ и $\bar{b} = 4\bar{i} + 5\bar{j} - 3\bar{k}$.

Вариант 10

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 = 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3y + 4z - 13t + 25 = 0 \\ x + y - 6z - 4t - 6 = 0 \\ 2y + x - 4t + 3 = 0 \\ 4x - 5z - 3t = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 3\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); A(2,0,0); B(0,3,0); C(0,0,6)$$

№6

Найти скалярное произведение векторов : $2\bar{a} + 3\bar{b} + 4\bar{c}$ и $5\bar{a} + 6\bar{b} + 7\bar{c}$,

если $a = 1, b = 2, c = 3$, а $\angle(a, b) = \angle(a, c) = \angle(b, c) = \frac{\pi}{3}$

Вариант 11

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 4 = 0 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 13 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 11 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x - 4y + 8z - 6 = 0 \\ 5x - 5y - z + 2z - 10 = 0 \\ 2x + 3y + 2z - 8z + 7 = 0 \\ 2x + y + 4z + 3z + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n}; \vec{b} = 5\vec{m} - 4\vec{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

При каком значении m векторы : $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ перпендикулярны?

Вариант 12

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 + 1 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 + 32 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 - 5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 4\bar{m} + 6\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Найти угол между векторами : $\bar{a} = -\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j} - \bar{k}$

Вариант 13

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 55 \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 = 91 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = 7\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,0,3); B(1,1,-2); C(4,1,0)$$

№6

$$\text{Раскрыть скобки: } (2\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{c} - \bar{a}, \bar{b} + \bar{c}) \times (\bar{a} + \bar{b}).$$

Вариант 14

№1

$$\begin{vmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 3x + 3y - 2z + 2t - 6 = 0 \\ 4x + 3y - z + 2t - 6 = 0 \\ 2x + 2y - z + t - 4 = 0 \\ 8x + 5y - 3z + 4t - 12 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3x + 4y - z + 2t = 0 \\ x - 5y - z + 2t = -5 \\ 2x - 2y + t = -3 \\ 2x + 3y + z - 3t = -6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 8\bar{n}; \bar{b} = 4\bar{m} - 3\bar{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,4,0); B(1,0,2); C(0,2,2)$$

№6

Найти векторное произведение $\bar{a} \times \bar{b}$ векторов: $\bar{a} = 2\bar{i} + 5\bar{j} + \bar{k}$,
 $\bar{b} = \bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$

Вариант 15

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 4 = 0 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 13 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 11 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x - 4y + 8z - 6 = 0 \\ 5x - 5y - z + 2z - 10 = 0 \\ 2x + 3y + 2z - 8z + 7 = 0 \\ 2x + y + 4z + 3z + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\vec{a} = m\vec{m} - 2\vec{n}; \vec{b} = 5\vec{m} - 4\vec{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

При каком значении m векторы : $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ перпендикулярны?

Вариант 16

№1

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} x + 3y + 2z + t = 11 \\ 2x + 10y + 7t + 9z = 40 \\ 3x + 8y + 2t + 9z - 37 = 0 \\ 2x + 5y + 4z + t - 20 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 2\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4);$$

№6

$$\text{Даны векторы: } \bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k} \text{ и } \bar{b} = 6\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}.$$

Найти $\text{pr}_{\bar{a}}\bar{b}$ и $\text{pr}_{\bar{b}}\bar{a}$

Вариант 17

№1

$$\begin{cases} \frac{3}{2} - \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 3 \\ \frac{5}{3} - \frac{8}{3} - \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \\ \frac{4}{3} - \frac{5}{3} - 1 - \frac{2}{3} \\ 7 - 8 - 4 - 5 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 3x + 5y + 3z + 7t + 8 = 0 \\ 3x + 4y + z + 2t - 3 = 0 \\ 3x + 5y + 3z + 5t + 6 = 0 \\ 6x + 8y + z + 5t + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 8x_4 - 6 = 0 \\ 5x_1 - 5x_2 - x_3 + 2x_4 - 10 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 8x_4 + 7 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(2, -3, 0); A(3, 2, 0); B(3, 0, 4); C(0, 0, 0)$$

№6

Найти смешанное произведение векторов : $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$,
 $\bar{c} = \bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$

Вариант 18

№1

$$\begin{vmatrix} \frac{3}{4} & 2 & -\frac{1}{2} & -5 \\ 1 & -2 & \frac{3}{2} & 8 \\ \frac{5}{6} & -\frac{4}{3} & \frac{4}{3} & \frac{14}{3} \\ \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{2} & \frac{12}{5} \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 8 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 1 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146 \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 = 263 \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 92 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \quad \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \quad \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); \quad A(2,0,0); \quad B(0,3,0); \quad C(0,0,6)$$

№6

Построить векторы : $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j}$, $\bar{c} = 3\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ и показать, что они компланарны.

Вариант 19

№1

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x & + 3y & + 4 = 0 \\ x & + y & + 5z = 3 \\ y & + 3z & - 3 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 & + x_2 & + 4x_3 & + 4x_4 + 9x_5 + 9 = 0 \\ 2x_1 & + 2x_2 & + 17x_3 & + 17x_4 + 82x_5 + 146 = 0 \\ 2x_1 & & + 3x_3 & - x_4 + 4x_5 + 10 = 0 \\ & x_2 & + 4x_3 & + 12x_4 + 27x_5 + 26 = 0 \\ x_1 & + 2x_2 & + 2x_3 & + 10x_4 - 37 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - \bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 120^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

Найти смешанное произведение векторов: $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$,
 $\bar{c} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$.

Вариант 20

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 4x & -z & -3 = 0 \\ 3 & +x & -3y = z \\ x & -y & -2z & +2 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 5x_1 & +2x_2 & -7x_3 & +14x_4 = 21 \\ 5x_1 & -x_2 & +8x_3 & -13x_4 +3x_5 = 12 \\ 10x_1 & +x_2 & -2x_3 & +7x_4 -x_5 = 29 \\ 15x_1 & +3x_2 & +15x_3 & +9x_4 +7x_5 = 130 \\ 2x_1 & -x_2 & -4x_3 & +5x_4 -7x_5 = -13 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 3\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} имеют равные длины и образуют попарно равные углы. Найти вектор \bar{c} , если: $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j}$, $\bar{b} = \bar{j} + \bar{k}$.

Вариант 21

№1

$$\begin{vmatrix} 35 & 59 & 71 & 52 \\ 42 & 70 & 77 & 54 \\ 43 & 68 & 72 & 52 \\ 29 & 49 & 65 & 50 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + t = 0 \\ 2x - 2y + z + t = 6 \\ 5x + 6y + 3z + 2t = 3 \\ 7x + 9y + 4z + 2t = 2 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 55 \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 = 91 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 5\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,0,3); B(1,1,-2); C(4,1,0)$$

№6

$$\text{Вычислить: } (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \times \bar{c} + (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \times \bar{b} - (\bar{b} - \bar{c}) \times \bar{a}$$

Вариант 22

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 + 1 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 + 32 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 - 5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 4\bar{m} + 6\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Найти угол между векторами : $\bar{a} = -\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j} - \bar{k}$

Вариант 23

№1

$$\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{3} \\ \sqrt{6} & \sqrt{21} & \sqrt{10} & -2\sqrt{3} \\ \sqrt{10} & 2\sqrt{15} & 5 & \sqrt{6} \\ 2 & 2\sqrt{6} & \sqrt{10} & \sqrt{15} \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} x - 2y - 4z + 9t = 5 \\ 7x - 4y + 2z - 15t = -32 \\ 2x - y - 6z + 3t = -1 \\ x - y + 2z - 6t = -8 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 18 \\ 5x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 24 \\ 6x_1 + 12x_2 + 13x_3 + 9x_4 = 39 \\ 4x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 20 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = 7\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(8,8,8); A(4,0,0); B(0,4,0); C(0,0,4)$$

Вариант 24

№1

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3x + 4y - z + 2t = 0 \\ x - 5y - z + 2t = -5 \\ 2x - 2y + t = -3 \\ 2x + 3y + z - 3t = -6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 8\bar{n}; \bar{b} = 4\bar{m} - 3\bar{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4)$$

Вариант 25

№1

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x - 6z - 4t = 4 \\ 2x + 3y + 9z + 2t = 6 \\ 3x + 2y + 3z + 8t = -7 \\ x + y - 6z - 4t = 6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 4\bar{m} + 10\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 3\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(2, -3, 0); A(3, 2, 0); B(3, 0, 4); C(0, 0, 0)$$

№6

Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(2, 2, 2)$; $B(4, 0, 3)$ и $C(0, 1, 0)$.

Вариант 26

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 2\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); A(2,0,0); B(0,3,0); C(0,0,6)$$

Вариант 27

№1

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 = 0 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79 \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 = 263 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146 \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

Даны радиусы-векторы трех последовательных вершин параллелограмма ABCD:

$$r_A = i + j + k, r_B = i + 3j + 5k, r_C = 7i + 9j + 11k.$$

Определить радиус-вектор четвертой вершины D.

Вариант 28

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 = 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3y + 4z - 13t + 25 = 0 \\ x + y - 6z - 4t - 6 = 0 \\ 2y + x - 4t + 3 = 0 \\ 4x - 5z - 3t = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

Вариант 29

№1

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} x + 3y + 2z + t = 11 \\ 2x + 10y + 7t + 9z = 40 \\ 3x + 8y + 2t + 9z - 37 = 0 \\ 2x + 5y + 4z + t - 20 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 2\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4);$$

№6

$$\text{Даны векторы: } \bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k} \text{ и } \bar{b} = 6\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}.$$

Найти $\text{pr}_{\bar{a}}\bar{b}$ и $\text{pr}_{\bar{b}}\bar{a}$

Вариант 30

№1

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x - 6z - 4t = 4 \\ 2x + 3y + 9z + 2t = 6 \\ 3x + 2y + 3z + 8t = -7 \\ x + y - 6z - 4t = 6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(8,8,8); A(4,0,0); B(0,4,0); C(0,0,4)$$

№6

$$\text{Раскрыть скобки: } (2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}) \cdot \bar{j} + (\bar{j} - 2\bar{k}) \cdot 3\bar{k} + (\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}) \cdot \bar{i}$$

Вариант 31

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4)$$

№6

Показать, что векторы : $\bar{a} = 7\bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$; $\bar{b} = 3\bar{i} - 7\bar{j} + 8\bar{k}$; $\bar{c} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$
компланарны.

Вариант 32

№1

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 = 0 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79 \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 + 4 = 263 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146 \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 92 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - \bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 120^\circ;$$

№5

$$D(2, -3, 0); A(3, 2, 0); B(3, 0, 4); C(0, 0, 0)$$

№6

Определить угол между векторами : $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j} + 5\bar{k}$ и $\bar{b} = 4\bar{i} + 5\bar{j} - 3\bar{k}$.

Вариант 33

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 = 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3y + 4z - 13t + 25 = 0 \\ x + y - 6z - 4t - 6 = 0 \\ 2y + x - 4t + 3 = 0 \\ 4x - 5z - 3t = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 3\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); A(2,0,0); B(0,3,0); C(0,0,6)$$

№6

Найти скалярное произведение векторов : $2\bar{a} + 3\bar{b} + 4\bar{c}$ и $5\bar{a} + 6\bar{b} + 7\bar{c}$,

если $a = 1, b = 2, c = 3$, а $\angle(a, b) = \angle(a, c) = \angle(b, c) = \frac{\pi}{3}$

Вариант 34

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 4 = 0 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 13 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 11 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x - 4y + 8z - 6 = 0 \\ 5x - 5y - z + 2z - 10 = 0 \\ 2x + 3y + 2z - 8z + 7 = 0 \\ 2x + y + 4z + 3z + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n}; \vec{b} = 5\vec{m} - 4\vec{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

При каком значении m векторы : $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ перпендикулярны?

Вариант 35

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 + 1 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 + 32 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 - 5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 4\bar{m} + 6\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Найти угол между векторами : $\bar{a} = -\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j} - \bar{k}$

Вариант 36

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 55 \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 = 91 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = 7\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,0,3); B(1,1,-2); C(4,1,0)$$

№6

$$\text{Раскрыть скобки: } (2\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{c} - \bar{a}, \bar{b} + \bar{c}) \times (\bar{a} + \bar{b}).$$

Вариант 37

№1

$$\begin{vmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 3x + 3y - 2z + 2t - 6 = 0 \\ 4x + 3y - z + 2t - 6 = 0 \\ 2x + 2y - z + t - 4 = 0 \\ 8x + 5y - 3z + 4t - 12 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3x + 4y - z + 2t = 0 \\ x - 5y - z + 2t = -5 \\ 2x - 2y + t = -3 \\ 2x + 3y + z - 3t = -6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 8\bar{n}; \bar{b} = 4\bar{m} - 3\bar{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,4,0); B(1,0,2); C(0,2,2)$$

№6

Найти векторное произведение $\bar{a} \times \bar{b}$ векторов: $\bar{a} = 2\bar{i} + 5\bar{j} + \bar{k}$,
 $\bar{b} = \bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$

Вариант 38

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 4 = 0 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 13 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 11 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x - 4y + 8z - 6 = 0 \\ 5x - 5y - z + 2t - 10 = 0 \\ 2x + 3y + 2z - 8t + 7 = 0 \\ 2x + y + 4z + 3t + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n}; \vec{b} = 5\vec{m} - 4\vec{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

При каком значении m векторы : $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ перпендикулярны?

Вариант 39

№1

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} x + 3y + 2z + t = 11 \\ 2x + 10y + 7t + 9z = 40 \\ 3x + 8y + 2t + 9z - 37 = 0 \\ 2x + 5y + 4z + t - 20 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 2\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4);$$

№6

Даны векторы: $\bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ и $\bar{b} = 6\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}$.

Найти $\text{pr}_{\bar{a}}\bar{b}$ и $\text{pr}_{\bar{b}}\bar{a}$

Вариант 40

№1

$$\begin{cases} \frac{3}{2} - \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 3 \\ \frac{5}{3} - \frac{8}{3} - \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \\ \frac{4}{3} - \frac{5}{3} - 1 - \frac{2}{3} \\ 7 - 8 - 4 - 5 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 3x + 5y + 3z + 7t + 8 = 0 \\ 3x + 4y + z + 2t - 3 = 0 \\ 3x + 5y + 3z + 5t + 6 = 0 \\ 6x + 8y + z + 5t + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 8x_4 - 6 = 0 \\ 5x_1 - 5x_2 - x_3 + 2x_4 - 10 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 8x_4 + 7 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(2, -3, 0); A(3, 2, 0); B(3, 0, 4); C(0, 0, 0)$$

№6

Найти смешанное произведение векторов : $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$,
 $\bar{c} = \bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$

Вариант 41

№1

$$\begin{cases} \frac{3}{4} & 2 & -\frac{1}{2} & -5 \\ 1 & -2 & \frac{3}{2} & 8 \\ \frac{5}{6} & -\frac{4}{3} & \frac{4}{3} & \frac{14}{3} \\ \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{2} & \frac{12}{5} \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 8 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 1 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146 \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 = 263 \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 92 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \quad \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \quad \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); \quad A(2,0,0); \quad B(0,3,0); \quad C(0,0,6)$$

№6

Построить векторы : $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j}$, $\bar{c} = 3\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ и показать, что они компланарны.

Вариант 42

№1

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x & +3y & +4 = 0 \\ x & +y & +5z = 3 \\ y & +3z & -3 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 & +x_2 & +4x_3 & +4x_4 +9x_5 +9 = 0 \\ 2x_1 & +2x_2 & +17x_3 & +17x_4 +82x_5 +146 = 0 \\ 2x_1 & & +3x_3 & -x_4 +4x_5 +10 = 0 \\ & x_2 & +4x_3 & +12x_4 +27x_5 +26 = 0 \\ x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +10x_4 -37 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - \bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 120^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

Найти смешанное произведение векторов: $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$,
 $\bar{c} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$.

Вариант 43

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 4x & -z & -3 = 0 \\ 3 & +x & -3y = z \\ x & -y & -2z & +2 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 5x_1 & +2x_2 & -7x_3 & +14x_4 = 21 \\ 5x_1 & -x_2 & +8x_3 & -13x_4 +3x_5 = 12 \\ 10x_1 & +x_2 & -2x_3 & +7x_4 -x_5 = 29 \\ 15x_1 & +3x_2 & +15x_3 & +9x_4 +7x_5 = 130 \\ 2x_1 & -x_2 & -4x_3 & +5x_4 -7x_5 = -13 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 3\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} имеют равные длины и образуют попарно равные углы. Найти вектор \bar{c} , если: $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j}$, $\bar{b} = \bar{j} + \bar{k}$.

Вариант 44

№1

$$\begin{vmatrix} 35 & 59 & 71 & 52 \\ 42 & 70 & 77 & 54 \\ 43 & 68 & 72 & 52 \\ 29 & 49 & 65 & 50 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + t = 0 \\ 2x - 2y + z + t = 6 \\ 5x + 6y + 3z + 2t = 3 \\ 7x + 9y + 4z + 2t = 2 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 55 \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 = 91 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 5\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,0,3); B(1,1,-2); C(4,1,0)$$

№6

$$\text{Вычислить: } (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \times \bar{c} + (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \times \bar{b} - (\bar{b} - \bar{c}) \times \bar{a}$$

Вариант 45

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 + 1 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 + 32 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 - 5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 4\bar{m} + 6\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Найти угол между векторами : $\bar{a} = -\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j} - \bar{k}$

Вариант 46

№1

$$\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{3} \\ \sqrt{6} & \sqrt{21} & \sqrt{10} & -2\sqrt{3} \\ \sqrt{10} & 2\sqrt{15} & 5 & \sqrt{6} \\ 2 & 2\sqrt{6} & \sqrt{10} & \sqrt{15} \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} x - 2y - 4z + 9t = 5 \\ 7x - 4y + 2z - 15t = -32 \\ 2x - y - 6z + 3t = -1 \\ x - y + 2z - 6t = -8 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 18 \\ 5x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 24 \\ 6x_1 + 12x_2 + 13x_3 + 9x_4 = 39 \\ 4x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 20 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = 7\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(8,8,8); A(4,0,0); B(0,4,0); C(0,0,4)$$

№6

Векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} имеют равные длины и образуют попарно равные углы. Найти вектор \bar{c} , если: $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j}$, $\bar{b} = \bar{j} + \bar{k}$.

Вариант 47

№1

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3x + 4y - z + 2t = 0 \\ x - 5y - z + 2t = -5 \\ 2x - 2y + t = -3 \\ 2x + 3y + z - 3t = -6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 8\bar{n}; \bar{b} = 4\bar{m} - 3\bar{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(5,2,0); B(2,5,0); C(1,2,4)$$

№6

При каком значении m векторы : $\bar{a} = m\bar{i} + \bar{j}$ и $\bar{b} = 3\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ перпендикулярны?

Вариант 48

№1

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x - 6z - 4t = 4 \\ 2x + 3y + 9z + 2t = 6 \\ 3x + 2y + 3z + 8t = -7 \\ x + y - 6z - 4t = 6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 4\bar{m} + 10\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 3\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(2, -3, 0); A(3, 2, 0); B(3, 0, 4); C(0, 0, 0)$$

№6

Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(2, 2, 2)$; $B(4, 0, 3)$ и $C(0, 1, 0)$.

Вариант 49

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\vec{a} = 3\vec{m} + 4\vec{n}; \vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); A(2,0,0); B(0,3,0); C(0,0,6)$$

№6

Определить угол между векторами : $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

Вариант 50

№1

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 = 0 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79 \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 = 263 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146 \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

Даны радиусы-векторы трех последовательных вершин параллелограмма ABCD:

$$r_A = i + j + k, r_B = i + 3j + 5k, r_C = 7i + 9j + 11k.$$

Определить радиус-вектор четвертой вершины D.

Вариант 51

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 = 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3y + 4z - 13t + 25 = 0 \\ x + y - 6z - 4t - 6 = 0 \\ 2y + x - 4t + 3 = 0 \\ 4x - 5z - 3t = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Найти угол между векторами : $\bar{a} = -\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j} - \bar{k}$

Вариант 52

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x & + 3y & + 4 = 0 \\ x & + y & + 5z = 3 \\ y & + 3z & - 3 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x & - 4y & + 8t & - 6 = 0 \\ 5x & - 5y & - z & + 2t - 10 = 0 \\ 2x & + 3y & + 2z & - 8t + 7 = 0 \\ 2x & + y & + 4z & + 3t + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - \bar{n}; \quad \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \quad \alpha = 120^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); \quad A(3,0,3); \quad B(1,1,-2); \quad C(4,1,0)$$

№6

Найти работу силы \mathbf{F} на перемещении \mathbf{s} , если $F=2$, $s=5$, а угол $\varphi = (\mathbf{F}, \mathbf{s}) = \frac{\pi}{6}$.

Вариант 53

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 + 1 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 + 32 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 - 5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146 \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 = 263 \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 92 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 3\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,4,0); B(1,0,2); C(0,2,2)$$

№6

Показать, что точки $A(5,7,-2)$, $B(3,1,-1)$, $C(9,4,-4)$ и $D(1,5,0)$ лежат в одной плоскости.

Вариант 54

№1

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x - 6z - 4t = 4 \\ 2x + 3y + 9z + 2t = 6 \\ 3x + 2y + 3z + 8t = -7 \\ x + y - 6z - 4t = 6 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(8,8,8); A(4,0,0); B(0,4,0); C(0,0,4)$$

№6

$$\text{Раскрыть скобки: } (2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}) \cdot \bar{j} + (\bar{j} - 2\bar{k}) \cdot 3\bar{k} + (\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}) \cdot \bar{i}$$

Вариант 55

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0 \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 3\bar{m} + 4\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 2\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); A(2,0,0); B(0,3,0); C(0,0,6)$$

№6

Показать, что точки $A(5,7,-2)$, $B(3,1,-1)$, $C(9,4,-4)$ и $D(1,5,0)$ лежат в одной плоскости.

Вариант 56

№1

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 = 0 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 79 \\ 3x_1 + 13x_2 + 18x_3 + 30x_4 = 263 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 + 16x_4 = 146 \\ x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} + 3\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} - 4\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

Даны радиусы-векторы трех последовательных вершин параллелограмма ABCD:

$$r_A = i + j + k, r_B = i + 3j + 5k, r_C = 7i + 9j + 11k.$$

Определить радиус-вектор четвертой вершины D.

Вариант 57

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 = 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3y + 4z - 13t + 25 = 0 \\ x + y - 6z - 4t - 6 = 0 \\ 2y + x - 4t + 3 = 0 \\ 4x - 5z - 3t = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

Вариант 58

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 = 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 3y + 4z - 13t + 25 = 0 \\ x + y - 6z - 4t - 6 = 0 \\ 2y + x - 4t + 3 = 0 \\ 4x - 5z - 3t = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 3\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); A(2,0,0); B(0,3,0); C(0,0,6)$$

№6

Найти скалярное произведение векторов : $2\bar{a} + 3\bar{b} + 4\bar{c}$ и $5\bar{a} + 6\bar{b} + 7\bar{c}$,

если $a = 1, b = 2, c = 3$, а $\angle(a, b) = \angle(a, c) = \angle(b, c) = \frac{\pi}{3}$

Вариант 59

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 4 = 0 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 13 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 11 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x - 4y + 8z - 6 = 0 \\ 5x - 5y - z + 2t - 10 = 0 \\ 2x + 3y + 2z - 8t + 7 = 0 \\ 2x + y + 4z + 3t + 4 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n}; \vec{b} = 5\vec{m} - 4\vec{n}; \alpha = 45^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

При каком значении m векторы : $\vec{a} = m\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ перпендикулярны?

Вариант 60

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 + 1 = 0 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 + 32 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 - 5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 8 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 4\bar{m} + 6\bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Найти угол между векторами : $\bar{a} = -\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j} - \bar{k}$

Вариант 61

№1

$$\begin{cases} \frac{3}{4} & 2 & -\frac{1}{2} & -5 \\ 1 & -2 & \frac{3}{2} & 8 \\ \frac{5}{6} & -\frac{4}{3} & \frac{4}{3} & \frac{14}{3} \\ \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{2} & \frac{12}{5} \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 8 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 1 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 + 16x_4 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = 2\bar{m} + 5\bar{n}; \bar{b} = \bar{m} - 5\bar{n}; \alpha = 60^\circ;$$

№5

$$D(2,3,8); A(2,0,0); B(0,3,0); C(0,0,6)$$

№6

Построить векторы : $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j}$, $\bar{c} = 3\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ и показать, что они компланарны.

Вариант 62

№1

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 4 = 0 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 13 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 11 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 9x_5 + 9 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 17x_3 + 17x_4 + 82x_5 + 146 = 0 \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 + 10 = 0 \\ x_2 + 4x_3 + 12x_4 + 27x_5 + 26 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 10x_4 - 37 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - \bar{n}; \bar{b} = 2\bar{m} + 4\bar{n}; \alpha = 120^\circ;$$

№5

$$D(5,5,5); A(3,4,0); B(0,-3,1); C(0,2,5)$$

№6

Найти смешанное произведение векторов: $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$,
 $\bar{c} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$.

Вариант 63

№1

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

№2

$$\begin{cases} 4x & -z & -3 = 0 \\ 3 & +x & -3y = z \\ x & -y & -2z & +2 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} 5x_1 & +2x_2 & -7x_3 & +14x_4 = 21 \\ 5x_1 & -x_2 & +8x_3 & -13x_4 +3x_5 = 12 \\ 10x_1 & +x_2 & -2x_3 & +7x_4 -x_5 = 29 \\ 15x_1 & +3x_2 & +15x_3 & +9x_4 +7x_5 = 130 \\ 2x_1 & -x_2 & -4x_3 & +5x_4 -7x_5 = -13 \end{cases}$$

№4

$$\bar{a} = \bar{m} - 2\bar{n}; \bar{b} = 3\bar{m} + 2\bar{n}; \alpha = 30^\circ;$$

№5

$$D(0,0,0); A(3,9,-6); B(-1,2,-3); C(-3,1,-1)$$

№6

Векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} имеют равные длины и образуют попарно равные углы. Найти вектор \bar{c} , если: $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j}$, $\bar{b} = \bar{j} + \bar{k}$.