

Д.А. Зимняков, Ю.П.Синичкин, Д.Д. Яковлев, Д.А. Яковлев

СПЕКТРАЛЬНО-ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ  
ДИАГНОСТИКА БИОТКАНЕЙ

ИЗДАТЕЛЬСТВО САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

2018

УДК  
ББК

**Зимняков Д.А., Синичкин Ю.П., Яковлев Д.Д., Яковлев Д.А.**

Спектрально-поляризационная диагностика биотканей: учебное пособие. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2018, - 95 с.: ил.

В пособии рассмотрены вопросы, связанные с распространением линейно поляризованного света в рассеивающих средах, в том числе биотканях. В основу анализа поляризационных свойств излучения, рассеянного средой без явно выраженной оптической анизотропии, положена феноменологическая модель представлений интенсивности ко- и кросс-поляризованной составляющих рассеянного поля в форме интегральных преобразований плотности эффективных путей распространения парциальных составляющих. Рассмотрены вопросы, связанные с влиянием анизотропии рассеяния и поглощения рассеивающей среды на деполяризацию распространяющегося в ней излучения. В случае рассеивающей среды с двулучепреломлением или поляризационно-зависимым ослаблением на основе формализма Мюллера-Стокса представлены способы параметризации зависимостей характеристик рассеяния, измеряемых при раздельном детектировании ко- и кросс- поляризованных компонентов рассеянного исследуемым образцом света в случае нормального падения света на образец, от азимутальной ориентации образца. Рассмотрены оригинальные экспериментальные поляризационные методики, ориентированные на измерение инвариантных поляризационно-оптических характеристик анизотропных рассеивающих сред в геометриях детектирования прошедшего и отраженного света.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области оптики рассеивающих сред и биомедицинской оптики.

Рекомендуют к печати:

Кафедра оптики и биофотоники Саратовского государственного университета  
Доктор физико-математических наук *А.В.Скряль*

УДК  
ББК

Работа издана в авторской редакции

ISBN

© Д.А.Зимняков  
Ю.П.Синичкин  
Д.Д.Яковлев  
Д.А.Яковлев, 2018

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время постоянно развиваются и находят все более широкое применение в биологии и медицине в качестве инструмента *in vivo* диагностики оптические методы, совмещающие спектральный и поляризационный анализ взаимодействия света с биологическими тканями, которые демонстрируют возможность осуществления многофункционального мониторинга исследуемой среды и визуализации ее структурных неоднородностей. Перспективность использования спектрально-поляризационных методов диагностики и визуализации биотканей обусловлена высокой чувствительностью поляризационных характеристик рассеянных оптических полей к оптическим свойствам и геометрии рассеивающих сред.

Важным аспектом при разработке методов оптической диагностики и визуализации пространственно-неоднородных рассеивающих сред с использованием поляризованного зондирующего излучения является анализ преобразования состояния поляризации света при его рассеянии средой. Основными факторами, приводящими к эволюции состояния поляризации света по мере его распространения в рассеивающей среде являются: 1) анизотропия, обусловленная различной скоростью распространения в рассеивающей среде по-разному поляризованных компонентов (двулучепреломление), и 2) поляризационно-зависимое ослабление,

связанное с различной степенью рассеяния ортогонально поляризованных компонентов проходящего света на ориентационно упорядоченной структуре.

Многие биологические ткани обладают оптической анизотропией как на микроскопическом, так и на макроскопическом уровне, при этом оптическая анизотропия на макроскопическом уровне, обусловленная, в частности, ориентационно упорядоченной фибриллярной структурой ткани, ведет к преобразованию состояния поляризации поляризованной составляющей распространяющегося в среде излучения, что необходимо учитывать наряду с деполяризующими свойствами ткани. Двухлучепреломление проявляется, в частности, в мышечной ткани, костной ткани, ткани роговицы глаза и т.д.

В случае кожной ткани двухлучепреломление можно наблюдать в роговом слое эпидермиса и дерме. Двухлучепреломлением обладают основные клеточные компоненты рогового слоя эпидермиса - кератиноциты. Наблюдаемое двухлучепреломление дермы обусловлено, главным образом, оптической анизотропией коллагеновых волокон и их ориентационной упорядоченностью на макроскопическом уровне. Пучки коллагеновых волокон в дерме лежат параллельно поверхности кожи и, будучи ориентированными под небольшими углами относительно некоторого выделенного направления, пересекаются друг с другом, образуя многослойную сеть с ромбическими ячейками. Существование выделенного направления преимущественной ориентации коллагеновых волокон, определяет, в частности, анизотропию растяжимости кожи, которая хорошо известна в медицине и описывается с помощью так называемых линий Лангера (линий растяжимости кожи). Следует напомнить, что частично ориентационно упорядоченная волокнистая структура дермального слоя определяет и анизотропию индикатрисы рассеяния среды в пределах этого слоя (рассеяние света в направлении вдоль волокон коллагена меньше, чем в перпендикулярном).

Наличие оптической анизотропии в сочетании со структурной неоднородностью делает достаточно сложным анализ и феноменологическое описание оптических свойств биоткани, но в то же время, проявляясь в поляризационно-оптических характеристиках исследуемого биологического объекта, оптическая анизотропия может дать ценную информацию о его структурных особенностях и физиологическом статусе.

Новые возможности поляризационного метода открываются, если исследуется спектральный состав поляризованных компонентов обратно рассеянного кожей линейно поляризованного излучения. В частности, одним из преимуществ отражательной спектроскопии кожи с использованием поляризованного излучения является возможность избирательного анализа хромофорного состава приповерхностных и глубоких слоев кожной ткани.

# 1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИЗОТРОПНОЙ РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

## 1.1. Феноменологическая модель релаксации линейной поляризации света, распространяющегося в неупорядоченной многократно рассеивающей среде

Многократное рассеяние линейно поляризованного когерентного излучения в неупорядоченных средах приводит к формированию сложной пространственной поляризационной структуры рассеянного поля, формируемой в результате суперпозиции его парциальных составляющих с различными состояниями поляризации. Характерный пространственный масштаб флуктуаций состояния поляризации рассеянного поля при этом сопоставим с размерами области пространственных флуктуаций интенсивности рассеянного поля (или средним размером спеклов). В случае некогерентных источников излучения пространственная поляризационная структура рассеянного поля усредняется.

Статистический анализ пространственно-временных флуктуаций интенсивности рассеянного света с учетом их состояния поляризации в большинстве представляющих практический интерес случаев может быть осуществлен с использованием "квазискалярного" подхода, когда рассеянное поле интерпретируется как результат наложения статистически независимых и различным образом поляризованных составляющих (спекл-полей). При этом, если рассеивающая среда возбуждается линейно поляризованным когерентным световым пучком, то в качестве составляющих рассеянного поля обычно рассматриваются линейно поляризованная составляющая, совпадающая по направлению поляризации с зондирующим пучком (ко-поляризованный компонент рассеянного поля), и линейно поляризованная составляющая с ортогональным направлением поляризации (кросс-поляризованный компонент).

При использовании линейно поляризованного освещающего пучка «деполяризующие» свойства рассеивающей среды без оптической анизотропии могут быть описаны таким параметром, как степень поляризации рассеянного излучения, вводимой в форме

$$P = \frac{\langle I_{\parallel} \rangle - \langle I_{\perp} \rangle}{\langle I_{\parallel} \rangle + \langle I_{\perp} \rangle}, \quad (1.1)$$

где  $\langle I_{\parallel} \rangle$  и  $\langle I_{\perp} \rangle$  – средние значения интенсивности линейно поляризованных составляющих рассеянного поля с взаимно ортогональными направлениями вектора поляризации (ко-поляризованной и кросс-поляризованной, соответственно).

С позиций феноменологического описания процесса многократного рассеяния, возникновение составляющей рассеянного поля с альтернативным состоянием поляризации (кросс-поляризованной в случае линейной поляризации освещающего пучка) может быть интерпретировано как результат перераспределения потока энергии между составляющими рассеянного поля, характеризуемыми различными значениями эффективного оптического пути  $s$  в случайно-неоднородной среде, при этом скорость релаксации исходного состояния поляризации определяется характерным масштабом рассеивающей среды (“длиной деполяризации”), зависящим от оптических характеристик рассеивающих центров и их концентрации.

Максимальное различие наблюдаемых характеристик составляющих рассеянного поля с различными состояниями поляризации в случае оптически плотных сред имеет место при детектировании рассеянного назад излучения, что является очевидным проявлением различия эффективных оптических путей  $s$  для парциальных составляющих, соответствующих двум альтернативным поляризационным каналам (ко-поляризованный компонент формируется в результате суперпозиции составляющих с малыми

значениями  $s$ , в то время как кросс-поляризованный - благодаря «диффузионному» режиму распространения излучения в среде).

При наблюдении рассеянного поля в проходящем свете существенные различия в свойствах ко-поляризованной и кросс-поляризованной составляющих имеют место в области перехода от многократного к однократному режиму рассеяния, когда  $\langle s \rangle \sim L$ , где  $L$  - характерный размер рассеивающей среды. В случае «дискретной» рассеивающей системы, состоящей из ансамбля хаотически распределенных рассеивающих частиц, в качестве «внутреннего» масштаба, контролирующего статистические свойства ансамбля эффективных оптических путей для заданной геометрии рассеяния и оптических свойств среды, обычно используется транспортная длина  $l^*$ , соответствующая полной стохастизации направления распространения рассеянного поля и переходу к доминирующему диффузионному режиму переноса излучения в среде с  $L > l^*$ .

Релаксация начального состояния поляризации пробного излучения в многократно рассеивающей среде может быть рассмотрена на основе феноменологического подхода, основанного на концепции распределения эффективных оптических путей, характеризующего парциальные компоненты рассеянного оптического поля и описываемого функцией плотности вероятности эффективных оптических путей  $\rho(s)$  парциальных составляющих рассеянного поля, которая является универсальной характеристикой рассеивающей среды, определяемой ее оптическими параметрами и геометрией рассеяния. В качестве обобщенных оптических характеристик рассеивающей среды, от которых зависит функция плотности вероятности  $\rho(s)$ , обычно рассматривается транспортная длина  $l^*$  и параметр анизотропии  $g$ , равный среднему значению косинуса угла рассеяния для рассеивающих центров, образующих локально-неоднородную среду.

В рамках таких феноменологических представлений интенсивности кополяризованной и кросс-поляризованной составляющих рассеянного поля могут быть представлены в форме интегральных преобразований  $\rho(s)$ :

$$\langle I_{\parallel} \rangle \approx \frac{I}{2} \int_0^{\infty} \left[ 1 + \exp\left(-\frac{s}{\xi}\right) \right] \rho(s) ds, \quad (1.2)$$

$$\langle I_{\perp} \rangle \approx \frac{I}{2} \int_0^{\infty} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{s}{\xi}\right) \right] \rho(s) ds,$$

где  $\xi$  - длина деполяризации. Данный параметр зависит от оптических свойств и размеров рассеивающих центров (дифракционного параметра  $ka$ , где  $k$  - волновое число распространяющегося в среде света,  $a$  - размер рассеивающей частицы, в случае частицы сферической формы ее радиус) и определяет скорость релаксации исходного состояния поляризации зондирующего пучка при его распространении в среде.

Таким образом, в рамках рассматриваемого феноменологического подхода степень поляризации рассеянного излучения может быть представлена в виде:

$$P = \frac{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{s}{\xi}\right) \rho(s) ds}{\int_0^{\infty} \rho(s) ds}. \quad (1.3)$$

Выражение (1.3) с экспоненциальным ядром получено в рамках так называемой модели случайных блужданий, описывающей формирование парциальных составляющих рассеянного поля в результате последовательностей большого числа статистически независимых событий - элементарных актов рассеяния с одинаковыми статистическими весами.

## 1.2. Релаксация поляризации излучения с исходной линейной поляризацией при его распространении в многократно рассеивающей среде

### 1.2.1. Случай детектирования прошедшего света

На рисунке 1.1 приведены функции плотности вероятности  $\rho(s)$  для случая модельной макроскопически однородной рассеивающей среды без поглощения в форме плоского слоя толщиной  $L = 40$  мм. Из рисунка 1.1 видно, как изменяется статистика эффективных оптических путей в направлении распространения света при увеличении рассеивающих свойств среды: увеличение рассеивающих свойств среды (транспортная длина рассеяния  $l^*$  уменьшается) приводит к увеличению вклада в прошедшее через среду излучение парциальных составляющих с большими оптическими путями.

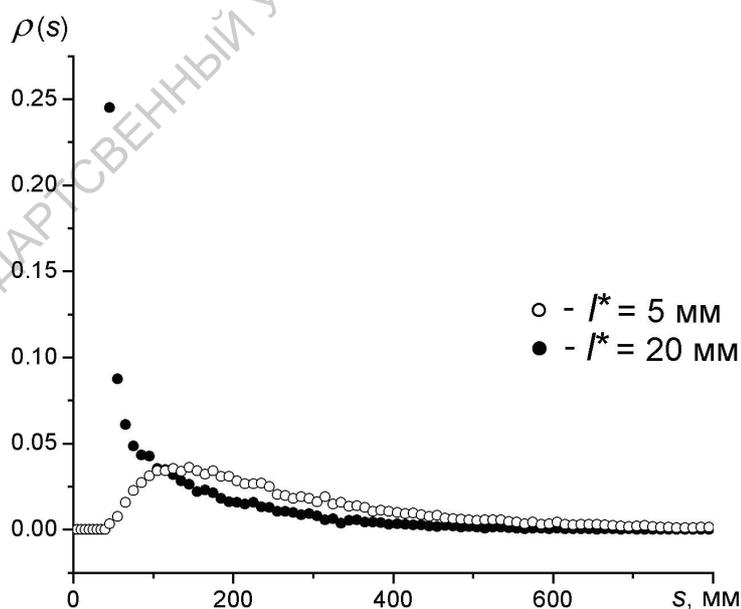


Рис. 1.1. Функции плотности вероятности эффективных оптических путей для случая модельной рассеивающей среды в форме плоского слоя толщиной  $L = 40$  мм

Следствием этого является уменьшение интенсивности кополяризованной составляющей и увеличение интенсивности кросс-поляризованной составляющей прошедшего через среду излучения и, как результат, уменьшение его степени поляризации.

Исследование релаксации состояния поляризации для распространяющегося в рассеивающей среде линейно поляризованного излучения удобно проводить путем сравнения длины деполаризации света  $\xi$  с характеристическим пространственным масштабом рассеивающей среды, которой является транспортная длина  $l^*$ , то есть в терминах нормированной длины деполаризации  $\tilde{\xi} = \xi/l^*$ .

Другим безразмерным характеристическим параметром рассеивающей среды является эффективное число актов рассеяния, приводящее к релаксации поляризации:  $N = \xi/l = \tilde{\xi}/(1-g)$ , где  $l$  - средняя длина рассеяния, связанная с объемной концентрацией рассеивающих частиц  $n$  ( $l = \mu_s^{-1} = (n\sigma)^{-1}$ ,  $\sigma$  - сечение рассеяния изолированной рассеивающей частицы).

На рисунке 1.2 приведены экспериментальные зависимости степени поляризации  $P$  прошедшего через среду излучения от параметра  $L/l$ . Данный параметр для рассеивающих сред варьировался путем изменения концентрации твердой фазы в суспензиях.

Результаты экспериментов демонстрируют немонотонное изменение  $N$  при увеличении дифракционного параметра рассеивающих частиц. При изменении дифракционного параметра в диапазоне от 2.0 до 8.0 наклон уменьшается, причем минимальное значение наклона наблюдается для полистироловых сфер диаметром 1.07 мкм, а при дальнейшем увеличении  $ka$  (полистироловые сферы диаметром 2.19 мкм) величина наклона возрастает.

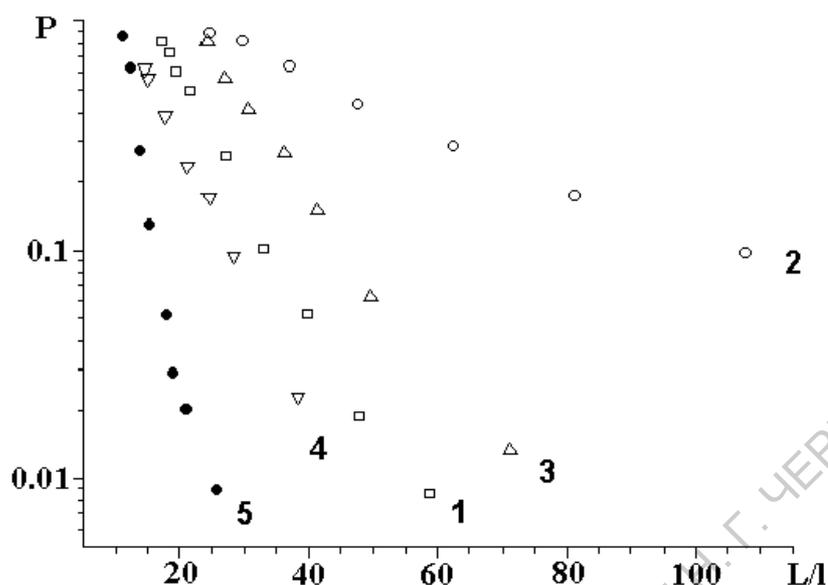


Рис. 1.2. Экспериментальные зависимости степени поляризации для водных суспензий полистироловых сфер различных диаметров  $d$ .

1 –  $d = 2.19$  мкм; 2 –  $d = 1.07$  мкм; 3 –  $d = 0.605$  мкм;  
4 –  $d = 0.460$  мкм; 5 –  $d = 0.261$  мкм

Минимальный наклон зависимостей  $\lg P = f(L/l)$  (параметр  $\xi$  имеет максимальное значение) наблюдается для сфер диаметром 1.07 мкм. Для таких частиц дифракционный параметр приблизительно равен 8.7 и находится в области первого максимума зависимости сечения рассеяния от  $ka$  для непоглощающих сферических частиц, рассчитанной по теории Ми.

Подобный результат получен и при статистическом моделировании релаксации состояния поляризации для распространяющегося в рассеивающей среде линейно поляризованного излучения.

На рисунке 1.3 приведены в полулогарифмических координатах зависимости степени поляризации  $P$  от параметра  $L/l^*$  в случае диффузионного режима распространения излучения в модельной среде в форме слоя при различных значениях длины деполяризации  $\xi$ .

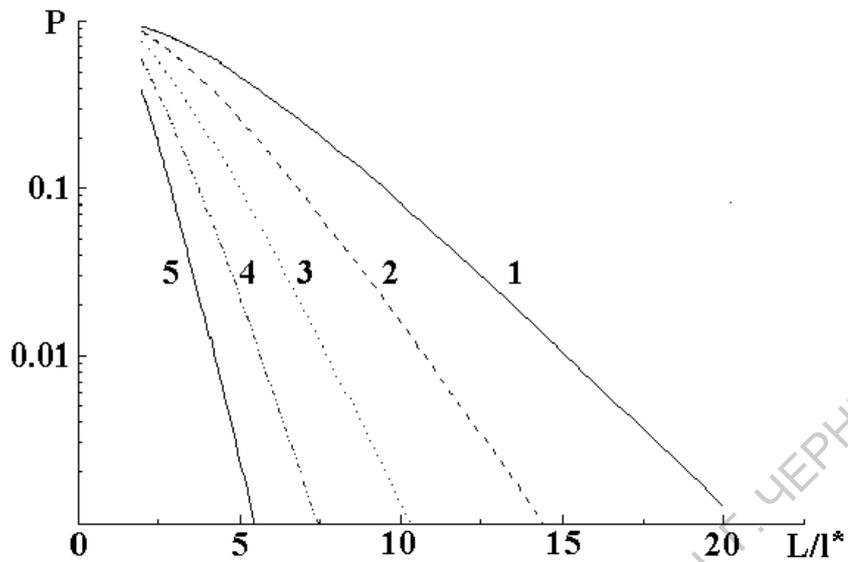


Рис. 1.3. Теоретические зависимости степени поляризации излучения, прошедшего слой многократно рассеивающей среды толщиной  $L$ , от параметра  $L/l^*$  при различных значениях длины деполяризации.

1 -  $\tilde{\xi} = 10$ ; 2 -  $\tilde{\xi} = 5$ ; 3 -  $\tilde{\xi} = 2.5$ ; 4 -  $\tilde{\xi} = 1.25$ ; 5 -  $\tilde{\xi} = 0.63$

Близкая к линейной форма теоретических зависимостей  $\lg P = f^*(L/l^*)$  для различных значений нормированной длины деполяризации  $\tilde{\xi} = \xi/l^*$  в области значений  $P \leq 0.75 \div 0.85$  соответствует наблюдаемой в экспериментах с многократно рассеивающими модельными средами экспоненциальной релаксации степени поляризации зондирующего излучения по мере его распространения в рассеивающей среде. Значение  $\tilde{\xi}$  зависит от дифракционного параметра рассеивающих центров  $ka$ , при этом  $\xi$  возрастает с ростом  $ka$  при переходе от “релеевского” рассеяния рассеивающими центрами ( $ka \ll 1$ ) к режиму рассеяния Ми, достигая значений  $\approx (8 \div 9)l$  в области первого резонанса Ми на зависимости сечения рассеяния рассеивающих центров от дифракционного параметра  $ka$ .

## 1.2.2. Случай детектирования обратно рассеянного излучения

### 1.2.2.1. Степень остаточной поляризации

Для рассеянного вперед излучения увеличение геометрической толщины рассеивающего слоя приводит к уменьшению степени остаточной поляризации до нуля.

Для обратно рассеянного излучения по сравнению с рассеянным вперед светом степень остаточной поляризации сильно зависит от особенностей образования рассеянного поля. Значительный вклад малократного рассеяния (или компонентов рассеянного поля с малой длиной оптического пути  $s$ ), который имеет место в расположенном непосредственно под поверхностью среды слое толщиной порядка средней транспортной длины рассеяния, может привести к ситуации, когда степень остаточной поляризации будет иметь заметную величину.

Степень остаточной поляризации рассеянного оптического поля в произвольно выбранной точке детектирования может быть определена путем усреднения степени поляризации  $P^s(s)$  парциальной составляющей по ансамблю парциальных компонентов рассеянного оптического поля, характеризующемуся распределением оптических длин путей  $\rho(s)$ :

$$P = \int_0^{\infty} P^s(s) \rho(s) ds \approx \frac{3}{2} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{s}{\xi}\right) \rho(s) ds, \quad (1.4)$$

где функция плотности вероятности  $\rho(s)$  определяется условиями распространения света в рассеивающей среде между источником и детектором.

Выражение для степени остаточной поляризации при освещении полубесконечной среды плоской волной имеет вид:

$$P \cong \frac{3}{2} \exp\left(-\gamma \sqrt{\frac{3l^*}{\xi}}\right). \quad (1.5)$$

В случае линейно поляризованного падающего света отношение интенсивностей ко-поляризованной ( $I_{\parallel}$ ) и кросс-поляризованной ( $I_{\perp}$ ) составляющих обратно рассеянного света сильно зависит от дифракционного параметра рассеивающих частиц и стремится к 1 в режиме рассеяния Ми. Другими словами, в случае неупорядоченных систем, состоящих из диэлектрических частиц большого размера, линейная поляризация при обратном рассеянии почти полностью пропадает. Наоборот, значительная степень остаточной поляризации для аналогичной геометрии рассеяния имеет место, когда неупорядоченная система состоит из диэлектрических частиц с  $ka \ll 1$  (режим Релеевского рассеяния).

Принимая при обратном рассеянии для крупных частиц  $\xi \approx l^*$ , получим  $P \approx \exp(-\gamma\sqrt{3}) \approx \exp(-3.55) \approx 0.0287$ . Данная величина может рассматриваться как предельная степень остаточной поляризации при обратном рассеянии для сред, характеризуемых большими значениями параметра анизотропии  $g$  (см. следующий раздел) В случае же «релеевских» частиц ( $g \approx 0$ )  $\xi > l^*$  и, соответственно, предельная степень остаточной поляризации близка к значению 0.28.

Следует отметить, что оценка значения  $\xi$  по рассмотренной методике с использованием значения  $\gamma \approx 2.05$  может приводить к существенным погрешностям, поскольку для малых частиц с  $ka \ll 1$  этот параметр существенным образом зависит от  $ka$ , различаясь для кросс- и ко-поляризованной составляющих.

### 1.2.2.2. Влияние анизотропии рассеяния на длину деполяризации

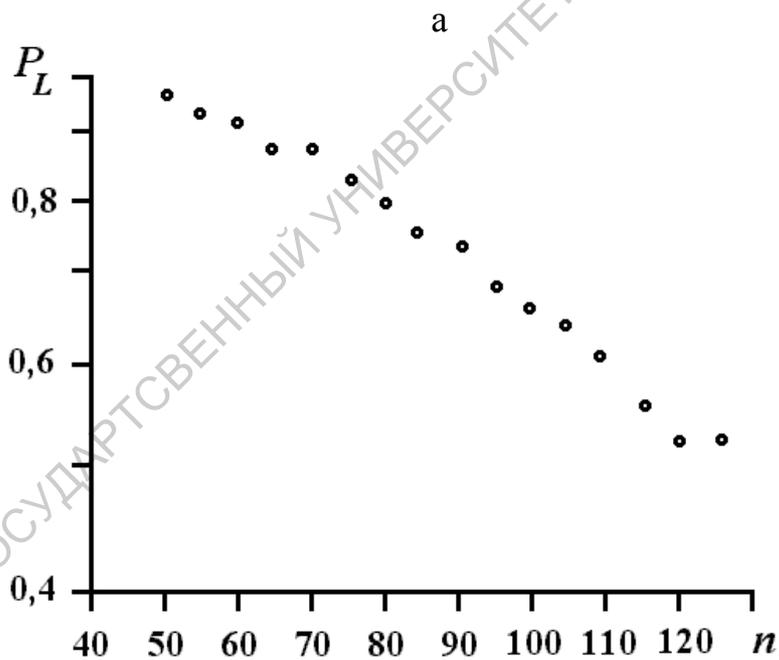
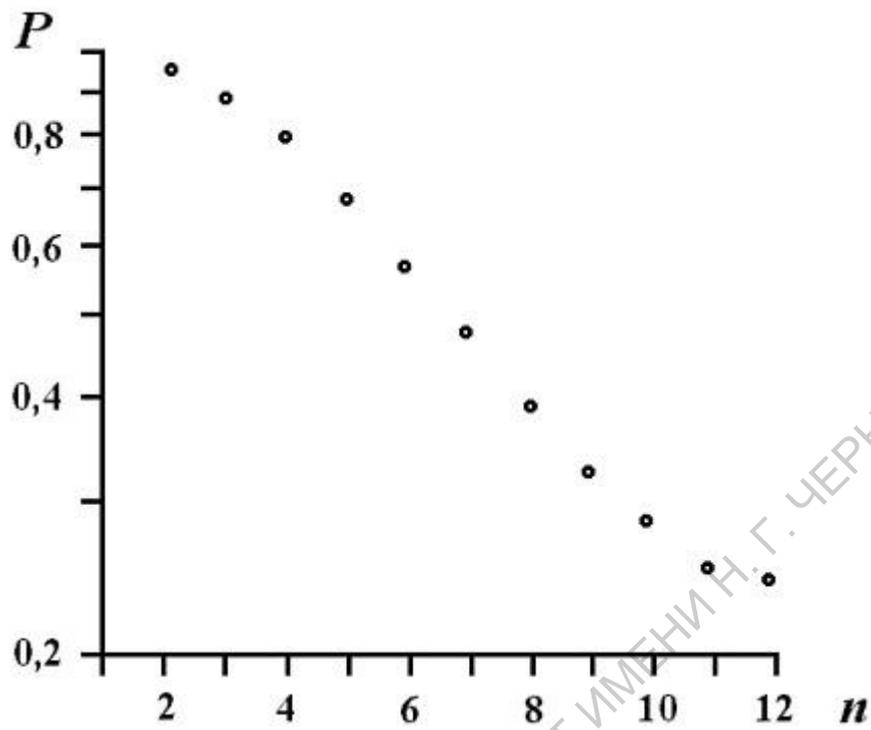
Поведение длины деполяризации при возрастании параметра анизотропии  $g$  в случае обратного рассеяния и при детектировании излучения, рассеянного вперед слоем случайной среды, будет качественно различаться.

Типичные зависимости степени поляризации  $P^S(n)$ , где  $n$  – число актов рассеяния, полученные в результате статистического моделирования, приведены на рис. 1.4 и рис. 1.5.

Рисунок 1.4 иллюстрирует релаксацию степени поляризации парциальных составляющих рассеянного поля с увеличением числа актов рассеяния  $n$  для двух геометрий рассеяния. Оценки значений  $n$  для случаев изотропного ( $ka = 0.5$ ;  $g \approx 0.045$ ) и существенно анизотропного ( $ka = 7.0$ ;  $g \approx 0.92$ ) рассеяния по наклону зависимостей  $P^S(n)$  в полулогарифмических координатах дали величины  $n \approx 3.6$  и  $n \approx 118$  при рассеянии вперед и соответственно  $n \approx 4.4$  и  $n \approx 18$  при рассеянии назад.

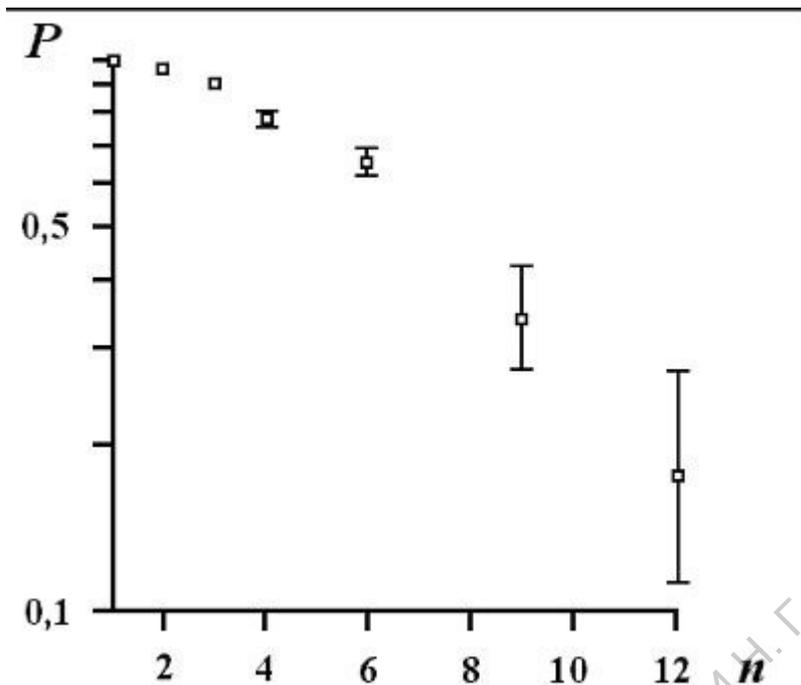
Таким образом, результаты статистического моделирования подтверждают выводы о существенном различии длины деполяризации линейно поляризованного излучения при рассеянии вперед и обратном рассеянии. По сравнению с вперед рассеянным линейно поляризованным излучением обратно рассеянное линейно поляризованное излучение от оптически толстой рассеивающей среды демонстрирует противоположную тенденцию в поведении остаточной поляризации при увеличении дифракционного параметра рассеивающих частиц.

Рисунок 1.5 иллюстрирует типичные зависимости степени поляризации парциальных составляющих рассеянного поля от числа актов рассеяния, полученные в результате статистического моделирования для двух режимов рассеяния (рассеяния Релея,  $g \approx 0.178$  (рис. 1.5а) и рассеяния Ми,  $g \approx 0.915$  (рис. 1.5б)).

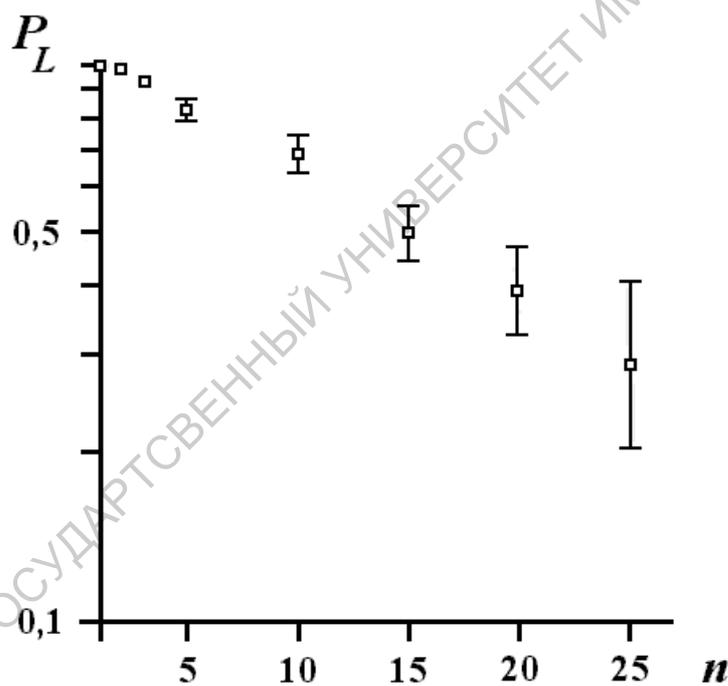


б

Рис. 1.4. Зависимости степени поляризации парциальных составляющих рассеянного поля от числа актов рассеяния (результаты статистического моделирования). а – обратное рассеяние ( $ka = 0.5$ ), б – рассеяние вперед ( $ka = 7.0$ )



а



б

Рис. 1.5. Зависимость степени поляризации парциальной составляющей линейно поляризованного света от числа актов рассеяния (обратное рассеяние, результаты статистического моделирования).

а –  $ka = 1$ ;  $g \approx 0.178$ ; б –  $ka \approx 6.5$ ;  $g \approx 0.915$

Вертикальные линии указывают на увеличение девиации полученных значений  $P^S$  по отношению к среднему значению степени остаточной поляризации с увеличением числа актов рассеяния.

Таким образом, результаты статистического моделирования подтверждают выводы о существенном различии длины деполяризации линейно поляризованного излучения при рассеянии вперед и обратном рассеянии. Вводя в рассмотрение нормированную длину деполяризации  $\tilde{\xi} = \xi / l^*$ , получим, что в случае анизотропного рассеяния ( $ka = 7.0$ ) при рассеянии вперед  $\tilde{\xi}_{7.0} \approx 9.4$ , а при обратном рассеянии  $\tilde{\xi}_{7.0} \approx 1.4$ , т.е. имеет значение, близкое 1. В случае изотропного рассеяния ( $ka = 0.5$ ) оба значения нормированной длины деполяризации близки друг к другу и находятся в удовлетворительном соответствии со значением  $\tilde{\xi}_{0.5} \approx 2.804$ , полученным из решения уравнения Бете-Солпитера для изотропного рассеяния.

Таким образом, все полученные в результате статистического моделирования кривые характеризуются двумя специфическими областями: областью сравнительно малого числа актов рассеяния, в которой значения степени остаточной поляризации близки к 1, и областью «диффузного рассеяния», характеризующейся приблизительно экспоненциальной релаксацией степени поляризации  $P$ . Положение переходной области между этими режимами, а также скорость релаксации поляризации в области диффузионного рассеяния, сильно зависят от величины параметра анизотропии рассеивающих частиц.

### **1.2.2.3. Влияние поглощения многократно рассеивающей среды на степень остаточной поляризации обратно рассеянного света**

Исследования процесса распространения света в многократно рассеивающих средах с селективным поглощением в настоящее время являются одним из интенсивно развивающихся направлений оптики рассеивающих сред.

В качестве одного из возможных подходов к решению данной проблемы был предложен анализ зависимостей степени остаточной

поляризации света, рассеянного средой в обратном направлении, от длины волны зондирующего линейно поляризованного излучения. Возможность подобного подхода обусловлена достаточно высокой чувствительностью степени поляризации излучения, рассеянного средой, к величине коэффициента поглощения среды на длине волны зондирующего излучения. Данный эффект связан с отсечкой части парциальных составляющих рассеянного оптического поля, характеризующихся большими значениями эффективного оптического пути, в средах с конечным поглощением. Таким образом, сравнение значений степени остаточной поляризации рассеянного средой излучения, измеренных в полосе поглощения и вдали от нее, может быть использовано, в частности, для оценки концентрации хромофора в среде.

Существование остаточной поляризации при обратном рассеянии поляризованного излучения обусловлено специфическими условиями формирования рассеянного оптического поля в случае, когда существенен вклад малократно рассеянных парциальных составляющих с характерными расстояниями распространения в среде порядка  $s \sim l^*$ . Дополнительное поглощение зондирующего излучения в рассеивающей среде будет приводить к отсечке парциальных составляющих рассеянного поля, характеризующихся значениями оптического пути  $s > \mu_a^{-1}$ , где  $\mu_a(\lambda)$  - значение коэффициента поглощения рассеивающей среды на длине волны зондирующего излучения.

Таким образом, дополнительное возрастание относительных вкладов парциальных составляющих с  $s < \mu_a^{-1}$  должно проявляться в возрастании степени остаточной поляризации обратного рассеянного излучения при увеличении  $\mu_a$ . При использовании немонахроматического поляризованного излучения для зондирования сред, характеризующихся селективным поглощением, спектральная зависимость степени остаточной поляризации

должна характеризоваться существованием максимумов в полосах поглощения рассеивающей среды.

Приближенное аналитическое выражение, описывающее взаимосвязь между степенью остаточной линейной поляризации  $P$  обратно рассеянного излучения и коэффициентом поглощения рассеивающей среды может быть получено путем модификации феноменологического подхода, рассмотренного ранее.

Учет влияния поглощения зондирующего излучения рассеивающей средой на степень остаточной поляризации  $P$  может быть осуществлен введением дополнительного бугеровского множителя, описывающего “отсечку” парциальных составляющих, характеризующихся большими значениями  $s$ , и модификацией выражения (1.4) к следующей форме:

$$P(\mu_a) \cong 1,5 \frac{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{s}{\xi}\right) \exp(-\mu_a s) \rho(s, \mu_a) ds}{\int_0^{\infty} \exp(-\mu_a s) \rho(s, \mu_a) ds}, \quad (1.6)$$

в которой учтено изменение условия нормировки плотности вероятности оптических путей в случае существования дополнительного поглощения в рассеивающей среде.

Следует отметить, что в рамках “классического” диффузионного приближения теории переноса излучения эффективное значение коэффициента диффузии света считается зависящим от коэффициента поглощения среды  $\mu_a$ :  $D = c/3[\mu_s(1-g) + \mu_a]$  (где  $\mu_s$  - коэффициент рассеяния, а  $g$  - параметр анизотропии для рассеивающей среды). В свою очередь, это должно приводить к зависимости функции плотности вероятности оптических путей от  $\mu_a$ :  $\rho(s) = \rho(s, \mu_a)$ . Вместе с тем, в ряде работ показано, что расчет характеристик рассеянного излучения в рамках диффузионного приближения гораздо лучше согласуется с

экспериментальными данными и результатами статистического моделирования процесса распространения излучения в рассеивающих средах в случае использования коэффициента диффузии излучения, не зависящего от  $\mu_a$ , т.е.  $D = c/3[\mu_s(1-g)]$ . Таким образом, при анализе влияния поглощения среды на степень остаточной поляризации рассеянного излучения можно принять  $\rho(s)$  соответствующей случаю непоглощающей среды, а учет влияния поглощения на распределение оптических путей парциальных составляющих рассеянного поля осуществлять введением дополнительных бугеровских множителей в интегральные преобразования  $\rho(s)$  в выражении (1.6).

Для рассматриваемой геометрии рассеяния интегральное преобразование  $\rho(s)$  вида  $\int_0^\infty \exp(-s/\xi)\rho(s)ds$  может быть приближенно описано следующим эмпирическим соотношением (см. (5)):

$$\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{\xi}\right)\rho(s)ds \cong \exp\left(-\gamma\sqrt{\frac{3l^*}{\xi}}\right), \quad (1.7)$$

где  $\gamma$  - параметр, зависящий от так называемой длины экстраполяции для рассеивающей среды ( $\gamma \approx 2$ ).

Проводя преобразования выражения (1.6) с учетом (1.7), получим окончательно приближенную формулу для степени остаточной поляризации обратного рассеянного излучения в условиях многократного рассеяния плоской линейно поляризованной волны неупорядоченной средой:

$$P(\mu_a) \approx 1,5 \exp\left[-\gamma\left(\sqrt{\frac{3l^*(1+\mu_a\xi)}{\xi}} - \sqrt{3l^*\mu}\right)\right]. \quad (1.8)$$

Увеличение степени остаточной поляризации при увеличении поглощения рассеивающей среды видно из рис. 1.6, где представлены теоретические зависимости  $P$  от безразмерного параметра  $\mu_a l^*$  при обратном

рассеянии плоской линейно поляризованной монохроматической волны полубесконечной неупорядоченной средой, состоящей из диэлектрических сферических частиц с существенно различающимися значениями дифракционного параметра  $ka$  и относительным показателем преломления, равным 1.2. Значения нормированной длины деполяризации  $\tilde{\xi} = \xi/l^*$  приняты равными:  $\xi/l^* \approx 1$  для крупных рассеивающих частиц (режим рассеяния Ми,  $ka \gg 1$ ) и  $\xi/l^* \approx 4$  для “релеевских” частиц с  $ka \ll 1$ .

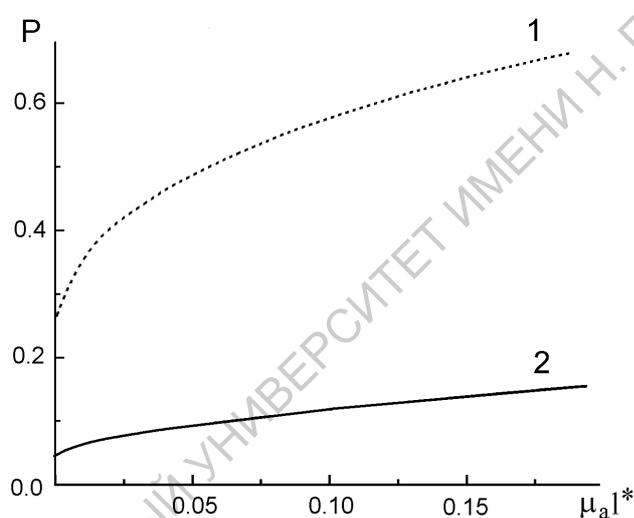


Рис. 1.6. Теоретические зависимости степени остаточной поляризации  $P$  обратно рассеянного излучения от безразмерного параметра  $\mu_a l^*$  при освещении модельной среды линейно поляризованной световой волной:  
 1 – среда, состоящая из “релеевских” частиц;  
 2 – среда, состоящая из частиц с  $ka \gg 1$

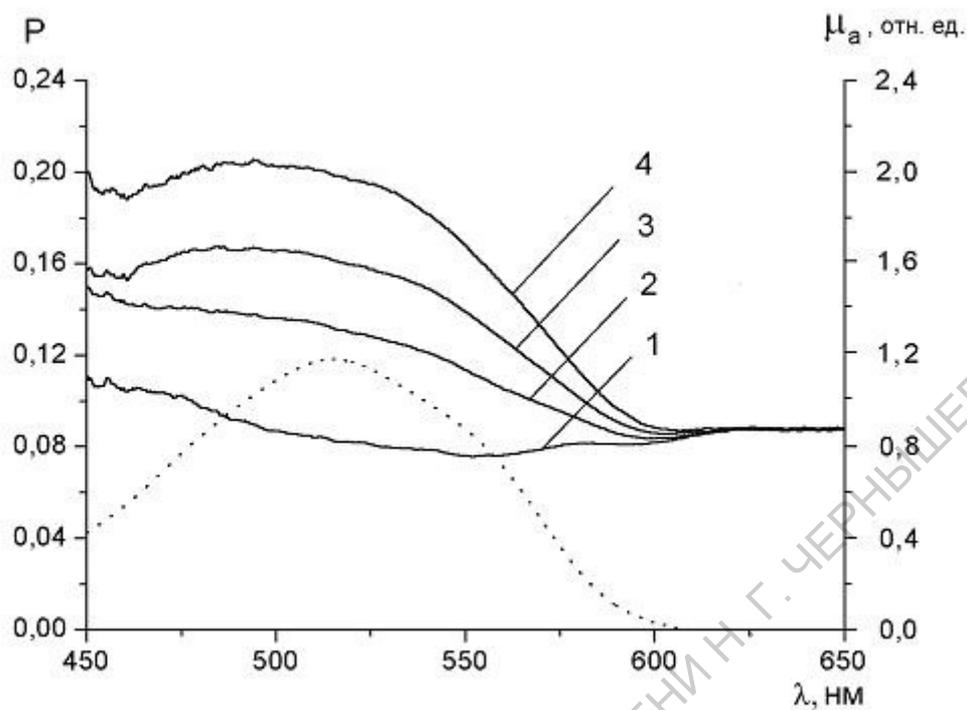
При зондировании неупорядоченных рассеивающих сред некогерентным линейно поляризованным светом спектральные зависимости степени остаточной поляризации рассеянного назад излучения контролируются, с одной стороны, зависимостью  $\xi$  и  $l^*$  от длины волны  $\lambda$ , с другой стороны, зависимостью от  $\lambda$  коэффициента поглощения рассеивающей среды. Селективное поглощение рассеивающей среды, обусловленное наличием определенных хромофоров, должно приводить к возрастанию степени остаточной поляризации обратно рассеянного

излучения в спектральных интервалах, соответствующих полосам поглощения хромофоров.

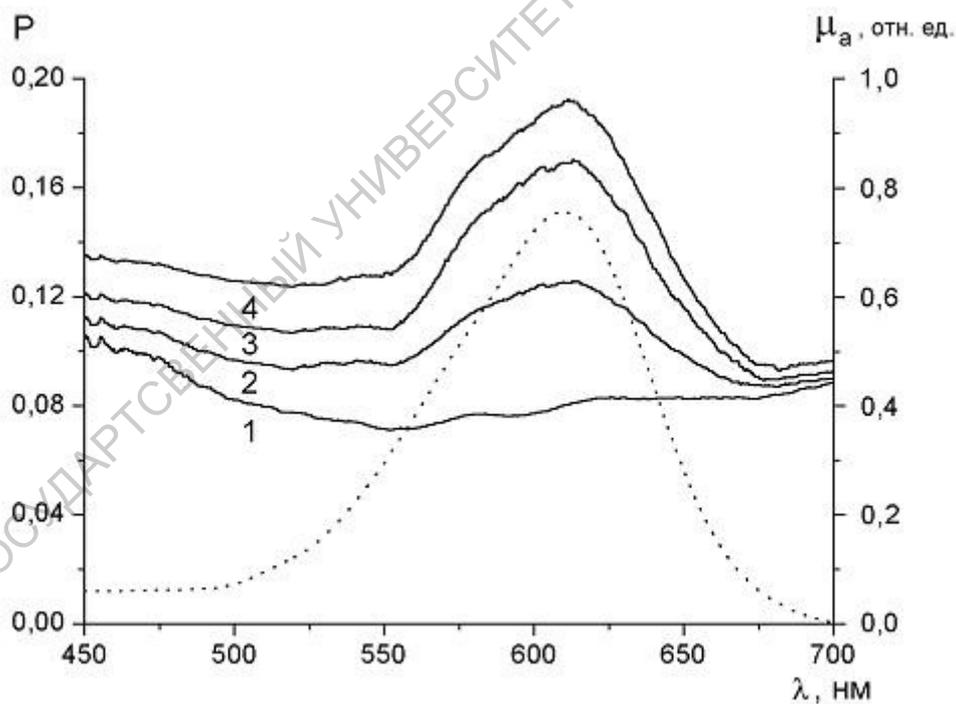
На рисунках 1.7 приведены полученные в эксперименте результаты для растворов пищевых красителей в молоке, свидетельствующие о возрастании степени остаточной поляризации обратно рассеянного света в областях поглощения.

Введение хромофоров в цельное молоко приводит к существенному возрастанию степени остаточной поляризации для интервалов длин волн, соответствующих полосам поглощения хромофоров. Зависимости степени остаточной поляризации от коэффициента поглощения с удовлетворительной степенью точности аппроксимируются приближенным аналитическим выражением (1.8) при использовании  $\xi_L$  и  $l^*$  как подгоночных параметров.

В качестве примера, на рис. 1.8 представлены полученные в эксперименте значения  $P$  при разных значениях коэффициента поглощения используемых растворов красителей в воде (рис. 1.7), измеренных в максимуме их поглощения (515 и 610 нм) и соответствующая аппроксимирующая кривая.



а



б

Рис. 1.7. Спектральные зависимости степени остаточной поляризации для цельного молока при различных концентрациях красителей I (а) и II (б).

а)  $\mu_a = 0$  (1),  $\mu_a = 0,141 \text{ мм}^{-1}$  (2),  $\mu_a = 0,188 \text{ мм}^{-1}$  (3),  $\mu_a = 0,327 \text{ мм}^{-1}$  (4);

б)  $\mu_a = 0$  (1),  $0,107 \text{ мм}^{-1}$  (2),  $0,247 \text{ мм}^{-1}$  (3),  $0,384 \text{ мм}^{-1}$  (4).

Спектры поглощения красителей I и II показаны пунктирной линией

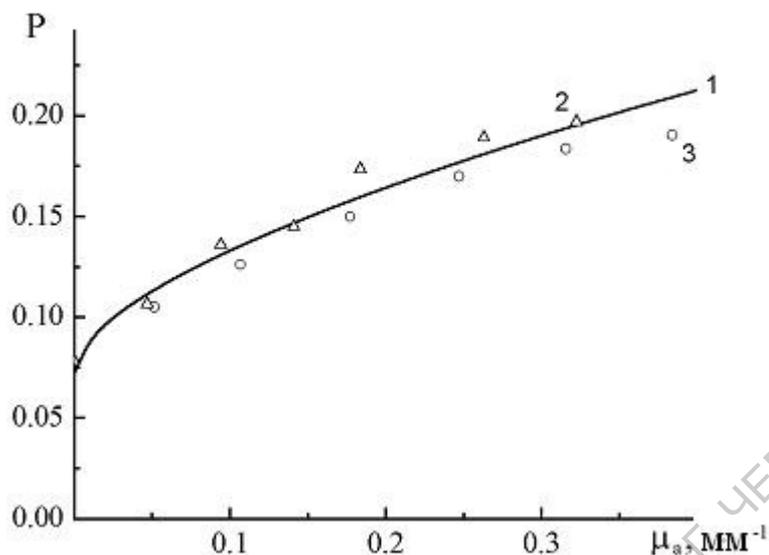


Рис. 1.8. Аппроксимация экспериментальных данных с использованием выражения (1.8). 1 – теоретическая зависимость при  $\xi \approx 1,3l^*$  и  $l^* \approx 0,4 \text{ мм}$ ; 2 – значения степени остаточной поляризации, измеренные для максимума полосы поглощения красителя I ( $\lambda = 515 \text{ нм}$ ); 3 – то же для красителя II ( $\lambda = 610 \text{ нм}$ )

Таким образом, влияние поглощения света многократно рассеивающей средой на степень остаточной поляризации обратно рассеянного излучения может быть интерпретировано в рамках феноменологических представлений о распределении оптических путей парциальных составляющих рассеянного оптического поля для заданных условий его формирования и наблюдения. Спектральный анализ степени остаточной поляризации, в том числе и с использованием технологии введения в исследуемые среды пробных веществ с селективным поглощением, может быть предложен в качестве нового метода исследования оптических свойств многократно рассеивающих сред, включая биоткани.

#### 1.2.2.4. Поляризационные характеристики обратно рассеянного кожей линейно поляризованного излучения

Применительно к коже основные выводы из рассмотренной феноменологической модели распространения поляризованного излучения можно сформулировать следующим образом:

1. В видимом диапазоне спектра среднее значение коэффициента рассеяния  $\mu_s$  составляет порядка  $60 \text{ мм}^{-1}$ , параметр анизотропии  $g \cong 0.85$ . Это позволяет оценить транспортную длину  $l^*$  как величину порядка 100 мкм. В кожной ткани доминирующим является анизотропное рассеяние света на крупных частицах (рассеяние Ми), характеризующееся сильной направленностью однократно рассеянных фотонов. Принимая во внимание, что размеры рассеивателей в эпидермисе превышают длину волны излучения видимого диапазона ( $ka > 1$ ), можно сделать вывод, что максимальное значение длины деполяризации  $\xi$  может составлять величину порядка 300 мкм и более.

2. В случае детектирования обратно рассеянного кожей излучения при освещении ее линейно поляризованным светом максимальное значение  $\xi$  уменьшается до величины порядка  $l^*$ .

3. При зондировании кожи линейно поляризованным излучением имеет место факт существования остаточной поляризации при обратном рассеянии поляризованного излучения.

4. Наличие в кожной ткани сильных хромофоров (меланина в эпидермисе и гемоглобина дермальной крови) должно приводить к возрастанию степени остаточной поляризации обратно рассеянного излучения в спектральных интервалах, соответствующих полосам поглощения хромофоров.

### 1.2.3. Методики поляризационной отражательной спектроскопии кожи

#### 1.2.3.1. Спектральный состав степени поляризации обратно рассеянного кожей линейно поляризованного света

Степень поляризации  $P$  обратно рассеянного света определяется комбинацией двух компонентов обратно рассеянного кожей компонентов, поляризация которых параллельна поляризации падающего излучения (ко-поляризованный компонент,  $R_{PAR}$ ) и перпендикулярна ей (кросс-поляризованный компонент,  $R_{PER}$ ) (см. соотношение (1.1)):

$$P = \frac{R_{PAR} - R_{PER}}{R_{PAR} + R_{PER}} \quad (1.9)$$

Это определение используется в случаях, когда рассеивающая среда не обладает оптической анизотропией. Кожная ткань относится к средам, в которых оптическая анизотропия имеет место. Поэтому степень остаточной поляризации выходящего из кожи отраженного света должна задаваться иначе (см. раздел 2). Тем не менее, использование для анализа поляризационных характеристик отраженного кожей света параметра, определяемого соотношением (1.9), оказывается весьма продуктивным.

Ко-поляризованный компонент определяется суммарным вкладом излучения, отраженного от поверхности кожи и непосредственно прилегающему к ней слою, характеризующемуся малократным рассеянием и сохраняющим поляризацию падающего излучения, и излучения, обратно рассеянного глубоко залегающими слоями кожи, которые характеризуются многократным рассеянием света, результатом чего является его деполяризация. Кросс-поляризованный компонент определяется только

диффузным компонентом обратно рассеянного излучения, которое является полностью деполяризованным.

В рассеивающей среде, характеризующейся малым поглощением, вклад диффузного компонента рассеянного света как в интенсивность  $R_{PAR}$ , так и в интенсивность  $R_{PER}$  является доминирующим, поэтому степень поляризации обратно рассеянного излучения имеет малую величину. Увеличение поглощения среды приводит к тому, что длина оптического пути распространяющегося в среде света уменьшается, результатом чего является уменьшение вклада диффузного компонента в обратно рассеянное излучение. Это, в свою очередь, ведет к увеличению степени остаточной поляризации обратно рассеянного излучения.

Поглощающие свойства кожи в видимом диапазоне спектра определяются двумя доминирующими хромофорами: эпидермальным меланином и гемоглобином дермальной крови. Эти хромофоры являются доминирующими в формировании особенностей спектра  $R(\lambda)$  диффузного отражения кожи и спектра ее оптической плотности  $OD(\lambda)$ .

На рисунке 1.9 приведены спектры оптической плотности кожи с эритемой разной степени ( $E$  – индекс эритемы). Вызванное эритемой увеличение поглощения в спектральной области поглощения гемоглобина приводит к увеличению степени поляризации обратно рассеянного кожей излучения, что наглядно иллюстрирует рис. 1.10.

Кроме того, увеличение степени поляризации с уменьшением длины волны зондирующего излучения обусловлено наличием эпидермального меланина.

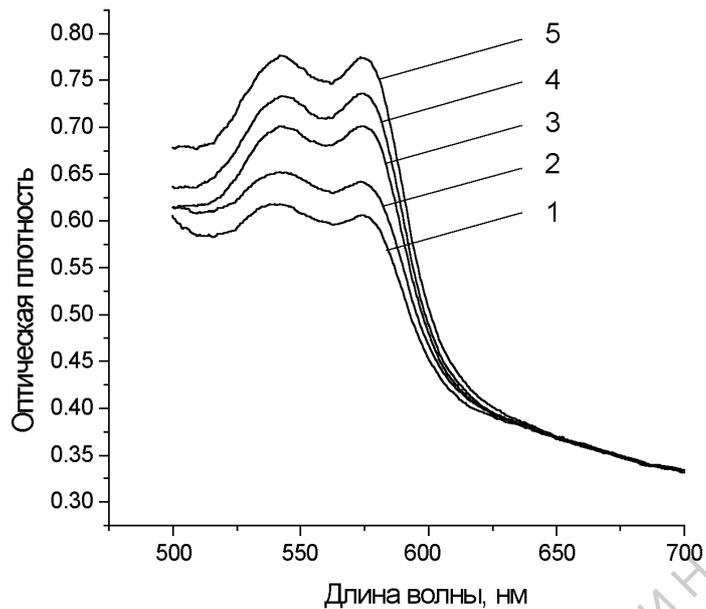


Рис. 1.9. Спектры оптической плотности кожи человека с эритемой разной степени:  
 1 –  $E = 137$ ; 2 –  $E = 157$ ; 3 –  $E = 213$ ;  
 4 –  $E = 249$ ; 5 –  $E = 288$

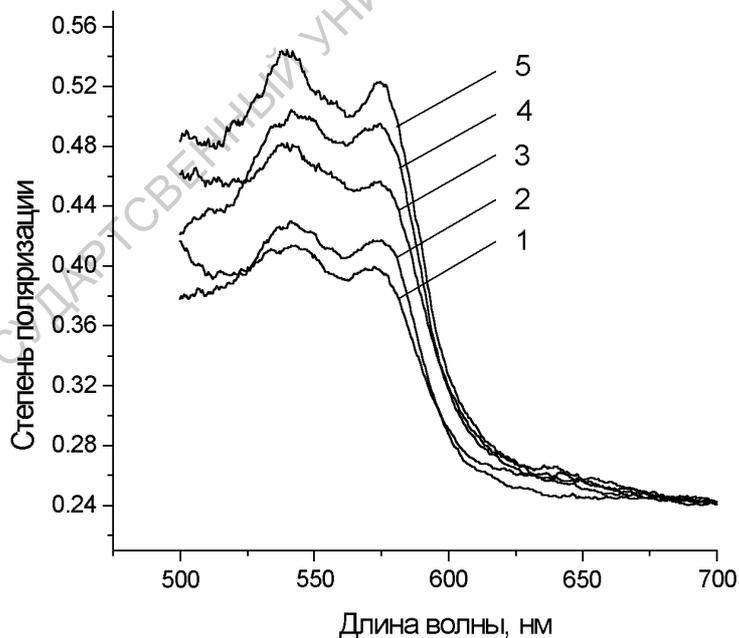


Рис. 1.10. Спектры степени поляризации излучения, отраженного кожей с эритемой разной степени:  
 1 –  $E = 137$ ; 2 –  $E = 157$ ; 3 –  $E = 213$ ;  
 4 –  $E = 249$ ; 5 –  $E = 288$

Таким образом, из рисунков 1.9 и 1.10 видно, что спектральное распределение поляризационного параметра  $P(\lambda)$  обратно рассеянного кожей линейно поляризованного излучения аналогично спектру оптической плотности кожи и может служить характеристикой хромофорного состава кожи.

### 1.2.3.2. Поляризационный разностный спектр обратно рассеянного кожей света при линейно поляризованном освещении

Спектральный состав ко-поляризованного ( $R_{PAR}$ ) и кросс-поляризованного ( $R_{PER}$ ) компонентов выходящего из кожи излучения позволяет выделить информацию о хромофорном составе приповерхностного слоя кожной ткани. Эта информация содержится в поляризационном разностном спектре  $\Delta R(\lambda)$ , определяемом как разность спектров  $R_{PAR}(\lambda)$  и  $R_{PER}(\lambda)$ :

$$\Delta R(\lambda) = R_{PAR}(\lambda) - R_{PER}(\lambda), \quad (1.10)$$

в формировании которого не участвует диффузионный деполяризованный компонент.

Таким образом, разностная комбинация измеренных спектров двух компонентов отраженного кожей излучения позволяет судить о хромофорном составе приповерхностного слоя кожи, толщина которого определяется глубиной проникновения в кожу поляризованного света.

В случае детектирования обратно рассеянного кожей излучения при освещении ее линейно поляризованным светом максимальное значение  $\xi$  уменьшается до величины порядка  $l^*$ , которая составляет величину порядка 100 мкм, что сравнимо с толщиной эпидермиса.

На рисунке 1.11 приведены поляризационные разностные спектры  $\Delta R(\lambda)$  для участков нормальной кожи внутренней стороны предплечья и подногтевого ложа. Видно, что для кожи предплечья в разностном спектре поглощающие свойства крови не проявляются в отличие от кожной ткани ногтевого ложа, где эпидермис имеет меньшую толщину, следствием чего является проявление поглощения гемоглобина в разностном спектре.

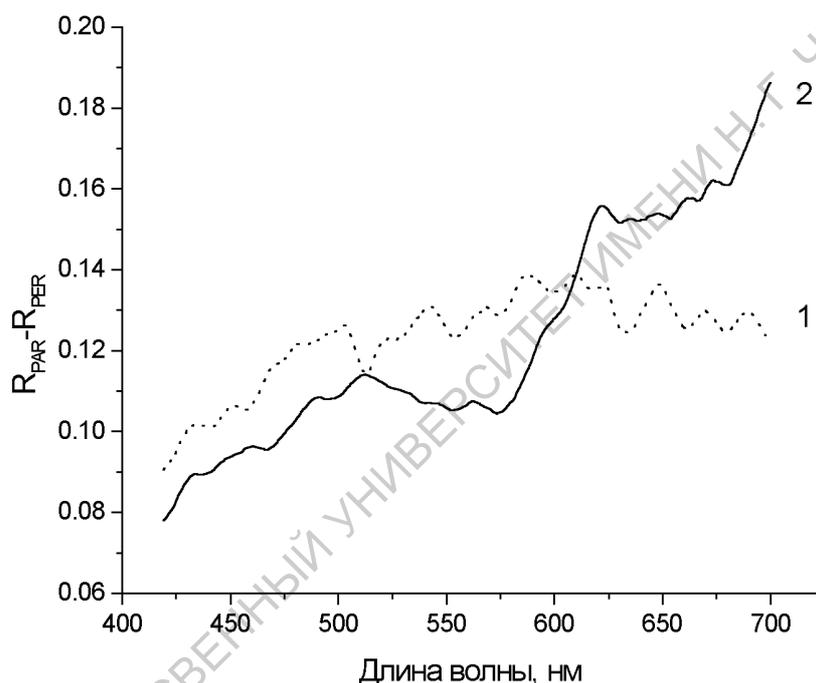


Рис. 1.11. Поляризационные разностные спектры участков кожи внутренней поверхности предплечья (1) и ногтевого ложа (2)

Аналогичный эффект наблюдается при послойном удалении эпидермиса. На рисунке 1.12 показана динамика поляризационных разностных спектров кожи в процессе послойного удаления поверхностных слоев эпидермиса с помощью адгезионной пленки. Толщина отрывов эпидермиса составляет величину порядка 2-3 мкм. Полосы поглощения оксигемоглобина (545 и 575 нм) проявляются в спектрах после осуществления 15-25 отрывов, что соответствует толщине удаления поверхностного слоя эпидермиса порядка 50-70 мкм.

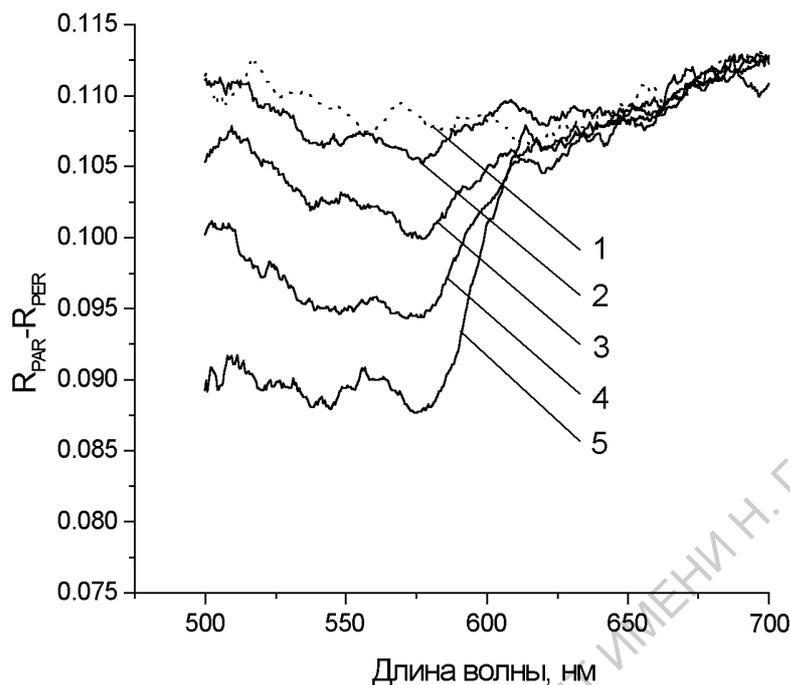


Рис. 1.12. Изменение разностных поляризационных спектров кожи по мере послойного удаления поверхностных слоев эпидермиса: 1 – нормальная кожа; 2 – 40 мкм; 3 – 50 мкм; 4 – 60 мкм; 5 – 70 мкм

По проявлению в разностном поляризационном спектре полос поглощения гемоглобина можно судить о толщине эпидермального слоя кожи, а точнее, о глубине залегания кровеносных сосудов в кожной ткани. В качестве количественной характеристики толщины эпидермиса (глубины залегания кровеносных сосудов) можно использовать параметр  $V$ , показывающий контраст проявления полос поглощения гемоглобина в поляризационном разностном спектре, который можно определить как

$$V = \frac{\Delta R_{650} - \Delta R_{545}}{\Delta R_{650} + \Delta R_{545}} \quad (1.11a)$$

или как

$$V = \frac{\Delta R_{650} - \Delta R_{575}}{\Delta R_{650} + \Delta R_{575}} \quad (1.11b)$$

В соотношениях (1.11) индексы обозначают длины волн в нм, соответствующие полосам поглощения оксигемоглобина (545 и 575 нм) и области, где поглощение гемоглобина мало (650 нм).

Представленные результаты демонстрируют перспективность использования метода поляризационной отражательной спектроскопии для диагностики состояния кожной ткани, в частности, для оценки глубины залегания и кровенаполненности дермальных кровеносных сосудов.

## 2. Формализм векторов Стокса – матриц Мюллера

Формализм векторов Стокса – матриц Мюллера основан на представлении состояния поляризации световой волны вектором Стокса и представлении оптической системы матрицей Мюллера и допускает, что оптическая система является деполаризующей, а падающий свет – частично поляризованным. Компоненты вектора Стокса

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} S_0 &= I = (I_x + I_y) = (I_{+\pi/4} + I_{-\pi/4}) = I_l + I_r, \\ S_1 &= I_x - I_y, \\ S_2 &= I_{+\pi/4} - I_{-\pi/4}, \\ S_3 &= I_r - I_l, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где  $I$  – полная интенсивность волны, а  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_{+\pi/4}$ ,  $I_{-\pi/4}$ ,  $I_l$ ,  $I_r$  – интенсивности составляющих данной волны, которые прошли бы через идеальные поляризаторы, пропускающие соответственно  $x$ -,  $y$ -,  $+\pi/4$ - и  $-\pi/4$ -линейные поляризации, а также лево- и право циркулярно поляризованный свет.

Приведем выражения для часто используемых поляриметрических характеристик через параметры Стокса.

*Степень поляризации*

$$P_F = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}. \quad (2.3)$$

### Степень линейной поляризации

$$P_L = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{S_0}. \quad (2.4)$$

### Степень круговой поляризации

$$P_C = \frac{\sqrt{S_3^2}}{S_0}. \quad (2.5)$$

### Частично поляризованный свет

Вектор Стокса частично-поляризованной волны может быть представлен в виде суммы векторов Стокса поляризованной,  $\mathbf{S}_P$ , и неполяризованной,  $\mathbf{S}_U$ , составляющих волны:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_P + \mathbf{S}_U = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = IP_F \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{S_1}{IP_F} \\ \frac{S_2}{IP_F} \\ \frac{S_3}{IP_F} \end{pmatrix} + I(1 - P_F) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Интенсивность поляризованной составляющей волны равна  $IP_F$ , а интенсивность неполяризованной составляющей равна  $I(1 - P_F)$ .

Поляризация поляризованной части волны может быть представлена эллипсом с большой полуосью  $a$ , малой полуосью  $b$ , углом ориентации главной оси  $\phi_0$  (азимут эллипса), измеренной против часовой стрелки от оси  $x$ ,

$$\phi_0 = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{S_2}{S_1} \right) \quad (2.7)$$

и эллиптичностью

$$e = \pm \frac{b}{a} = \frac{S_3}{IP_F + \sqrt{S_1^2 + S_2^2}}. \quad (2.8)$$

Эллиптичность определяется отношением малой и большой полуосей эллипса, изменяется от  $-1$  (правая круговая поляризация) до  $1$  (левая круговая поляризация) и равна нулю для линейно поляризованного света.

Результат взаимодействия световой волны с оптической системой можно рассчитать, умножая слева вектор Стокса падающей волны на матрицу Мюллера рассматриваемой оптической системы. В результате этого мы получаем вектор Стокса выходящей волны:

$$\mathbf{S}_o = \mathbf{M}\mathbf{S}_I \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}_o = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}_I. \quad (2.9)$$

Ниже приведены выражения для матриц Мюллера идеальных поляризационных приборов, используемые в теоретических расчетах.

*Идеальный линейный поляризатор с осью пропускания, ориентированной вдоль оси  $x$*

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Фазовая пластинка с разностью фаз  $\delta$

медленная ось которой ориентирована по горизонтальной оси

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

При азимутальном повороте пропускающего оптического элемента на угол  $\alpha$  значение его матрицы Мюллера после поворота,  $M_{AR}$  (AR – After Rotation), связано со значением его матрицы Мюллера до поворота,  $M_{BR}$  (BR – Before Rotation), следующим образом:

$$M_{AR} = R(-\alpha)M_{BR}R(\alpha), \quad (2.12)$$

где  $R$  – матрица вращения:

$$R(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R(-\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha & 0 \\ 0 & \sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Если известна матрица Мюллера элемента в какой-то определенной ориентации, то, используя (2.12), можно найти его матрицу Мюллера при любой другой ориентации. Например, из (2.10) и (2.12) можно найти, что матрица Мюллера идеального линейного поляризатора с осью пропускания, ориентированной под углом  $\varphi$  к оси  $x$ , может быть рассчитана как

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\varphi & \sin 2\varphi & 0 \\ \cos 2\varphi & \cos^2 2\varphi & \cos 2\varphi \sin 2\varphi & 0 \\ \sin 2\varphi & \sin 2\varphi \cos 2\varphi & \sin^2 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

### 3. Теоретические модели для описания поляризационно-оптических свойств биотканей с анизотропными компонентами

Рассмотрим несколько простых экспериментальных методик, применяемых при экспериментальном исследовании двулучепреломляющих рассеивающих объектов, и используемые в этих методиках модели взаимодействия света с исследуемым объектом.

#### 3.1. Макроскопическая модель

Первая рассматриваемая методика оценки оптической анизотропии в рассеивающей среде заключается в измерении спектрального состава ко- ( $I_{\parallel}$ ) и кросс- ( $I_{\perp}$ ) поляризованных составляющих света, прошедшего через среду, помещенную между скрещенными поляризатором и анализатором и последующем анализе зависимости параметра

$$P = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}} \quad (3.1)$$

от угла  $\varphi$  между осью пропускания поляризатора и плоскостью, содержащей эффективную оптическую ось исследуемого слоя и направление распространения падающего света. Заметим, что при рассмотрении двулучепреломляющих сред параметр  $P$  в общем случае не равен ни степени поляризации  $P_F$  (2.3), ни степени линейной поляризации  $P_L$  (2.4).

В первом приближении можно считать, что преобразование состояния поляризации проходящего через слой рассеивающей среды с двулучепреломлением света в целом аналогично преобразованию, которое осуществляет обычный однородный двулучепреломляющий слой, но часть излучения при прохождении через слой становится деполяризованной. Допустим, что отношение  $D$  интенсивности деполяризованной составляющей

прошедшего через образец света к полной интенсивности прошедшего света («деполяризационная эффективность» слоя) не зависит от состояния поляризации падающего излучения. Используя метод Стокса-Мюллера, можно показать, что в указанном приближении зависимость параметра  $P$  от  $\varphi$  имеет вид

$$P = (1 - D) \left[ \cos^2 \left( \pi \frac{\Delta n L}{\lambda} \right) + \sin^2 \left( \pi \frac{\Delta n L}{\lambda} \right) \cos 4\varphi \right]. \quad (3.2)$$

Действительно, предположим, что однородный двулучепреломляющий слой толщиной  $L$  вносит разность фаз  $\delta$  между необыкновенной и обыкновенной волнами:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n L, \quad (3.3)$$

где  $\Delta n = n_e - n_o$  – разность показателей преломления необыкновенной ( $n_e$ ) и обыкновенной ( $n_o$ ) волн в слое,  $\lambda$  – длина волны падающего света.

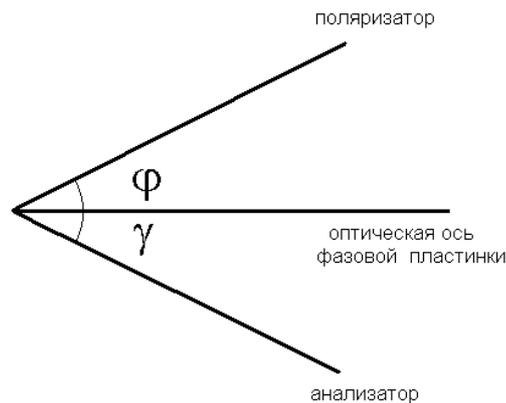


Рис. 3.1. Ориентация оптических элементов системы (заменить пластики на пластинки)

Для простоты рассмотрим случай, когда оптическая ось фазовой пластинки параллельна оси  $x$ . При такой схеме расположения оптических элементов первый элемент вектора Стокса, определяющий интенсивность света на выходе из системы, можно найти следующим образом.

Предположим, что первый поляризатор, через который проходит свет, ориентирован так, что его плоскость пропускания составляет угол  $\varphi$  с осью  $x$  (горизонтальной на рис. 3.1), а второй поляризатор, расположенный за фазовой пластинкой (анализатор), ориентирован под таким углом, что его плоскость пропускания образует с осью  $x$  угол  $\gamma$ , причем  $\gamma$  отсчитывается от оси  $x$  по часовой стрелке, т. е. в общепринятых обозначениях он является отрицательным углом  $-\gamma$  (рис. 3.1).

Будем считать, что на первый поляризатор падает пучок неполяризованного света интенсивностью  $I_1$ .

Используя матрицу Мюллера для поляризатора (2.14), вектор Стокса  $\mathbf{S}_2$  на выходе первого поляризатора можно выразить как

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\varphi & \sin 2\varphi & 0 \\ \cos 2\varphi & \cos^2 2\varphi & \cos 2\varphi \sin 2\varphi & 0 \\ \sin 2\varphi & \sin 2\varphi \cos 2\varphi & \sin^2 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_1 \cos 2\varphi \\ I_1 \sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{I_1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\varphi \\ \sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Затем пропустим пучок, прошедший первый поляризатор, через фазовую пластину. Вектор Стокса после фазовой пластины обозначим  $\mathbf{S}_3$ . Для того чтобы вычислить  $\mathbf{S}_3$ , нужно умножить  $\mathbf{S}_2$  на матрицу Мюллера, соответствующую фазовой пластине, а именно:

$$\mathbf{S}_3 = \frac{I_1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ \cos 2\varphi \\ \sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\frac{I_1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\varphi \\ \sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{I_1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\varphi \\ \sin 2\varphi \cos \delta \\ \sin 2\varphi \sin \delta \end{pmatrix}.$$

(Отметим, что в процессе этих матричных вычислений любой скалярный множитель типа  $I_1$  можно произвольно записывать как с одной, так и с другой стороны матрицы).

Наконец, пучок, прошедший фазовую пластинку, пропустим через второй поляризатор, после которого он будет описываться вектором Стокса  $\mathbf{S}_4$ . Чтобы вычислить  $\mathbf{S}_4$ , нужно умножить  $\mathbf{S}_3$  на матрицу Мюллера второго поляризатора (анализатора):

$$\mathbf{S}_4 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\gamma & -\sin 2\gamma & 0 \\ \cos 2\gamma & \cos^2 2\gamma & -\sin 2\gamma \cos 2\gamma & 0 \\ -\sin 2\gamma & -\sin 2\gamma \cos 2\gamma & \sin^2 2\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\varphi \\ \sin 2\varphi \cos \delta \\ \sin 2\varphi \sin \delta \end{pmatrix} \frac{I_1}{2} =$$

$$= \frac{I_1}{4} \begin{pmatrix} 1 + \cos 2\gamma \cos 2\varphi - \sin 2\gamma \sin 2\varphi \cos \delta \\ \cos 2\gamma + \cos^2 2\gamma \cos 2\varphi - \sin 2\gamma \cos 2\gamma \sin 2\varphi \cos \delta \\ -\sin 2\gamma - \sin 2\gamma \cos 2\gamma \cos 2\varphi + \sin^2 2\gamma \sin 2\varphi \cos \delta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Первый элемент вектора  $\mathbf{S}_4$  равен интенсивности пучка на выходе из системы ( $I_4$ ). Таким образом,

$$I_4 = \frac{I_1}{4}(1 + \cos 2\gamma \cos 2\varphi - \sin 2\gamma \sin 2\varphi \cos \delta). \quad (3.4)$$

В случае, когда поляризатор и анализатор скрещены,  $\varphi + \gamma = \frac{\pi}{2}$ , следовательно,  $2\varphi + 2\gamma = \pi$ , так что  $\sin 2\gamma = \sin 2\varphi$  и  $\cos 2\gamma = -\cos 2\varphi$ , и интенсивность света на выходе из системы записывается в виде

$$I_{\perp} = \frac{I_0}{4}(1 - \cos^2 2\varphi - \sin^2 2\varphi \cos \delta) = \frac{I_0}{2} \sin^2 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

или

$$I_{\perp} = \frac{I_1}{4} \left( 1 - \cos^2 \frac{\delta}{2} - \sin^2 \frac{\delta}{2} \cos 4\varphi \right). \quad (3.5)$$

В случае, когда плоскости пропускания поляризатора и анализатора параллельны,  $\varphi + \gamma = 0$ ,  $2\varphi + 2\gamma = 0$ , интенсивность света на выходе из системы записывается в виде

$$I_{\parallel} = \frac{I_1}{4}(1 + \cos^2 2\varphi + \sin^2 2\varphi \cos \delta) = \frac{I_1}{2} \left( 1 - \sin^2 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2} \right). \quad (3.6)$$

В результате получаем

$$I_{\parallel} + I_{\perp} = \frac{I_1}{2}, \quad (3.7)$$

$$I_{\parallel} - I_{\perp} = \frac{I_1}{2} \left( 1 - \sin^2 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2} - \sin^2 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2} \right) = \frac{I_1}{2} \left( \cos^2 \frac{\delta}{2} + \sin^2 \frac{\delta}{2} \cos 4\varphi \right). \quad (3.8)$$

Подстановка (3.7) и (3.8) в (3.1) дает

$$P = \cos^2\left(\pi \frac{\Delta n L}{\lambda}\right) + \sin^2\left(\pi \frac{\Delta n L}{\lambda}\right) \cos 4\varphi. \quad (3.9)$$

С учетом деполаризационной эффективности среды это выражение трансформируется в (3.2).

Из соотношения (3.2) видно, что параметр  $P$  принимает максимальное значение, когда плоскость поляризации падающего на образец света параллельна его главной плоскости или ортогональна ей ( $\varphi = 0$  или  $\pi/2$ ):

$$P_{\max} = (1 - D). \quad (3.10)$$

С другой стороны, когда угол между данными плоскостями составляет величину  $\varphi = \pm \pi/4$ , параметр  $P$  принимает минимальное значение, которое зависит от оптической анизотропии образца:

$$P_{\min} = (1 - D) \cos\left(2\pi \frac{\Delta n L}{\lambda}\right). \quad (3.11)$$

$$P_{\min} = 0 \quad \text{для} \quad \frac{\Delta n L}{\lambda} = m + \frac{1}{4}, \quad (3.12a)$$

$$P_{\min} > 0 \quad \text{для} \quad \frac{\Delta n L}{\lambda} \in \left(m - \frac{1}{4}, m + \frac{1}{4}\right), \quad (3.12б)$$

$$P_{\min} < 0 \quad \text{для} \quad \frac{\Delta n L}{\lambda} \in \left(m + \frac{1}{4}, m + \frac{3}{4}\right), \quad (3.12в)$$

$$P_{\min} = -(1 - D) \quad \text{для} \quad \frac{\Delta n L}{\lambda} = m + \frac{1}{2}, \quad (3.12г)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Таким образом, максимальное значение функции  $P(\varphi)$  определяется степенью поляризации прошедшего через образец света, а минимальное значение – свойствами двулучепреломления образца.

На рисунках 3.2 и 3.3 приведены зависимости  $P$  от  $\varphi$  для разных значений параметров  $D$  и  $\Delta nL$  соответственно.

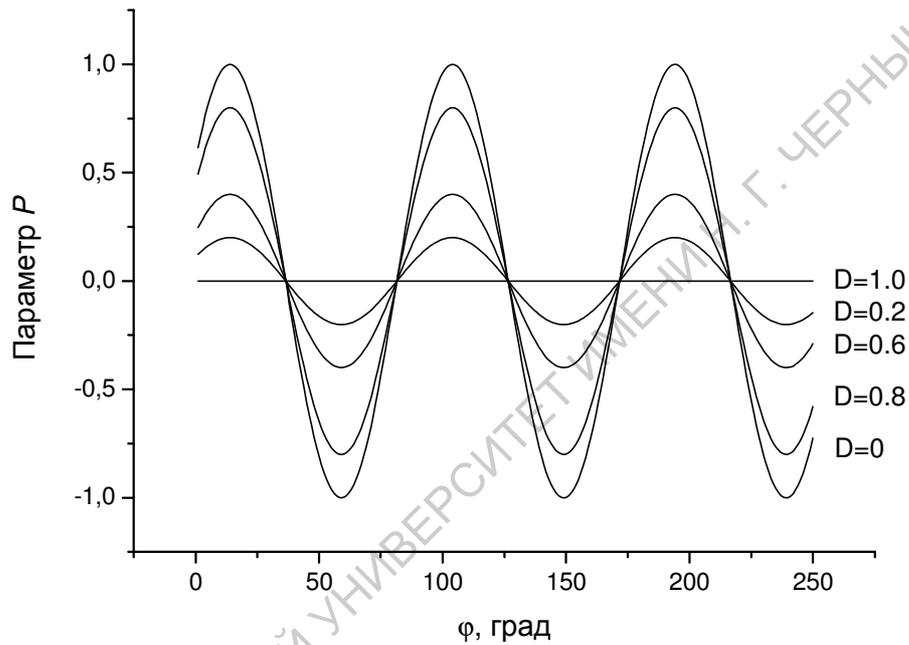


Рис. 3.2. Зависимость параметра  $P$  от угла  $\varphi$ . Расчет по формуле (3.2)

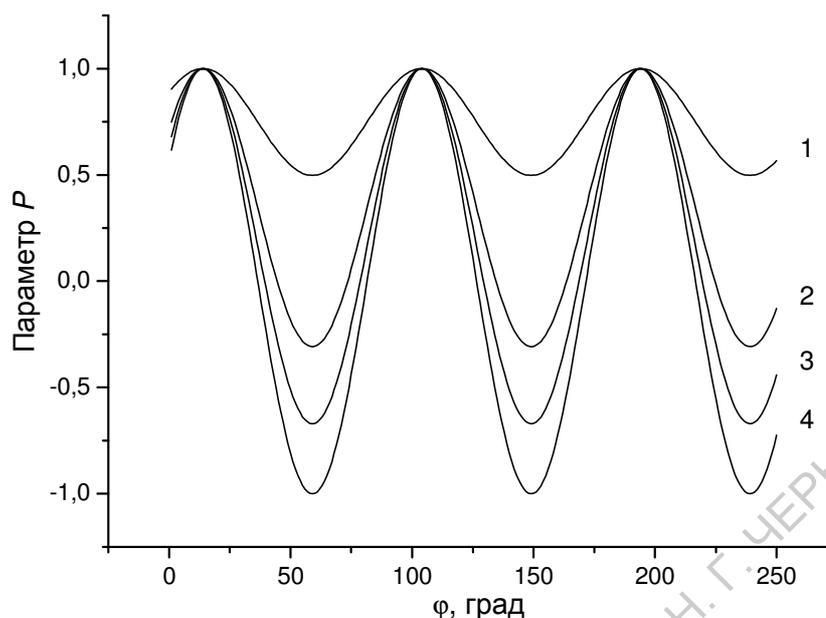


Рис. 3.3. Зависимость параметра  $P$  от угла  $\varphi$ . Расчет по формуле (3.2).  
 $\Delta n = 0.0125$  (1),  $0.0045$  (2),  $0.0095$  (3),  $0.0065$  (4)

На рисунках 3.4 – 3.8 приведены спектральные распределения параметра  $P$  для образцов, представляющих собой ленту скотч разной толщины (толщина одного слоя ленты составляла 40 мкм), измеренные при разных углах  $\varphi$  ориентации образцов относительно плоскости поляризации падающего света, а также угловые зависимости  $P$  на выбранных длинах волн. Аппроксимация экспериментальных зависимостей  $P$  от  $\varphi$  по формуле (3.2) позволяет оценить параметры  $D$  и  $\Delta nL$ .

Периодическое чередование максимумов и минимумов в спектральных распределениях параметра  $P$  обусловлено интерференцией поляризованных компонентов света, распространяющихся в образцах. Максимумы возникают на длинах волн, для которых разность фаз между выходящими из образца поляризованными компонентами составляет величину, кратную  $2\pi$ ; минимумы проявляются, когда разность фаз равна  $\pi$ ,  $3\pi$ ,  $5\pi$  и т.д. В первом случае выходящий из образца свет имеет линейную поляризацию, совпадающую с поляризацией падающего света (параметр  $P = 1$ ), а во втором случае поляризация выходящего света ортогональна поляризации падающего

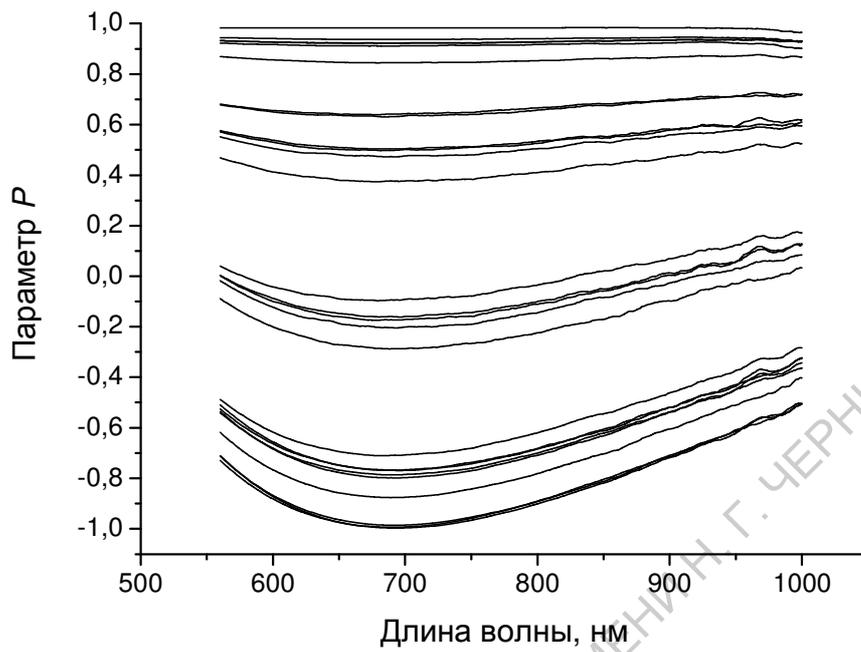
(параметр  $P = -1$ ). Так как разность фаз на выходе из образца толщиной  $L$  равна (см. формулу (3.3))

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n L,$$

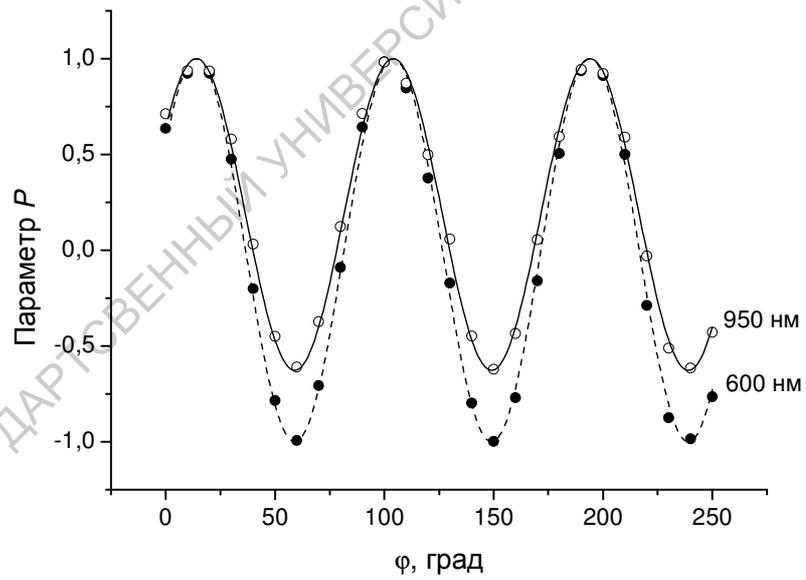
то из приведенных спектров можно оценить величину оптической анизотропии  $\Delta n$  материала скотча:

- в случае максимума параметра  $P$  величина  $\Delta n = \frac{m\lambda}{L}$  ( $m$  – номер максимума),

- в случае минимума параметра  $P$   $\Delta n = \frac{m\lambda}{2L}$  ( $m$  – номер минимума).

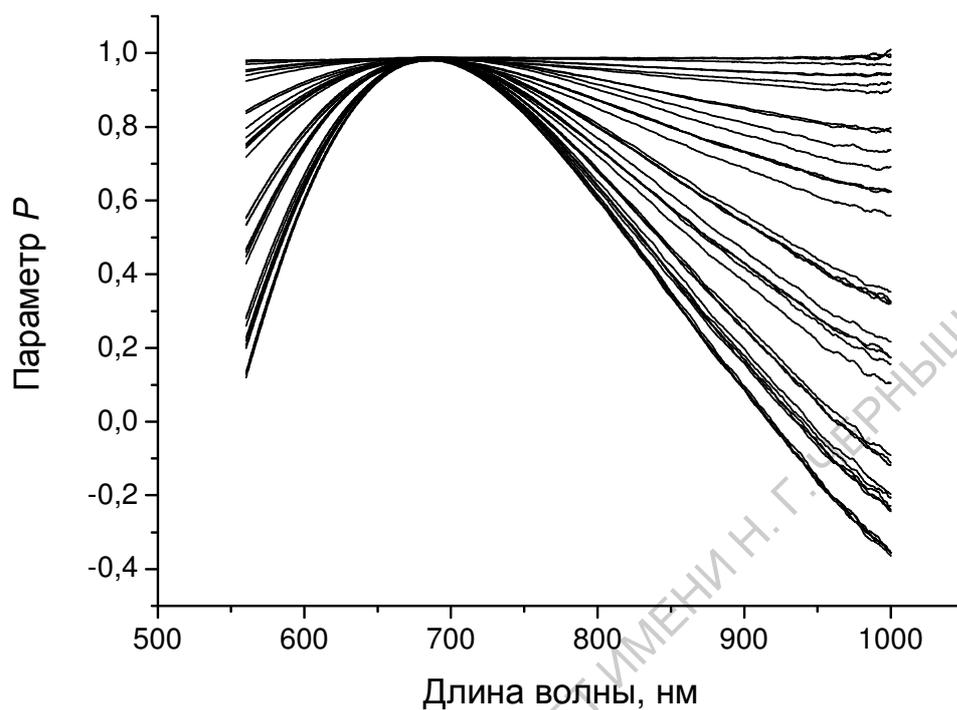


а

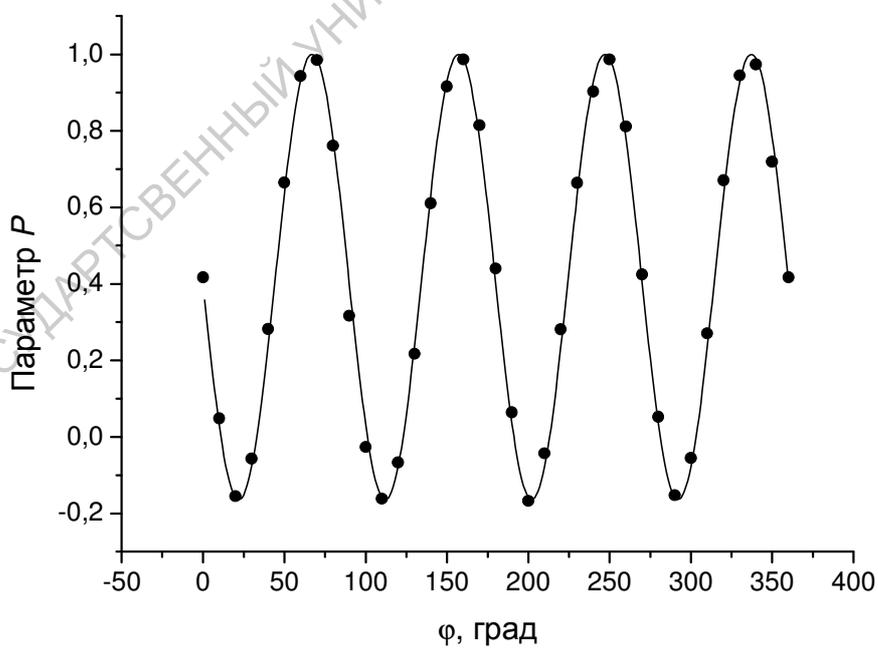


б

Рис. 3.4. Спектральные (а) и угловые (б) зависимости параметра  $P$  для образца толщиной 40 мкм;  
(б): точки – эксперимент, линии – расчет для  $\lambda = 600$  нм и  $\lambda = 950$  нм

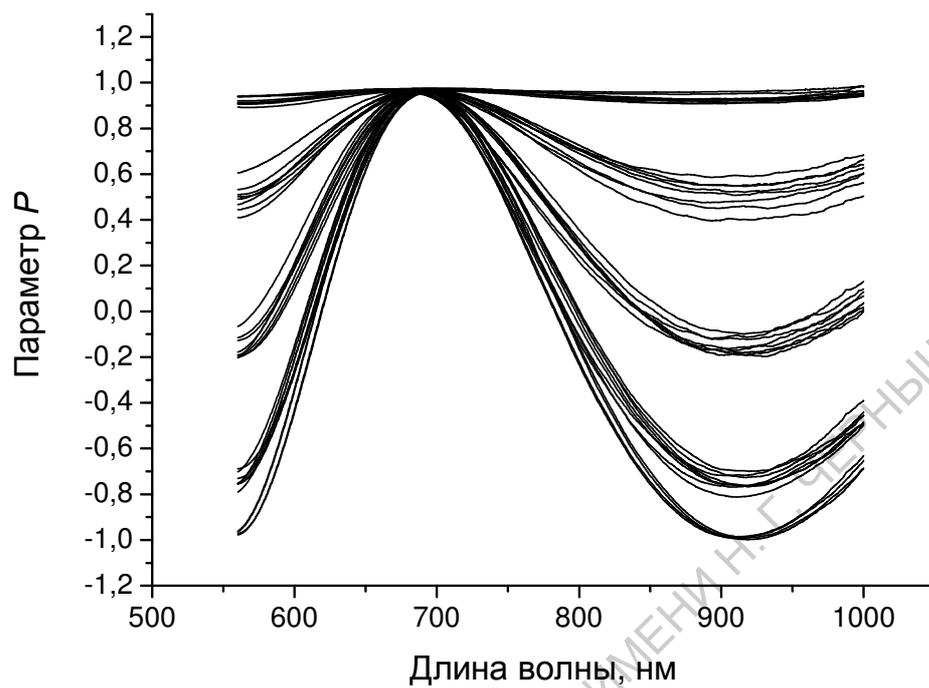


а

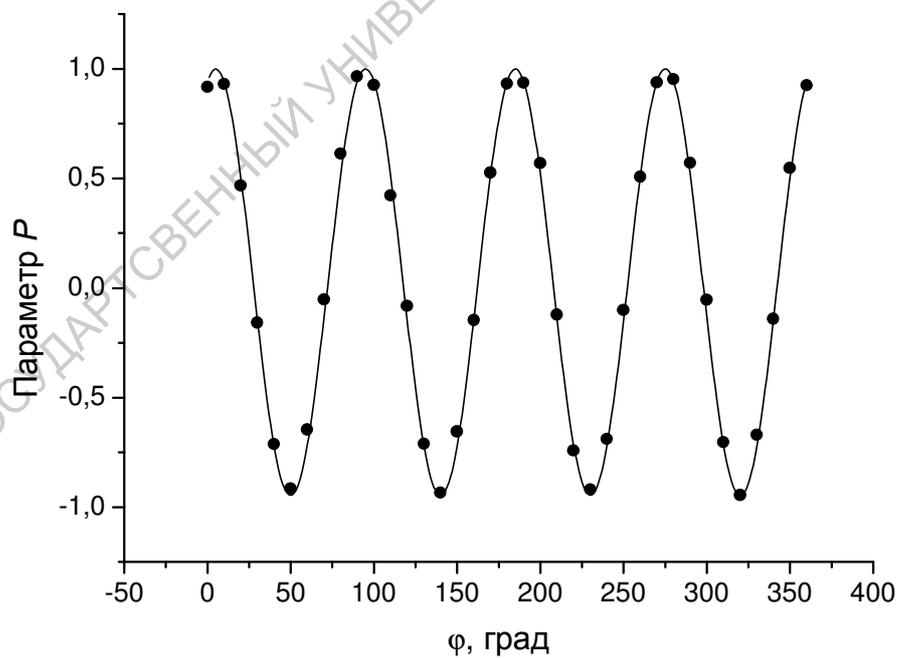


б

Рис. 3.5. Спектральные (а) и угловые (б) зависимости параметра  $P$  для образца толщиной 80 мкм;  
 (б): точки – эксперимент, линии – расчет для  $\lambda = 950$  нм



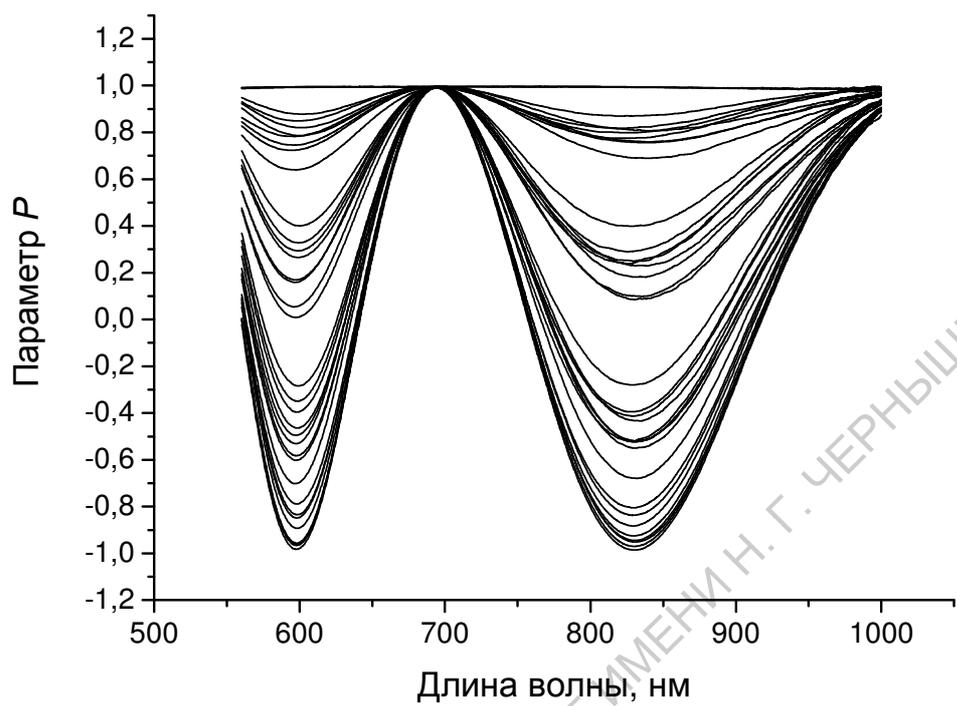
а



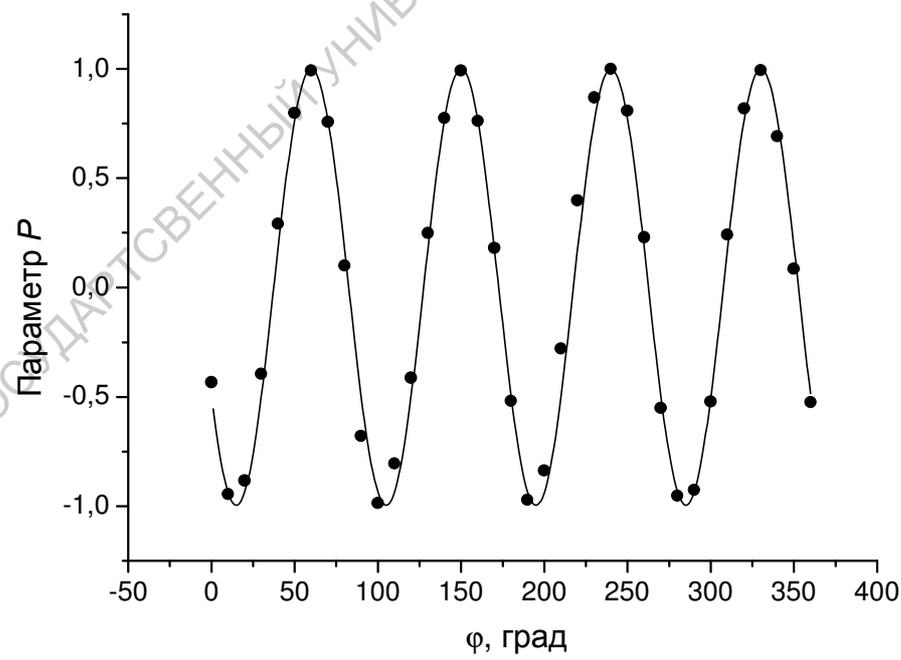
б

Рис. 3.6. Спектральные (а) и угловые (б) зависимости параметра  $P$  для образца толщиной 160 мкм;

(б): точки – эксперимент, линии – расчет для  $\lambda = 950$  нм

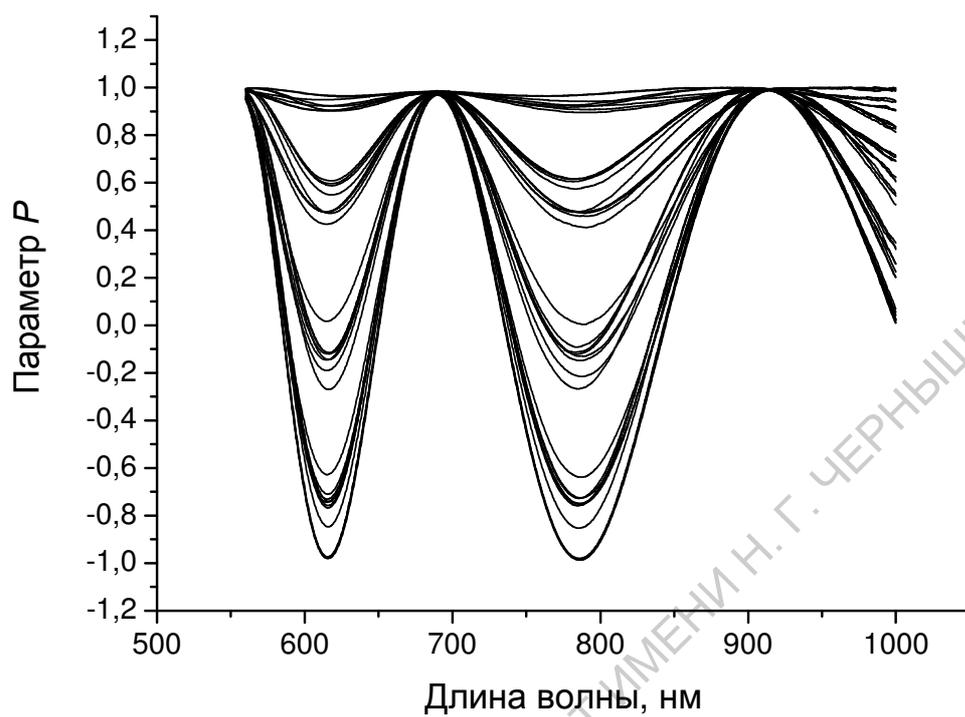


а

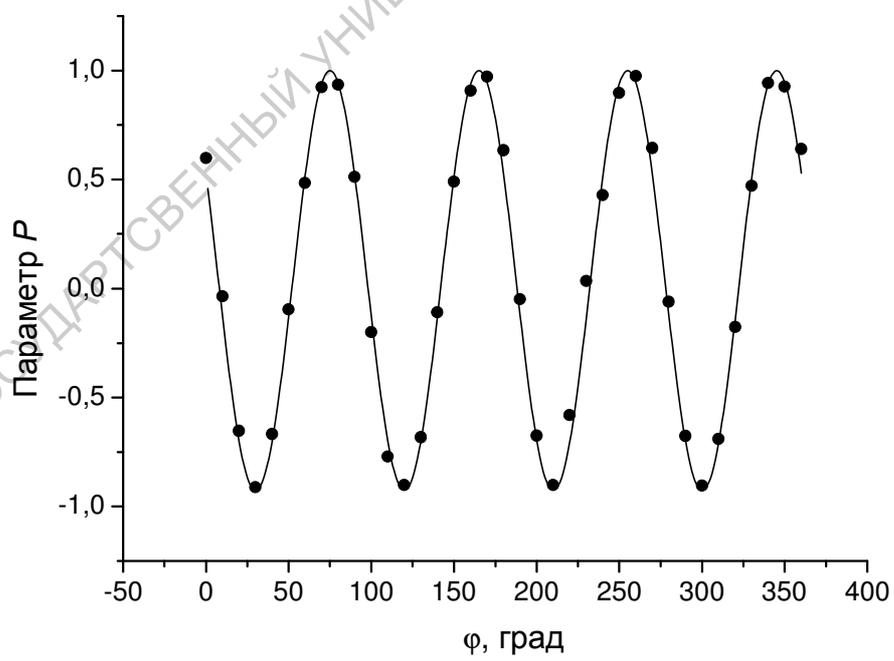


б

Рис. 3.7. Спектральные (а) и угловые (б) зависимости параметра  $P$  для образца толщиной 240 мкм; (б): точки – эксперимент, линии – расчет для  $\lambda = 830$  нм



а



б

Рис. 3.8. Спектральные (а) и угловые (б) зависимости параметра  $P$  для образца толщиной 320 мкм;  
 (б): точки – эксперимент, линии – расчет для  $\lambda = 800$  нм

В таблице 1 приведены значения показателя двулучепреломления анизотропии  $\Delta n$ , определенные для образцов разной толщины. Здесь же приведены значения  $\Delta n$ , полученные при аппроксимации экспериментальных точек зависимостей  $P(\varphi)$  по формуле (3.2) для некоторых выбранных длин волн. Аппроксимация проводилась при значении фактора деполяризации  $D$ , равном нулю.

Таблица 1. Значения  $\Delta n$ , полученные из спектральных измерений и угловых измерений для дискретных длин волн

Образец, толщина	1 слой, 40 мкм	2 слоя, 80 мкм	4 слоя, 160 мкм	6 слоев, 240 мкм	8 слоев, 320 мкм
$\Delta n$ , ф-ла (3.2)	0.0085 $\lambda=950$ нм	0.0086 $\lambda=950$ нм	0.0086 $\lambda=950$ нм	0.0087 $\lambda=830$ нм	0.0086 $\lambda=800$ нм
$\Delta n$ , спектры	0.0086 $\lambda=690$ нм минимум ( $m=1$ )	0.0086 $\lambda=690$ нм максимум ( $m=1$ )	0.0086 $\lambda=690$ нм максимум ( $m=2$ )	0.0086 $\lambda=690$ нм максимум ( $m=3$ )	0.0086 $\lambda=690$ нм максимум ( $m=4$ )

Результаты, приведенные в таблице 1, показывают, что значения показателя двулучепреломления, определенные двумя способами, практически совпадают.

### 3.2. Представление вращательных инвариантов

Вторая методика, которую мы хотели бы рассмотреть, имеет более общий характер. Помимо прочего она применима к образцам, ориентация оптической оси в которых изменяется в пространстве. Эта методика основана на представлении вращательных инвариантов. Зависимости интенсивностей ко- и кросс-поляризованных компонентов прошедшего света от угла  $\varphi$  в этом случае рассматриваются отдельно и при анализе используется самая общая форма этих зависимостей. Используемые общие формулы для зависимостей  $I_{\parallel}$  и  $I_{\perp}$  от  $\varphi$  могут быть выведены следующим образом.

### 3.3. Геометрия детектирования прошедшего света

Рассмотрим идеализированную схему измерений, представленную на рис. 3.9.

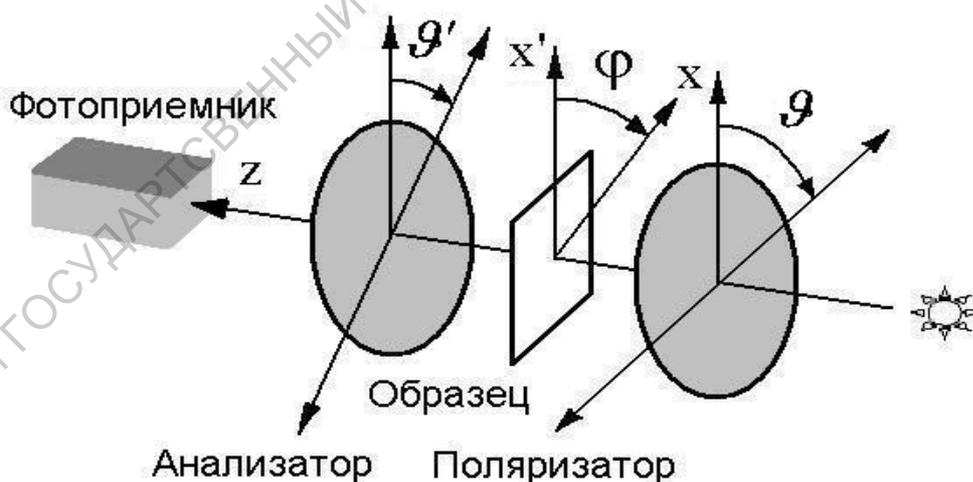


Рис. 3.9. Схема идеализированного эксперимента

Используя формализм векторов Стокса - матриц Мюллера, можно показать, что для данной схемы измерений зависимость интенсивности

попадающего на фотодетектор света ( $I$ ) от углов ориентации поляризатора ( $\vartheta$ ) и анализатора ( $\vartheta'$ ) может быть выражена формулой

$$I(\vartheta) = kI_0 \left[ \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 \cos \eta + \tilde{B}_2 \cos \zeta + \tilde{B}_3 \sin \eta + \tilde{B}_4 \sin \zeta + \right. \\ \left. + \tilde{B}_5 \cos 2\vartheta + \tilde{B}_6 \sin 2\vartheta + \tilde{B}_7 \cos 2\vartheta' + \tilde{B}_8 \sin 2\vartheta' \right], \quad (3.13)$$

$$\eta = 2(\vartheta - \vartheta'), \quad \zeta = 2(\vartheta + \vartheta'),$$

где  $I_0$  – интенсивность падающего на поляризатор неполяризованного света;  $k$  – некоторый аппаратный коэффициент, зависящий от условий измерений;  $\tilde{B}_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 8$ ) – коэффициенты, зависящие только от оптических свойств образца в зондируемой области и длины волны падающего излучения  $\lambda$ .

Коэффициенты  $\tilde{B}_i$  могут быть выражены через элементы соответствующей матрицы Мюллера образца. Пусть  $\mathbf{S}_0$  – вектор Стокса света, падающего на поляризатор, представленный в базисе  $(x_I, y_I)$  правой декартовой системы координат  $(x_I, y_I, z_I)$  с осью  $z_I$ , ориентированной вдоль направления распространения падающего пучка, и осью  $x_I$ , совпадающей с осью отсчета угла  $\vartheta$ ;  $\mathbf{S}_R$  – вектор Стокса света, рассеянного образцом и прошедшего анализатор, представленный в базисе  $(x_R, y_R)$  правой декартовой системы координат  $(x_R, y_R, z_R)$  с осью  $z_R$ , направленной от образца к детектору, и осью  $x_R$ , совпадающей с осью отсчета угла  $\vartheta'$ , а  $M = [m_{ij}]$  матрица Мюллера, характеризующая оптические свойства образца.

При таком определении матрицы  $M$  коэффициенты  $\tilde{B}_i$  выражаются через компоненты этой матрицы следующим образом (см. Приложение 1):

$$\tilde{B}_0 = 2m_{11}, \\ \tilde{B}_1 = m_{22} + m_{33}, \quad \tilde{B}_2 = m_{22} - m_{33}, \quad \tilde{B}_3 = m_{23} - m_{32}, \quad \tilde{B}_4 = m_{23} + m_{32}, \quad (3.14) \\ \tilde{B}_5 = 2m_{12}, \quad \tilde{B}_6 = 2m_{13}, \quad \tilde{B}_7 = 2m_{21}, \quad \tilde{B}_8 = 2m_{31}.$$

Отсюда видно, что существует взаимно однозначное соответствие между параметрами  $\tilde{B}_i$  и девятью элементами матрицы Мюллера  $m_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), описывающими взаимодействие с образцом неполяризованного и линейно поляризованного света.

Далее, до конца раздела 3.3, мы будем рассматривать стандартную экспериментальную ситуацию, когда направление детектирования совпадает с направлением распространения падающей волны, как на рис. 3.9, и будем считать, что ось  $x_R$  сонаправлена с осью  $x_I$ , а ось  $y_R$  – с осью  $y_I$ .

В случаях параллельной ( $\vartheta = \vartheta'$ ) и ортогональной ( $\vartheta' = \vartheta + \pi/2$ ) ориентации поляризатора и анализатора зависимости интенсивностей попадающего на фотодетектор света от угла  $\vartheta$  имеют следующий вид:

$$I_{\parallel}(\vartheta) = kI_0 \left[ \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 + \tilde{B}_2 \cos 4\vartheta + \tilde{B}_4 \sin 4\vartheta + (\tilde{B}_5 + \tilde{B}_7) \cos 2\vartheta + (\tilde{B}_6 + \tilde{B}_8) \sin 2\vartheta \right], \quad (3.15)$$

$$I_{\perp}(\vartheta) = kI_0 \left[ \tilde{B}_0 - \tilde{B}_1 - \tilde{B}_2 \cos 4\vartheta - \tilde{B}_4 \sin 4\vartheta + (\tilde{B}_5 - \tilde{B}_7) \cos 2\vartheta + (\tilde{B}_6 - \tilde{B}_8) \sin 2\vartheta \right]. \quad (3.16)$$

Коэффициенты  $\tilde{B}_i$ , будучи экспериментально измеряемыми величинами, в явной форме представляют информацию об особенностях поляризационных свойств среды. Физический смысл коэффициентов  $\tilde{B}_i$  достаточно ясен, исходя из формы уравнений (3.15) и (3.16).

Коэффициенты  $\tilde{B}_0$  и  $\tilde{B}_1$  характеризуют средние значения функций  $I_{\parallel}(\vartheta)$  и  $I_{\perp}(\vartheta)$ . В случае изотропной среды, измеряемые оптические свойства которой не изменяются при ее повороте на произвольный азимутальный угол, отличными от нуля могут быть только  $\tilde{B}_0$  и  $\tilde{B}_1$ . Если при прохождении среды свет полностью деполаризуется, должен равняться нулю и коэффициент  $\tilde{B}_1$ . Таким образом, в случае изотропной среды коэффициент  $\tilde{B}_1$

характеризует среднюю долю излучения, прошедшего через среду с сохранением поляризации.

Коэффициенты  $\tilde{B}_2, \tilde{B}_4$  характеризуют главным образом анизотропию среды, связанную с различной скоростью распространения в рассеивающей среде по-разному поляризованных компонентов, т.е. двулучепреломление.

Коэффициенты  $\tilde{B}_5, \tilde{B}_6, \tilde{B}_7, \tilde{B}_8$  характеризуют поляризационно-зависимое ослабление (в англоязычных статьях поляризационно-зависимое ослабление обычно называется *diattenuation*).

Как показывает анализ, в средах, проявляющих только поляризационно-зависимое ослабление, коэффициенты  $\tilde{B}_2$  и  $\tilde{B}_4$  могут быть отличны от нуля, однако при этом они значительно меньше по абсолютной величине по сравнению с наибольшим (по абсолютной величине) из коэффициентов  $\tilde{B}_5, \tilde{B}_6, \tilde{B}_7$  и  $\tilde{B}_8$ . Коэффициенты с  $\tilde{B}_5$  по  $\tilde{B}_8$  для сред, не проявляющих поляризационно-зависимого ослабления, равны нулю.

### 3.3.1. Вращательные инварианты

Анализируя выражения (3.15) и (3.16), легко увидеть, что при повороте образца на произвольный угол  $\varphi$  вокруг оси  $z$  параметры  $\tilde{B}_i$  преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \tilde{B}_{0AR} &= \tilde{B}_{0BR}, \quad \tilde{B}_{1AR} = \tilde{B}_{1BR}, \quad \tilde{B}_{3AR} = \tilde{B}_{3BR}, \\
 \tilde{B}_{2AR} &= \tilde{B}_{2BR} \cos 4\varphi - \tilde{B}_{4BR} \sin 4\varphi, \\
 \tilde{B}_{4AR} &= \tilde{B}_{2BR} \sin 4\varphi + \tilde{B}_{4BR} \cos 4\varphi, \\
 \tilde{B}_{5AR} &= \tilde{B}_{5BR} \cos 2\varphi - \tilde{B}_{6BR} \sin 2\varphi, \\
 \tilde{B}_{6AR} &= \tilde{B}_{5BR} \sin 2\varphi + \tilde{B}_{6BR} \cos 2\varphi,
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}\tilde{B}_{7AR} &= \tilde{B}_{7BR} \cos 2\varphi - \tilde{B}_{8BR} \sin 2\varphi, \\ \tilde{B}_{8AR} &= \tilde{B}_{7BR} \sin 2\varphi + \tilde{B}_{8BR} \cos 2\varphi,\end{aligned}$$

где  $\tilde{B}_{iBR}$  ( $i = 0, 1, \dots, 8$ ) – значение коэффициента  $\tilde{B}_i$  до поворота образца,  $\tilde{B}_{iAR}$  – значение коэффициента  $\tilde{B}_i$  после поворота образца.

Из приведенных соотношений (3.17) видно, что три коэффициента,  $\tilde{B}_0$ ,  $\tilde{B}_1$  и  $\tilde{B}_3$ , сохраняют свое значение при произвольных вращениях (под произвольными вращениями понимаются вращения на произвольный угол  $\varphi$ ), то есть эти коэффициенты являются вращательными инвариантами (полный набор вращательных инвариантов, определяемых через элементы матрицы Мюллера, приведен в Приложении 2).

Остальные коэффициенты не являются инвариантами относительно произвольных вращений, однако некоторые величины, определяемые через эти коэффициенты, также являются вращательными инвариантами. Например, как легко увидеть из (3.17), инвариантами относительно произвольных вращений являются величины

$$a_1 = \sqrt{\tilde{B}_2^2 + \tilde{B}_4^2}, \quad a_2 = \sqrt{\tilde{B}_5^2 + \tilde{B}_6^2}, \quad a_3 = \sqrt{\tilde{B}_7^2 + \tilde{B}_8^2}. \quad (3.18)$$

Для дальнейших целей выражения (3.15) и (3.16) удобно преобразовать в аналогичные выражения, представляющие зависимость интенсивностей  $I_{\parallel}(\vartheta)$  и  $I_{\perp}$  от азимутальной ориентации образца (угла  $\varphi$ ) при фиксированной ориентации поляризатора и анализатора.

Из рисунка 3.9 видно, что искомые выражения можно получить путем замены угла  $\vartheta$  в выражениях (3.15) и (3.16) на угол  $\vartheta - \varphi$ . Используя это обстоятельство и рассматривая параметры  $\tilde{B}_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) как функции от  $\varphi$ ,

мы можем представить зависимость интенсивностей  $I_{\parallel}$  и  $I_{\perp}$  от  $\varphi$  при фиксированном положении поляризатора  $\vartheta = 0$  следующим образом:

$$I_{\parallel}(\varphi) = kI_0 [B_0 + B_1 + B_2 \cos 4\varphi - B_4 \sin 4\varphi + (B_5 + B_7) \cos 2\varphi - (B_6 + B_8) \sin 2\varphi], \quad (3.19)$$

$$I_{\perp}(\varphi) = kI_0 [B_0 - B_1 - B_2 \cos 4\varphi + B_4 \sin 4\varphi + (B_5 - B_7) \cos 2\varphi - (B_6 - B_8) \sin 2\varphi], \quad (3.20)$$

где  $B_i$  - значения  $\tilde{B}_i$  при  $\varphi = 0$ .

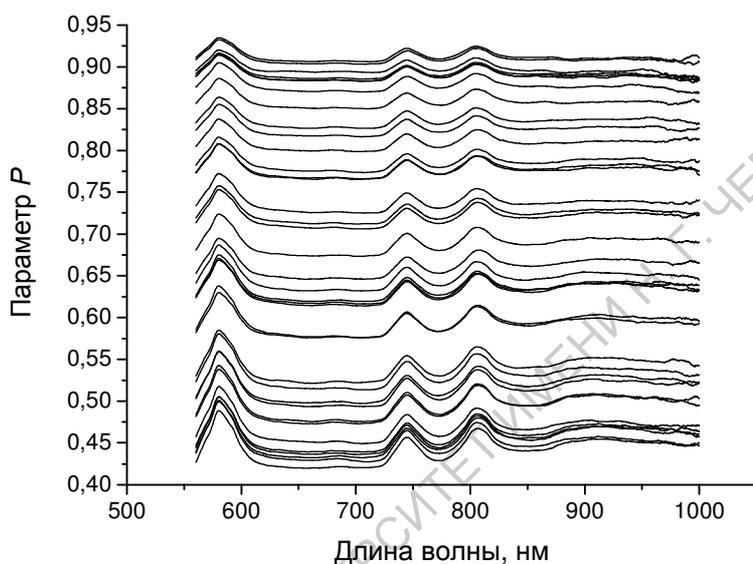
### 3.3.2. Результаты эксперимента. Стекланные и полимерные цилиндрические волокна

Рассмотрим несколько экспериментальных примеров.

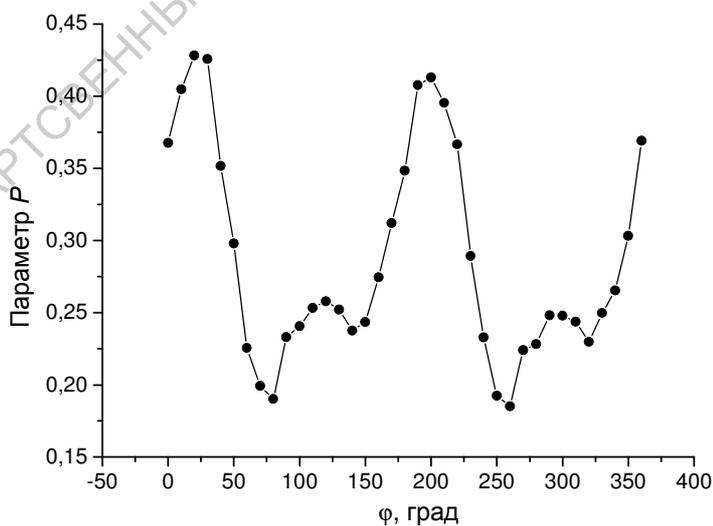
В первом примере в качестве модельных образцов рассеивающих сред использовались системы с пространственно ориентированными стекланными и полимерными цилиндрическими волокнами диаметром 30 мкм. С одной стороны, система таких волокон рассеивает свет, при этом наблюдается определенная анизотропия рассеяния, что отражается на состоянии поляризации рассеянного света. С другой стороны, если волокна системы обладают двулучепреломлением, как, например, полимерные волокна, двулучепреломление волокон может определять макроскопическое двулучепреломление системы волокон, которое также влияет на состояние поляризации рассеянного света.

В качестве модельных образцов использовались слоистые структуры, слои которых состояли из однонаправлено ориентированных волокон. Исследовались отдельные слои (однослойные структуры) толщиной соответственно 550 мкм для полимерных волокон и 630 мкм для стекланных и состоящие из таких слоев двух- и трехслойные структуры с разным от слоя к слою направлением ориентации волокон.

На рис. 3.10 и рис. 3.11 приведены спектральные распределения параметра  $P$  для отдельных слоев, измеренные при разных углах  $\varphi$  ориентации образцов относительно плоскости поляризации падающего света, а также угловые зависимости  $P$  на выбранных длинах волн.

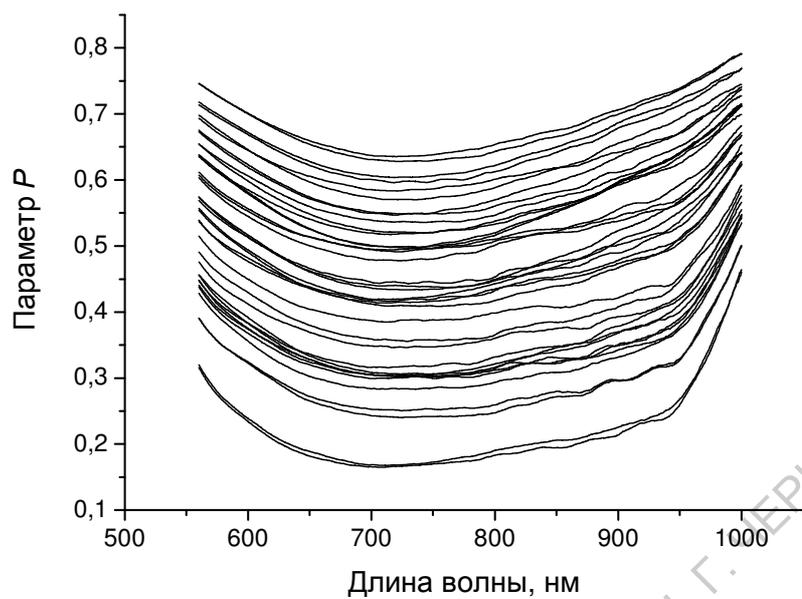


а

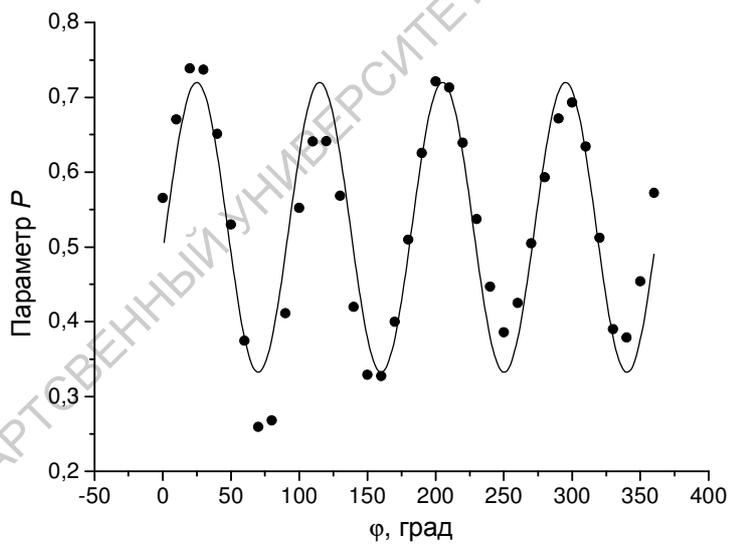


б

Рис. 3.10. Спектральные (а) и угловые (б) зависимости параметра  $P$  для однослойной структуры стеклянных волокон;  $\lambda = 950$  нм



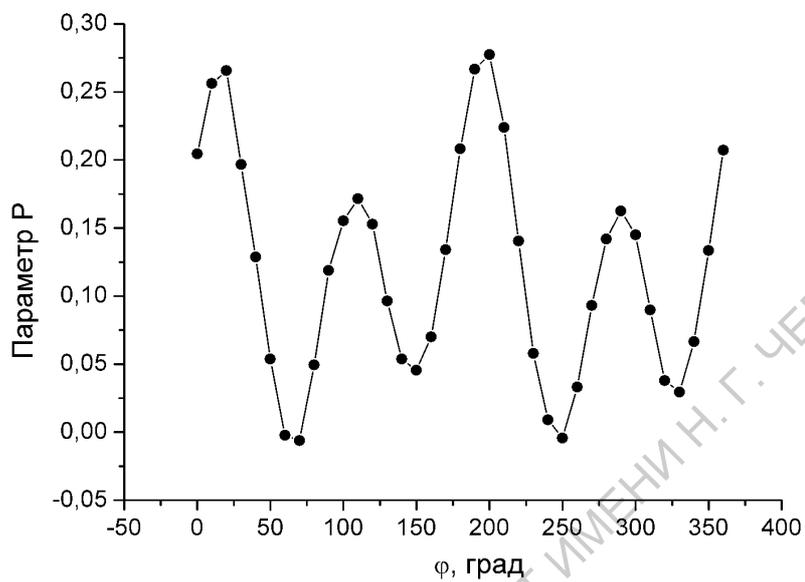
а



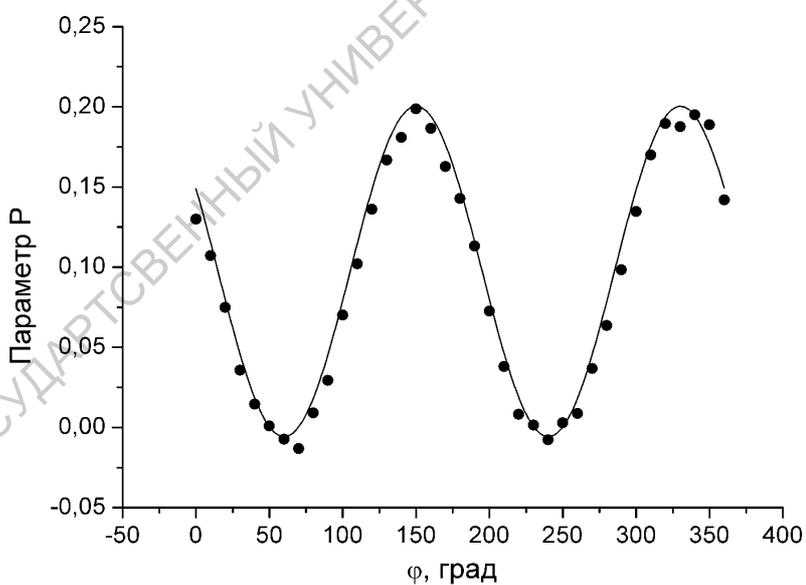
б

Рис. 3.11. Спектральные (а) и угловые (б) зависимости параметра  $P$  для однослойной структуры полимерных волокон;  
 (б): точки – эксперимент, линии – расчет для  $\lambda = 950$  нм

На рисунках 3.12 и 3.13 приведены результаты измерений для двух- и трехслойных систем волокон.

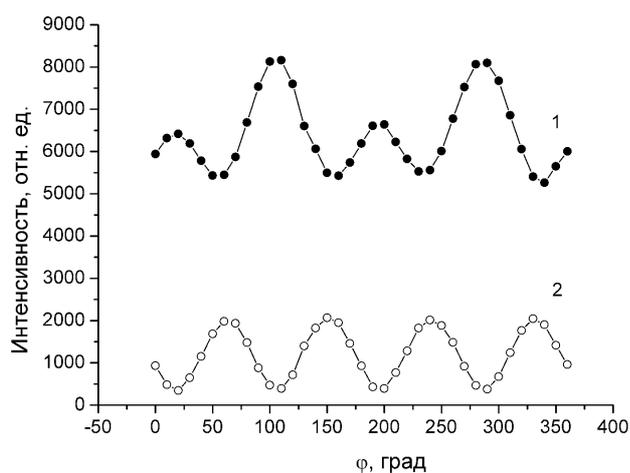


а

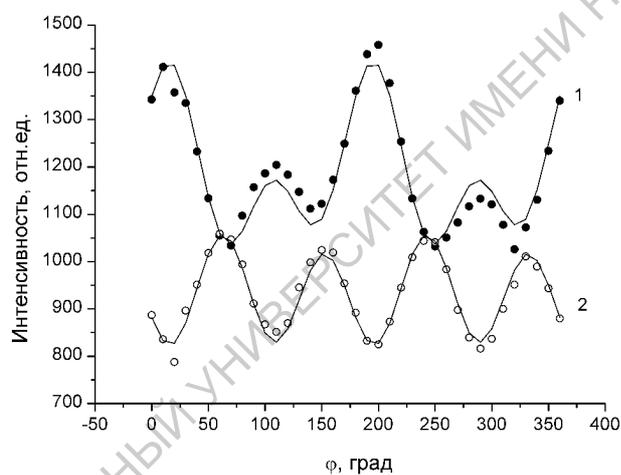


б

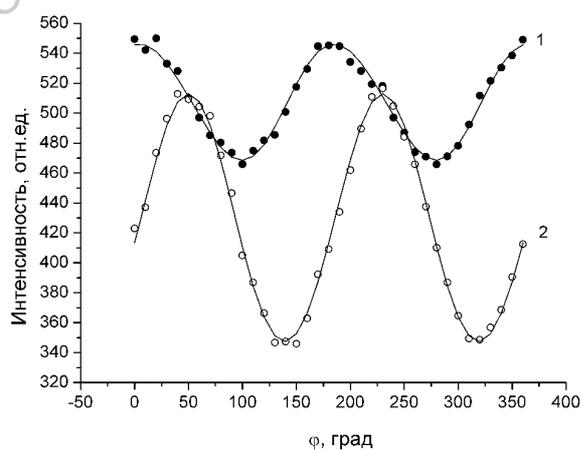
Рис. 3.12. Зависимость  $P(\varphi)$  для двухслойной (а) и трехслойной (б) систем полипропиленовых волокон.  $\lambda = 950$  нм



а

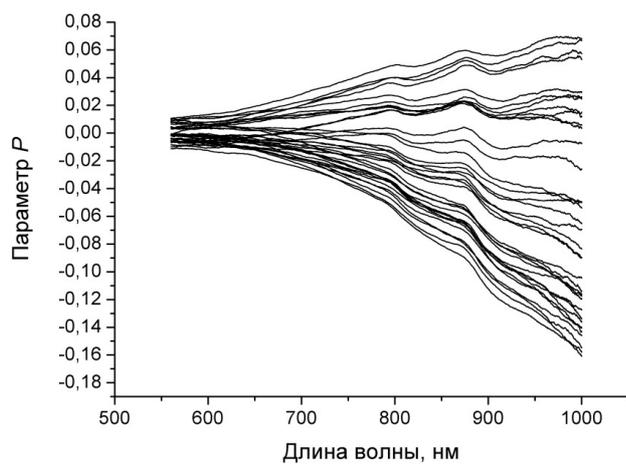


б

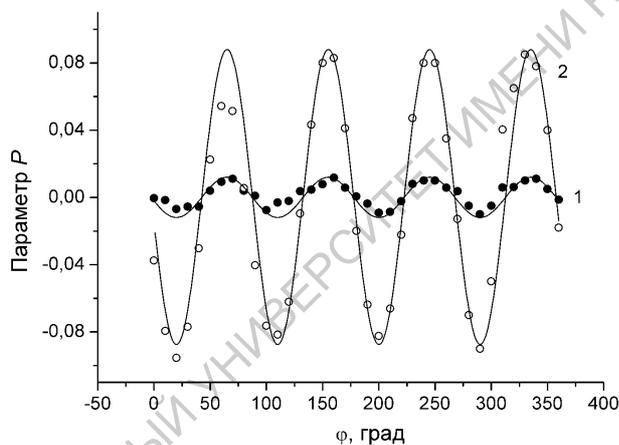


в

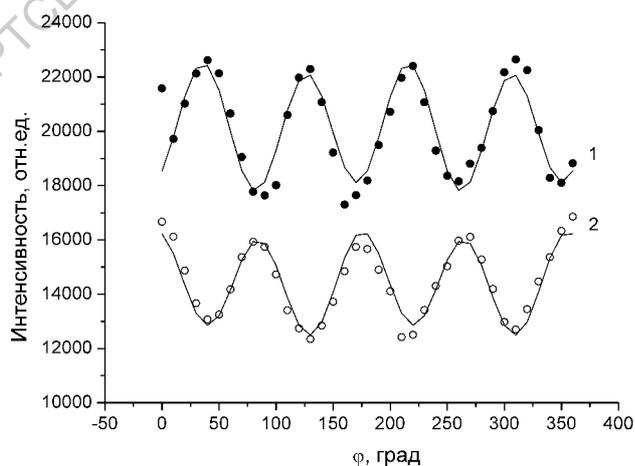
Рис. 3.13. Зависимости интенсивностей ко-поляризованного (1) и кросс-поляризованного (2) компонентов прошедшего света от угла ориентации образца  $\varphi$ . Образцы: (а) - 1 слой стеклянных волокон; (б) - 2 слоя стеклянных волокон; (в) - 3 слоя стеклянных волокон (в). Точки – эксперимент, сплошная линия – аппроксимация по формулам (3.19) и (3.20)



а



б



в

Рис. 3.14. Спектральные (а) и угловые (б) зависимости параметра  $P$  и зависимости интенсивностей ко-поляризованного (1) и кросс-поляризованного (2) компонентов прошедшего света от угла ориентации образца (в). Образец – кожа крысы толщиной 730 мкм. (в): точки – эксперимент, сплошная линия – аппроксимация по формулам (3.19) и (3.20)

Результаты анализа поляризационных характеристик прошедшего через структуры света на основе представления вращательных инвариантов приведены в таблице 2. В ней приведены значения коэффициентов  $B_i$  и инвариантов  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ , нормированных на  $B_0$  для некоторых образцов, определенные в результате аппроксимации экспериментальных зависимостей интенсивностей ко- и кросс-поляризованных компонентов прошедшего света от угла  $\varphi$  функциями  $I_{\parallel}(\varphi)$  и  $I_{\perp}(\varphi)$  вида (3.19) и (3.20). Вращательные инварианты рассчитывались в соответствии с (3.18).

Таблица 2. Коэффициенты  $B_i$  и инварианты  $a_i$  для исследуемых образцов, нормированные на  $B_0$ .

	Полипропиленовые волокна, 1 слой	Полипропиленовые волокна, 2 слоя	Стекланные волокна, 3 слоя	Кожа крысы толщиной 730 мкм
$B_1/B_0$	0.531	0.120	0.085	0.165
$B_2/B_0$	-0.030	0.039	0.002	-0.099
$B_4/B_0$	-0.178	-0.094	0	-0.053
$B_5/B_0$	0.079	0.048	0.026	0.011
$B_6/B_0$	0.066	0.031	0.098	0.009
$B_7/B_0$	0.081	0.062	0.054	0.0008
$B_8/B_0$	0.068	0.017	-0.077	-0.0002
$a_1/B_0$	0.180	0.102	0.002	0.112
$a_2/B_0$	0.103	0.057	0.101	0.014
$a_3/B_0$	0.106	0.064	0.094	0.0008

Как ясно из сказанного выше о параметрах  $\tilde{B}_i$ , по величине инвариантов  $a_2$  и  $a_3$  можно судить о мере проявления в характеристиках пропускания среды поляризационно-зависимых потерь, в то время как параметр  $a_1$  более чувствителен к наличию в среде двулучепреломления. Сравнение величин этих вращательных инвариантов позволяет определить, какой из вкладов, двулучепреломление или поляризационно-зависимые

потери, является определяющим в формировании оптической анизотропии модельных образцов. Из таблицы видно, что для структур полипропиленовых волокон и в случае одного слоя, и в случае двух слоев, вклад двулучепреломления в зависимости  $I_{\parallel}(\varphi)$  и  $I_{\perp}(\varphi)$  превалирует ( $a_1 > a_2, a_3$ ). Наоборот, в случае трехслойной структуры стеклянных волокон вклад двулучепреломления в зависимости  $I_{\parallel}(\varphi)$  и  $I_{\perp}(\varphi)$  пренебрежимо мал ( $a_1 < a_2, a_3$ ) и решающую роль играют поляризационно-зависимые потери.

На рисунке 3.14 представлены типичные результаты измерений для *in vitro* образца цельной кожи крысы, имерсионно просветленной в глицерине. Толщина образца составляла 730 мкм. Характер спектральных (рис. 3.14а) и угловых зависимостей параметра  $P$  (рис. 3.14б), а также угловых зависимостей интенсивностей ко- и кросс-поляризованных компонентов (рис. 3.14в) прошедшего света свидетельствуют о наличии в образце оптической анизотропии, причем она более выражена в инфракрасной области спектра. Спектрально-угловая зависимость параметра  $P$  качественно похожа на спектрально-угловые распределения параметра  $P$  для фазовых пластин (напомним, что для фазовых пластин период угловых зависимостей параметра  $P$  и интенсивностей ко- и кросс-поляризованных компонентов составляет  $90^\circ$ ). Экспериментальные значения коэффициентов  $B_i$  и вращательных инвариантов  $a_1, a_2$  и  $a_3$  *in vitro* образца цельной кожной ткани крысы толщиной 730 мкм приведены также в таблице 2. Видно, что оптическая анизотропия образца определяется в основном двулучепреломлением кожи, в то время как проявления поляризационно-зависимых потерь малосущественны ( $a_1 \gg a_2, a_3$ ). Наблюдаемое двулучепреломление свидетельствует об ориентационной упорядоченности коллагеновых волокон в зондируемой области образца. В то же время, как видно из представленных результатов, эта ориентационная упорядоченность в рассматриваемых экспериментальных условиях не приводит к существенным поляризационно-зависимым потерям.

### 3.4. Геометрия детектирования отраженного света

В методах исследования биоткани, основанных на раздельном детектировании двух ортогонально поляризованных составляющих обратно рассеянного (отраженного) излучения при освещении образца линейно поляризованным светом (ко-поляризованной и кросс-поляризованной составляющих), обычно рассматривают три вклада в рассеянное излучение: 1) неполяризованное излучение, возникающее в результате многократного рассеяния в объеме образца; 2) излучение, отраженное непосредственно от поверхности образца (поверхностный блик), с поляризацией, коррелирующей с поляризацией падающего света; 3) излучение, возникающее в результате рассеяния на рассеивателях, расположенных в объеме образца, и имеющее поляризацию, коррелирующую с поляризацией падающего света (подповерхностный блик). Если обратиться к обычным представлениям, принятым в теории рассеяния на малых частицах, последний вклад можно ассоциировать с излучением, возникающим в результате однократного рассеяния падающего света на частицах в объеме рассеивающей среды. Имея в виду указанное разделение объемных вкладов, можно говорить о *поляризационно-декоррелированном* объемном отражении (дающем первый из трех перечисленных вкладов) и *поляризационно-коррелированном* объемном отражении (ответственном за третий вклад).

Компонент рассеянного света, ассоциируемый с поляризационно-коррелированным объемным отражением, представляет особый интерес, поскольку на характеристики именно этого компонента может оказывать влияние наличие в среде двулучепреломляющих элементов.

Схема идеализированного эксперимента с детектированием отраженного света представлена на рис. 3.15. Узкий, почти параллельный пучок квазимонохроматического неполяризованного света падает на линейный поляризатор  $P$ . Свет, прошедший через поляризатор, падает на

поверхность исследуемой рассеивающей среды. Детектор регистрирует мощность рассеянного света, прошедшего через достаточно узкую диафрагму D и линейный анализатор A.

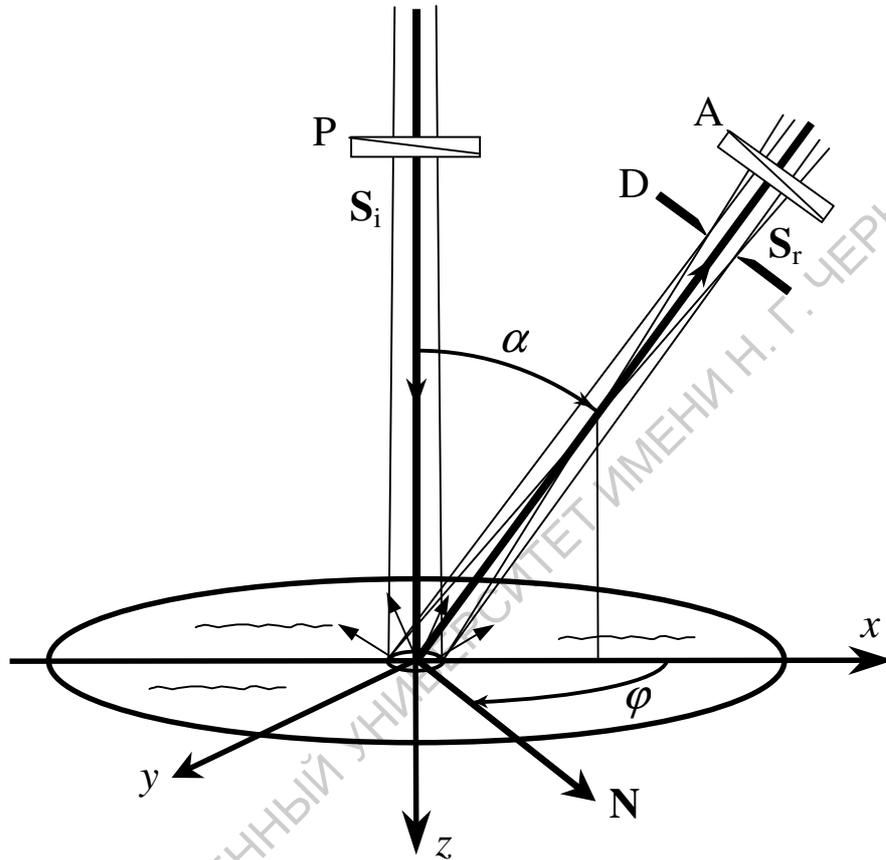


Рис. 3.15. Схема идеализированного эксперимента

Используя формализм векторов Стокса - матриц Мюллера, нетрудно показать, что зависимость мощности света, регистрируемой детектором, обозначим ее  $\Phi_{PD}$ , от углов ориентации поляризатора и анализатора может быть представлена следующим образом:

$$\Phi_{PD} = \Phi_P \frac{k_{PA}}{8} \left[ \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 \cos \eta + \tilde{B}_2 \cos \zeta + \tilde{B}_3 \sin \eta + \tilde{B}_4 \sin \zeta + \tilde{B}_5 \cos 2\vartheta + \tilde{B}_6 \sin 2\vartheta + \tilde{B}_7 \cos 2\vartheta' + \tilde{B}_8 \sin 2\vartheta' \right], \quad (3.21)$$

$$\eta = 2(\vartheta - \vartheta'), \quad \zeta = 2(\vartheta + \vartheta'), \quad (3.22)$$

где  $\Phi_P$  - мощность излучения, падающего на поляризатор;  $\vartheta$  и  $\vartheta'$  - углы ориентации поляризатора и анализатора, соответственно;  $\tilde{B}_i$  ( $i=0,1,\dots,8$ ), как и раньше, коэффициенты, характеризующие оптические свойства образца в зондируемой области в спектральном диапазоне падающего излучения;  $k_{PA}$  - коэффициент, учитывающий неидеальность поляризаторов, а точнее, потери в интенсивности пропускаемой поляризованной компоненты за счет френелевских отражений, поглощения и т.п. (в случае идеальных поляризатора и анализатора  $k_{PA} = 1$ ). В данном случае коэффициенты  $\tilde{B}_i$  выражаются через элементы матрица Мюллера рассеяния, связывающей векторы Стокса с элементами, имеющими размерность мощности излучения, характеризующие соответствующие световые пучки (падающий и попадающий в детектор) как целое.

В реальных экспериментах чаще всего ни величины потоков  $\Phi_{PD}$  и  $\Phi_P$ , ни их отношение, по крайней мере, напрямую не определяются, а определяется отношение  $\Phi_{PD}/\Phi_{PD0}$ , где  $\Phi_{PD0}$  - поток, регистрируемый детектором при замене образца на некоторый тест-объект, например, стандартный ламбертовский отражатель, и какой-то определенной ориентации поляризатора и анализатора. Это отношение, будем называть его приведенным коэффициентом передачи и обозначать через  $\rho$ , связано с характеристиками, входящими в формулу (3.21) следующим образом:

$$\rho = K \frac{\Phi_{PD}}{\Phi_P}, \quad (3.23)$$

где  $K$  - некоторый коэффициент, точное значение которого может быть и неизвестно. Считая  $\Phi_{PD0}$  фиксированной величиной, можно представить

зависимость  $\rho$  от углов ориентации поляризатора и анализатора следующим образом:

$$\rho = B_0 + B_1 \cos \eta + B_2 \cos \zeta + B_3 \sin \eta + B_4 \sin \zeta + B_5 \cos 2\vartheta + B_6 \sin 2\vartheta + B_7 \cos 2\vartheta' + B_8 \sin 2\vartheta', \quad (3.24)$$

где

$$B_i = \frac{Kk_{PA}}{8} \tilde{B}_i, \quad i=0,1,\dots,8. \quad (3.25)$$

### 3.4.1. Случай детектирования света, рассеянного строго назад

Допустим, что зондирующий пучок падает на исследуемую среду в нормальном направлении и измеряются характеристики света, рассеянного строго назад, т.е. при  $\alpha = 0$  (см. рис. 3.15). Пусть система координат  $(x_R, y_R, z_R)$  выбрана так, что ось  $x_R$  сонаправлена с осью  $x_I$ , а оси  $y_R$  и  $z_R$  противоположно направлены по отношению к осям  $y_I$  и  $z_I$ , соответственно. При таком выборе базиса элементы матрица Мюллера обратного рассеяния для сред, не проявляющих невзаимных оптических свойств (к числу таких сред относятся все биоткани и подавляющее большинство технических сред), а мы рассматриваем только такие среды, удовлетворяют следующим соотношениям:

$$m_{21} = m_{12}, \quad m_{31} = -m_{13}, \quad m_{32} = -m_{23}. \quad (3.26)$$

Поэтому в случае обратного рассеяния коэффициенты формулы (3.24) удовлетворяют условиям:

$$B_4 = 0, \quad B_7 = B_5, \quad B_8 = -B_6. \quad (3.27)$$

Обозначим через  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  величины приведенных коэффициентов передачи, измеряемых соответственно при параллельной и перпендикулярной ориентации поляризатора и анализатора, соответственно.

В случае параллельной ориентации углы ориентации поляризатора и анализатора связаны соотношением  $\vartheta' = -\vartheta$ . С учетом этого, используя (3.24) и (3.27), можно выразить зависимость  $\rho_{\parallel}$  от угла ориентации поляризатора следующим образом:

$$\rho_{\parallel} = B_0 + B_2 + B_1 \cos 4\vartheta + B_3 \sin 4\vartheta + 2B_5 \cos 2\vartheta + 2B_6 \sin 2\vartheta. \quad (3.28)$$

В случае перпендикулярной ориентации  $\vartheta' = -\vartheta - 90^\circ$ , поэтому с учетом (3.24)

$$\rho_{\perp} = B_0 - B_2 - B_1 \cos 4\vartheta - B_3 \sin 4\vartheta. \quad (3.29)$$

Анализируя эти выражения, легко увидеть, что при повороте среды на произвольный угол  $\gamma$  вокруг оси  $z_1$  параметры  $B_i$  преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} B_{0AR} &= B_{0BR}, & B_{2AR} &= B_{2BR}, \\ B_{1AR} &= B_{1BR} \cos 4\gamma - B_{3BR} \sin 4\gamma, & B_{3AR} &= B_{1BR} \sin 4\gamma + B_{3BR} \cos 4\gamma, \\ B_{5AR} &= B_{5BR} \cos 2\gamma - B_{6BR} \sin 2\gamma, & B_{6AR} &= B_{5BR} \sin 2\gamma + B_{6BR} \cos 2\gamma, \end{aligned} \quad (3.30)$$

где  $B_{iBR}$  ( $i=0,1,2,3,5,6$ ) – значение коэффициента  $B_i$  до поворота,  $B_{iAR}$  – значение коэффициента  $B_i$  после поворота. Как видно из (3.30), коэффициенты  $B_0$  и  $B_2$ , а также величины  $\sqrt{B_1^2 + B_3^2}$  и  $\sqrt{B_5^2 + B_6^2}$  являются инвариантными относительно вращения среды вокруг оси зондирующего пучка.

Удобно преобразовать выражения (3.28) и (3.29) в аналогичные выражения, показывающие зависимость коэффициентов  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от азимутальной ориентации среды при фиксированной ориентации поляризатора и анализатора. Введем лабораторную систему координат  $(x, y, z)$  так, как показано на рис. 3.15, при этом считаем, что точки поверхности исследуемой среды флуктуируют вокруг плоскости  $z = 0$  или лежат на этой плоскости. Пусть  $\mathbf{N}$  - некоторый единичный вектор, лежащий в плоскости  $xu$  и жестко привязанный к исследуемой среде (см. рис. 3.15). Угол между осями  $x$  и  $\mathbf{N}$ , специфицирующий азимутальную ориентацию среды, обозначим через  $\varphi$ . Поскольку рассматривается случай нормального падения света, плоскости  $x_1y_1$  и  $xu$  параллельны друг другу. Для определенности выберем ось  $x$  параллельной оси  $x_1$ . Очевидно, что  $\rho_{\parallel,\perp}(\vartheta, \varphi) = \rho_{\parallel,\perp}(\vartheta - \varphi)$ . Учитывая это обстоятельство и рассматривая параметры  $B_i$  ( $i=1,3,5,6$ ) как функции от  $\varphi$ , можно представить зависимость  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\vartheta$  и  $\varphi$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho_{\parallel} = & B_0 + B_2 + B_1(0) \cos 4(\vartheta - \varphi) + B_3(0) \sin 4(\vartheta - \varphi) \\ & + 2B_5(0) \cos 2(\vartheta - \varphi) + 2B_6(0) \sin 2(\vartheta - \varphi), \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\rho_{\perp} = B_0 - B_2 - B_1(0) \cos 4(\vartheta - \varphi) - B_3(0) \sin 4(\vartheta - \varphi),$$

где  $B_i(0)$  - значения  $B_i$  при  $\varphi = 0$ . Обозначим через  $\psi$  некоторое произвольное фиксированное значение  $\vartheta$ . Подстановка  $\psi$  вместо  $\vartheta$  в (3.31) дает искомые зависимости  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  при фиксированном  $\vartheta = \psi$ :

$$\rho_{\parallel} = B_0 + B_2 + C_{2C} \cos 2\varphi + C_{2S} \sin 2\varphi + C_{4C} \cos 4\varphi + C_{4S} \sin 4\varphi, \quad (3.32)$$

$$\rho_{\perp} = B_0 - B_2 - C_{4C} \cos 4\varphi - C_{4S} \sin 4\varphi, \quad (3.33)$$

где:

$$C_{2C} = 2(B_5(0) \cos 2\psi + B_6(0) \sin 2\psi), \quad C_{2S} = 2(B_5(0) \sin 2\psi - B_6(0) \cos 2\psi), \quad (3.34)$$

$$C_{4C} = B_1(0) \cos 4\psi + B_3(0) \sin 4\psi, \quad C_{4S} = B_1(0) \sin 4\psi - B_3(0) \cos 4\psi.$$

Согласно (3.32) и (3.33), зависимости  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  полностью характеризуются шестью параметрами:  $B_0$ ,  $B_2$ ,  $C_{2C}$ ,  $C_{2S}$ ,  $C_{4C}$  и  $C_{4S}$ , которые могут быть легко определены экспериментально по измеренным при различных значениях  $\varphi$  значениям  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$ . Со спектроскопической точки зрения важно, что определив экспериментально спектральные зависимости этих шести параметров, можно воспроизвести спектры  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$ , соответствующие любому заданному значению  $\varphi$ .

Физический смысл параметров  $B_0$ ,  $B_2$ ,  $C_{2C}$ ,  $C_{2S}$ ,  $C_{4C}$  и  $C_{4S}$  достаточно ясен, как исходя из физического смысла элементов матриц Мюллера, с которыми связаны эти параметры (см. (3.22), (3.25), (3.34)), так и исходя из формы уравнений (3.32) и (3.33). Отметим лишь некоторые, наиболее существенные моменты. Коэффициенты  $B_0$  и  $B_2$  характеризуют средние значения функций  $\rho_{\parallel}(\varphi)$  и  $\rho_{\perp}(\varphi)$ . Очевидно, что в случае изотропной среды или, шире, любой среды, измеряемые оптические свойства которой не изменяются при ее повороте на произвольный угол вокруг оси  $z$ , коэффициенты  $C_{2C}$ ,  $C_{2S}$ ,  $C_{4C}$  и  $C_{4S}$  должны равняться нулю, а отличными от нуля могут быть только  $B_0$  и  $B_2$ . Если, кроме того, при отражении от среды свет полностью деполаризуется, должен равняться нулю и коэффициент  $B_2$ . В общем случае коэффициент  $B_2$  характеризует среднюю долю излучения, рассеиваемого средой с сохранением поляризации. В случае анизотропной среды величина коэффициента  $B_2$  в большей или меньшей степени определяется величиной поверхностного отражения.

В общем случае в зависимости  $\rho_{\parallel}$  от  $\varphi$  присутствуют две гармонические составляющие: одна с периодом  $\pi$  и амплитудой

$$Q_2 = \sqrt{C_{2C}^2 + C_{2S}^2}, \quad (3.35)$$

вторая с периодом  $\pi/2$  и амплитудой

$$Q_4 = \sqrt{C_{4C}^2 + C_{4S}^2}. \quad (3.36)$$

В зависимости  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  может присутствовать только одна гармоническая составляющая с периодом  $\pi/2$  и амплитудой  $Q_4$ , противофазная аналогичной составляющей в  $\rho_{\parallel}$ .

Отличие от нуля коэффициентов  $C_{2C}$  и  $C_{2S}$  свидетельствует о зависимости полного потока, проходящего через диафрагму D, от угла  $\varphi$  или, что в данном случае то же, от поляризации падающего света, то есть о присутствии поляризационно-зависимого ослабления. Это легко увидеть, сложив (3.32) и (3.33):

$$\rho_{\parallel} + \rho_{\perp} = 2(B_0 + C_{2C} \cos 2\varphi + C_{2S} \sin 2\varphi). \quad (3.37)$$

Отличие от нуля коэффициентов  $C_{4C}$  и  $C_{4S}$ , может быть обусловлено анизотропией ослабления, однако, как показывают оценки, эти коэффициенты на порядок менее чувствительны к анизотропии ослабления, чем коэффициенты  $C_{2C}$  и  $C_{2S}$ . Значительно более чувствительны коэффициенты  $C_{4C}$  и  $C_{4S}$  к проявлениям анизотропии, связанным с различной скоростью распространения по-разному поляризованных компонентов в рассеивающей среде, то есть двулучепреломлением.

Коэффициенты  $C_{2C}$ ,  $C_{2S}$ ,  $C_{4C}$  и  $C_{4S}$  зависят от выбора направления вектора  $\mathbf{N}$ . А так как выбор этого направления может быть в значительной мере произволен, наряду с этими параметрами для характеристики исследуемых сред удобно использовать определяемые через  $C_{2C}$ ,  $C_{2S}$ ,  $C_{4C}$  и  $C_{4S}$  инвариантные параметры  $Q_2$  (3.35) и  $Q_4$  (3.36), которые от указанного выбора не зависят.

По отношениям  $C_{2S}/C_{2C}$  и  $C_{4S}/C_{4C}$  могут быть определены углы, соответствующие экстремумам гармонических составляющих, а по спектральным зависимостям этих отношений можно судить о симметрии среды в зондируемой области (здесь, безусловно, мы говорим о симметрии статистических свойств среды, определяющих измеряемые в эксперименте характеристики рассеяния). Так, например, нетрудно убедиться, что наличие у среды плоскости симметрии, перпендикулярной плоскости  $xu$ , должно проявляться в независимости отношений  $C_{2S}/C_{2C}$  и  $C_{4S}/C_{4C}$  от длины волны и совпадении экстремумов гармоники с периодом  $\pi$  и с экстремумами гармоники с периодом  $\pi/2$  (если обе эти гармоники присутствуют).

### **3.4.2. Случай детектирования света, рассеянного под углом**

#### **3.4.2.1. Теория**

В настоящем разделе мы рассмотрим геометрию эксперимента, когда, как и в предыдущем случае, зондирующий пучок падает на исследуемую среду в нормальном направлении, но измеряются характеристики света, рассеянного под углом к нормали, то есть при  $\alpha \neq 0$  (см. рис. 3.15). Будем считать, что направление оси пропускания поляризатора строго фиксировано параллельно или перпендикулярно плоскости детектирования (плоскости, образованной осями падающего и регистрируемого пучков) и не изменяется в эксперименте, в то время как анализатор может поворачиваться, обеспечивая возможность регистрации ко- и кросс- поляризованных компонентов. Считаем, что в эксперименте измеряются зависимости  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от угла азимутальной ориентации образца  $\varphi$ , который отсчитывается от плоскости детектирования (см. рис. 3.15); этот угол может варьироваться в реальном эксперименте посредством поворота образца или поворота плоскости детектирования.

Такая геометрия измерений значительно более проста с точки зрения практической реализации по сравнению с рассмотренной в предыдущем разделе. Кроме того, эта геометрия позволяет выделить вклад объемной рассеянной составляющей, давая возможность уменьшить вклад поверхностного отражения в детектируемую часть рассеянного образцом излучения, что при исследовании биотканей бывает очень полезным. Также следует отметить, что при такой геометрии измерений зависимость  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  даже для изотропных сред может быть очень существенной из-за анизотропии микрорельефа поверхности. При исследовании кожи влияние этого фактора также может быть заметным, что может определяться, например, существованием некоторого преимущественного направления кожных бороздок в зондируемой области. Также можно ожидать, что при  $\alpha \neq 0$  в зависимостях  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  в большей степени должна проявляться анизотропия формы рассеивателей в объеме при наличии их ориентационной упорядоченности.

Найти удобные и компактные параметризационные представления для функций  $\rho_{\parallel}(\varphi)$  и  $\rho_{\perp}(\varphi)$  для случая  $\alpha \neq 0$  основываясь на формализме матриц Мюллера (как это было сделано в предыдущем разделе), не удастся, поскольку в данном случае величины  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$ , соответствующие разным значениям  $\varphi$ , связаны с разными матрицами Мюллера, т.е. матрицами, характеризующими разные направления рассеяния. Кроме того, очевидно, что в данном случае едва ли возможно получить точные представления для  $\rho_{\parallel}(\varphi)$  и  $\rho_{\perp}(\varphi)$ , обладающие достаточной степенью общности. Поэтому естественным является поиск приближенных представлений, применимых при решении рассматриваемого круга задач. Здесь мы покажем, что достаточно компактное и общее приближенное представление функций  $\rho_{\parallel}(\varphi)$  и  $\rho_{\perp}(\varphi)$  в данном случае может быть получено с помощью аппроксимации этих функций рядами Фурье.

Поскольку функции  $\rho_{\parallel}(\varphi)$  и  $\rho_{\perp}(\varphi)$   $2\pi$ -периодичны, в общем случае они могут быть представлены в виде рядов Фурье следующего вида:

$$\begin{aligned}\rho_{\parallel} &= a_{0\parallel} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_{m\parallel} \cos m\varphi + b_{m\parallel} \sin m\varphi), \\ \rho_{\perp} &= a_{0\perp} + \sum_{m=1}^{\infty} (a_{m\perp} \cos m\varphi + b_{m\perp} \sin m\varphi)\end{aligned}\tag{3.38}$$

(отметим, что представление азимутальных зависимостей поляризационных характеристик сред в виде ряда Фурье нередко используется в теории рассеяния при решении векторного уравнения переноса). Очевидно, что коэффициенты  $a_{0\parallel}$  и  $a_{0\perp}$ , а также амплитудные коэффициенты  $q_{m\parallel} = \sqrt{a_{m\parallel}^2 + b_{m\parallel}^2}$  и  $q_{m\perp} = \sqrt{a_{m\perp}^2 + b_{m\perp}^2}$  не зависят от выбора направлений вектора  $\mathbf{N}$  и оси отсчета  $x$ . Если свойства рассеяния образца инвариантны относительно его поворота вокруг оси  $z$  на  $180^\circ$ , т.е. функции  $\rho_{\parallel}(\varphi)$  и  $\rho_{\perp}(\varphi)$  таковы, что

$$\rho_{\parallel}(\varphi' + \pi) = \rho_{\parallel}(\varphi'), \quad \rho_{\perp}(\varphi' + \pi) = \rho_{\perp}(\varphi')\tag{3.39}$$

(а далее мы будем считать, что для рассматриваемых образцов это условие удовлетворяется), то в разложениях (3.38) остаются только гармоники с четными  $m$ :

$$\begin{aligned}\rho_{\parallel,\perp} &= a_{0\parallel,\perp} + \sum_{j=1}^{\infty} [a_{2j\parallel,\perp} \cos(2j\varphi) + b_{2j\parallel,\perp} \sin(2j\varphi)] \\ &= a_{0\parallel,\perp} + a_{2\parallel,\perp} \cos 2\varphi + b_{2\parallel,\perp} \sin 2\varphi + a_{4\parallel,\perp} \cos 4\varphi + b_{4\parallel,\perp} \sin 4\varphi + \dots\end{aligned}\tag{3.40}$$

Выражения (3.40) имеют очевидную аналогию с выражениями (3.32) и (3.33) для  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$ , и, очевидно, должны полностью согласовываться с ними в

случае  $\alpha = 0$ , т.е. при детектировании света, рассеянного строго назад. Учитывая диффузный характер рассеяния, естественно предположить, что влияние членов разложений, соответствующих большим значениям  $m$ , должно быть малым, и для хорошей аппроксимации функций  $\rho_{\parallel}(\varphi)$  и  $\rho_{\perp}(\varphi)$  достаточно небольшого числа членов ряда, по крайней мере, при небольших значениях угла  $\alpha$ ; тогда спектры коэффициентов рядов и рассчитываемые по ним спектры амплитуд гармоник  $q_{m\parallel}$  и  $q_{m\perp}$  и соответствующих фазовых характеристик могли бы быть использованы для характеристики образцов. С целью проверки этого предположения была проведена серия соответствующих экспериментов с образцами с похожими или заведомо более выраженными, по сравнению с биотканями, проявлениями анизотропии. Результаты этих экспериментов представлены в следующем разделе.

#### 3.4.2.2. Эксперимент

Экспериментальная установка (рис. 3.16), использованная для этих исследований, включала в себя два волоконно-оптических жгута, один из которых (2) подводил к исследуемому объекту излучение от широкополосного источника (1) (галогеновая лампа мощностью 200 Вт), а второй (3) использовался для сбора излучения, рассеянного образцом (4). Регистрация спектров осуществлялась с помощью спектрометра Ocean Optics USB2000 (5), сопряженного с компьютером (6). Перед торцом подводящего излучение жгута располагалось поляризационное устройство (7), служившее одновременно в качестве поляризатора подводимого света и анализатора отраженного излучения. Угол  $\alpha$  в эксперименте составлял приблизительно  $30^\circ$ . Ось пропускания поляризатора была ориентирована перпендикулярно плоскости детектирования. Ориентация анализатора в экспериментах могла меняться, позволяя выделять компоненты с ко- и кросс-поляризацией.

Диаметр освещаемого участка поверхности образца составлял 3 мм. Измерительная головка состояла из двух платформ, к одной жестко крепились световоды и поляризаторы, ко второй – образец. Эти платформы могли поворачиваться одна относительно другой, обеспечивая возможность поворота образца относительно плоскости детектирования. Образец позиционировался так, чтобы максимально точно выполнялось условие (3.39). Затем для него измерялись 12 спектров, соответствующие следующим значениям  $\varphi$ :  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $165^\circ$ . Для нормировки полученных данных использовался спектр стандартного ламбертовского отражателя, измеренный при параллельной ориентации поляризатора и анализатора. По полученным двенадцати спектрам  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  рассчитывались спектры коэффициентов  $a_{i\parallel}$ ,  $b_{i\parallel}$ ,  $a_{i\perp}$  и  $b_{i\perp}$  (20) и спектры амплитуд гармоник  $q_{m\parallel}$  и  $q_{m\perp}$ .

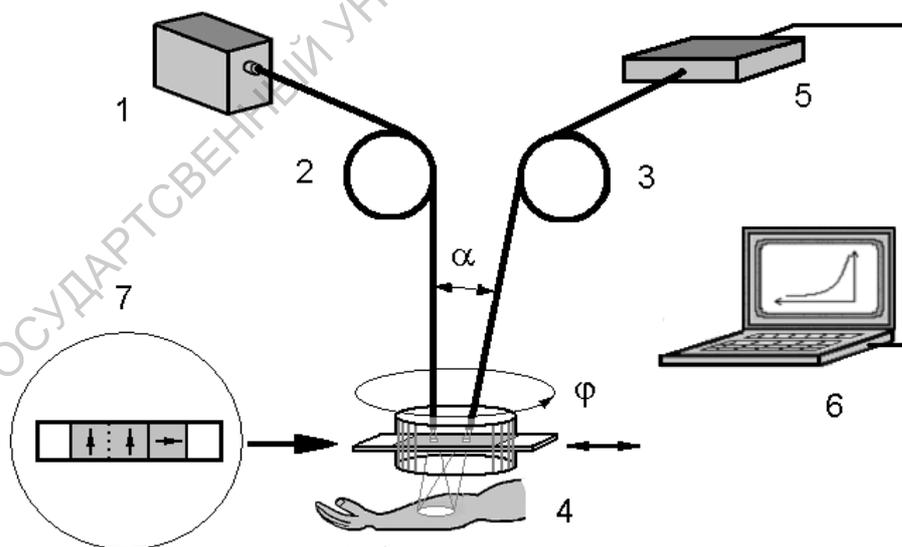


Рис. 3.16. Схема экспериментальной установки. 1 – источник белого света; 2, 3 – волоконно-оптические жгуты; 4 – исследуемый образец, 5 – оптический многоканальный анализатор, 6 - персональный компьютер, 7 – поляризационное устройство.

В качестве модельных рассеивающих объектов со сложными зависимостями  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  были использованы ориентированная политетрафторэтиленовая (PTFE) пленка с гладкими поверхностями и две многослойные ленты (плоские пучки), составленные из почти параллельно ориентированных длинных цилиндрических волокон диаметром 30 мкм. Одна из лент была составлена из стеклянных волокон, не проявляющих заметного двулучепреломления в видимой области, вторая - из достаточно сильно двулучепреломляющих полипропиленовых волокон (как и в экспериментах, описанных в разделе 3.3). Степень ориентационной упорядоченности в ленте из полипропиленовых волокон была несколько ниже, чем в ленте из стеклянных волокон, поэтому эта лента давала более размытые индикатрисы рассеяния.

Результаты измерений для этих образцов представлены на рисунках 3.17а, 3.17б и 3.17в. Для сравнения на рис. 3.17г показаны результаты измерений для желтой бархатной бумаги, взятой в качестве примера образца с высокой оптической симметрией, чьи свойства рассеяния очень мало зависят от его азимутальной ориентации. Для каждого из этих образцов показаны экспериментальные и аппроксимационные зависимости  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$ , полученные для длины волны 550 нм, а также экспериментальные спектры постоянных составляющих  $q_{0\parallel} \equiv a_{0\parallel}$  и  $q_{0\perp} \equiv a_{0\perp}$  и амплитуд гармоник фурье-разложения  $q_{m\parallel}$  и  $q_{m\perp}$  ( $m = 2, 4, 6$ ). Приведены два вида аппроксимационных зависимостей для  $\rho_{\parallel}$  и три вида аппроксимационных зависимостей для  $\rho_{\perp}$ .

В случае  $\rho_{\parallel}$  брались следующие аппроксимационные формулы:

$$\rho_{\parallel} = a_{0\parallel} + \sum_{m=2,4} (a_{m\parallel} \cos m\varphi + b_{m\parallel} \sin m\varphi), \quad (3.41)$$

$$\rho_{\parallel} = a_{0\parallel} + \sum_{m=2,4,6} (a_{m\parallel} \cos m\varphi + b_{m\parallel} \sin m\varphi), \quad (3.42)$$

то есть в первом случае учитываются только две гармоники с  $m = 2$  и  $m = 4$ , во втором – три гармоники с  $m = 2, 4, 6$ .

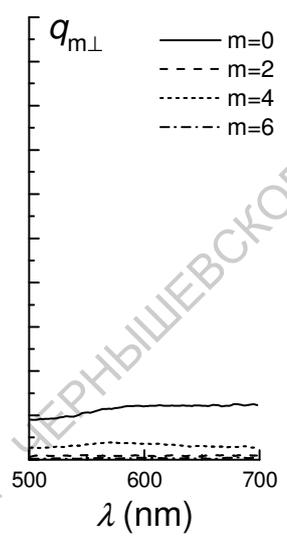
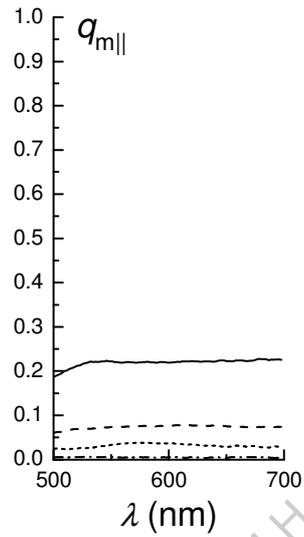
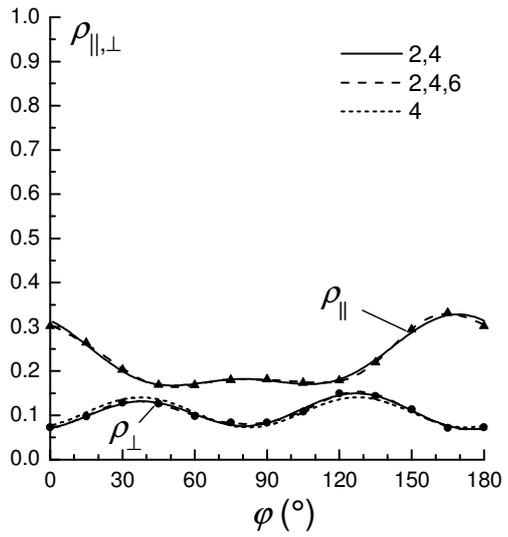
В случае  $\rho_{\perp}$  рассматривались следующие аппроксимации:

$$\rho_{\perp} = a_{0\perp} + a_{m\perp} \cos 4\varphi + b_{m\perp} \sin 4\varphi, \quad (3.43)$$

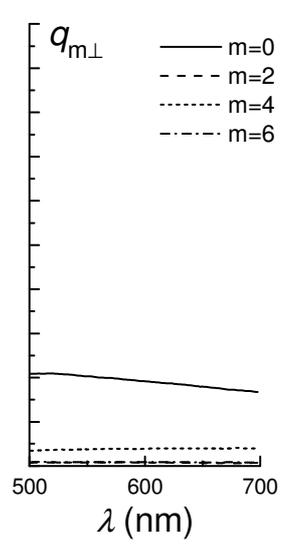
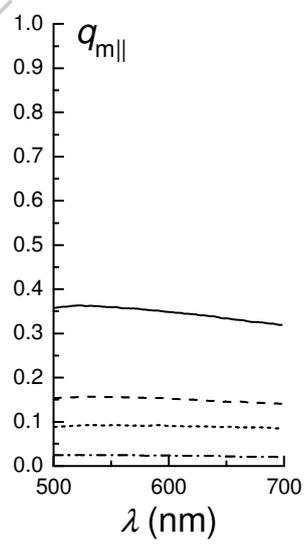
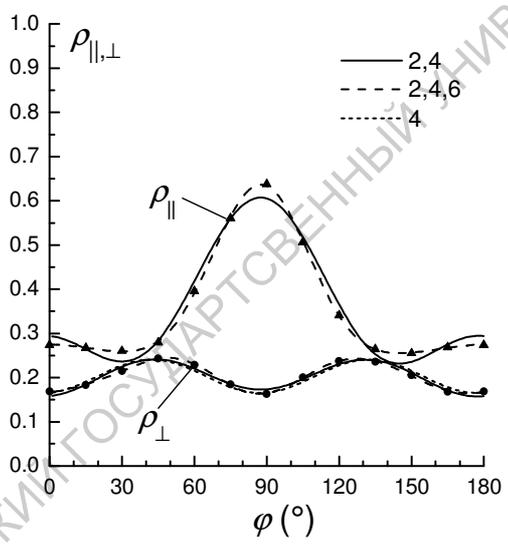
$$\rho_{\perp} = a_{0\perp} + \sum_{m=2,4} (a_{m\perp} \cos m\varphi + b_{m\perp} \sin m\varphi), \quad (3.44)$$

$$\rho_{\perp} = a_{0\perp} + \sum_{m=2,4,6} (a_{m\perp} \cos m\varphi + b_{m\perp} \sin m\varphi). \quad (3.45)$$

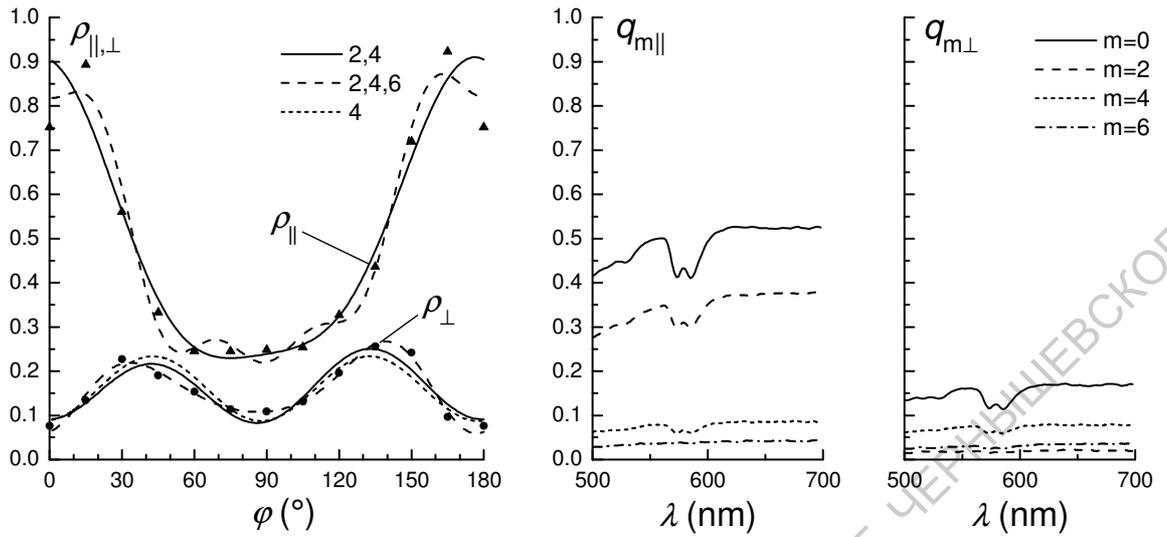
Заметим, что выражения (3.41) и (3.43) полностью совпадают по форме с соответствующими точными выражениями для  $\rho_{\parallel}(\varphi)$  и  $\rho_{\perp}(\varphi)$ , полученными в предыдущем разделе для случая  $\alpha = 0$  (см. (3.32) и (3.33)).



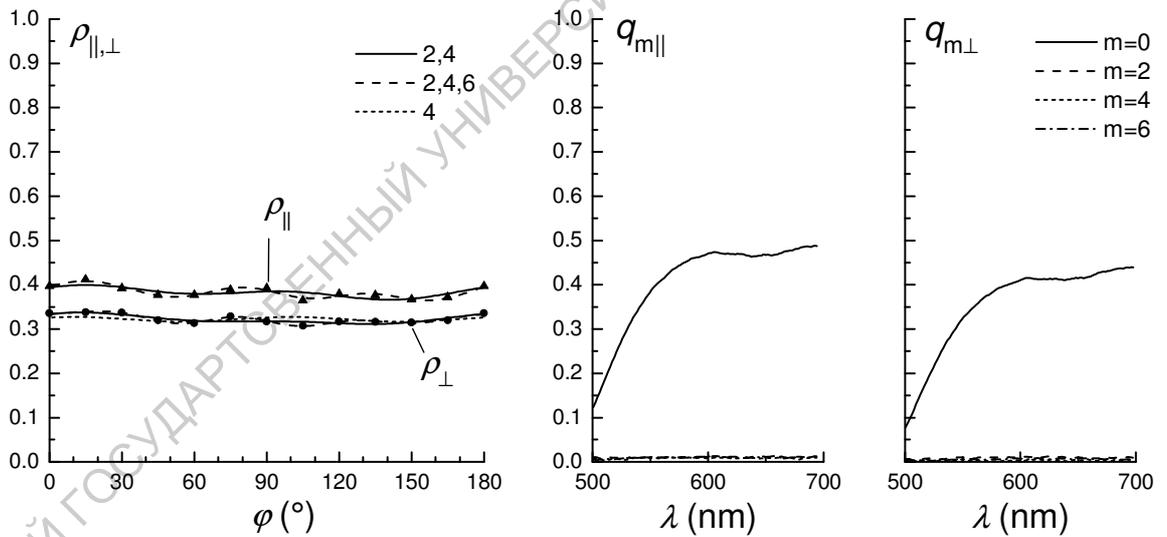
a



б



В



Г

Рис. 3.17. Аппроксимация экспериментальных зависимостей  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  функциями (3.41)-(3.45) и спектральные зависимости параметров  $q_{m\parallel}$  и  $q_{m\perp}$  ( $m = 0, 2, 4, 6$ ) для (а) ленты из ориентированных полипропиленовых волокон, (б) ориентированной РТФЕ пленки, (в) ленты из ориентированных стеклянных волокон и (г) бархатной бумаги. Представленные экспериментальные зависимости  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  (экспериментальные точки показаны символами) соответствуют длине волны 550 нм.

В таблице 3 для оценки степени согласования экспериментальных и аппроксимационных значений  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  представлены значения стандартного отклонения, рассчитанного по следующей формуле:

$$\sigma(\rho_{\parallel,\perp}) = \sqrt{\frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [\rho_{\parallel,\perp}^{\text{expt}}(\varphi_i, \lambda_j) - \rho_{\parallel,\perp}^{\text{apprx}}(\varphi_i, \lambda_j)]^2}, \quad (3.46)$$

где  $\rho_{\parallel}^{\text{expt}}$  и  $\rho_{\perp}^{\text{expt}}$  – экспериментальные значения  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$ ,  $\rho_{\parallel}^{\text{apprx}}$  и  $\rho_{\perp}^{\text{apprx}}$  – значения  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$ , рассчитанные по соответствующим приближенным формулам;  $\{\varphi_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) – множество экспериментальных значений угла  $\varphi$ ;  $\{\lambda_j\}$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ) – множество экспериментальных значений длины волны  $\lambda$ . Как в таблице 3, так и на графиках данные, соответствующие различным аппроксимациям, помечены указанием номеров гармоник ( $m$ ), используемых в аппроксимационной формуле.

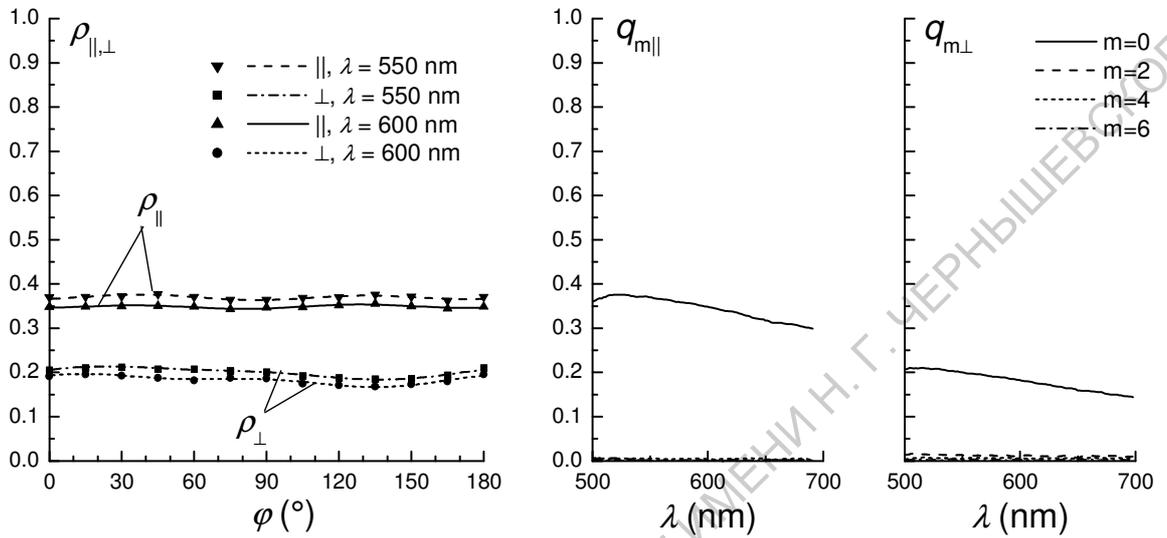
Таблица 3. Погрешность аппроксимации экспериментальных зависимостей  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  и от  $\lambda$  при использовании приближений (3.41)-(3.45)

	$\sigma(\rho_{\parallel})$		$\sigma(\rho_{\perp})$		
	2,4	2, 4, 6	4	2,4	2,4,6
Порядки ( $m$ ) учитываемых гармоник	2,4	2, 4, 6	4	2,4	2,4,6
Бархатная бумага	0.009	0.005	0.009	0.006	0.002
PTFE пленка	0.017	0.003	0.008	0.007	0.002
Полипропиленовые волокна	0.006	0.002	0.006	0.003	0.001
Стекланные волокна	0.097	0.075	0.027	0.024	0.009
Кожа крысы <i>in vitro</i>	0.005	0.004	0.009	0.005	0.004
Кожа человека <i>in vivo</i>	0.021	0.011	0.019	0.016	0.011

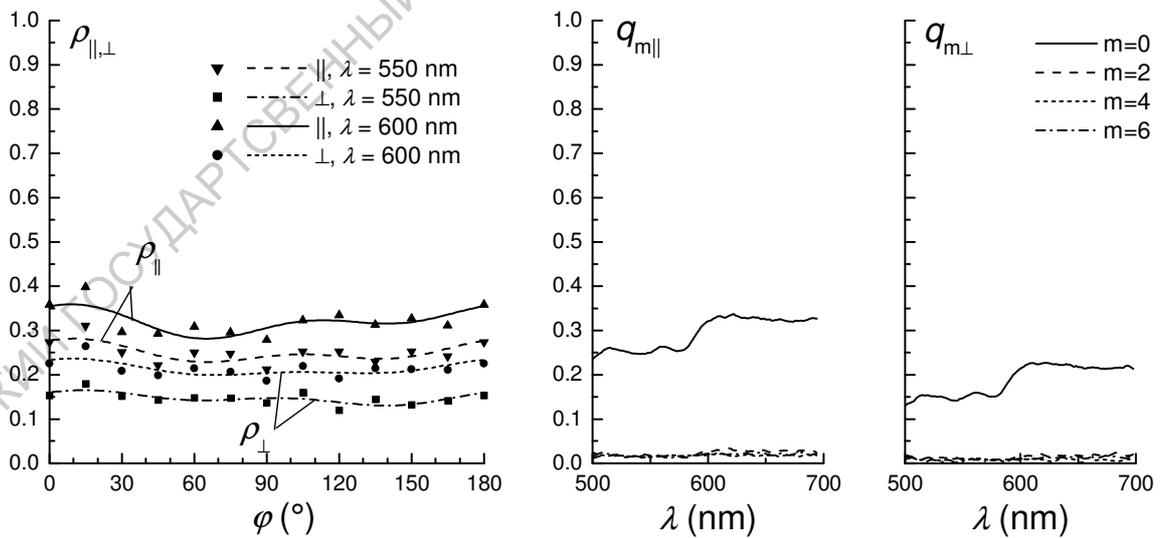
Как видно из представленных данных, аппроксимационные функции (3.41)-(3.45) в разных случаях в большей или меньшей степени хорошо приближают полученные экспериментальные зависимости  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$ . Заметим, что и для PTFE пленки, и для ленты из полипропиленовых волокон, и для ленты из стеклянных волокон параметры  $q_{2\parallel}$ ,  $q_{4\parallel}$  и  $q_{4\perp}$  относительно велики и соответствующие гармоники играют доминирующую роль в экспериментальных зависимостях  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$ . Достаточно хорошая аппроксимация в случае ленты из полипропиленовых волокон достигается уже при использовании наиболее грубых формул (3.41) и (3.43) (совпадающих по форме с точными формулами для случая  $\alpha = 0$ ), поскольку в данном случае параметры  $q_{6\parallel}$ ,  $q_{6\perp}$  и  $q_{2\perp}$  очень малы. При этом обращает на себя внимание близость экспериментальных значений  $q_{4\parallel}$  и  $q_{4\perp}$ , что также характерно случаю  $\alpha = 0$  (как видно из (3.32) и (3.33), при  $\alpha = 0$   $q_{4\parallel} = q_{4\perp}$ ). В случае PTFE пленки использование при аппроксимации гармоники с  $m = 6$  дает значительный выигрыш в точности. Наибольшую ошибку рассматриваемые аппроксимационные формулы дают в случае ленты из стеклянных волокон. Но данный случай не является показательным с точки зрения оценки применимости формул (3.41)-(3.45) при исследовании биотканей из-за нехарактерной биотканям узости индикатрисы рассеяния этого образца. Узость индикатрисы рассеяния в сочетании с ошибкой позиционирования образца могла привести, помимо всего прочего, и к большой измерительной ошибке, что, очевидно, также проявилось в этих измерениях. Однако нельзя не заметить, что и для этого образца точность аппроксимации экспериментальной зависимости  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  функцией (3.45) оказывается достаточно высокой. В случае бархатной бумаги, как и ожидалось, все коэффициенты разложений (3.40), кроме  $q_{0\parallel}$  и  $q_{0\perp}$ , оказались очень близкими к нулю, что свидетельствует, помимо всего прочего, и о достаточно высокой точности измерений.

Кроме описанных выше тестовых измерений были проведены пробные измерения на коже. Некоторые результаты измерений показаны на рис. 3.18. На рисунке 3.18а представлены данные для отрыва цельной кожи крысы с удаленным волосяным покровом, выдержанного несколько дней в физиологическом растворе, на рис. 3.18б - измеренные *in vivo* данные для кожи с внешней стороны кисти руки человека. На графиках представлены экспериментальные зависимости  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  для двух длин волн (550 нм и 600 нм) и соответствующие аппроксимирующие кривые вида (3.41) и (3.44). Кроме того, как и в предыдущем случае, приведены экспериментальные спектры параметров  $q_{m\parallel}$  и  $q_{m\perp}$  для  $m = 0, 2, 4, 6$ . Соответствующие этим образцам значения стандартных отклонений (3.46) для разных аппроксимаций представлены в Таблице 3. Как видно из рисунка 3.18а, для образца кожи крысы значения  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  с изменением  $\varphi$  меняются очень мало (в пределах ошибки измерений) во всем рассматриваемом спектральном диапазоне: для этого образца все коэффициенты разложений (3.40), кроме  $q_{0\parallel}$  и  $q_{0\perp}$ , во всей рассматриваемой области спектра очень близки к нулю. Таким образом, каких-либо проявлений двулучепреломления дермы и анизотропии рельефа поверхности кожи в зависимостях  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  для этого образца кожи крысы в рассматриваемой области спектра не наблюдалось (расширить спектральный диапазон измерений не позволяли свойства используемых поляризаторов). В измерениях характеристик кожи *in vivo* ошибка экспериментальной оценки зависимостей  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  была значительно выше, чем при измерениях *in vitro* (о чем можно судить по разбросу экспериментальных точек), в частности, из-за невозможности жестко зафиксировать исследуемый участок кожи на все время измерений (около 10 минут) и естественных физиологических процессов (например, притока или оттока крови), способных изменять оптические свойства кожи за время измерений. Поэтому небольшие, но заметные отклонения от нуля некоторых коэффициентов  $q_{m\parallel}$  и  $q_{m\perp}$  с  $m \neq 0$  на рис. 3.18б еще не позволяют говорить о

каких-либо проявлениях анизотропии на исследованном участке кожи человека, поскольку эти отклонения находятся в пределах ошибки измерений.



а



б

Рис. 3.18. Результаты измерений для биологических тканей:  
(а) кожа крысы *in vitro*, (б) кожа человека *in vivo*.

Исходя из результатов данного эксперимента, очевидно, что для надежных измерений *in vivo* должна использоваться экспериментальная техника, позволяющая измерять зависимости  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  от  $\varphi$  максимально быстро. Решение этой проблемы упрощается тем, что определение параметров аппроксимационных формул (3.41)-(3.45) при достаточной точности измерения  $\rho_{\parallel}$  и  $\rho_{\perp}$  не требует большого числа экспериментальных точек.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены методы отражательной поляризационной спектроскопии, основанные на анализе спектральной зависимости интенсивностей ко- и кросс-поляризованных компонентов рассеянного света. Рассмотрен эффект существования степени остаточной поляризации рассеянного света.

Влияние поглощения света многократно рассеивающей изотропной среды на степень остаточной поляризации интерпретировано в рамках феноменологических представлений о распределении оптических путей парциальных составляющих рассеянного поля. Спектральный состав степени остаточной поляризации, в том числе с использованием технологии введения в исследуемые среды пробных веществ с селективным поглощением, предложен в качестве нового метода исследования оптических свойств многократно рассеивающих свойств, включая биоткани.

В пособии предложены удобные, на наш взгляд, способы параметризации зависимостей характеристик рассеяния, измеряемых при отдельном детектировании ко- и кросс- поляризованных компонентов рассеянного исследуемым образцом света в случае нормального падения света на образец, от азимутальной ориентации образца. Рассмотрены оригинальные экспериментальные поляризационные методики, ориентированные на измерение инвариантных поляризационно-оптических

характеристик анизотропных рассеивающих сред в геометрии обратного рассеяния. Особенностью этих инвариантных характеристик является то, что их значения не зависят от азимутальной ориентации образца относительно измерительного прибора даже при наличии у образца ярко выраженной оптической анизотропии. При поляризационно-спектральных измерениях предложенные способы параметризации позволяют компактно характеризовать образцы с низкой симметрией оптических свойств, в том числе биоткани, с помощью спектров небольшого числа специальных параметров, не зависящих от азимутальной ориентации образца.

Использование этих характеристик позволяет в компактной форме представлять информацию об оптических и, в том числе, спектральных свойствах образца, что делает их удобными для характеристики любых веществ, содержащих оптически анизотропные элементы, в том числе биотканей. Указанные методики просты в практической реализации и не требуют сложного поляриметрического оборудования. Представлена простая поляриметрическая методика, дающая возможность дифференциации вкладов материальной оптической анизотропии и поляризационно-зависимого ослабления в оптическую анизотропию рассеивающих сред.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Синичкин Ю.П., Утц С.Р. In vivo отражательная и флуоресцентная спектроскопия кожи человека. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2001.
2. Специальный практикум по оптической биофизике. In vivo отражательная и флуоресцентная спектроскопия кожи человека: Учеб. пособие для студентов вузов / Ю.П. Синичкин, Л.Е. Долотов, Д.А. Зимняков и др. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2003.
3. Джеррард А., Берч Дж. М. Введение в матричную оптику. – М.: Мир, 1978.
4. Zimnyakov D.A. On some manifestations of similarity in multiple scattering of coherent light // Waves in Random Media. - 2000. - Vol. 10. - P. 417-434.
5. Zimnyakov D.A., Sinichkin Yu.P. A study of polarization decay as applied to improved imaging in scattering media // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2000. - Vol. 2. - P. 200-208.
6. Зимняков Д.А., Синичкин Ю.П. Поляризационная визуализация рассеивающих сред с помощью непрерывного лазерного излучения. // Оптика и спектроскопия. - 2000. - Т. 88. - 6. - С. 1015-1022.
7. Зимняков Д.А., Синичкин Ю.П. О предельном значении степени остаточной поляризации некогерентно обратного рассеянного излучения при многократном рассеянии линейно поляризованного света // Оптика и спектроскопия. - 2001. - Т. 91. - 1. - С. 113-119.
8. Zimnyakov D.A., Sinichkin Yu.P., Zakharov P.V., Agafonov D.N. Residual polarization of non-coherently backscattered linearly polarized light: the influence of the anisotropy parameter of scattering medium // Waves in random media. - 2001. - Vol. 11. - P. 395-412.
9. Синичкин Ю.П., Зимняков Д.А., Агафонов Д.Н., Кузнецова Л.В. Визуализация рассеивающих сред при обратном рассеянии линейно поляризованного немонахроматического света // Оптика и спектроскопия. - 2002. - Т. 93. - 1. - С. 99-105.

10. Свиридов А.П., Зимняков Д.А., Синичкин Ю.П., Бутвина Л.Н., Омельченко А.И., Махмутова Г.Ш., Баграташвили В.Н. ИК Фурье спектроскопия in vivo кожи человека при абляции излучением ИАГ:Ег лазера и поляризация излучения, рассеиваемого кожным покровом // ЖПС. - 2002. - Т. 69. - 4. - С. 484-488.
11. Зимняков Д.А., Синичкин Ю.П., Киселева И.В., Агафонов Д.Н. О влиянии поглощения многократно рассеивающих сред на степень остаточной поляризации обратно рассеянного излучения // Оптика и спектроскопия. 2002. Т. 92. Вып. 5. С. 848-855.
12. Зимняков Д.А., Синичкин Ю.П., Тучин В.В. Поляризационная отражательная спектроскопия биотканей: диагностические приложения // Известия Вузов. Радиофизика. 2004. № 10-11. С. 957-975.
13. Синичкин Ю.П., Зимняков Д.А., Яковлев Д.А., Овчинникова И.А., Спивак А.В., Ушакова О.В.. Влияние оптической анизотропии рассеивающих сред на состояние поляризации рассеянного света // Оптика и спектроскопия. 2006. Т. 101. №5. С. 862-871.
14. Синичкин Ю.П., Спивак А.В., Яковлев Д.А. Простые параметрические представления поляризационно-оптических свойств двулучепреломляющих биотканей в рамках методов отражательной поляризационной спектроскопии // Оптика и спектроскопия. 2009. Т. 107. № 6. С. 922-933.
15. Синичкин Ю.П., Спивак А.В., Яковлев Д.А. Влияние анизотропии рассеяния и материальной оптической анизотропии слоев ориентированных волокон на состояние поляризации проходящего света // Оптика и спектроскопия. 2010. Т. 109. № 2. С. 197-205.
16. Yakovlev D.A., Chigrinov VG., Kwok Hoi-Sing. Modeling and optimization of LCD optical performance.- John Wiley & Sons, Ltd. 2015.- 554 p. ISBN 978-0-470-68914-1.
17. Tuchin V.V. Polarized light interaction with tissues. // J. Biomed. Optics. 2016. Vol. 21. №. 7, 071114.

18. Pravdin A.B., Yakovlev D.A., Spivak A.V., Tuchin V.V. Mapping of optical properties of anisotropic biological tissues // Proc. SPIE – 2005. – Vol. 5695. – P. 303–3108.
19. Yakovlev D.D., Shvachkina M.E., Sherman M.M., Spivak A.V., Pravdin A.B., Yakovlev D.A. Quantitative mapping of collagen fiber alignment in thick tissue samples using transmission polarized-light microscopy // J. Biomed. Opt. – 2016. – Vol. 21. – P. 071111-1–071111-12.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Ниже приведен один из способов вывода выражений (3.13) и (3.14)

Если обозначить матрицы Мюллера для идеального линейного поляризатора, ориентированного под углом  $\vartheta$  относительно оси  $x$ , и идеального линейного анализатора, ориентированного под углом  $\vartheta'$  относительно оси  $x_R$ , через  $M_1$  и  $M_2$ :

$$M_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\vartheta & \sin 2\vartheta & 0 \\ \cos 2\vartheta & \cos^2 2\vartheta & \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta & 0 \\ \sin 2\vartheta & \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta & \sin^2 2\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{П.1})$$

$$M_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\vartheta' & \sin 2\vartheta' & 0 \\ \cos 2\vartheta' & \cos^2 2\vartheta' & \cos 2\vartheta' \sin 2\vartheta' & 0 \\ \sin 2\vartheta' & \sin 2\vartheta' \cos 2\vartheta' & \sin^2 2\vartheta' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{П.2})$$

то векторы Стокса света, падающего на систему поляризатор-образец-анализатор ( $\mathbf{S}_R$ ) и прошедшего через нее, связаны соотношением

$$\mathbf{S}_R = M_2 M M_1 \mathbf{S}_0, \quad (\text{П.3})$$

где  $M$  – матрица Мюллера образца:

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix}, \quad (\text{П.4})$$

Согласно (П.3), интенсивность прошедшего систему света,  $I_T$  (первый элемент вектора Стокса  $\mathbf{S}_R$ ), связана с интенсивностью падающего на поляризатор света,  $I_0$  (первый элемент вектора Стокса  $\mathbf{S}_0$ ) соотношением

$$I_R = A_{11}I_0, \quad (\text{П.5})$$

где  $A_{11}$  – элемент (1, 1) матрицы  $M_{PSA} = M_2MM_1 = [A_{ij}]$  ( $i, j = 1, 2, 3, 4$ ).

Интенсивность падающего на детектор света,  $I$ , пропорциональна  $I_R$ :

$$I = KI_R = KA_{11}I_0, \quad (\text{П.6})$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности. Для того чтобы найти элемент  $A_{11}$ , определяющий связь  $I$  и  $I_0$ , сначала найдем выражения для элементов матрицы  $M_{PS} = MM_1 = [A_{ij}^{MM1}]$ . Умножая слева (П.1) на (П.4), находим

$$A_{11}^{MM1} = \frac{1}{2}(m_{11} + m_{12} \cos 2\vartheta + m_{13} \sin 2\vartheta),$$

$$A_{12}^{MM1} = \frac{1}{2}(m_{11} \cos 2\vartheta + m_{12} \cos^2 2\vartheta + m_{13} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta),$$

$$A_{13}^{MM1} = \frac{1}{2}(m_{11} \sin 2\vartheta + m_{12} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta + m_{13} \sin^2 2\vartheta),$$

$$A_{14}^{MM1} = 0,$$

$$A_{21}^{MM1} = \frac{1}{2}(m_{21} + m_{22} \cos 2\vartheta + m_{23} \sin 2\vartheta),$$

$$A_{22}^{MM1} = \frac{1}{2}(m_{21} \cos 2\vartheta + m_{22} \cos^2 2\vartheta + m_{23} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta),$$

$$A_{23}^{MM1} = \frac{1}{2}(m_{21} \sin 2\vartheta + m_{22} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta + m_{23} \sin^2 2\vartheta),$$

$$A_{24}^{MM1} = 0,$$

$$\begin{aligned}
A_{31}^{MM1} &= \frac{1}{2}(m_{31} + m_{32} \cos 2\vartheta + m_{33} \sin 2\vartheta), \\
A_{32}^{MM1} &= \frac{1}{2}(m_{31} \cos 2\vartheta + m_{32} \cos^2 2\vartheta + m_{33} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta), \\
A_{33}^{MM1} &= \frac{1}{2}(m_{31} \sin 2\vartheta + m_{32} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta + m_{33} \sin^2 2\vartheta), \\
A_{34}^{MM1} &= 0, \\
A_{41}^{MM1} &= \frac{1}{2}(m_{41} + m_{42} \cos 2\vartheta + m_{43} \sin 2\vartheta), \\
A_{42}^{MM1} &= \frac{1}{2}(m_{41} \cos 2\vartheta + m_{42} \cos^2 2\vartheta + m_{43} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta), \\
A_{43}^{MM1} &= \frac{1}{2}(m_{41} \sin 2\vartheta + m_{42} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta + m_{43} \sin^2 2\vartheta), \\
A_{44}^{MM1} &= 0.
\end{aligned}$$

Умножая первую строку матрицы  $M_2$  (П.2) на первый столбец  $M_{PS}$ , находим, что элемент  $A_{11}$  матрицы  $M_{PSA}$  равен

$$\begin{aligned}
A_{11} &= \frac{1}{4}(m_{11} + m_{12} \cos 2\vartheta + m_{13} \sin 2\vartheta + \cos 2\vartheta'(m_{21} + m_{22} \cos 2\vartheta + m_{23} \sin 2\vartheta) + \\
&\quad + \sin 2\vartheta'(m_{31} + m_{32} \cos 2\vartheta + m_{33} \sin 2\vartheta)). \tag{П.7}
\end{aligned}$$

Подстановка (П.7) в (П.6) дает

$$\begin{aligned}
I &= k(2m_{11} + 2m_{12} \cos 2\vartheta + 2m_{13} \sin 2\vartheta + 2m_{21} \cos 2\vartheta' + 2m_{22} \cos 2\vartheta' \cos 2\vartheta + \\
&\quad + 2m_{23} \cos 2\vartheta' \sin 2\vartheta + 2m_{31} \sin 2\vartheta' + 2m_{32} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' + 2m_{33} \sin 2\vartheta \sin 2\vartheta'), \tag{П.8}
\end{aligned}$$

где  $k = K/8$ . Для того, чтобы привести (П.8) к виду (3.13), совершим следующие математические преобразования:

$$\begin{aligned}
& 2m_{22} \cos 2\vartheta \cos 2\vartheta' + 2m_{33} \sin 2\vartheta' \sin 2\vartheta = \\
& m_{22} \cos 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{22} \sin 2\vartheta' \sin 2\vartheta + m_{33} \cos 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{33} \sin 2\vartheta' \sin 2\vartheta + \\
& + m_{22} \cos 2\vartheta \cos 2\vartheta' - m_{22} \sin 2\vartheta' \sin 2\vartheta - m_{33} \cos 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{33} \sin 2\vartheta' \sin 2\vartheta = \\
& (m_{22} + m_{33}) \cos 2\eta + (m_{22} - m_{33}) \cos 2\zeta, \quad (\text{П.9})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2m_{23} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' + 2m_{32} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' = \\
& m_{23} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{23} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' - m_{23} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' + \\
& + m_{32} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' - m_{32} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{32} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' + \\
& + m_{23} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{32} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' = \\
& m_{23} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{23} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' + m_{32} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' + m_{32} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' - \\
& - m_{23} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' - m_{32} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{23} \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta' + m_{32} \cos 2\vartheta \sin 2\vartheta' = \\
& = (m_{23} + m_{32}) \sin 2\zeta + (m_{23} - m_{32}) \sin 2\eta. \quad (\text{П.10})
\end{aligned}$$

Подставляя (П.9) и (П.10) в (П.8), находим:

$$\begin{aligned}
I = k & (2m_{11} + (m_{22} + m_{33}) \cos 2\eta + (m_{22} - m_{33}) \cos 2\zeta + (m_{23} + m_{32}) \sin 2\zeta + \\
& + (m_{23} - m_{32}) \sin 2\eta + 2m_{12} \cos 2\vartheta + 2m_{13} \sin 2\vartheta + 2m_{21} \cos 2\vartheta' + 2m_{31} \sin 2\vartheta'), \quad (\text{П.11})
\end{aligned}$$

Из сравнения (П.11) с (3.13) видно, что:

$$\begin{aligned}
\tilde{B}_0 & = 2m_{11}, \\
\tilde{B}_1 & = m_{22} + m_{33}, \quad \tilde{B}_2 = m_{22} - m_{33}, \quad \tilde{B}_3 = m_{23} - m_{32}, \quad \tilde{B}_4 = m_{23} + m_{32}, \quad (\text{П.12}) \\
\tilde{B}_5 & = 2m_{12}, \quad \tilde{B}_6 = 2m_{13}, \quad \tilde{B}_7 = 2m_{21}, \quad \tilde{B}_8 = 2m_{31}.
\end{aligned}$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

В данном разделе мы определим наборы не зависящих от азимутальной ориентации образца параметров, определяемых через элементы матрицы Мюллера  $M=[m_{ij}]$  этого образца, при нормальном падении света на образец. Рассматриваются две геометрии эксперимента: эксперимент на пропускание (рис. П2.1а) и эксперимент на отражение (рис. П2.1б). Матрица Мюллера  $M$  связывает вектор Стокса падающего света,  $S_0$ , с вектором Стокса прошедшего в случае эксперимента на пропускание или отраженного (обратно рассеянного) в случае эксперимента на отражение света,  $S_R$ .

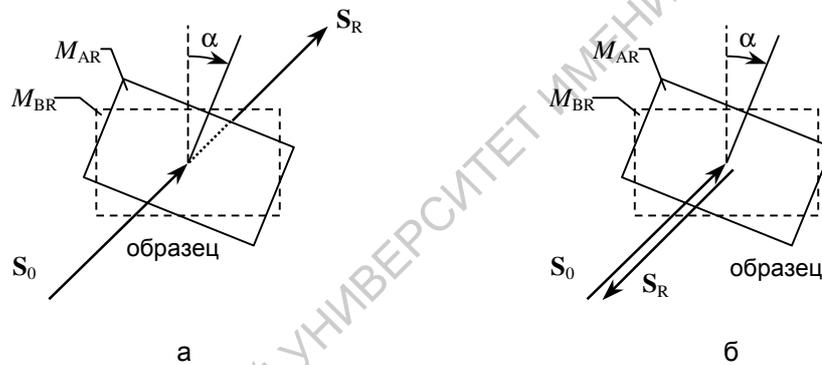


Рисунок П2.1. К выводу вращательных инвариантов

При повороте образца относительно оси падающего пучка матрица Мюллера образца, при нормальном падении света, преобразуется следующим образом:

1) в случае эксперимента на пропускание (рис. П2.1а)

$$M_{AR} = R(-\alpha)M_{BR}R(\alpha), \quad (\text{П2.1})$$

2) в случае эксперимента на отражение (рис. П2.1б)

$$M_{AR} = R(\alpha)M_{BR}R(\alpha), \quad (\text{П2.2})$$

где  $M_{BR}$  и  $M_{AR}$  – матрицы Мюллера, характеризующие образец до и после поворота, соответственно, и  $R$  – матрица вращения (2.13).

Для вывода инвариантов матрицы Мюллера относительно преобразований (П2.1) и (П2.2) удобно выразить матрицу вращения в виде

$$R(\beta) = \underline{J}_1 + \underline{J}_C \cos 2\beta + \underline{J}_S \sin 2\beta, \quad (\text{П2.3})$$

где

$$\underline{J}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{J}_C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{J}_S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Преобразование (П2.1). Подставив (П2.3) в (П2.1), получаем следующее выражение для  $M_{AR}$ :

$$M_{AR} = M_0 + M_{C2} \cos 2\alpha + M_{S2} \sin 2\alpha + M_{C4} \cos 4\alpha + M_{S4} \sin 4\alpha, \quad (\text{П2.4})$$

где

$$\begin{aligned} M_0 &= \underline{J}_1 M_{BR} \underline{J}_1 + 0.5(\underline{J}_C M_{BR} \underline{J}_C - \underline{J}_S M_{BR} \underline{J}_S), \\ M_{C2} &= \underline{J}_1 M_{BR} \underline{J}_C + \underline{J}_C M_{BR} \underline{J}_1, \quad M_{S2} = \underline{J}_1 M_{BR} \underline{J}_S - \underline{J}_S M_{BR} \underline{J}_1, \\ M_{C4} &= 0.5(\underline{J}_C M_{BR} \underline{J}_C + \underline{J}_S M_{BR} \underline{J}_S), \quad M_{S4} = 0.5(\underline{J}_C M_{BR} \underline{J}_S - \underline{J}_S M_{BR} \underline{J}_C) \end{aligned}$$

или, в явной форме,

$$\begin{aligned}
M_0 &= \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 & m_{14} \\ 0 & b_C & b_S & 0 \\ 0 & -b_S & b_C & 0 \\ m_{41} & 0 & 0 & m_{44} \end{pmatrix}, \quad M_{C2} = \begin{pmatrix} 0 & m_{12} & m_{13} & 0 \\ m_{21} & 0 & 0 & m_{24} \\ m_{31} & 0 & 0 & m_{34} \\ 0 & m_{42} & m_{43} & 0 \end{pmatrix}, \\
M_{S2} &= \begin{pmatrix} 0 & -m_{13} & m_{12} & 0 \\ -m_{31} & 0 & 0 & -m_{34} \\ m_{21} & 0 & 0 & m_{24} \\ 0 & -m_{43} & m_{42} & 0 \end{pmatrix}, \\
M_{C4} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_C & c_S & 0 \\ 0 & c_S & -c_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad M_{S4} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_S & c_C & 0 \\ 0 & c_C & c_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
b_C &= 0.5(m_{22} + m_{33}), \quad b_S = 0.5(m_{23} - m_{32}), \\
c_C &= 0.5(m_{22} - m_{33}), \quad c_S = 0.5(m_{23} + m_{32}).
\end{aligned} \tag{П2.5}$$

Отсюда видно, что инвариантными относительно вращения (П2.1) являются следующие величины:

$$m_{11}, m_{14}, m_{41}, m_{44}, m_{22}+m_{33}, m_{23}-m_{32}.$$

Кроме этого, при вращении сохраняются длины векторов

$$\mathbf{a}_H = \begin{pmatrix} m_{12} \\ m_{13} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_V = \begin{pmatrix} m_{21} \\ m_{31} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_H = \begin{pmatrix} m_{42} \\ m_{43} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_V = \begin{pmatrix} m_{24} \\ m_{34} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{pmatrix} m_{22} - m_{33} \\ m_{23} + m_{32} \end{pmatrix},$$

углы между векторами  $\mathbf{a}_H$ ,  $\mathbf{a}_V$ ,  $\mathbf{b}_H$  и  $\mathbf{b}_V$ , а также углы между векторами  $\{\mathbf{a}_H\}_2$ ,  $\{\mathbf{a}_V\}_2$ ,  $\{\mathbf{b}_H\}_2$ ,  $\{\mathbf{b}_V\}_2$  и вектором  $\mathbf{g}$ , где

$$\{\mathbf{a}\}_2 \triangleq \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} \begin{pmatrix} a_1^2 - a_2^2 \\ 2a_1a_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} \equiv \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}.$$

Под длиной произвольного 2-вектора  $\mathbf{a}$  здесь понимается величина  $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ . Синусы и косинусы углов между произвольными 2-векторами  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  рассчитываются по формулам

$$\cos(\angle(\mathbf{a}, \mathbf{b})) = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}, \quad \sin(\angle(\mathbf{a}, \mathbf{b})) = \frac{a_1b_2 - a_2b_1}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|}.$$

Преобразование (П2.2). В случае преобразования (П2.2), матрица  $M_{AR}$ , получаемая в результате подстановки (П2.3) в (П2.2), может, как и в предыдущем случае, быть представлена в форме (П2.4), но с коэффициентами, выражающимися следующим образом:

$$\begin{aligned} M_0 &= \underline{J}_1 M_{BR\underline{J}_1} + 0.5(\underline{J}_C M_{BR\underline{J}_C} + \underline{J}_S M_{BR\underline{J}_S}), \\ M_{C2} &= \underline{J}_1 M_{BR\underline{J}_C} + \underline{J}_C M_{BR\underline{J}_1}, \quad M_{S2} = \underline{J}_1 M_{BR\underline{J}_S} + \underline{J}_S M_{BR\underline{J}_1}, \\ M_{C4} &= 0.5(\underline{J}_C M_{BR\underline{J}_C} - \underline{J}_S M_{BR\underline{J}_S}), \quad M_{S4} = 0.5(\underline{J}_C M_{BR\underline{J}_S} + \underline{J}_S M_{BR\underline{J}_C}) \end{aligned}$$

или, в явной форме,

$$M_0 = \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 & m_{14} \\ 0 & c_C & c_S & 0 \\ 0 & c_S & -c_C & 0 \\ m_{41} & 0 & 0 & m_{44} \end{pmatrix}, \quad M_{C2} = \begin{pmatrix} 0 & m_{12} & m_{13} & 0 \\ m_{21} & 0 & 0 & m_{24} \\ m_{31} & 0 & 0 & m_{34} \\ 0 & m_{42} & m_{43} & 0 \end{pmatrix},$$

$$M_{S2} = \begin{pmatrix} 0 & -m_{13} & m_{12} & 0 \\ m_{31} & 0 & 0 & m_{34} \\ -m_{21} & 0 & 0 & -m_{24} \\ 0 & -m_{43} & m_{42} & 0 \end{pmatrix},$$

$$M_{C4} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_C & b_S & 0 \\ 0 & -b_S & b_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad M_{S4} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_S & b_C & 0 \\ 0 & b_C & -b_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$b_C = 0.5(m_{22} + m_{33}), \quad b_S = 0.5(m_{23} - m_{32}),$$

$$c_C = 0.5(m_{22} - m_{33}), \quad c_S = 0.5(m_{23} + m_{32}).$$

Из приведенных выражений видно, что в данном случае инвариантами относительно вращения (П2.2) являются следующие величины:

$$m_{11}, m_{14}, m_{41}, m_{44}, m_{22} - m_{33}, m_{23} + m_{32}.$$

Кроме этого, при вращении (П2.2) сохраняются длины векторов

$$\bar{\mathbf{a}}_H = \begin{pmatrix} m_{12} \\ -m_{13} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_V = \begin{pmatrix} m_{21} \\ m_{31} \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{b}}_H = \begin{pmatrix} m_{42} \\ -m_{43} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_V = \begin{pmatrix} m_{24} \\ m_{34} \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{g}} = \begin{pmatrix} m_{22} + m_{33} \\ m_{32} - m_{23} \end{pmatrix},$$

углы между векторами  $\mathbf{a}_H$ ,  $\bar{\mathbf{a}}_V$ ,  $\mathbf{b}_H$  и  $\bar{\mathbf{b}}_V$ , а также углы между векторами  $\{\mathbf{a}_H\}_2$ ,  $\{\bar{\mathbf{a}}_V\}_2$ ,  $\{\mathbf{b}_H\}_2$ ,  $\{\bar{\mathbf{b}}_V\}_2$  и вектором  $\bar{\mathbf{g}}$ .

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ . . . . .	3
1. Распространение линейно поляризованного излучения в изотропной рассеивающей среде . . . . .	6
1.1. Феноменологическая модель релаксации линейной поляризации света, распространяющегося в неупорядоченной многократно рассеивающей среде . . . . .	6
1.2. Релаксация поляризации излучения с исходной линейной поляризацией при его распространении в многократно рассеивающей среде . . . . .	10
1.2.1. Случай детектирования прошедшего света . . . . .	10
1.2.2. Случай детектирования обратно рассеянного излучения . . . . .	14
1.2.2.1. Степень остаточной поляризации . . . . .	14
1.2.2.2. Влияние анизотропии рассеяния на длину деполяризации . . . . .	16
1.2.2.3. Влияние поглощения многократно рассеивающей среды на степень остаточной поляризации обратно рассеянного света . . . . .	19
1.2.2.4. Поляризационные характеристики обратно рассеянного кожей линейно поляризованного излучения . . . . .	27
1.2.3. Методики поляризационной отражательной спектроскопии кожи . . . . .	28
1.2.3.1. Спектральный состав степени поляризации обратно рассеянного кожей линейно поляризованного света . . . . .	28
1.2.3.2. Поляризационный разностный спектр обратно рассеянного кожей света при линейно поляризованном освещении . . . . .	31
2. Формализм векторов Стокса – матриц Мюллера . . . . .	35
3. Теоретические модели для описания поляризационно-оптических свойств биотканей с анизотропными компонентами . . . . .	39
3.1. Макроскопическая модель . . . . .	39
3.2. Представление вращательных инвариантов . . . . .	54
3.3. Геометрия детектирования прошедшего света . . . . .	54

3.3.1. Вращательные инварианты . . . . .	56
3.3.2. Результаты эксперимента. Стекланные и полимерные цилиндрические волокна . . . . .	59
3.4. Геометрия детектирования отраженного света . . . . .	67
3.4.1. Случай детектирования света, рассеянного строго назад . . . . .	70
3.4.2. Случай детектирования света, рассеянного под углом . . . . .	75
3.4.2.1. Теория . . . . .	75
3.4.2.2. Эксперимент . . . . .	78
ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .	88
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА . . . . .	90
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 . . . . .	93
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 . . . . .	97