

Ю. В. Шевцова

**История математики Древнего мира.
Сборник упражнений и тестов**

Саратов 2019

ТЕСТЫ И ЗАДАНИЯ

Выберите правильный ответ или дайте ответ на поставленный вопрос.

Периодизация истории математики

1. В периодизации истории математики, предложенной А.Н. Колмогоровым, нет периода:

- 1) математики переменных величин;
- 2) математики постоянных величин;
- 3) элементарной математики;
- 4) накопления основных математических сведений.

2. Период элементарной математики имеет следующие хронологические рамки:

- 1) III в. до н.э. – I в. н.э.
- 2) VII в. до н.э. – XVIII в. н.э.
- 3) VII в. до н.э. – XVI в. н.э.
- 4) III в. до н.э. – X в. н.э.
- 5)

3. По А.Н. Колмогорову, период с XVII в. по XVIII в. является периодом:

- 1) математики постоянных величин;
- 2) элементарной математики;
- 3) зарождения современной математики;
- 4) математики переменных величин.

4. К какому периоду в истории математики относится формирование представления о геометрической фигуре:

- 1) математики Древней Греции;
- 2) накопления основных математических сведений;
- 3) элементарной математики;
- 4) математики III в. до н.э.

5. Прочитайте текст. К какому периоду в истории математики относится изложенный в нем метод?

Иногда наряду с удвоением и деление пополам использовалось умножение и деление на 5 и на 10, а также на 50, 100 и т. д. (как свойство десятичной системы измерений). При операциях с дробями использовались канонические разложения дробей типа $2/n$ (их полагалось знать наизусть, так как они использовались очень часто, например $1/3 + 1/3 = 1/2 + 1/6$; $1/9 + 1/9 = 1/6 + 1/18$ и т. д.), а также метод «красного числа» (дополнительные числа, добавляемые к дроби для приведения её к аликвотной форме, писались красными чернилами). Этот метод использовался для больших дробей. Например, $2/43$ необходимо было выразить суммой аликвотных дробей. Для этого числитель и знаменатель умножались на 42 (то есть $43 - 1$), получалось $84/1806$. Используя тот же метод, как при умножении или делении, определялись и записывались красными чернилами числа, кратные знаменателю (1806): 43, 42, 21, 14, 7, 6, 4, 3, 2, 1, далее выбиралось минимальное количество таких красных чисел, так чтобы их сумма была равна числителю (84), это 43, 21, 14 и 6. Наконец, дробь $2/43$ записывалась как $(43 + 21 + 14 + 6)/1806 = 43/1806 + 21/1806 + 14/1806 + 6/1806 = 1/42 + 1/86 + 1/129 + 1/301$. Разложение было закончено.

6. Проанализируйте текст. К какому периоду в истории математики относится создание учебника, о котором в тексте идет речь?

Основной целью учебника было привлечь внимание европейцев к придуманной арабами новой форме записи чисел, в основе которой лежали десять цифр от 0 до 9, и продемонстрировать ее универсальность. Сама идея десятичной записи уже достигла Европы через текст аль-Хорезми, названный в латинском переводе «Об индийском счете». Но данная книга стала первой из тех, что были написаны именно для того, чтобы способствовать внедрению десятичной системы в Европе. Значительная часть книги

посвящена практической арифметике, в первую очередь операциям по обмену денег.

7. Проанализируйте тексты. В какой период истории математики работали ученые, использовавшие данные методы и определения?

1. Он доказывает строгими методами, что сумма площадей этих маленьких треугольников совсем не влияет на общий результат и ею можно пренебречь, ибо она бесконечно мала по сравнению с суммой площадей прямоугольников. Следовательно, для определения искомой поверхности следует подсчитать сумму площадей этих прямоугольников. Каждая из них в отдельности является бесконечно малой величиной (так как основание каждого прямоугольника бесконечно мало), но число прямоугольников бесконечно велико. Таким образом, речь идет о подсчете сумм бесконечно большого количества бесконечно малых величин.

2. «Под координатами, - пишет он, - я разумею не только прямые, но и любые кривые, если только имеется закон, согласно которому при задании определенной точки одной и принятых за координату линий, можно провести некоторую соответствующую этой точке линию, принадлежащую к другой выбранной системе координат».

Возникновение первоначальных математических понятий

8. К первоначальным математическим понятиям не относятся понятие

- 1) количественного числа;
- 2) порядкового числа;
- 3) геометрической фигуры;
- 4) величины;
- 5) четности.

9. Выберите из списка три основных исторических этапа в развитии математических абстракций:

- 1) Возникновение арифметики и геометрии;
- 2) Возникновение анализа бесконечно малых;
- 3) Возникновение буквенной символики и формирование алгебры;
- 4) Отказ от изучения конкретной природы объектов и конкретных зависимостей между ними;
- 5) Отказ от изучения постоянных величин и переход к изучению переменных величин.

10. К стадиям формирования понятия числа не относится умение

- 1) считать;
- 2) складывать;
- 3) называть числа;
- 4) фиксировать результаты счета.

11. Изображение чисел завязыванием узлов на веревке называется

- 1) квипус;
- 2) четник;
- 3) бирка;
- 4) макраме.

12. Изображение чисел нанизыванием предметов на веревке или шнурке называется

- 1) четки;
- 2) квипус;
- 3) четник;
- 4) связка.

13. Изображение чисел нанесением зарубок или засечек называется

- 1) кипу;
- 2) просека;
- 3) линейка;
- 4) бирка.

14. Какое слово пропущено в тексте?

Деревянные ... фиксируются на территории Европы ещё со времён Античности. В период Средневековья и Нового времени они получили повсеместное распространение и являлись одним из неотъемлемых элементов повседневной жизни. Область использования была обширной: от способа записи простых подсчётов и обучения счёту до использования их в качестве векселей и эквивалента безналичных денег. В XIX в. деревянные постепенно выходят из широкого употребления, однако использование их фиксировалось этнографами даже во второй половине XX в.

На протяжении тысячелетий, такой способ записи чисел и ведения подсчёта играл огромную роль в экономической жизни общества. Долговые деревянные упоминаются в таких документах как Кодекс Наполеона и «Устав торгового судопроизводства Российской империи» (1887 г.). Судя по археологическим находкам в Старой Ладогe, Новгороде, Пскове, Старой Руссе, Торжке, Твери, Ростове, Белоозере, деревянные..., представляющие собой палочки с зарубками, были широко распространены на территории Руси. Об этом свидетельствуют их упоминания, под названием жеребии или доски, в письменных источниках. (Новгородской первой летописи (под 1207 г.), статьях Псковской судной грамоты (конец XV в.), новгородских берестяных грамотах, а также в более поздних письменных документах). В крестьянской среде использование деревянных фиксировалось этнографами вплоть до XX, а в отдалённых областях до XXI века.

15. Какое слово пропущено в тексте?

Счетная система инков представляет собой сложные веревочные сплетения и узелки из шерсти альпаки или ламы или из хлопка. В одном ... может быть от нескольких до 2500 нитей разных цветов и размеров. Самое древнее датируется примерно 3000 годом до н. э., а первое письменное упоминание о относится к 1533 году (эту систему счета описал в своем письме испанский конкистадор Эрнандо Писсаро).

.... было широко распространено в Империи инков. По словам испанского хрониста Хосе де Акоста, «вся империя управлялась посредством». При помощи ... учитывали, например, число лам, количество воинов или собранного урожая, вели перепись населения, записывали налоги; использовались даже в качестве календаря.

Инки разработали целую систему считывания информации. Главный шнур ... был началом повествования. К нему наискось прикреплялись более тонкие нити, которые и использовались для записи данных. Положение узелка на шнуре показывало цифровой порядок (десятки, сотни, тысячи), а количество узлов определяло простые числа. «Узелковые письма» доставлялись профессиональными курьерами — бегунами часки — по системе имперских инских дорог. Удобство при транспортировке — это важное преимущество ..., ведь послания доставляли иной раз за сотни километров, и пергамент или листья деревьев, которые служили для инков бумагой, для этого плохо подходили. ... же можно было смять и поместить в мешочек.

До нас дошли многие экземпляры ... инков, различных размеров и назначения.

16. Для изучения математических знаний дописьменного периода не используются данные

- 1) археологии;
- 2) переписи населения;

- 3) сравнительного языкознания;
- 4) этнографии.

17. Вставьте в текст пропущенные слова и словосочетания из списка: *по частям тела, бирочный, по камешкам и т.п., числовой.*

Есть два вида счета и Последний вид выступает в двух разновидностях 1) и 2)

Математика Древнего мира

18. Укажите ошибку в тексте:

Основными памятниками математической науки Древнего Египта являются папирусы относящиеся к периоду Среднего Царства (около XXI - XVIII в.в. до н.э.). Наиболее ценными для истории математики являются папирусы: Московский, Ахмеса, Берлинский, Венский, Кахунский и Кожаный свиток.

19. Вставьте пропущенные слова

Папирус впервые изучен и издан на немецком языке в 1877 А. Эйзенлором [этот папирус называется также папирусом — по имени его составителя писца (около 2000 до н. э.)]. Он представляет собой собрание решений задач, имеющих прикладной характер; эти задачи относятся к действиям с дробями, определению площади прямоугольника, треугольника, трапеции и (последняя принимается равной площади квадрата со стороной в $\frac{8}{9}$ диаметра), объёма прямоугольного и цилиндра; имеются также арифметические задачи на пропорциональное деление, определение соотношений между количеством зерна и получающегося из него хлеба или пива и т. д.; решение одной задачи (79-й) приводится к вычислению суммы

20. Вставьте пропущенные слова

..... папирус изучался русскими египтологами Б. А. Тураевым (1917) и В. В. Струве (1927); полностью издан на немецком языке в 1930. В настоящее время хранится В нём собраны решения задач; особый интерес представляют 14-я и 10-я задачи. Решение первой из них основано на точной формуле объёма с квадратным основанием. В 10-й задаче вычисляется боковая поверхность полуцилиндра, высота которого равна диаметру (или, возможно, поверхность полушария), что является первым в математической литературе примером определения

21. Наибольшее количество задач содержит

- 1) «Московский папирус»,
- 2) папирус Ринда,
- 3) Акмимский папирус,
- 4) «Санкт-Петербургский папирус».

22. Фраза «Арифметика древних египтян имела преимущественно аддитивный характер» означает, что

- 1) умножения сводились к повторным сложениям;
- 2) все арифметические операции сводились к сложениям;
- 3) египтяне не знали других арифметических операций, кроме сложения;
- 4) все арифметические задачи решались только с помощью операции сложения.

23. Древнеегипетский метод «исчисления кучи», известный также как «метод ложного положения», применялся для решения

- 1) квадратных уравнений с одной неизвестной;
- 2) линейных уравнений с двумя неизвестными;
- 3) линейных уравнений с одной неизвестной;
- 4) систем линейных уравнений.

24. Впишите пропущенное в тексте слово или словосочетание:

Самой замечательной чертой египетской арифметики являются действия с дробями. Все дроби сводятся к сумме так называемых *основных или аликвотных дробей*, то есть дробей, имеющих числителем

25. Была ли известна древним египтянам таблица умножения?

- 1) да;
- 2) нет.

26. В Древнем Египте формула для вычисления площади круга диаметра d

- 1) была неизвестна;
- 2) не использовалась;
- 3) была известна в виде $S = \pi \frac{d^2}{4}$;
- 4) была известна в виде $S = (d - d/9)^2$.

27. Московский папирус содержит уникальную формулу для вычисления объема

- 1) шара;
- 2) цилиндра;
- 3) конуса;
- 4) пирамиды;
- 5) усеченной пирамиды.

28. Система счисления древних египтян была

- 1) десятичной непозиционной;
- 2) десятичной позиционной;
- 3) смешанной десятично-шестидесятичной непозиционной;

4) шестидесятиричной позиционной.

29 . Позиционной системой счисления пользовались

- 1) египтяне,
- 2) римляне,
- 3) вавилоняне,
- 4) все древние народы.

30. Проанализируйте текст. О геометрических знаниях представителей какой древней цивилизации в нем идет речь?

Площади треугольников, прямоугольников и трапеций вычислялись на основании правильных формул. Основание треугольника делилось пополам, «дабы треугольник стал прямоугольником», затем множилось на высоту. Точно так же для трапеций сумма параллельных сторон делилась пополам и множилась на высоту. Подобным же образом вычислялись и другие площади. В перечнях пожертвований храму Гора и Эдфу указаны площади большого числа треугольников и четырехугольников. Четырехугольники вычислялись следующим образом: полусумма двух противоположных сторон помножалась на полусумму двух других противоположных сторон. Формула, естественно, неправильна: верное решение получается, только если четырехугольник является прямоугольником.

31. Система счисления древних вавилонян была

- 1) десятичной непозиционной;
- 2) десятичной позиционной;
- 3) смешанной десятично-шестидесятиричной позиционной;
- 4) шестидесятиричной позиционной.
- 5) шестидесятиричной непозиционной.

32. Укажите ошибку в тексте:

Арифметика вавилонян переросла в хорошо разработанную алгебру. Вавилоняне времен Хаммурапи решали линейные и квадратные уравнения, а также задачи, сводящиеся к биквадратным уравнениям. Им также были известны общие формулы для решения кубических уравнений.

33. Укажите правильный вариант ответа, проанализировав фрагмент текста из Википедии:

«Из около полумиллиона вавилонских глиняных табличек, найденных с начала девятнадцатого века, несколько тысяч носят математический характер. Пожалуй, самым известным примером вавилонской математики является табличка Plimpton 322, названная так потому, что имеет номер 322 в Плимптонской коллекции Колумбийского университета. Считается, что эта табличка была написана около 1800 года до н. э. На ней изображена таблица из четырёх столбцов и пятнадцати строк чисел, записанных клинописью того периода. Последний столбец содержит номер строки».

Числа, записанные во втором и третьем столбцах, позволяют исследователям утверждать, что вавилоняне знали:

- 1) теорему Ферма;
- 2) теорему Пифагора;
- 3) бином Ньютона;
- 4) треугольник Паскаля;
- 5) алгоритм Евклида.

34. Впишите пропущенное в тексте слово или словосочетание:

К наиболее характерным достижениям астрономии относятся: разработка теории движения Солнца и Луны, зодиак, состоящий из 12 участков по 30 градусов, описание основных планетных и лунных явлений.

35. Соотнесите два списка

I

- 1) Древний Египет
- 2) Древний Вавилон
- 3) Древний Китай
- 4) Древняя Индия

II

- а) «Шульба-сутра»
- б) «Девять книг о математическом искусстве»
- в) Папирус Ринда
- г) Табличка Плимптон 322

36. Была ли известна древним вавилонянам таблица умножения?

- 1) да, так как сохранились таблички с таблицами умножения;
- 2) нет, так как они заменяли умножение повторными сложениями;
- 3) неизвестно, так как до нас не дошли таблички с таблицами умножения.

37. С какой целью древние вавилоняне использовали таблицы обратных величин?

- 1) для разложения дробей на суммы аликвотных;
- 2) для замены деления умножением на обратную величину;
- 3) таблицы обратных величин они не составляли;
- 4) таблицы обратных величин до нас не дошли.

38. Проанализируйте список. О геометрических знаниях представителей какой древней цивилизации в нем идет речь?

- Пропорциональность для параллельных линий.
- Теорема Пифагора.
- Площади треугольника и трапеции.
- Площадь круга $3r^2$ (плохое приближение).
- Окружность $6r$ (плохое приближение).
- Объем призмы и цилиндра.
- Объем усеченного конуса $\frac{1}{2}(3R^2 + 3r^2)h$ (неправильно).

- Объем усеченной пирамиды с квадратными верхним и нижним

основаниями $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)h$ (неправильно).

39. Выберите из списка все варианты ответов, характеризующие особенности математики Древнего Китая:

1) Одним из самых крупных открытий было введение во 2 в. до н.э. отрицательных чисел и правил их сложения и вычитания.

2) Характерной чертой математики было использование аликвотных (основных) дробей.

3) Система счисления была десятичной, позиционной.

4) Клинописные тексты содержат таблицы умножения, таблицы обратных величин, служащие для замены деления умножением, таблицы квадратов и кубов, и специальные математические тексты, содержащие задачи с решениями.

5) Самым замечательным результатом была формула для вычисления объема усеченной пирамиды с квадратным основанием.

6) Для решения задач, сводящихся к системам линейных уравнений, использовался матричный метод - аналог метода Гаусса.

40. Укажите ошибки в тексте:

В 1925 г. археологи объявили об удивительном открытии развалин двух больших городов — Мохенджо-Даро и Хараппы, расположенных в бассейне реки Инд (отсюда и названия «Индская цивилизация» или «культура долины Инда»). Поскольку письменность индской цивилизации дешифрована, на основании сохранившихся многочисленных математических текстов можно сделать выводы об уровне математических знаний.

41. Использовался ли народами древнего мира для вычислений абак?

1) Только в Древнем Египте;

- 2) Только в Древнем Египте и Древнем Вавилоне;
- 3) Нет, абак был изобретен в эпоху средневековья;
- 4) Современная наука не располагает сведениями об этом;
- 5) Да, использовался.

42. Были ли известны представителям индской цивилизации правильные геометрические фигуры (куб, конус, цилиндр)?

- 1) неизвестно, так как не сохранились тексты с задачами и чертежами этих фигур;
- 2) да, так как сохранились тексты с задачами и чертежами этих фигур;
- 3) да, так как обнаружено большое число предметов, имеющих правильную геометрическую форму;
- 4) нет, так как чертежи этих фигур не встречаются в текстах, и не обнаружены предметы, имеющие правильную геометрическую форму.

43. Были ли известны народам древнего мира иррациональные числа?

- 1) да, ими были получены рациональные приближения для некоторых из них;
- 2) нет, иррациональные числа впервые были открыты пифагорейцами;
- 3) неизвестно, так как не сохранились тексты, в которых они встречаются.

44. Формула для вычисления объема усеченной пирамиды впервые встречается

- 1) у Архимеда;
- 2) у Фалеса;
- 3) у Евклида;
- 4) у древних египтян.

45. Дан текст с пропусками, в котором рассказывается об астрономических знаниях представителей древних цивилизаций.

Укажите для каждого из четырех фрагментов о какой цивилизации (Древнего Египта, Вавилона, Китая, Индии) идет речь.

В тех местах на Земле, где зародились древнейшие цивилизации, сохранилось множество письменных документов, из которых видно, что с появлением письменности стала развиваться и астрономия. Наличие письменности позволяло астрономам надежнее сохранять свои наблюдения и знания об окружающем их мире. Письменная история астрономии берет начало в III-II тысячелетиях до н. э.

Поначалу развивалась наблюдательная астрономия, которая рассматривалась как часть астрологии. Для того чтобы получать более точные сведения о передвижениях небесных тел, человек придумал гномон и астрономический календарь. Кроме этого, к древнейшим астрономическим инструментам относятся устройства типа отвеса с подвижной линейкой. Их направляли на Солнце для определения углового расстояния от зенита.

Накопление наблюдений и сведений о закономерностях небесных явлений привело к развитию новой науки, причем в разных странах обращали внимание на различные астрономические явления. Люди решали одни и те же задачи, описывали движения светил. Но главным было все-таки социально-экономическое различие, другой уклад жизни общества. Наиболее крупные государства имели развитые торговые и государственные связи. Благодаря этому в области науки у них существовало взаимное влияние.

1. Самыми древними источниками, рассказывающими об астрономических занятиях древних, считаются печати с изображениями на космогонические мифологические темы (которые датируются III тысячелетием до н. э.). Содержащиеся на них короткие надписи не расшифрованы и по сей день. К XVII-XVI векам центры культуры были значительно ослаблены землетрясениями и внутренними противоречиями, а затем окончательно разрушены.

Документов об астрономических наблюдениях периода культуры сохранилось очень немного, но по ним все же можно понять, как складывались представления древних о Вселенной. Первыми объектами исследования были Солнце и Луна. Как и у других древних народов, астрономическими изысканиями занимались жрецы, которые и составили впоследствии календарь. В нем начиная с VI века до н. э. в названиях дней семидневной недели были использованы имена семи подвижных светил: первый день Луны, второй — Марса, третий — Меркурия, четвертый — Юпитера, пятый — Венеры, шестой — Сатурна, седьмой — Солнца. Месяц делился на светлую и темную половины.

2. Согласно письменным источникам, уже во II тысячелетии до н. э. систематически вели наблюдение за небом. Поначалу они просто фиксировали небесные явления, которые воспринимались ими как астральные божества. И только в VII веке до н. э. получила бурное развитие математическая астрономия. Она при помощи необычных моделей и методов описывала движение светил. Прежде всего, была выделена на небе Луна, затем Сириус, Орион и Плеяды. В это же время в появилась официальная должность придворного астронома. Он наблюдал и записывал наиболее важные изменения и явления на небе.

Систематизировав все астрономические записи, изобрели лунный календарь. Немного позднее он был усовершенствован. В календаре было 12 синодических лунных месяцев по 29 и 30 дней поровну, год равнялся 354 дням. был известен и солнечный год. Для того чтобы согласовать с этим годом лунный календарь, они от случая к случаю делали вставки 13-го месяца.

Начиная с 763 года до н. э. составили практически полный список затмений. Впоследствии эти записи использовал Птолемей. Вставки в календарь, предсказание затмений и другие нужды — все это потребовало развития математики. Достижения в математике были очень высокими. Они были знакомы со стереометрией, задолго до греков сформулировали

теорему, которая сейчас называется «теорема Пифагора». В IV веке до н. э. в была изобретена эклиптическая система небесных координат. Там же астрономы составили таблицы лунных эфемерид, точно показывавших положение Луны.

3. Государство , как полагают историки, существовало уже в IV тысячелетии до н. э. Побудительным мотивом интереса к изучению неба стало, скорее всего, сельское хозяйство. полностью зависели от разливов Разливы происходили строго периодически, в определенный сезон, и сразу подметили их связь с полуденной высотой Солнца.

Правители учредили должность придворного астронома и тщательно следили за развитием этой науки, которая имела не только прикладные, но и хозяйственные и социально-политические цели. Кроме этого, астрономией занимались жрецы и специальные чиновники, которые вели записи.

Практически с самого начала зарождения цивилизации у существовала религиозно-мифологическая картина мира, имеющая астрономическую основу. По их мнению, Земля является центром Вселенной, вокруг которого вращаются все светила. А Меркурий и Венера обращаются еще и вокруг Солнца.

Поздняя астрономия получила в наследство от 365-дневный календарь без вставок. Он использовался европейскими астрономами до XVI века.

4. Примерно во II-I тысячелетии до н. э. астрономами небо было разделено на 28 участков-созвездий, в которых двигались Солнце, Луна и планеты. Потом они выделили Млечный Путь, назвав его явлением неизвестной природы. Самый ранний звездный каталог, включающий свыше 800 звезд, был составлен приблизительно в 355 году до н. э. Немного позднее знаменитый астроном поделил небо на 124 созвездия и зафиксировал около 2,5 тысячи видимых звезд.

С III века до н. э. в пользовались солнечными и водяными часами. Все астрономические наблюдения велись со специальных площадок-

обсерваторий. Как и у других народов древности, общие представления о Вселенной имели мифологическую основу.

В VIII-VII веках до н. э. возникла идея всеобщего изменения в природе и зарождения самой Вселенной. Считалось, что она появилась в результате борьбы двух противоположных начал — положительного, светлого, активного, мужского и отрицательного, темного, пассивного, женского.

В связи с тем, что со временем стал замкнутой страной, развитие наук, в том числе и астрономии, затормозилось.

Тексты с ошибками

Предложенные ниже тексты содержат преднамеренные ошибки разного характера (фактологического, хронологического и т.д.). Найдите их и обоснуйте свои возражения.

Урок в древнеегипетской школе.

При составлении текста использован фрагмент книги М.Э. Матье «День египетского мальчика». Милица Эдвиновна Матье (1899—1966) – советский историк-египтолог, искусствовед, филолог, доктор исторических наук, профессор Ленинградского университета, заслуженный деятель искусств РСФСР (1964), сотрудник Государственного Эрмитажа, автор более 80 научных трудов и научно-популярных книг. Герой книги «День египетского мальчика» - мальчик Сети, живший более тридцати веков тому назад в Древнем Египте. В книге рассказывается о том, как Сети вместе с другими детьми осваивает премудрости счета и письма в египетской школе. Урок математики проводит учитель по имени Аменхотеп.

– Ну, мальчики, займемся теперь счетом, – говорит Аменхотеп. –

Приготовьте все, что надо для письма.

Сети достает чистый лист бумаги. Осторожно положив его на циновку, мальчик начинает разводить водой краски в углублениях своего письменного прибора – красный кармин для заголовков и пурпур для основного текста.

Сети любит уроки математики. Больше всего ему нравится алгебра. Он хорошо и быстро считает, и ему нравятся такие задачи, над

которыми приходится поломать голову. Сети находит, что именно такие задачи и интересно решать.

– Готовы? – спрашивает Аменхотеп. – Хорошо. Для начала я вам даю совсем легкий пример. Сосчитайте, сколько будет 8 раз по 8.

Мальчики занимаются счетом уже не первый год. Они умеют обращаться с большими числами, умеют их складывать, вычитать, умножать, делить, извлекать квадратные корни.

Сети знает все цифры от 0 до 9 и может с их помощью записать сколько угодно большое число. Складывать и вычитать мальчик научился легко, зато овладеть умножением и делением было гораздо труднее. Но постепенно он одолел и это.

Вот и сейчас Сети сразу и легко решает пример, заданный Аменхотепом. Он хорошо знает таблицу умножения. 64 - это и будет решение. Но это не пример, а пустяк. Все мальчики решают его очень быстро.

Тогда Аменхотеп предлагает им пример посложнее: взять 16 раз число 80.

Но Сети и тут не теряется. Сети аккуратно пишет все свои вычисления двумя столбиками:

1	80
10	800
2	160
4	320

Чтобы не запутаться Сети ставит косую черту в первой, второй и последней строках, а затем складывает числа из второго столбика. Осталось еще раз прибавить число 80, и вот готов правильный ответ – 1280.

– Теперь, мальчики, сосчитайте, сколько будет, если мы возьмем число 80 два с половиной раза, – говорит Аменхотеп.

Ого, тут уже дроби!

Мальчики как раз проходят десятичные дроби и еще не вполне с ними освоились. Но в примере, заданном учителем, только одна дробь, да и та 2,5, поэтому Сети справляется с примером довольно легко и решает его так:

$$80 \times (2 + 0,5)$$

Сети раскрывает скобки, аккуратно выводит знак равенства и записывает ответ 200.

Аменхотеп доволен своими учениками и переходит к более сложному заданию. Он диктует задачу, в которой надо разделить имевшиеся у одного человека 7 кукурузных хлебов между 8 людьми. Сети опять легко справляется с задачей и быстро записывает ответ $\frac{7}{8}$.

Аменхотеп переходит к геометрии. Он просит учеников повторить формулы для вычисления площадей фигур. Сети хорошо помнит эти формулы. Он знает, как найти площадь треугольника и четырехугольника. Он даже знает, что площадь круга диаметра d находится так: $S = \frac{d^2}{4}$.

Аменхотеп чертит мелом на доске треугольник со сторонами 3,4,5. Сети знает, что такой треугольник называют «египетским» и умеет с помощью веревки с завязанными узлами построить такой треугольник. Он знает, что квадрат гипотенузы в таком треугольнике равен сумме квадратов катетов. Сети может доказать эту теорему для любого прямоугольного треугольника.

Аменхотеп обращается к мальчикам:

– Слушайте меня, мальчики! Так как завтра праздник Панафинеи, то я разрешаю вам раньше уйти домой.

Мальчики, стараясь не шуметь, быстро собирают свои вещи, громко поют короткий гимн богу Осирису, покровителю писцов, и, кланяясь учителю, выходят из комнаты.

Урок в древневавилонской школе.

За основу данного текста взят фрагмент книги И. Стюарта «Истина и красота. Всемирная история симметрии». Иэн Николас Стюарт (24 сентября 1945 года) - английский математик, профессор Математического института Уорикского университета (Ковентри, Великобритания), известный популяризатор математики и автор книг по научной фантастике. Научные интересы — теория катастроф, симметрия, теория групп и теория бифуркаций. Автор 80 книг и множества научно-популярных статей.

В первой главе книги «Истина и красота. Всемирная история симметрии», посвященной писцам Древнего Вавилона, И. Стюарт рассказывает о трех мальчиках по именам Набу, Гамеш и Хумбаба, живших около 1100 г. до н.э. Имя главного героя Набу-Шамаш представляет собой комбинацию двух настоящих вавилонских имен — покровительствовавшего писцам бога Набу и бога Солнца Шамаша.

— Что у нас сегодня? — спросил Набу, положив узелок с завтраком рядом со своим местом. Его мать всегда следила, чтобы на завтрак у него было достаточно печеного картофеля и мяса (как правило, козлятины).

— Математика, — мрачно отозвался его друг Гамеш, извлекая из своего узелка изрядно потрепанный учебник: — Жаль, что не право, — мне больше нравится право.

— Послушай, Гамеш, разве тебе не скучно переписывать и зазубривать все эти набившие оскомину юридические формулы? — Набу, хорошо успевавший по математике, никогда не мог понять, почему его соученики считали этот предмет таким сложным.

Гамеш, сильными сторонами которого были упорство и хорошая память, засмеялся.

— Нет, это легко. Там не надо думать».

— Именно поэтому мне и скучно, — сказал его друг. — А вот математика — это...

— Это ужас, — закончил фразу Хумбаба, только что пришедший в Дом Табличек, как всегда, с опозданием.

Школа, в которой учились дети, носила такое название неслучайно. Надо полагать, это служило указанием на деревянные воощенные таблички, используемые для письма и арифметики. Как и все учащиеся, Набу-Шамаш, Гамеш и Хумбаба жили дома и ходили в школу каждый день — примерно 24 дня в течение месяца, состоявшего из 32 дней.

Обучение началось с овладения вавилонским языком, в особенности его письменным вариантом. В наличии были словари и сборники упражнений по грамматике, представлявшие собой длинные свитки из папируса, а также длинные упражнения для переписывания — официальные фразы, технические термины, имена. Затем дети перешли к изучению математики, и именно эти их занятия особенно важны для нашего рассказа.

— Никак не запомню, как правильно записывать числа! — возмущенно продолжил Хумбаба.

Набу начал показывать другу метод, который учитель математики объяснял им еще в прошлом году.

— Вертикальный клин — это единица, горизонтальный — десяток, маленький кружок — ноль. С помощью клиньев обозначаются числа от 1 до 60. 42 — это два вертикальных клина, кружок, четыре горизонтальных.

— Записывать числа легко, что с этим возиться! — Гамеш вмешался в разговор товарищей. — Мне вот умножение совсем не дается... Как можно запомнить эту таблицу умножения! Она такая огромная!

— Тоже мне огромная! — возразил Набу-Шамаш. — Всего десять на десять!

— Ну вот умножь тогда 35 на 47! — начал горячиться Гамеш.

Набу-Шамаш взял остро отточенное перо и стал проводить вычисления. Он записал числа столбиком и быстро сосчитал:

35

47

245

140

1645

— Да что там умножение! Деление – вот кошмар!– возмутился Хумбаба, завидуя в душе той легкости, с которой проводил вычисления Набу-Шамаш.

— Ну-ка, раздели 75 на 5! – поддержал товарища Гамеш.

Набу-Шамаш взял счетные палочки, разложил их на несколько кучек и сообщил товарищам ответ:

—15.

— Это я не очень удачное задание придумал, — смущенно сказал Гамеш. — Слишком легко ... Раздели-ка 81900 на 390!

Набу-Шамаш не растерялся:

— Согласен, здесь нужно повозиться. Сейчас загляну в таблицу с разложением на простые дроби, учитель всегда разрешает ей пользоваться. Вот, смотри: 210. И у тебя это легко получится, если будешь стараться.

— Без толку! — завопил Гамеш. — Я никогда не стану писцом, и отец задаст мне такую трепку, что я не смогу сидеть. Мне математика в голову не лезет! Вот законы я могу запомнить. Это весело! А какая мне польза от вычислений!

Вдруг Хумбаба неожиданно поддержал Набу:

— Вот, а если раб стоит шестьдесят рупий, то тебе надо знать, сколько будет половина от шестидесяти. Если хочешь стать законником, тебе нужна математика!

— Ответ — тридцать, — немедленно выпалил Гамеш.

— Видишь! — закричал Набу. — Ты соображаешь в математике!

— Ясное дело, для такого математика вовсе не требуется, — будущий юрист ударил ладонью по воздуху, пытаясь выразить глубину своих чувств.

— Если дело касается реального мира, Набу, то да, я соображаю в математике. Но не тогда, когда речь идет о выдуманных задачках про квадратные корни.

Он указал на свою табличку с домашним заданием:

— Умножаем число само на себя и прибавляем это число, удвоенное.

Получаем 24. Каково число?

— Четыре, — ответил Набу.

— Правда? — спросил Гамеш.

А Хумбаба сказал:

— Но как это получить?

Набу скрупулезно растолковал приятелям процедуру, которую их учитель математики объяснял еще на прошлой неделе:

— Обозначаем неизвестное число каким-нибудь иероглифом, записываем уравнение. Видим, что оно квадратное. Осталось найти его корень по формулам.

Сбитый толку Гамеш замахал руками:

— Я никак не могу разобраться, что за штука эти корни, Набу.

— А! — сказал Набу. — Теперь понятно!

Оба его приятеля глядели на него как на сумасшедшего.

— Твоя проблема не в решении уравнений, Гамеш. А в квадратных корнях! Математика важна, потому что это истина и красота, — настаивал Набу. — Квадратные корни — это основа для решения уравнений. Они, может быть, и не всюду используются, но это неважно. Они важны сами по себе.

Гамеш собрался уже добавить что-то малоуместное, но тут заметил, как в класс входит учитель. Пришлось скрыть свои слова притворным приступом кашля.

— Доброе утро, мальчики? — приветливо сказал учитель.

— Доброе утро, учитель.

— Покажите мне ваше домашнее задание.

Гамеш вздохнул. Хумбаба выглядел озабоченным. На лице Набу ничего не читалось. Так было лучше.

Вопросы к текстам

1. Набу-Хамаш записал число. Как эти число записал бы Сети?



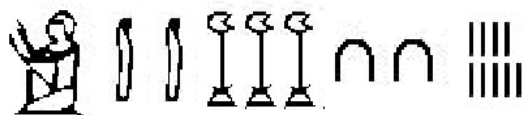
2. Какое число записал Набу-Хамаш?



3. Какое число записал Сети?



4. Сети записал число. Как эти число записал бы Набу-Хамаш? Для удобства воспользуйтесь таблицей с древневавилонской нумерацией из приложения.



5. Набу-Хамаш вычисляет длину окружности методом, который преподают в Школе табличек: длина окружности равна периметру вписанного в эту окружность шестиугольника. Кто использует более точное приближение для числа π - Набу-Хамаш или Сети?

Ответы к тестам

№1 2)

№2 3)

№3 4)

№4 2)

№5 период накопления основных математических сведений

№6 период элементарной математики.

№7 период математики переменных величин. Второй отрывок – цитата из Рене Декарта.

№8 5)

№9 1), 2), 4)

№10 2)

№11 1)

№12 3)

№13 4)

№14 бирка

№15 кипу или квивус

№16 2)

№17 Есть два вида счета *числовой* и *бирочный*. Последний вид выступает в двух разновидностях 1) *по частям тела* и 2) *по камешкам и т.п.*

№18 Лишнее – Венский папирус.

№19 Ринда, Ахмеса, Ахмеса, 84, круга, параллелепипеда, геометрической прогрессии.

№20 Московский, в Москве в музее изобразительных искусств имени А.С. Пушкина, усеченной пирамиды, объема криволинейной поверхности.

№21 2)

№22 1)

№23 3)

№24 единицу

№25 2)

№26 4)

№27 5)

№28 1)

№29 3)

№30 Древний Египет

№31 3)

№32 Вавилонянам не были известны общие формулы для решения кубических уравнений.

№33 2)

№34 вавилонской

№35 1в, 2г, 3б, 4а.

№36 1)

№37 2)

№38 Древний Вавилон

№39 1), 3), 6)

№40 Письменность индской цивилизации не дешифрована, математические тексты не дошли, поэтому сделать выводы об уровне знаний на этой основе невозможно.

№41 5)

№42 3)

№43 1)

№44 4)

№45 1. Древняя Индия 2. Древний Вавилон. 3. Древний Египет. 4. Древний Китай.

Ответы к текстам с ошибками

Ответы к тексту

«Урок в древнеегипетской школе»

¹ «Сети достает чистый лист бумаги»: Сети не мог писать на бумаге. Она была изобретена в Китае во II в н.э. В Египте использовали папирус. Так как папирус – очень дорогой материал, то ученики сначала учились писать на глиняных черепках или кусках известняка, а затем писали на использованных с одной стороны или смытых свитках папируса.

М. Э. Матье пишет: «Мальчики давно знают, что такое папирус, как и для чего он готовится. Этот желтоватый мягкий свиток сделан из особого болотного растения, в зарослях которого у берегов Нила так хорошо ловить рыбу и водяных птиц. Вот от стеблей этого растения и отрезают ровные куски, потом режут их по всей длине на тонкие полосы. Эти полосы склеивают в прямоугольный кусок, на него накладывают новые полосы, но так, чтобы волокна этих полос легли поперек волокон первого куска. Потом такой сложенный из двух слоев кусок бьют деревянным молотком, чтобы он стал тонким и оба его слоя плотно пристали друг к другу. Затем папирус кладут под пресс, и выделяющийся при этом сок прочно склеивает оба слоя. Остается только высушить папирус – и он готов. Но на таком куске папируса большая рукопись не поместится, поэтому обычно берут несколько кусков, склеивают, ровно подрезают и на полученном длинном куске пишут то, что нужно».

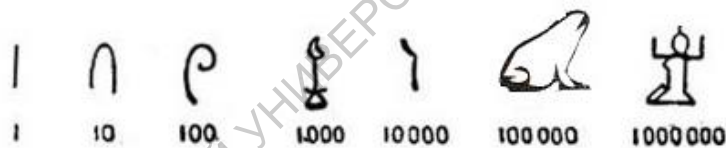
² «...красный кармин для заголовков и пурпур для основного текста»: красный кармин использовался для окраски тканей. Пурпур – очень дорогой краситель, открытие которого приписывается финикийцам. Эти красители никогда не применялись в качестве чернил. Сети мог использовать красную охру для заголовков и черную сажу для основного текста.

³ «Больше всего ему нравится алгебра»: во времена Древнего Египта алгебра еще не существовала как отдельная область математики. Хотя ещё в

1650 году до н. э. египетские писцы могли решать отвлечённые уравнения первой степени и простейшие уравнения второй степени.

⁴ «...складывать, вычитать, умножать, делить, извлекать квадратные корни»: первые задачи, связанные с извлечением квадратного корня, обнаружены в трудах вавилонских математиков (о достижениях древнего Египта в этом отношении ничего не известно).

⁵ «Сети знает все цифры от 0 до 9 и может с их помощью записать сколь угодно большое число»: Сети не мог знать цифры. Арабские цифры возникли в Индии не позднее V в. н.э. Египтяне использовали для записи иероглифы. М. Э. Матье пишет: «Он знает, что единицы обозначаются палочками, десятки – знаком, изображающим кусок веревки, сотни – свернутой веревкой, тысячи – болотным растением, десятки тысяч – пальцем, сотни тысяч – головастиком, а миллион – человеком, который даже руки поднял от удивления перед таким большим числом».



⁶ «Он хорошо знает таблицу умножения»: таблица умножения не была известна в Древнем Египте.

⁷ «64 - это и будет решение»: М. Э. Матье приводит метод решения, который мог использовать Сети: «для этого надо просто удваивать число 8: если его взять 1 раз, то и будет 8; если взять 2 раза, будет 16; если удвоить 16, будет 32; а еще раз удвоить – 64. Это и будет решение».

⁸ «Осталось еще раз прибавить число 80, и вот готов правильный ответ – 1280»: метод решения, который мог использовать в данном случае Сети, изложен неправильно. М. Э. Матье пишет: «Он понимает, что для этого ему надо взять число 80 сначала 10 раз, а это можно сделать в уме, а написать так:

$$\begin{array}{r}
 \text{I} \quad \begin{array}{c} \text{nnnn} \\ \text{nnnn} \end{array} \quad (1 \quad 80) \\
 \\
 \text{II} \quad \begin{array}{c} \text{eeee} \\ \text{eeee} \end{array} \quad (10 \quad 800)
 \end{array}$$

Теперь надо 80 взять еще 6 раз, то есть сначала удвоить это число – получится 160, а потом удвоить 160 – будет 320.

Сети аккуратно пишет все свои вычисления двумя столбиками:

$$\begin{array}{r}
 \text{I} \quad \begin{array}{c} \text{nnnn} \\ \text{nnnn} \end{array} \quad (1 \quad 80) \\
 \\
 \text{II} \quad \begin{array}{c} \text{eeee} \\ \text{eeee} \end{array} \quad (10 \quad 800) \\
 \\
 \text{III} \quad \begin{array}{c} \text{nnn} \\ \text{e} \quad \text{nnn} \end{array} \quad (2 \quad 160) \\
 \\
 \text{IV} \quad \begin{array}{c} \text{nnn} \\ \text{e} \quad \text{nnn} \end{array} \quad (4 \quad 320)
 \end{array}$$

Теперь надо складывать числа первого столбика таким образом, чтобы получить в итоге 16. А после этого надо сложить стоящие в тех же строчках числа второго столбца. Итог, полученный при этом подсчете, и будет искомой величиной. Для того же, чтобы не спутать, какие числа надо складывать, Сети ставит, как это полагается, косую палочку около этих строк.

Вот он и вычислил:

$$\begin{array}{r}
 \text{I} \quad \begin{array}{c} \text{e} \quad \text{nnnn} \\ \text{e} \quad \text{nnnn} \end{array} \quad (1280) \quad \gg.
 \end{array}$$

⁹ «Мальчики как раз проходят десятичные дроби»: египтяне не знали десятичных дробей. Десятичные дроби впервые встречаются в Китае примерно с III века н. э. при вычислениях на счётной доске. Арабский математик и астроном аль-Каши (1380 - 1429) в трактате «Ключ арифметики» объявил себя изобретателем десятичных дробей, хотя они встречались в трудах Ал-Уклидиси, жившего на 5 веков раньше. В Европе широкое распространение они получили только после появления сочинения Симона Стевина «Десятая» (1585).

г. Х. Колумбом после возвращения его из второго путешествия к берегам Америки, поэтому египтяне смогли попробовать ее не раньше, чем в XVI веке н.э. Мука у египтян была трех видов: ячменная - «ит», из полбы - «бедет» и пшеничная - «сут».

¹⁵ «Сети опять легко справляется с задачей и быстро записывает ответ $-\frac{7}{8}$ »:

данная задача приведена в папирусе Ринда. Сети не мог записать ответ в виде $\frac{7}{8}$, т.к. египтяне представляли любую дробь в виде суммы аликвотных. В современных обозначениях решение, приведенное в папирусе Ринда, выглядело так:

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8},$$

то есть каждому надо дать по половинке, четвертинке и восьмушке хлеба.

¹⁶ «Он просит учеников повторить формулы для вычисления площадей фигур»: в египетской математике не было формул. В папирусе Ринда и Московском папирусе приведены методы нахождения площадей фигур.

¹⁷ «Он знает, как найти площадь треугольника и четырехугольника»: египтяне знали точные формулы для площади прямоугольника, треугольника и трапеции. Площадь произвольного четырёхугольника со сторонами a, b, c, d вычислялась приближённо как $S = \frac{a+c}{2} \frac{b+d}{2}$. Эта грубая формула даёт приемлемую точность, если фигура близка к прямоугольнику.

¹⁸ «Он даже знает, что площадь круга диаметра d находится так: $S = 3 * d^2 / 4$ »: египтяне предполагали, что площадь круга S диаметром равна площади квадрата, сторона которого составляет $8/9$ диаметра: $S = \left(d - \frac{d}{9}\right)^2$.

Это правило соответствует приближению $\pi = 4 \left(\frac{8}{9}\right)^2 \approx 3,1605$ (погрешность менее 1%).

¹⁹ «Аменхотеп чертит мелом на доске»: необходимость выступить перед группой учеников и подкрепить учебный материал визуально на носителе достаточно крупного формата созрела и разрешилась только в середине XVIII века. Как минимум пять тысяч лет учителя обходились без классных досок.

²⁰ «Сети знает, что такой треугольник называют “египетским”»: во времена Сети такой треугольник не мог называться «египетским». Возможно, такое название дал ему Пифагор.

²¹ «квадрат гипотенузы в таком треугольнике равен сумме квадратов катетов»: египтяне не знали понятий «катет» и «гипотенуза». Сети должен был знать, что угол в таком треугольнике прямой.

²² «Сети может доказать эту теорему для любого прямоугольного треугольника»: египтянам, возможно, был известен частный случай теоремы Пифагора, в общем случае она была им неизвестна. Сети не смог бы ее доказать, так как египтяне не формулировали и не доказывали теоремы. Понятие «доказательство» появилось в Древней Греции.

²³ «Так как завтра праздник Панафинеи»: Панафинеи - самые крупные религиозно-политические празднества в античных Афинах, проводившиеся в честь покровительницы города богини Афины.

²⁴ «...громко поют короткий гимн богу Осирису, покровителю писцов»: в египетской мифологии Осирис – бог производительных сил природы, владыка загробного мира, судья в царстве мертвых. «Писцом Богов», посредником между Богами и людьми считался бог Тот. Согласно египетской мифологии, Тот почитался как Бог мудрости, счёта и письма, покровитель наук, писцов, священных книг, создатель календаря. Согласно древнегреческому философу Платону, Тот открыл для египтян числа, геометрию, астрономию и буквы.

Ответы к тексту

«Урок в древневавилонской школе»

¹ «...достаточно печеного картофеля»: мать не могла дать Набу в школу картофель, поскольку эта культура не была известна не только в Вавилоне. Родина картофеля – Южная Америка. В Европу (Испанию) картофель впервые был завезён, вероятно в 1551 году. Первое свидетельство употребления картофеля в пищу также относится к Испании: в 1573 году он значится среди продуктов, закупленных для госпиталя Крови Иисусовой в Севилье. Таким образом, в Евразии картофель стал употребляться в пищу только с XVI века.

² «...изрядно потрепанный учебник»: к учебнику Гамеша вряд ли можно было бы применить такой эпитет, так как он должен был быть сделан из обожженной глины.



³ «...на деревянные вощенные таблички»: первые школы для подготовки писцов в Междуречье назывались «домами табличек» (по-шумерски «эдубба»). Название им дали таблички из глины, на которые наносилась клинопись. Первые таблички явно школьного характера относятся к 3-му тысячелетию до н. э. Письмена вырезались деревянным резцом на сырой табличке, которую затем обжигали. Заметим, тем не менее, что во времена, когда жил Набу, вощенные таблички уже начали использоваться.


⁴ «... примерно 24 дня в течение месяца, состоявшего из 32 дней»: год в вавилонском календаре образовывался из 12 месяцев, состоящих из 29 и 30 дней попеременно. У школьников было

⁵ «Обучение началось с овладения вавилонским языком»: в школах изучались два языка: аккадский и шумерский. Последний в первой трети 2-го тысячелетия до н. э. перестал быть средством общения и сохранялся лишь как язык науки и культов. Основным предметом обучения являлся шумерский язык.

⁶ «В наличии были словари и сборники упражнений по грамматике, представлявшие собой длинные свитки из папируса»: как уже отмечалось выше, учебники, словари и т.п. изготавливались не из папируса, а из глины.

⁷ «Вертикальный клин – это единица, горизонтальный – десяток, маленький кружок – нуль»: все это, за исключением знака «нуль», Набу-Шамаш и должен был проходить на начальных этапах своего обучения. Система счисления вавилонян была шестидесятеричной, точнее смешанной десятично-шестидесятеричной. Для записи чисел использовались всего два

знака: прямой клин для обозначения единиц  и лежащий клин для обозначения десятков внутри шестидесятеричного разряда . Позднее

вавилоняне ввели специальный знак , имеющий значение нуля, и если $m - n > 1$, между числами, кратными 60^m и 60^n вставлялось $m - n - 1$ таких знаков. В конце числа отсутствие разряда им не обозначалось. Современный нуль впервые был введен в Индии в V в. н.э.

⁸ «С помощью клиньев обозначаются числа от 1 до 60»: так обозначились числа от 1 до 59. И. Стюарт пишет: ; По причинам, о которых остается только догадываться, эта система прекращалась на 59. Вавилоняне не рисовали шесть повернутых клиньев, чтобы составить 60. Вместо этого они снова использовали вертикальный узкий клин, который ранее обозначал единицу, но теперь ему придавалось значение «один раз по шестьдесят». Два таких клина означали 120. Но они могли также обозначать и «два». Какое именно значение имелось в виду, требовалось понимать из контекста, а также из расположения символов друг относительно друга».

⁹ «42 – это два вертикальных клина, кружок, четыре горизонтальных»: И. Стюарт объясняет способ записи числа так: «наше число 42 изображалось четырьмя повернутыми клиньями, за которыми шли два вертикальных клина».



В современной литературе принято записывать вавилонские числа, отделяя разряды запятой и целую часть от дробной с помощью точки с запятой. Например: $177=2*60+57$, поэтому пишут 2,57 и т.д. Пропущенные разряды заменяют на 0.

¹⁰ «Всего десять на десять»: аналог современной таблицы умножения в силу шестидесятиричного характера вавилонской арифметики имеет вид не 10 на 10, а 59 на 59, то есть содержит 1770 элементов, поэтому запомнить ее на самом деле нелегко. Для умножения в Вавилоне существовал обширный набор таблиц, выбор которых определялся числами, которые необходимо было перемножить.

¹¹ «остро отточенное перо»: для письма вавилоняне не использовали перья. На глиняной табличке, пока глина ещё мягкая, деревянной палочкой для письма или заострённым тростником знаки выдавливали; отсюда «клинообразные» штрихи и название письменности – «клинопись».

¹² «Он записал числа столбиком и быстро сосчитал»: вавилоняне не умножали числа столбиком. Как уже было сказано выше, в Вавилоне использовались различные таблицы умножения. Таблицы начинались от 1 до 20 включительно, затем следовали произведения на 30, 40, 50. Если вавилонянин хотел умножить 35 на 47, то ему нужно было найти в таблице сначала $35*40$, а затем $35*7$ и сложить.

¹³ «взял счетные палочки»: вавилоняне не использовали счетные палочки. С древних времён они использовались в Китае, в том числе — для записи символов и иероглифов, однако затем были запрещены там. В Японии непрерывно использовались долгое время и даже стали символом алгебры. Также были популярны в Корее и Вьетнаме.

¹⁴ «сообщил товарищам ответ: 15»: Деления, как самостоятельного действия вавилоняне не знали. Вместо него они использовали умножение на обратное число. Для этого они создали таблицы обратных чисел. Например, если нужно было разделить 75 на 5 то вавилонянин находил в таблице $1/5$, что в современной записи будет 0;12 и умножал 1,15 на 0;12.

¹⁵ «Сейчас загляну в таблицу с разложением на простые дроби»: Набу-Шамаш должен был заглянуть в таблицу обратных величин. Таблицы разложения на простые (аликвотные) дроби использовали только египтяне. Вавилоняне использовали шестидесятиричные дроби.

¹⁶ «Вот, смотри: 210»: поскольку число, обратное к 390 не выражалось конечной шестидесятиричной дробью, то вавилоняне искали такое число которое при умножении на делитель давало делимое. В данном случае Набу-Шамаш должен переформулировать условие: “Что нужно взять с 390, чтобы получить 81900? ” и найти ответ в таблице умножения. Разумеется, вавилоняне пользовались и приближенными значениями, когда было необходимо.

¹⁷ «стоит шестьдесят рупий»: рупия (с санскрита — чеканенное серебро) — индийская историческая серебряная монета, введённая в оборот в XV веке. денежная единица Вавилона называлась шекель. Упоминание о шекеле как мере веса восходит ко второму тысячелетию до н. э.: шумеры использовали эталоном массу 1 зерна пшеницы (0,046 г) — «ше» или «шеум» (буквально — «зерно»), 180 ше составляли сикль (8,28 г, на иврите слово трансформировалось в «шекель»). Шекель серебра был стандартной денежной единицей.

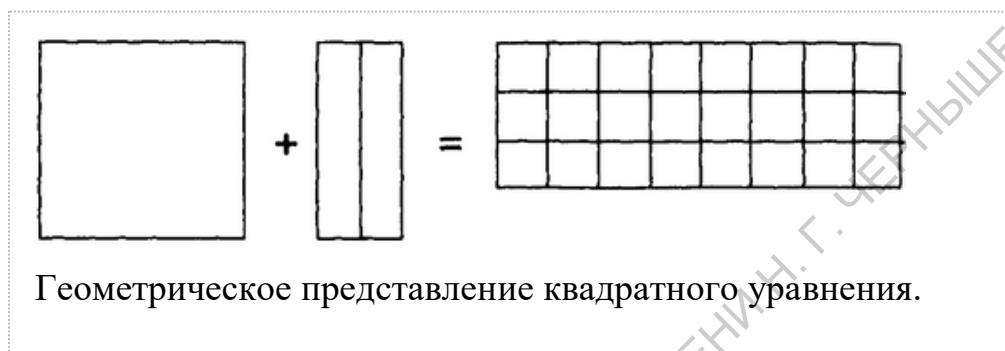
¹⁸ «Обозначаем неизвестное число каким-нибудь иероглифом»: вавилоняне не использовали иероглифы.

¹⁹ «записываем уравнение. Видим, что оно квадратное»: вавилоняне не знали понятия «уравнение» и, соответственно, не могли делать выводы о его степени.

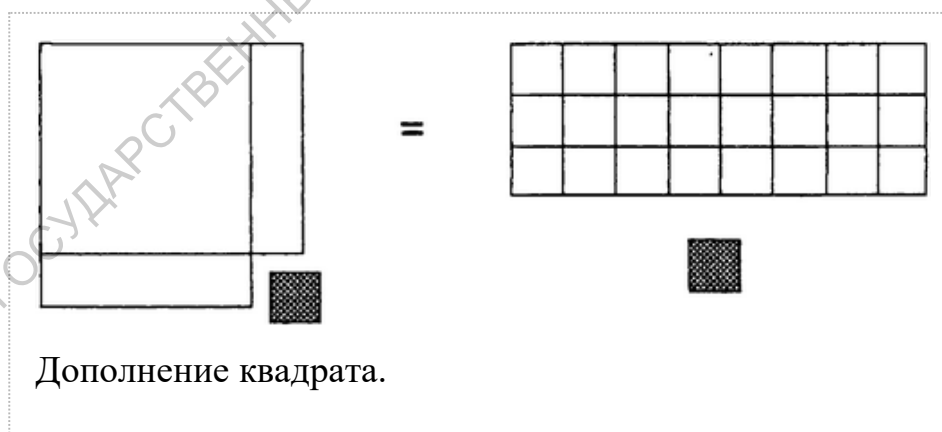
²⁰ «Осталось найти его корень по формулам»: И. Стюарт пишет: «важно понимать, что вавилоняне не использовали алгебраические формулы как таковые. Вместо этого под видом типичного примера они описывали конкретную процедуру, которая и приводила к ответу. Но ясно, что они осознавали, что в точности та же самая процедура сработает, если взять

другие числа». И. Стюарт приводит возможный метод решения этой задачи в точности соответствующий вавилонскому методу решения уравнений:

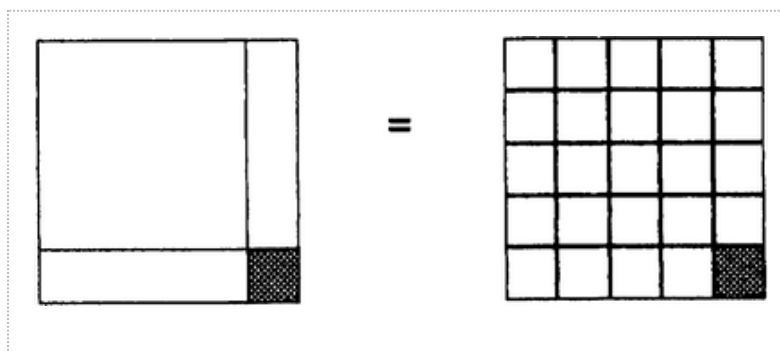
« “Найти сторону квадрата, если площадь плюс две стороны равна 24”. В более современных терминах — квадрат неизвестного плюс удвоенное неизвестное равно 24. Это можно представлять себе так, как показано на рисунке.



Здесь вертикальный размер квадрата и прямоугольника слева от знака равенства соответствует неизвестному, а малые квадраты имеют единичный размер. Если разбить высокий прямоугольник пополам и приклеить два полученных куска к квадрату, то получится фигура, имеющая вид квадрата с одним недостающим углом. Рисунок подсказывает, что надо «дополнить квадрат» путем прибавления к обеим частям уравнения недостающего угла.



Теперь у нас имеется квадрат слева и 25 единичных квадратов справа. Соберем их в квадрат 5×5 :



Теперь решение очевидно: неизвестное плюс один при возведении в квадрат дает квадрат числа пять. Извлекая квадратные корни, находим, что неизвестное плюс один равно пяти; не надо быть гением, чтобы найти неизвестное: оно равно четырем.

Ответы к вопросам к тестам

1. 1) (32)

2) (72)

3) (7203)

2. 2934

3. 1205

4.



Пояснения: $1023029 = 4 \times 60^3 + 44 \times 60^2 + 10 \times 60^1 + 29 \times 60^0$, т.е. в современной записи 4,44,10,29

5. Сети. У Набу-Хамаша оно равно 3. У Сети $\approx 3,1605$.

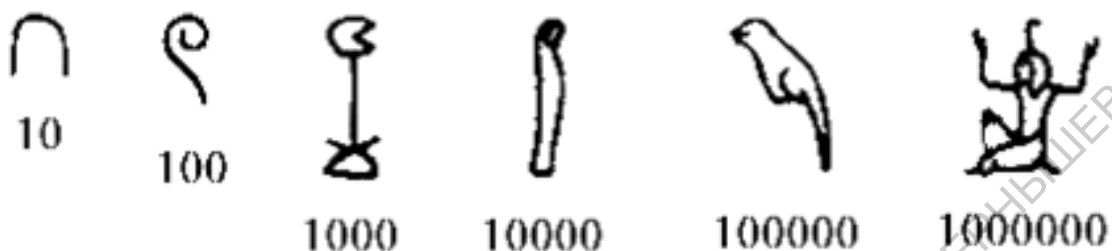
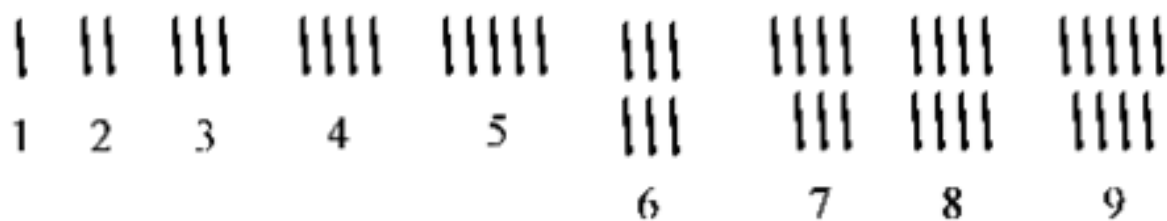
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баврин И.И., Фрибус Е.А. Старинные задачи: Кн. для учащихся. – М., 1994.
2. Березкина Э.И. Математика древнего Китая. – М., 1980.
3. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции. – М., 1959.
4. История математики с древнейших времен до начала 19 столетия/ под ред. А.П.Юшкевича. – М., 1970. Т.1.
5. Кольман Э.Я. История математики в древности. – М., 1961.

6. Меннингер К. История цифр. Числа, символы, слова. – М., 2013.
7. Попов Г.П. Культура точного знания в древнем Перу. – М., 1923.
8. Раик А.Е. Две лекции о египетской и вавилонской математике // Историко-математические исследования. Вып. XII. 1959.
9. Розин В.М. Как решали математические задачи в древнем Вавилоне // Природа. №6. 1980.
10. Рыбников К.А. История математики. – М., 1974.
11. Хармац А.Г. Математика Древнего мира на уроках в школе. – М. 2019.
12. Цейтен Г.Г. История математики в древности и в средние века. – М., 1938.
13. Чистяков В.Д. Материалы по истории математики в Китае и Индии. – М., 1960.
14. Чистяков В.Д. Сборник старинных задач по элементарной математике с историческими экскурсами и подробными решениями. – М., 1962.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ДРЕВНЕЕГИПЕТСКАЯ НУМЕРАЦИЯ



ДРЕВНЕВАВИЛОНСКАЯ НУМЕРАЦИЯ

𐎶 1	𐎠𐎶 11	𐎠𐎠𐎶 21	𐎠𐎠𐎠𐎶 31	𐎠𐎠𐎠𐎶 41	𐎠𐎠𐎠𐎶 51
𐎶𐎶 2	𐎠𐎶𐎶 12	𐎠𐎠𐎶 22	𐎠𐎠𐎶𐎶 32	𐎠𐎠𐎶𐎶 42	𐎠𐎠𐎶𐎶 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎠𐎶𐎶𐎶 13	𐎠𐎠𐎶𐎶 23	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶 33	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶 43	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 14	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶 24	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 34	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 44	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 15	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 35	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 45	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 16	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 36	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 46	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 17	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 37	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 47	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 18	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 38	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 48	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 19	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 39	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 49	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 59
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 10	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 20	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 30	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 40	𐎠𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 50	