

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Саратовский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского»

Балашовский институт (филиал)

Углубленное изучение математики

Методические указания к курсу
для студентов специальности 050708
«Педагогика и методика начального образования»
с дополнительной специальностью «Социальная педагогика»

Саратов 2011

УДК
ББК
И

Авторы-составители
Е. В. Сухорукова, В.И. Сухоруков

Методические указания к курсу «Углубленное изучение математики» составлены в соответствии с учебной программой и предназначены для студентов 5 курса педагогического факультета специальности 050708 «Педагогика и методика начального образования» с дополнительной специальностью «Социальная педагогика». В них представлены содержание изучаемого курса, планы практических занятий, задания для самостоятельной работы студентов, демо-вариант контрольной работы, вопросы к зачету.

Рекомендуется к опубликованию в электронной библиотеке кафедрой педагогики и методик начального образования Балашовского института (филиала) Саратовского государственного университета имени Н.Г.Чернышевского.

Работа представлена в авторской редакции.

© Сухорукова Е.В., Сухоруков В.И. 2011

Содержание

1. Пояснительная записка	4
2. Цели и задачи изучения дисциплины	5
3. Объем дисциплины и виды учебной работы	6
4. Содержание дисциплины.....	6
5. Планы практических занятий.....	7
6. Контрольные вопросы по разделам дисциплины	9
7. Демо-вариант контрольной работы.....	11
8. Задания для самостоятельной работы студентов.....	12
9. Темы рефератов	17
10. Библиографический список	18
11. Вопросы к экзамену	20
12. Тестовые задания для оценки остаточных знаний	21

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

Дисциплина «Углубленное изучение математики» изучается студентами 5 курса очной формы обучения в 9 семестре, изучение курса заканчивается экзаменом.

1. Пояснительная записка

Назначение курса «Углубленное изучение математики» состоит в том, чтобы более подробно познакомить студентов педагогического факультета с теорией чисел – основой выполнения арифметических операций в числовых множествах. Обоснованием выбора содержания курса стало то, что одним из основных разделов, изучаемых в школьном курсе математики, является арифметика, в которой рассматриваются вопросы из теории чисел (понятие делимости, свойства делимости, простые числа, составные числа, теорема о делении с остатком и т.д.). Теории чисел – это арифметика в ее наиболее совершенной форме - форме сравнений.

С использованием теории сравнений в курсе устанавливаются признаки делимости на натуральное число, дается определение периода и предпериода при обращении обыкновенной дроби в десятичную, проводится проверка арифметических действий. Изучение этих вопросов, рассматриваемое с позиции теории чисел, повышают математическую культуру студента – будущего учителя начальных классов, расширяют его кругозор по материалу, непосредственно касающемуся школьной программы.

Содержание данного курса подобрано так, чтобы максимально приблизить его к потребностям учителя математики в начальной школе. С этой целью рассматриваются вопросы, способствующие развитию всех видов математического мышления.

Изучение данного курса опирается на знания по математике, полученные студентами на 1-4 курсах.

Отчетность по курсу – экзамен, 9 семестр.

2. Цели и задачи изучения дисциплины

Цели освоения дисциплины «Углубленное изучение математики»:

- совершенствование математической подготовки студентов педагогического факультета, формирование у студентов систематизированных теоретических знаний основ математики;
- содействие становлению специальной профессиональной компетентности студентов путем обогащения базовой профессиональной компетентности предметным содержанием дисциплины «Математика»;
- формирование у студентов готовности применить полученные знания в области профессиональной деятельности;
- усиление прикладной направленности в обучении математики;
- подготовка будущего учителя начальных классов как целостной личности, обладающей необходимыми теоретическими знаниями и практическими умениями.

Задачи дисциплины:

- расширение математического кругозора студентов; разрытие мировоззренческого значения математики, углубление представлений о роли и месте математики в изучении окружающего мира;
- углубление знаний программного математического материала;
- усиление прикладной направленности математических знаний;
- содействие патриотическому воспитанию студентов путем знакомства с работами выдающихся русских математиков;
- развитие умения самостоятельной работы с учебными пособиями и другой математической литературой.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- определение сравнения;
- определение полной и приведенной системы вычетов;
- определение функции Эйлера;
- формулировки и доказательства теорем Эйлера и Ферма;
- определение непрерывной (цепной) дроби;
- способы решения сравнений первой степени с неизвестной величиной;
- формулировки признаков делимости;
- арифметические приложения теории сравнений.

уметь:

- применять свойства сравнений;
- пользоваться функцией Эйлера и теоремами Эйлера и Ферма;
- решать простейшие сравнения 1-ой степени с неизвестной величиной;
- применять арифметические приложения теории сравнений к решению практических вопросов, связанных с делимостью чисел

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Бюджет времени по формам обучения, час
	Очная форма обучения, 5 курс, 9 семестр
Всего	100
Аудиторные занятия, в том числе:	44
- лекции	22
- практические занятия	22
Самостоятельная работа студентов	56
Экзамен, зачет	Экзамен

4. Содержание дисциплины

Сравнения и их основные свойства Сравнение по натуральному модулю. Свойства сравнений. Операции над сравнениями.

Полная и приведенная система вычетов. Классы по данному модулю. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов.

Функция Эйлера. Ее свойства. Определение функции Эйлера. Мультипликативность функции Эйлера. Формула для вычисления функции Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Теорема Эйлера. Применение теоремы Эйлера. Теорема Ферма. Применение теоремы Ферма.

Сравнения 1-й степени. Определение сравнения с неизвестной величиной. Критерий разрешимости. Число решений. Метод подбора.

Цепные дроби и их свойства. Правильные конечные цепные дроби. Подходящие дроби и их свойства. Решение сравнений 1-ой степени с помощью цепных дробей. Неопределенные уравнения. Вывод формулы решения. Применение сравнений 1-ой степени к решению неопределенных уравнений.

Системы сравнений 1-ой степени. Общий случай. Случай попарно простых модулей.

Арифметические приложения теории сравнений: признак Б. Паскаля. Установление признаков делимости с помощью сравнений. Признак делимости Б. Паскаля. Следствия из признака Б. Паскаля

Определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную дробь. Определение длины периода. Примеры обращения обыкновенных дробей в десятичные. Длина предпериода.

Проверка результатов арифметических действий. Проверка сложения. Проверка вычитания и умножения. Проверка по разным модулям.

5. Планы практических занятий

Занятие 1 Сравнения и их основные свойства

План:

1. Сравнения.
2. Свойства сравнений.

Занятие 2. Полная и приведенная система вычетов.

План.

1. Полная система вычетов.
2. Приведенная система вычетов.

Занятие 3. Функция Эйлера. Ее свойства.

План.

1. Определение функции Эйлера.
2. Формулы для нахождения функции Эйлера.

Занятие 4. Теоремы Эйлера и Ферма.

План.

1. Теорема Эйлера.
2. Теорема Ферма.

Занятие 5. Сравнения 1-й степени.

План.

1. Сравнения 1-ой степени с одним неизвестным.
2. Метод проб.

Занятие 6. Цепные дроби и их свойства.

План.

1. Правильные конечные цепные дроби.
2. Процесс выделения целой части.

Занятие 7. Решение сравнений 1-ой степени с помощью цепных дробей.

Неопределенные уравнения.

План.

1. Решение сравнений 1-ой степени с помощью цепных дробей.
2. Формула решения.

Занятие 8. Системы сравнений 1-ой степени.

План.

1. Критерий совместности системы.
2. Решение системы сравнений.

Занятие 9. Арифметические приложения теории сравнений: признак Б. Паскаля.

План:

1. Арифметические приложения теории сравнений.
2. Вычисление остатков при делении на данное число.
3. Признаки делимости.

Занятие №10. Определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.

План.

1. Определение длины периода, получающегося при обращении обыкновенной дроби в десятичную дробь.
2. Определение длины предпериода.

Занятие № 11 . Проверка результатов арифметических действий.

Контрольная работа.

1. Проверка результатов арифметических действий.
2. Проверка сложения.
3. Проверка вычитания и умножения.
4. Контрольная работа

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

6. Контрольные вопросы по разделам дисциплины

Сравнения и их основные свойства

- Дайте определение сравнения по натуральному модулю.
- Сформулируйте основные свойства сравнений.
- Какие операции можно выполнять над сравнениями?

Полная и приведенная система вычетов.

- Назовите несколько вычетов из третьего класса по модулю 5
- Будет ли полной системой набор чисел 1, 2, 3, 4 по модулю 5?
- Сколько вычетов содержится в полной системе?
- Сколько вычетов содержится в приведенной системе?

Функция Эйлера. Ее свойства.

- Что вы знаете о Л. Эйлере?
- Дайте определение функции Эйлера.
- Какие свойства у функции Эйлера?
- В чем заключается мультипликативность функции Эйлера?
- Напишите формулы для вычисления значения функции Эйлера.

Теоремы Эйлера и Ферма.

- Сформулируйте теорему Эйлера.
- К решению каких вопросов применяется теорема Эйлера?
- Что вы знаете о П. Ферма?
- Кто сформулировал Великую теорему Ферма?
- Сформулируйте теорему Ферма.
- Где применяется теорема Ферма?

Сравнения 1-й степени.

- В чем суть метода проб?
- Каким может быть количество решений сравнения?
- Сформулируйте критерий разрешимости сравнения.

Цепные дроби и их свойства.

- Что вы знаете о П.Л. Чебышеве?
- В чем отличие цепных дробей?
- Какие практические вопросы решаются с помощью цепных дробей?
- Перечислите свойства подходящих дробей.

Решение сравнений 1-ой степени с помощью цепных дробей.

Неопределенные уравнения.

- Что вы знаете о Диофанте?
- Как вы понимаете термин «неопределенное» уравнение?

- Какие практические задачи приводят к неопределенным уравнениям?
- Как применяются сравнения 1-ой степени к решению неопределенных уравнений?

Системы сравнений 1-ой степени.

- Какого рода задачи приводят к системам сравнений?
- По какому критерию определяется совместность системы?
- Поясните случай попарно простых модулей.
- Приведите пример задачи, решаемой составлением системы сравнений.

Арифметические приложения теории сравнений: признак Б. Паскаля.

- Что вы знаете о Б. Паскале?
- В чем суть признака делимости Паскаля?
- Приведите пример на использование признака делимости Паскаля.
- Какие вы знаете следствия из признака Б. Паскаля?

Определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.

- Может ли обыкновенная дробь обратиться в непериодическую десятичную дробь?
- Как узнать, в какую десятичную дробь обратится обыкновенная дробь?
- Что вы понимаете под периодом?
- Что вы понимаете под предпериодом?
- Как определить длину периода и предпериода?

Проверка результатов арифметических действий.

- В чем суть проверки результатов с помощью сложения?
- Приведите пример на проверку результата вычитанием.
- Приведите пример на проверку результата умножением.
- В чем смысл проверки по разным модулям.

7. Демо-вариант контрольной работы

Рекомендации по подготовке к написанию контрольной работы.

Контрольная работа проводится на последнем практическом занятии.

Перед выполнением контрольной работы необходимо изучить соответствующие разделы литературы и закрепить с помощью примеров для самостоятельной работы основные понятия, определения и методы, рассматриваемые в темах.

Так же перед решением заданий контрольной работы рекомендуется ознакомиться со всеми примерами, рассмотренными на практических занятиях.

Прорешайте демо-вариант контрольной работы, что бы увереннее чувствовать себя на самой контрольной работе.

Перед решением каждой задачи нужно привести полностью ее условие.

Следует придерживаться той последовательности при решении задач, в какой они даны в задании, строго сохраняя при этом нумерацию примеров

В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании по своему варианту. Не допускается замена задач контрольного задания другими.

Решения задач должны сопровождаться развернутыми пояснениями, объяснить и мотивировать все действия по ходу решения; сделать необходимые чертежи.

Демо - вариант

1. Написать полную систему вычетов по модулю 9.

2. Вычислить $\varphi(540)$.

3. Решить сравнение

$$78x \equiv 42 \pmod{51}.$$

4. Выписать все подходящие дроби для $\frac{77}{12}$

5. Решить систему сравнений

$$\begin{cases} x \equiv 33 \pmod{77} \\ x \equiv 47 \pmod{91} \end{cases}$$

8. Задания для самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов предполагает изучение лекционного материала, учебной литературы, выполнение заданий для самостоятельной работы, написание рефератов.

Задания для самостоятельной работы:

▪ Проработать теоретические вопросы:

1. Задачи, приводящие к сравнениям. Определение сравнения.
2. Свойства сравнений.
3. Классы вычетов по данному модулю.
4. Полная система вычетов и ее свойства.
5. Приведенная система вычетов и ее свойства.
6. Свойство мультипликативности функции Эйлера.
7. Формулы для нахождения значений функции Эйлера.
8. Теорема Эйлера.
9. Теорема Ферма.
10. Сравнение с неизвестной величиной.
11. Сравнение первой степени с одним неизвестным (1-ый случай).
12. Сравнение первой степени с одним неизвестным (2-ой случай).
13. Сравнение первой степени с одним неизвестным (3-ий случай).
14. Система сравнений первой степени с одним неизвестным.
15. Совместность системы.
16. Единственность решения системы в случае ее совместности.
17. Решение системы с взаимно-простыми модулями.
18. Сведение сравнения к системе сравнений.
19. Критерий совместности системы сравнений.

▪ Практическое задание:

Сравнения и их основные свойства.

▪ Записать в виде сравнения условия:

- а) -38 и -3 дают при делении на 7 одинаковые остатки (проверить!)
- б) при делении на 8 число 53 дает остаток 5
- в) $a^2 - b^2$ делится на $a - b, (a \neq b)$
- г) определить остаток r от деления -73 на 8

▪ Охарактеризовать сравнения числа N следующего вида:

- А) четные
- Б) нечетные
- В) $5k+3$
- Г) $7k-2$

- Указать наименьшее натуральное число n , чтобы выполнялось условие $n \equiv 0 \pmod{m}$.

Полная и приведенная система вычетов.

- Каким классам вычетов по модулю 6 принадлежат все простые числа $p > 3$? Охарактеризовать вычеты этих классов формами и сравнениями.
- Доказать, что произведения вычетов одного класса по модулю m на одно и то же целое число принадлежат одному классу вычетов по модулю m .
- Принадлежат ли в предыдущей задаче произведения тому же классу, что и данные вычеты?

Функция Эйлера. Ее свойства.

- Найти число вычетов приведенной системы по модулям:
 - А) 540 Б) 2240 В) $13 \cdot 17$ Г) $9 \cdot 15 \cdot 42$
- Найти n :
 - А) вида 5^α , если $\varphi(n) = 100$
 - Б) вида $3^\alpha \cdot 5^\beta$, если $\varphi(n) = 600$
- Сколько имеется чисел, взаимно простых
 - А) с 24 среди чисел 301, ..., 504
 - Б) с 35 среди чисел 436, 437, ..., 750?

Теоремы Эйлера и Ферма.

- Найти остаток от деления:
 1. 3^{50} на 17
 2. 7^{67} на 12
 3. 317^{253} на 39
 4. 4^{50} на 67
 5. 267^{311} на 37
 6. 197^{157} на 35
- Найти остаток от деления:
 1. 4^{113} на 92
 2. 6^{76} на 26
 3. 21^{83} на 24
 4. 35^{150} на 425
- Найти остаток от деления:
 1. $3^{100} + 4^{100}$ на 7
 2. $5^{50} + 7^{70}$ на 9
 3. $3 \cdot 5^{75} + 4 \cdot 7^{100}$ на 132

Сравнения 1-й степени.

- Решить методом подбора сравнений
 1. $3x \equiv 1 \pmod{7}$
 2. $5x \equiv -2 \pmod{11}$
 3. $4x \equiv 7 \pmod{17}$
 4. $15x \equiv 25 \pmod{35}$
 5. $7x \equiv 5 \pmod{8}$
 6. $15x \equiv 11 \pmod{36}$
- Решить методом преобразований коэффициентов сравнения
 1. $27x \equiv 14 \pmod{25}$.
 2. $13x \equiv 10 \pmod{11}$.
 3. $5x \equiv 3 \pmod{11}$.
- Решить сравнения, используя теорему Эйлера
 1. $7x \equiv 5 \pmod{17}$.
 2. $13x \equiv 3 \pmod{19}$.

Цепные дроби и их свойства.

- Разложить простую дробь в правильную цепную дробь и найти ее подходящие дроби:
 1. $\frac{137}{31}$
 2. $\frac{521}{143}$
 3. $\frac{247}{74}$
- Сократить следующие дроби, пользуясь их разложением в цепную дробь
 1. $\frac{871}{3953}$
 2. $\frac{1241}{6059}$
 3. $\frac{6821}{2147}$

Решение сравнений 1-ой степени с помощью цепных дробей.

Неопределенные уравнения.

- Решить сравнения:
 1. $67x \equiv 64 \pmod{183}$.
 2. $89x \equiv 86 \pmod{241}$.
- Решить сравнения:
 1. $111x \equiv 81 \pmod{447}$.

2. $186x \equiv 374 \pmod{422}$.
- Решить неопределенное уравнение:
 1. $17x - 16y = 31$.
 2. $23x + 15y = 19$.

Системы сравнений 1-ой степени.

- Установить, совместны ли системы сравнений, не решая их
 1.
$$\begin{cases} x \equiv 17 \pmod{81} \\ x \equiv 23 \pmod{63} \end{cases}$$
 2.
$$\begin{cases} x \equiv 33 \pmod{77} \\ x \equiv 47 \pmod{91} \end{cases}$$
- Решить системы сравнений
 1.
$$\begin{cases} x \equiv 19 \pmod{24} \\ x \equiv 10 \pmod{21} \end{cases}$$
 2.
$$\begin{cases} x \equiv 23 \pmod{35} \\ x \equiv 13 \pmod{20} \end{cases}$$
- Найти натуральные числа ≤ 1000 , которые при делении на
 1. 3, 5, 8
 2. 5, 7, 9
 3. 15, 14, 11
 4. 13, 21, 23

дают соответственно остатки

1. 2, 4, 1
2. 4, 6, 1
3. 11, 3, 5
4. 9, 1, 13

Арифметические приложения теории сравнений: признак Б. Паскаля.

- Найти признаки равноостаточности и делимости Паскаля для числа N на m в q – ичной системе счисления.
- Найти остаток от деления на 37 чисел:
 1. 3980713
 2. 27877165
 3. 31127567

Определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.

- Найти число цифр в периоде при обращении несократимой дроби со знаменателем b в десятичную. Значения b следующие:

19, 29, 37, 43, 59, 67, 73, 89, 97

▪ В каждой из систем несократимых дробей со знаменателем b (см предыдущая задача) указать по одному представителю, а также его десятичное выражение, если $b=29$.

▪ Найти числитель a правильных дробей

$$\frac{a}{73} = 0,86301369 \text{ и } \frac{a}{73} = 0,30136986, \text{ если } \frac{1}{73} = 0,01369863$$

Проверка результатов арифметических действий.

▪ Проверить результаты арифметических действий, пользуясь модулями 9 и 11:

1. $208973 + 163786 = 372759$

2. $387912 - 203756 = 185146$

3. $2543 * 783 = 1984122$

4. $783897 / 3914 = 200$ (ост. 1097)

▪ Проверить по модулю 9 следующий результат

$$\sqrt{73818} = 271 \text{ с остатком } 377.$$

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

9. Темы рефератов

1. О Диофанте и диофантовых уравнениях
2. Великая теорема П.Ферма
3. Омар Хайям - математик и поэт
4. Леонард Эйлер и его работы по теории сравнений.
5. П.ер Ферма и его работы по теории сравнений.
6. Непрерывные (цепные) дроби в историческом аспекте.
7. П.Л Чебышев и его заслуги в исследовании свойств простых чисел.
8. «Арифметика» Л.Ф. Магницкого. История создания и краткое содержание.
9. Л. Эйлер и математическое образование в России.
10. Об эволюции понятия числа.
11. Проблемы теории чисел: решенные и нерешенные. К.Гольдбах.
12. Алгоритм деления методом проб и его эффективность.
13. Алгоритм Ферма разложения на множители и его корректность.
14. Числа Мерсенна. Числа Ферма.
15. Математическая индукция и Ферма. Малая теорема Ферма.
16. Псевдопростые числа. Тест на разложимость. Числа Кармайкла.
17. Китайский алгоритм остатков. Взаимно-простые модули и общий случай.
18. Числа Мерсенна. Метод Ферма и приложение его к поиску делителей чисел Мерсенна.
19. Тест Люка-Леммера проверки чисел на простоту.
20. Примитивные корни. Теорема о примитивных корнях. Вычисление порядков.
21. Системы счисления.
22. Простые числа.
23. Дружественные числа
24. Совершенные числа.
25. Числа Фибоначчи.
26. Теория сравнений в кольце.
27. Компьютерные вычисления в теории чисел.
28. Арифметика кольца целых гауссовых чисел.

10. Библиографический список

Основная литература:

1. Стойлова Л. П. Математика : учеб. для студентов высш. пед. учеб. заведений [Текст] / Л. П. Стойлова. -М.: Академия, 2002. -424 с.

Дополнительная литература:

1. Алгебра и теория чисел. Ч. 3 [Текст]: учебное пособие для студентов-заочников пед. ин-тов / под редакцией Н.Я. Виленкина. – Просвещение, 1984. – 192 с.
2. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Текст] / И.М. Виноградов. – 10-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2004. – 176 с.
3. Грибанов, В.У. Сборник упражнений по теории чисел [Текст]: учеб. пособие для пед.ин-тов / В.У. Грибанов, П.И. Титов. – М.: Просвещение, 1964. – 144 с.
4. Живые числа: Пять экскурсий [Текст] / В. Боро [и др.]. – М., Мир, 1985. – 128с.
5. Ильиных, А.П. Теория чисел [Текст]: учебное пособие / А.П. Ильиных; Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург: УрГПУ, 2003. – 148 с.
6. Кудреватов, Г.А. Сборник задач по теории чисел [Текст]: учеб. пособие для вузов./ Г.А. Кудреватов. – М.: Просвещение, 1970. – 128 с.
7. Малаховский, В.С. Числа знакомые и незнакомые [Текст]: учеб. пособие / В.С. Малаховский. – Калининград: Янтар. сказ, 2005. – 184 с.
8. Михелович, Ш.Х. Теория чисел [Текст] / Ш.Х. Михелович. - М. Высшая школа, 1967.–336с.
9. Стойлова, Л.П. Задачник – практикум по математике [Текст] / Л.П. Стойлова, Н.Н. Лаврова. - М. – Просвещение, 1985. –184с.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования
2. <http://www.math.ru/> Сайт для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой.
3. [http://neerc.ifmo.ru/mediawiki/index.php/Алгоритмы алгебры и теории чисел](http://neerc.ifmo.ru/mediawiki/index.php/Алгоритмы_алгебры_и_теории_чисел) Алгоритмы алгебры и теории чисел
4. <http://www.eunnet.net/books/numbers/f-right.html#p1> Лекции по теории чисел
5. http://www.vitaeauct.narod.ru/012/nmr/bk_0001/index.htm Лекции по теории чисел
6. <http://www.math.ru/lib/book/djvu/vinogradov.djvu> Основы теории чисел И.М. Виноградов
7. <http://math.ru/lib/book/pdf/mp-seria/book.14.pdf> Цепные дроби В.И. Арнольд
8. <http://www.math.kemsu.ru/aig/algebra/conten.htm> Учебно-методическое пособие по курсу Алгебра и теория чисел.
9. <http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf> Алгебра и теория чисел для математических школ Н.Б. Алфутова.
10. <http://www.bymath.net/index.html> Вся элементарная математика
11. <http://2x2abc.com/algebra.files/spravka/spravka-1.php> Учиться просто
12. <http://oldskola1.narod.ru/> Старая школа
13. <http://unichance.ru/> Школа математики
14. <http://www.lovi.tv/video/play.php?Code=zrdwpyaxtc> Видео лекции по математике
15. <http://www.etudes.ru/> Математические этюды
16. <http://www.webmath.ru/index.php> Математические онлайн сервисы

11. Вопросы к экзамену

1. Задачи, приводящие к сравнениям. Определения сравнения.
2. Свойства сравнений.
3. Классы вычетов по данному модулю. Полная система вычетов и ее свойства.
4. Приведенная система вычетов и ее свойства.
5. Свойства мультипликативности функции Эйлера.
6. Формулы для нахождения значений функции Эйлера.
7. Теорема Эйлера.
8. Теорема Ферма.
9. Сравнение с неизвестной величиной.
10. Сравнение первой степени с одним неизвестным (1-й случай)
11. Сравнение первой степени с одним неизвестным (2-й случай)
12. Сравнение первой степени с одним неизвестным (3-й случай)
13. Система сравнений первой степени первой с одним неизвестным. Совместность системы.
14. Единственность решения системы в случае ее совместности.
15. Решение системы с взаимно- простыми модулями
16. сведение сравнения к системе сравнения.
17. Критерий совместности системы сравнений.
18. Правильные конечные цепные дроби.
19. Подходящие дроби и их свойства.
20. Решение сравнений первой степени с одним неизвестным с помощью цепных дробей.
21. Неопределенные уравнения, их решение с помощью сравнений.
22. Число делителей натурального числа.
23. Сумма делителей натурального числа.
24. Совершенные числа. Дружественные числа.
25. Установление признаков делимости с помощью сравнений.
26. Определение длины периода, получающегося при обращении обыкновенной дроби в десятичную.
27. Проверка результатов арифметических действий.

12. Тестовые задания для оценки остаточных знаний

Тест

1. Какие из следующих сравнений являются верными?

- 1) $1 \equiv -5 \pmod{6}$; 2) $546 \equiv 0 \pmod{13}$;
3) $2^3 \equiv 1 \pmod{4}$; 4) $3m \equiv -1 \pmod{m}$?

Ответ: _____

2. При делении некоторого числа m на 13 и 15 получили одинаковые частные, но первое деление было с остатком 8, а второе без остатка. Найдите число m .

- 1) 134; 2) 60; 3) 120; 4) 68.

Ответ: _____

3. Из данных чисел выберите число, которое делится на 3 и на 5

- 1) 1113 2) 914 3) 3040 4) 7035

Ответ: _____

4. Какую цифру нужно поставить вместо * в числе $5*62$, чтобы полученное число делилось на 9?

- 1) 0 2) 5 3) 6 4) 1

Ответ: _____

5. Определите остаток от деления числа 3^{25} на 10.

Ответ: _____

6. Решить уравнения в целых числах:

$$10x - 7y = 2$$

Ответ: _____

7. Решить сравнение первой степени с одним неизвестным:

$$9x \equiv 2 \pmod{14}$$

Ответ: _____

8. Найти двузначное число, сравнимое с 2 по модулям 3 и 7, и с -2 по модулю 11

Ответ: _____

9. Найти последнюю цифру числа 17^{17}

Ответ: _____

10. Решить систему сравнений

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{7} \\ x \equiv 3 \pmod{8} \end{cases}$$

Ответ: _____

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

Учебно-методическое издание

Авторы-составители
Сухорукова Елена Владимировна
Сухоруков Владимир Иванович

Углубленное изучение математики

Методические указания к курсу
для студентов специальности 050708
«Педагогика и методика начального образования»
с дополнительной специальностью «Социальная педагогика»