

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

## **Процессы переноса**

Учебно-методическое пособие к лабораторным работам  
в интегрированном учебно-научном практикуме  
"Методика, технология и информационное обеспечение  
физического эксперимента"

### **ПРАКТИКУМ ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ И ТЕРМОДИНАМИКЕ**

Для студентов 1-го курса факультета нелинейных процессов

**Саратов 2012 г.**

Авторы-составители:

*Александр Александрович Князев*

Настоящее пособие предназначено для студентов, выполняющих работы по практикуму Молекулярная физика и термодинамика, выполняемого во втором семестре. Содержит характеристики лабораторных работ, порядок выполнения каждой работы и необходимые теоретические сведения. В конце каждой работы приводится список необходимой литературы. Пособие рассчитано на распространение электронным способом и поэтому скомпоновано таким образом, чтобы студенту при необходимости можно было распечатать весь материал, относящийся к каждой работе, просто выделив данную группу страниц.

Рекомендует к опубликованию в электронной библиотеке д.ф.-м.н, профессор Ю. П. Шараевский

Работа представлена в авторской редакции

## Изучение внутреннего трения в жидкостях (метод Стокса)

*"Когда будете в театре, заберитесь в антракте на балкон и уроните оттуда программку. Вы увидите, как она станет падать, медленно и плавно кружась в воздухе. А теперь уроните бинголь..."*

*/ Из старинного руководства по физике /*

### ВВЕДЕНИЕ.

В школьном курсе механики Вы уже привыкли к замечаниям типа "силой сопротивления воздуха пренебречь". Иногда при решении задач результаты получаются близкими к реальным, но порой они серьезно отличаются от действительных. Например, используя известные кинематические формулы при решении задачи о полете пули, начальная скорость которой для современного оружия около 600 м/с, вы получите не только существенно искаженные представления о форме траектории, но и значение дальности полета, завышенное по сравнению с реальным примерно в десять раз. Значительная ошибка возникает и при расчетах скоростей падения капли дождя из облака или тела, соскальзывающего по наклонной плоскости, если на эту плоскость нанесен тонкий слой смазки. Совершенно неверными окажутся и результаты оценки объема жидкости, протекающей по трубе, если не учесть возникающее в течении сопротивление. А ведь все эти примеры имеют важное практическое значение!

В реальных жидкостях и газах силы сопротивления играют важную роль. Мир погрузился бы в безмолвие, если бы равномерно текущие воздух и вода свободно огибали все препятствия, не оказывая действия на предметы и не вызывая их колебаний. Не гудели бы провода на ветру, не было бы слышно шума ветра и волн, а капельки тумана и пылинки не клубились бы над землей облаками: ускоряясь, они падали бы на землю со скоростью пули. И это далеко не полный перечень явлений, причиной которых являются силы сопротивления, проявляющиеся при деформациях объемов жидкости и газа.

Раздел физики, занимающийся изучением движения тел в реальных средах и изучением свойств этих сред, называется **реологией**.

*Данная лабораторная работа обращает Ваше внимание на особенности движения тел в реальных средах. При выполнении основного задания Вы только познакомитесь с основными положениями теории вязкого трения и самостоятельно определите одну из главных реологических характеристик - коэффициент динамической вязкости жидкости широко известным в технике методом Стокса.*

### ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ВЯЗКОСТИ.

Анализируя явления механического движения физических тел в жидкостях и газах, мы часто считаем тела абсолютно твердыми - не изменяющими своей формы, а жидкости и газы - идеальными, то есть изменяющими свою форму, не проявляя при этом никаких внутренних свойств, кроме инертности. Если же снять хотя бы одно из этих идеализированных ограничений, то возникает необходимость учета того, что изменение энергии тела связано с работой уже не только внешних сил, деформирующих тело, но и с работой сил, возникающих внутри вещества тел и противодействующих взаимному перемещению. Такие силы называются силами **внутреннего трения (вязкости)** - их работа необратимо превращается в теплоту, то есть в работу микроскопических перемещений молекул тела или среды. Для примера можно вспомнить явление неупругого удара.

**Свойство тел осуществлять превращение части работы, произведенной при их деформации, в теплоту называется вязкостью или внутренним трением.**

Наиболее заметно свойство внутреннего трения проявляется в двух группах явлений - неупругости и текучести (пластической деформации). Что же это за явления?

Как известно, деформация считается упругой, если эффектом перехода механической энергии в тепловую можно пренебречь в наблюдаемом процессе. Множество задач физики использует именно такое приближение. Так, используя закон Гука, мы определяем величину возникающей внутри тела силы упругости при его деформации. Этого бывает достаточно для решения многих задач. Однако уже при попытках объяснения явления затухания свободных колебаний в пружинах модель упругой деформации оказывается несостоятельной. Необходимо учитывать, что при деформации тела происходит перераспределение части атомов в объеме вещества, сопровождающееся изменением внутренней энергии и нарушением теплового равновесия всего тела. При последующем выравнивании температур часть внутренней энергии необратимо переходит в теплоту. Явление отклонения от свойств упругости при деформировании тел с конечной скоростью называют **неупругостью**. Оно связано с действием сил внутреннего трения.

С силами внутреннего трения мы встречаемся и при объяснении природы явлений **пластической деформации**, когда первоначальная форма тела не восстанавливается при снятии внешней нагрузки. Такое явление наступает, как известно, если механические напряжения, возникающие внутри тела в ответ на внешнее воздействие, превосходят некоторое значение - предел текучести. Этот предел, выражаемый в единицах механического напряжения ( $\text{Н/м}^2$ ), для каждого вещества различен, и особенно мало его значение для газов и большинства жидкостей. В них пластическая деформация возникает при ничтожных значениях величины внешней силы. По этой причине, когда речь идет о жидкостях или газах, термин "пластическая деформация" даже не используется. Вместо него используют термин "**текучесть**" или "**подвижность**". В школьном курсе об этом факте упоминалось как о способности жидкостей неупруго изменять форму или как о способности газов занимать весь предоставленный объем.

Сила внутреннего (или вязкого) трения отличается от хорошо знакомой по школьному курсу **силы трения скольжения**, которую теперь уместно назвать силой **внешнего (сухого) трения**. Главное отличие состоит в том, что если при действии сил сухого трения теплота выделяется на **поверхностях** контактирующих твердых тел, то силы вязкого трения действуют **во всем объеме** вещества (вода в реке, например, становится теплее после шторма - это эффект действия объемных сил вязкости).

К числу других существенных различий между этими двумя силами можно отнести следующие:

а) величина силы вязкого трения увеличивается с увеличением относительной скорости перемещения тела и среды. Для сухого трения, напротив, после достаточно резкого перехода от режима трения покоя (сцепления) к режиму скольжения зависимость силы трения от скорости проявляется весьма слабо и часто не принимается во внимание;

б) величина силы вязкого трения линейно нарастает с увеличением площади контакта движущегося тела и среды. Величина силы сухого трения практически не зависит от площади контакта трущихся тел (закон Кулона-Амонтона, по которому величина силы трения скольжения пропорциональна лишь величине силы нормальной реакции).

Приведенные выше энергетические рассуждения не затрагивали деталей самого процесса возникновения силы вязкого трения. К теоретическому описанию текучести и вязкого трения в жидкостях и газах можно подходить, по крайней мере, с двух известных позиций классической физики:

а) с позиции молекулярно-кинетических представлений, когда твердое тело, жидкость и газ рассматриваются как ансамбль молекул, находящихся в непрерывном тепловом движении. При таком описании возникает возможность раскрыть внутренние, не видимые наблюдателю, подробности явления;

б) с позиции гидродинамики, рассматривающей и твердые тела за пределом текучести, и жидкость, и газ как сплошные среды. Именно в этом смысле далее будет употребляться термин “жидкость”. При гидродинамическом подходе явление рассматривается таким, каким оно представляется наблюдателю - феноменологически (в буквальном переводе “как явление”). Внутренняя микроскопическая структура происходящего остается невыясненной, а определение вводимых в записываемые соотношения коэффициентов пропорциональностей предоставляется эксперименту. Введенные таким образом коэффициенты называют **феноменологическими**.

*Для определения коэффициента вязкости жидкости при выполнении лабораторной работы достаточны гидродинамические представления. Молекулярно-кинетические представления лишь упоминаются в этом описании для ознакомления с подробностями явления в самом минимальном объеме. Начнем именно с них.*

### **Молекулярно-кинетические представления при описании явления текучести и вязкости.**

#### Текучесть и вязкость в газах.

Если средой является идеальный газ, то энергией взаимодействия молекул можно пренебречь по сравнению с их кинетической энергией. В этом случае анализ явления может быть выполнен достаточно просто - с позиций закона изменения импульса тела при столкновениях с молекулами среды. Действительно, при движении тела относительно газовой среды молекулы, движущиеся навстречу, в среднем получают при случайных соударениях с телом больший импульс, чем теряют его молекулы, догоняющие это тело. Поэтому в среднем тело тормозится, а окружающие тело молекулы газа - ускоряются.

Молекулы из близлежащих областей, находящихся на удалении большем средней длины свободного пробега  $\lambda$  между соударениями, не испытывают столкновения непосредственно с телом, но могут сталкиваться с уже ускоренными молекулами и по той же схеме обмениваться с ними импульсами.

*Напомним, что при нормальных условиях величина  $\lambda$  для воздуха составляет примерно 60 нм.*

В процессе таких столкновений ускоренные телом молекулы будут терять часть избыточного импульса, а соседние, еще неускоренные - приобретут эту часть. Постепенно процесс рассеивания импульса тела охватывает все новые молекулы, и через некоторое время в среде вокруг тела можно условно выделить целые слои молекул, ускоренных в различной степени. При этом каждому последующему слою достается все меньшая доля импульса движущегося тела. В результате рассеивания импульса тела хаотически движущимися молекулами среда через некоторое время вновь придет к стационарному состоянию - термодинамическому равновесию, но в ней установится новая, более высокая температура. Приведенная модель позволяет ввести и понятие силы внутреннего трения. Действительно, уменьшение среднего за время  $\Delta t$  импульса более быстрых молекул газа может быть описано по закону динамики как действие на границе каждого из слоев некоторой эквивалентной силы  $f$ :  $\Delta(mV) = -f \Delta t$ , - это и есть сила внутреннего трения. Она направлена противоположно вектору скорости молекул быстрого слоя и может быть определена при аккуратном детальном расчете описанного выше процесса. Подробности такого расчета приведены, например, в [1,2].

Подводя итог, можно сказать, что **механизм возникновения внутреннего трения в газовых средах связан с процессом выравнивания импульсов атомов по объему при нарушении стационарного состояния.**

#### Текучесть и вязкость в жидкостях.

Механизм текучести и возникновения вязкости в жидкостях также связан с рассеянием импульса движущегося тела среди атомов окружающей его среды, однако представить этот механизм столь же просто, как в разреженных газах, не удастся. Это связано прежде всего с тем, что силы взаимодействия между молекулами уже сравнимы с кинетической энергией молекул и оказывают постоянное влияние на их движение. В результате этого в жидкостях и твердых телах представление о длине свободного пробега между столкновениями теряет смысл.

С различием механизмов текучести в жидкостях и газах связаны как реологические свойства этих сред, так и модели описания. Например, одна из моделей воды рассматривает ее как кристаллическую структуру типа льда, в которой каждая молекула воды связана тремя ближайшими соседями в тетраэдрическую структуру диаметром около  $5 \text{ \AA}$  (Рис.1). При температуре выше  $0^\circ\text{C}$  около 15% водородных связей нарушается и возникает “слегка потрескавшаяся”, непрерывно изменяющаяся (мерцающая) структура: каждая молекула получает возможность более или менее редких (в зависимости от температуры) скачкообразных переходов из одного фиксированного состояния (состояния оседлости) в другое. Таким образом, процесс передачи импульса от одной молекулы к другой в жидкости происходит значительно реже, чем соударения атомов или молекул в газовой среде. Поскольку смена состояний оседлости связана с преодолением сил межмолекулярного взаимодействия, то на них затрачивается значительная доля энергии молекулы. Поэтому процесс выравнивания импульсов молекул происходит медленнее, чем в газах. Из-за этого вязкие свойства жидкостей выражены ярче, чем в газах и сравниваются лишь в критическом состоянии, когда различие между жидкостью и реальным газом исчезает. Строгой теории вязкости для жидкостей пока не существует, но на практике применяют ряд полуэмпирических формул, достаточно хорошо отражающих зависимость вязкости отдельных типов жидкостей и растворов от температуры и химического состава.

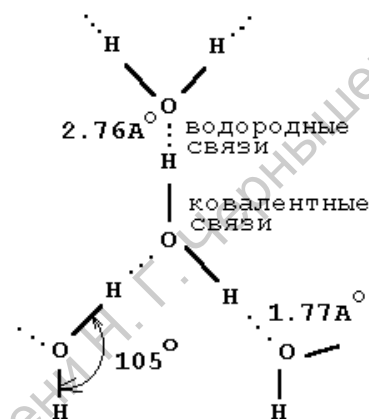


Рис.1. Модель связи молекул воды.

### Гидродинамическое описание явления вязкости.

#### Начальные представления.

Основные понятия гидродинамического описания вязкости заложены еще И. Ньютоном (1700г) и являются предельно простыми. Ньютон высказал гипотезу о том, что вблизи поверхности движущегося в жидкости тела возникает переходная область (пограничный слой), в которой устанавливается плавное изменение величины скорости. Эту область, в свою очередь, можно условно разделить на систему элементарных слоев, внутри которых скорость можно считать постоянной. Например, при движении жидкости в трубе можно считать, что элементарный слой, непосредственно смачивающий трубу, имеет нулевую скорость. Если рассматривать тело, движущееся в жидкости, то и здесь можно считать, что смачивающий слой имеет скорость этого тела. Удаленные от тела слои жидкости уже не связаны непосредственно с поверхностью и не движутся с ее скоростью, а лишь частично вовлекаются в движение предыдущими слоями. Таким образом, можно представить, что вокруг поверхности возникает система бесконечно тонких элементарных слоев, скорости которых непре-

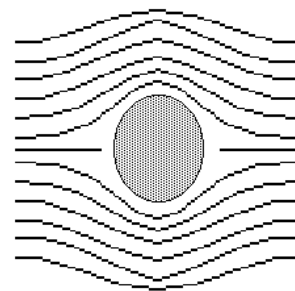


Рис. 2. Линии тока при обтекании тела.

рывно и плавно изменяются по мере удаления от тела, формируя структуру пограничного слоя.

В том, что рассуждения о существовании слоистой структуры потоков правдоподобны, мы убеждаемся, посмотрев, например, на покрытые слоем пыли лопасти вентилятора или запыленные стекла мчащегося автобуса. Мелкие пылинки не сдуваются ветром, а значит, тонкий слой около тела действительно остается практически неподвижным, но уже крупные частицы, верхушки которых "вылезают" в слой, движущиеся с большой скоростью, "сдуваются" с поверхности. Некоторое расслоение можно наблюдать и в течении мутной воды, подсвеченной сверху, и в клубах дыма или пыли.

Однако реально существует не система четко различающихся слоев, а плавное распределение скорости жидкости. Это распределение можно описать функцией координат  $V(r)$ , которую называют **полем скоростей**. Графически поле изображается так называемыми **линиями тока**, касательные к которым указывают направление вектора скорости в данной точке, а их густота пропорциональна величине скорости в окрестности этой точки (Рис.2,3). При обтекании движущегося тела на вовлечение в движение этих, связанных между собой внутренними силами, слоев расходуется часть импульса тела, и, следовательно, реакцию жидкости на движение тела можно описывать эквивалентной тормозящей силой, уменьшающей импульс движущегося тела. Эту силу назовем силой вязкого трения. Она равна нулю, если тело покоится (или если среда движется вместе с телом), и нарастает по мере увеличения скорости тела относительно среды, а также с увеличением его размеров, поскольку в движение вместе с телом вовлекается все большая инертная масса неразрывной среды.

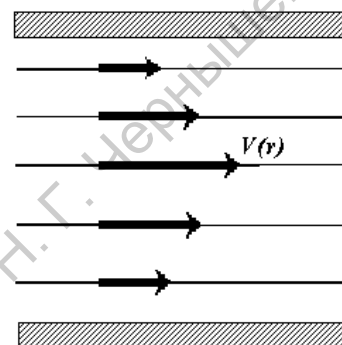


Рис.3. Поле скоростей в плоском потоке жидкости между неподвижными пластинами.

Образно говоря, по мере увеличения своей скорости тело как бы приобретает все большую массу, одновременно увеличиваясь в размерах за счет обволакивающей его и увлекаемой им "шубы" из вещества среды. Так, движущийся электровоз "везет" не только состав, но и немалую массу воздуха пограничного слоя, движение которой мы ощущаем, находясь на перроне вблизи проходящего поезда.

Как видно, понятия молекулярно-кинетической теории перекликаются с понятиями гидродинамики. В первой теории критерием толщины элементарных слоев является физический параметр - средняя длина свободного пробега молекулы или среднее расстояние между двумя состояниями оседлости. При гидродинамическом описании единственным критерием толщины элементарного слоя считается просто малость его по сравнению с характерным размером обтекаемого тела или с характерным размером рассматриваемого потока (например, в случае протекания жидкости по трубе).

### Линейная теория вязкости. Формула Ньютона

Явление внутреннего трения достаточно сложно для строгого теоретического анализа. Однако на начальном этапе изучения можно создать **простейшую** модель, выделив общие черты явления с помощью соотношений пропорциональности.

Ньютон предположил существование для умеренных скоростей простейшей - **линейной** связи между модулем силы вязкого трения  $F$ , площадью обтекаемой поверхности тела  $S$  и величиной  $\Delta V/\Delta r$ , так называемого **градиента скорости**, характеризующего быстроту уменьшения величины скорости  $\Delta V$  от слоя к слою - с увеличением расстояния от поверхности  $\Delta r$  [1,2]:

$$F \approx -\frac{\Delta V}{\Delta r} \cdot S \quad \text{или, переходя к равенству} \quad F = -\eta \cdot \frac{\Delta V}{\Delta r} \cdot S \quad (1)$$

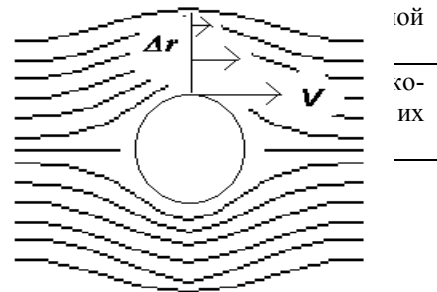
Феноменологический коэффициент пропорциональности  $\eta$  ("эта"- греч.) в этом отношении получил название **коэффициента динамической вязкости или просто "вязкости"**. Его значение зависит от свойств среды и является мерой свойства вязкости среды - степени связи между слоями. Чем меньше вязкость, тем легче скользят слои друг относительно друга. Так, помещая между трущимися поверхностями слои смазки, можно существенно облегчить скольжение.

Упомянутая уже молекулярно-кинетическая теория дает следующее выражение для коэффициента вязкости в газах  $\eta = r \langle V \rangle \lambda / 3$ , связывая его значение со значением плотности газа  $\rho$ , средней (тепловой) скорости  $\langle V \rangle$  и длиной свободного пробега молекул  $\lambda$ .

Как следует из (1), размерность вязкости в единицах СИ  $[\eta] = \text{Па}\cdot\text{с}$  (Паскаль-секунда). Величина коэффициента вязкости численно равна силе трения, действующей на каждый квадратный метр вдоль поверхности касания слоев, при перепаде скоростей между ними 1 м/с на каждый 1м расстояния между слоями. В технике часто используется еще одна единица измерения - 1Пуаз = 0,1 Па·с. Иногда говорят о **кинематической вязкости**  $\nu = \eta / \rho$  с единицей измерения 1Стокс (Ст).

В таблице 1, приведены взятые из таблиц характерные значения коэффициента вязкости различных сред. Обратите внимание на то, что вязкость веществ довольно сильно зависит от температуры (действительно, застывшее масло трудно намазать на бутерброд).

Вещество	$t$ (°C)	$\eta$ (Па·с)	Примечания
Воздух	0	0.0000017	С увеличением температуры газы становятся более вязкими.
	100	0.0000021	
Вода	100	0.00028	Горячая вода из чайника льется быстрее, чем ледяная вода из под крана.
	20	0.001	
	0	0.0017	
Гелий жидкий	-271	0.0000025	При уменьшении температуры ниже -271 °C вязкость жидкого гелия обращается в ноль и он приобретает свойство сверхтекучести. Вертушка, помещенная в поток этой жидкости не вращается в нем.
Азот жидкий	-196	0.000023	Чрезвычайно подвижная жидкость!
Кровь	20	0.0015	
Ртуть	20	0.00168	
Масло растит.	20	0.0051	
Глицерин	20	1.5	
Патока, мед	20	27	
Лед	20	$1.0 \cdot 10^{10}$	Сосульки и тяжести
Алюминий	9	$7.5 \cdot 10^{12}$	Твердые тела, но можно штамповать



#### Формула Стокса.

Использование формулы (1) для расчета силы трения сложно даже при знании функции для распределения скоростей. Дело в том, что для тел сложной формы эту формулу можно применить непосредственно лишь для элемента площади  $dS$  и определить таким образом вклад  $dF$  для главного вектора результирующей силы вязкого трения от каждого элемента поверхности данного тела. А затем необходимо провести векторное суммирование всех элементарных сил. Эта



операция представляет серьезные математические трудности и здесь рассматриваться не будет.

Однако если тело имеет **простую симметричную форму**, то можно получить оценку величины полной силы вязкого трения, руководствуясь соображениями подобия.

Рассмотрим, например, движение шара радиусом  $r$  в жидкости (Рис. 4). Обозначим  $V$  скорость шара относительно жидкости. Из рисунка видно, что в непосредственной близости от шара скорость жидкости равна  $V$ , а по мере удаления уменьшается практически до нуля на некотором расстоянии  $\Delta r$ , тем большем, чем больше размер шара. Поскольку теория Ньютона линейна, то предположим, что  $\Delta V \sim V$ , и  $\Delta r \sim r$ .

Учтем далее, что площадь тела  $S \sim r^2$ . Значения всех коэффициентов пропорциональности могут быть получены лишь при строгом анализе всей задачи.

Очевидно, для тела с симметричной относительно оси движения формой вектор результирующей силы сопротивления будет направлен строго против вектора скорости движения.

### Таблица 1. Динамическая вязкость веществ

В этом случае для модуля силы получаем из формулы (1):

$$F \approx \eta \cdot \frac{\Delta V}{\Delta r} \cdot S \approx \eta \cdot \frac{V}{r} \cdot r^2 \approx \eta V r \quad (2)$$

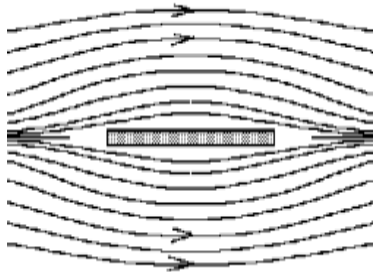


Рис.5. Обтекание диска, движущегося в своей плоскости.

В полученной формуле опущены все числовые коэффициенты - это правило, которому следуют при оценке результатов по порядку величины.

Известна и точная формула для шара, полученная, впрочем, только через полтора века (!) после результатов Ньютона (Дж. Стокс, 1851г.):  $F = 6 \pi \eta r V$  (3)

Для диска, движущегося в направлении своей плоскости (Рис.5) точный расчет дает:

$$F = (32/3) \eta r V \quad (4)$$

Для того же диска, но движущегося в направлении перпендикулярном своей плоскости (Рис.6), сила, как это и представляется из интуитивных соображений, становится немного больше:

$$F = 16 \eta r V \quad (5)$$

но это значение все-таки меньше, чем величина силы сопротивления для шара того же радиуса!

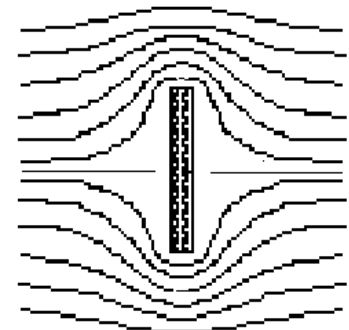


Рис.6. Обтекание диска, движущегося поперек своей плоскости.

В данной работе мы будем использовать первую из трех приведенных выше формул (**формулу Стокса**). Запомните эту формулу и обратите внимание, на то, что сила Стокса прямо пропорциональна скорости и характерному размеру тела, причем величины  $\eta$ ,  $r$  и  $V$  входят во все точные формулы в одной и той же комбинации  $F \sim \eta \cdot r \cdot V$  - это подтверждает правомерность физических оценок, основанных на соображениях размерности.

## ИДЕЯ ЛАБОРАТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА. РАБОЧАЯ ФОРМУЛА.

Метод Стокса, предлагаемый в данной работе для определения коэффициента динамической вязкости, основан на использовании режима так называемого **стационарного** движения. Искомая величина коэффициента вязкости исследуемой жидкости определяется при этом косвенным образом - по измерению скорости равномерного падения в ней маленького шарика.

Проанализируем ситуацию падения маленького тяжелого шарика в безграничной (помещенной в широкий сосуд) легкой жидкости. Для простоты будем считать, что на протяжении всего движения шарика обтекание остается ламинарным и можно пользоваться формулой Стокса для силы торможения. Поскольку стенки сосуда предполагаются бесконечно далекими от шарика, то можно пренебречь описанием движения снизу вверх объема жидкости, вытесненного телом.

Запишем уравнение движения шарика под действием силы притяжения  $mg$ , силы Архимеда  $F_A$  и силы вязкого трения  $6\pi\eta rV$ . В системе координат, показанной на рис.8, это уравнение имеет вид

$$m \frac{dV}{dt} = m g - F_A - 6\pi \eta r V \quad (7)$$

здесь  $F_A$ - сила Архимеда,  $r$  - радиус шара.

Еще не решая данного уравнения, можно в общих чертах предсказать характер движения шара. Действительно, на этапе начального движения с нулевой начальной скоростью сила вязкого трения будет пренебрежимо мала по сравнению с действующей на тело разностью сил:  $6\pi\eta rV \ll (mg - F_A)$ . В этом случае падение будет равноускоренным и ускорение будет тем большим, чем больше масса тела:  $a = (g - F_A/m)$ .

Видно, что массивное тело быстрее набирает скорость, чем легкое тех же размеров (камешек - быстрее комочка бумаги).

По мере нарастания скорости возрастающая сила сопротивления  $6\pi\eta rV$  приводит к уменьшению ускорения. Скорость продолжает нарастать, но движение становится более плавным, приближаясь к установившемуся равномерному (Рис.9). Это равномерное движение реализуется при таком максимальном значении скорости, когда сила Стокса уравнивает сумму силы притяжения и Архимедовой силы, то есть когда выполнится условие:

$$(mg - F_A) = 6\pi\eta rV.$$

Таковы самые общие соображения, полученные при анализе уравнения движения. Теперь решим уравнение движения.

Учитывая в выражении для сил размеры тела и плотности сред, предыдущее соотношение можно переписать уже так:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_b \frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_b - \rho_s) - 6\pi \eta r V \quad (8)$$

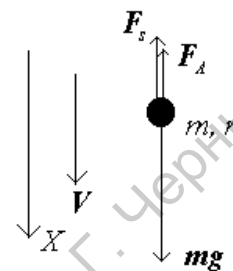


Рис. 8. К решению задачи о падении шара в среде

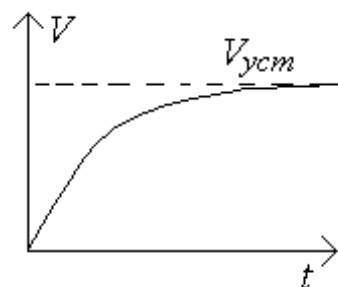


Рис.9. Качественная зависимость скорости падения шара от времени.

$\rho_b$  и  $\rho_s$  - плотности материала шара и среды соответственно. Это линейное дифференциальное уравнение первой степени с разделяющимися переменными относительно  $V$  и  $t$ . Его решение методом разделения переменных приводится ниже.

Для меньшей громоздкости последующих записей введем на время решения уравнения обозначения:  $a = 1 - \frac{\rho_s}{\rho_b}$ ,  $b = \frac{9\eta}{2gr^2\rho_b}$ .

Тогда уравнение примет вид:  $\frac{dV}{a - bV} = dt$

Произведя в нем замену переменных  $z = a - bV$ ,  $dz = -b \cdot dV$ ,  
получаем уравнение, более удобное для интегрирования:  $\frac{dz}{z} = -b \cdot dt$

Вычислим интегралы в обеих частях равенства:

$$\ln z = -bt + C, \quad \text{где } C - \text{ постоянная интегрирования.}$$

Получившееся выражение определяет семейство возможных решений уравнения движения. Конкретное решение можно получить, определив величину  $C$  по начальным условиям. Пусть эти условия будут самыми простыми:

при  $t=0$ ,  $V(0)=0$ .

Воспользовавшись этими условиями, получим  $C = \ln a$ .

Тогда  $\ln \frac{z}{a} = -bt$  или  $z = a e^{-bt}$ .

Переходя от временно введенных обозначений к исходным, получаем зависимость скорости падения тела от времени:

$$V = \frac{2(\rho_b - \rho_s)gr^2}{9\eta} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{9\eta}{2g\rho_b r^2} t\right) \right], \quad (\oplus)$$

уже изображенную ранее на рис. 9.

Для экспериментального определения коэффициента динамической вязкости можно не решать уравнение (8), а сразу учесть, что при установившемся режиме движения ускорение отсутствует ( $\frac{dV}{dt} = 0$ ). Тогда вместо дифференциального получаем алгебраическое уравнение

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_b - \rho_s) - 6\pi\eta r V = 0 \quad (9)$$

Если шарик падает равномерно, то  $V = L/t$ , где  $L$  и  $t$  - расстояние и время, за которое проходит это расстояние.

В эксперименте можно определить все шесть параметров  $g$ ,  $r_b$ ,  $r_s$ ,  $r$ ,  $t$  и  $L$ , определяющих коэффициент вязкости. Тогда легко получить искомую связь коэффициента вязкости  $\eta$  с измеряемыми физическими величинами:

$$\eta = \frac{2}{9}(\rho_b - \rho_s) \frac{g r^2}{L} t$$

**Эту формулу можно принять  
в качестве рабочей.**

Для проведения эксперимента исследуемая жидкость налита в закрепленный на штативе высокий стеклянный цилиндр. На стенки цилиндра наносятся две метки. **Первая** (верхняя) метка отмечает примерную границу начала практически равномерного падения. Для используемой в данной работе жидкости это 6...8 см от верхнего уровня (численное значение для такой оценки можно получить при анализе выражений для  $V(t)$  и  $X(t)$ ). **Вторая** (нижняя) метка наносится произвольно, но удобнее, если метки разнесены как можно дальше. Расстояние между метками  $L$  - базовое для измерения установившейся скорости по формуле равномерного движения  $V = L/t$ . Время пролета шарика между метками  $t$  измеряется **секундомером или электросекундомером**.

## МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Перед проведением работы возьмите у лаборанта несколько свинцовых шариков, микрометр или штангенциркуль (для измерения размеров шариков) и линейку (для измерения расстояния между метками).

1. Проведите измерения диаметров каждого из полученных шариков. Учитывая их возможную эллиптичность, проводите измерения по нескольким диаметрам. Запишите результаты всех измерений и вычислите среднее значение. Запишите в протокол и данные о погрешности измерительного прибора. Образец протокола см. в конце данного описания.
2. Нанесите метки или выберите две из уже имеющихся на сосуде. Измерьте расстояние между этими метками. Погрешностью такого измерения можно считать погрешность используемой линейки, примерно равную половине цены малого деления.
3. Перед непосредственным проведением измерений времени падения шарика возьмите один из шариков для предварительного наблюдения его падения в жидкости. Отпустите шарик в цилиндр и просто внимательно пронаблюдайте явление. Однако, с учетом предстоящих измерений, постарайтесь запомнить характерный темп падения.
4. Пронаблюдав явление, потренируйтесь включать и выключать секундомер. Для этого одной рукой проведите вдоль сосуда сверху вниз примерно с той же скоростью, с какой падал шарик, и с помощью секундомера измерьте время прохождения руки от одной метки до другой. Такая тренировка позволит Вам успешнее провести опыт с малым количеством шариков.
5. Начинайте опыты с шариками, записывая результаты для каждого из шаров, и после проведения измерений приступайте к окончательной обработке результатов эксперимента.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

Проводимая методика измерения вязкости относится к классу **косвенных измерений**, поскольку искомая величина определяется не непосредственно, а посредством расчета по рабочей формуле [3].

Вклад в результирующую погрешность получаемого значения коэффициента вязкости в различной степени вносят погрешности измерения каждой из физических величин, входящих в рабочую формулу.

Так, значение ускорения свободного падения  $g$  здесь можно считать физической постоянной ( $9,81 м/с^2$ ), а измерения плотностей вещества шариков и жидкости произведены заранее с известными погрешностями:

$$\rho_{св} = (11,35 \pm 0,005)10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_{жл} = (1,26 \pm 0,005)10^3 \text{ кг/м}^3$$

( при возможных заменах новые значения этих величин указаны в табличке на лабораторном столе рядом с установкой).

Приведенные погрешности измерения значений плотностей являются для данной работы **систематическими**.

Остается учесть **случайные** погрешности измерения интервала времени, расстояния и диаметра шариков, используя стандартные приемы (см., например, [3]). Однако, используемая в лабораторном практикуме методика не позволяет провести набор измерений с одним и тем же шариком - здесь каждый следующий опыт проводится с новым шариком. Для этого случая погрешности результата эксперимента можно оценить следующим образом, выделяя главные источники ошибок (см. в конце данного пособия):

1. Измерение расстояния между метками проводится лишь однажды и точность его около  $1 \text{ мм}/25 \text{ см} \approx 10^{-4}$ . Этой ошибкой можно пренебречь
2. Главный источник ошибки - погрешность измерения интервала времени. Оно определяется не столько точностью секундомера, сколько временем реакции. Измерьте его, включив и сразу же выключив секундомер.

3. Учтите возможность разброса размеров и несферичность используемых шариков по стандартной схеме (см. образец протокола)

Проведите измерения с каждым шариком и отдельно вычислите получаемое значение вязкости, подставляя в рабочую формулу средние значения входящих в нее параметров.

Вычислите среднее квадратичное отклонение полученных значений, а затем оцените среднюю погрешность всего эксперимента по приводимым в образце протокола формулам. В этих формулах величина  $\chi$  - коэффициент Стьюдента, учитывающий, что число проведенных опытов невелико [4]. Если число опытов три - четыре, значение коэффициента можно принять равным 3. Напомним, что при оценке погрешностей из представленных в формуле слагаемых достаточно учесть лишь те, значения которых отличаются от наибольшего не менее, чем в два раза [3].

## УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

Дополнительные сведения.

### Режимы гидродинамических течений.

И формула Ньютона, и следующая из нее формула Стокса имеют ограниченную область применения, поскольку предлагают простейшую - линейную, связь физических величин в сложной картине обтекания.

Как показывает опыт и более развитая теория, предположение о линейно нарастающих размерах пограничного слоя верны только при достаточно малых скоростях. На относительно больших скоростях движения возникают новые явления, не описываемые теорией Ньютона.

*Каждому приходилось видеть, как полощется на ветру флаг, как возникают за быстро движущейся рукой в ванне дорожки вихрей или "усы" на воде за движущимся катером.*

Обычно формула Стокса применима при оценке скорости движения в воде воздушных пузырей размером до нескольких миллиметров, для описания движения эритроцитов в кровеносных сосудах, медленного падения мелких шарообразных капель тумана в облаке или падения мороси. Использование формулы Стокса допустимо и для анализа взаимного движения поверхностей деталей, разделенных слоем смазки.

А вот движение ружейной пули или снаряда проходит уже через несколько стадий обтекания и практически ни в одной из них линейная теория неприменима. По той же причине неприменима она и при описании быстрого движения рыб, подводных лодок, кораблей и т.п.

*Выше сказанное заставляет нас внимательнее рассмотреть расплывчатое понятие больших или малых скоростей и обратиться к получению критерия применимости формулы Стокса.*

### Критерий смены режимов.

Существует несколько причин ограниченной применимости формулы Стокса. Так, по достижении некоторого значения относительной скорости силы вязкости настолько затормаживают жидкость вокруг тела, что она перестает успевать перетекать на обратную набегающему потоку сторону предмета. Тело начинает толкать эту жидкость перед собой, и в потоке возникнет новый тип сопротивления - его называют **лобовым или поршневым**. Кроме того, в искривленных слоях возникают центростремительные ускорения: слои по инерции срываются с плавно искривленных траекторий и начинают "налезать" друг на друга и далее перемешиваются, образуя вихри. В результате этого качественно изменяется структура потока - жидкость вокруг обтекаемого тела от слоистой (**ламинарной** - от лат. *laminatus*, "слоистый") структуры переходит в **турбулентный** - вихревой

режим (от лат. turbus, "вращающийся"). В приграничном слое жидкости возникают течения, направленные как по движению тела, так и против его движения. Эти течения нарушают картину плавного обтекания, а иногда могут изменить даже форму обтекаемого тела - меняется, например, форма паруса, прически, падающей капли.

Очевидно, что в этих явлениях наличие вязкости жидкости конкурирует с процессом динамического перемешивания слоев. Можно утверждать, что если работа сил трения между слоями на длине границы вдоль тела превышает кинетическую энергию ускоряющихся слоев, то инерционные явления будут гаситься и поток сможет оставаться ламинарным. В противном случае может возбуждаться турбулентное течение. Приняв эти соображения, запишем условие ламинарности потока в самом общем виде:

$$A_F > W_{kin} \rightarrow F \cdot l > \frac{1}{2} \rho V^2 l^3$$

Здесь  $l$  - характерный размер тела в поперечном движению направлении.

Используя формулу для силы Стокса, получим:

$$\eta V l^2 > \frac{\rho V^2}{2} l^3 \quad \text{или, опуская численные коэффициенты,} \quad \frac{\rho V l}{\eta} < 1.$$

$$\text{Безразмерная величина } Re = \frac{W_{kin}}{A_F} = \frac{\rho V l}{\eta} \quad (6)$$

называется **числом Рейнольдса** (Осборн Рейнольдс, англ., 1883г.).

Учитывая оценочный характер записанных соотношений (точное значение коэффициентов требует, строгого расчета), скажем, что общий сценарий перехода от ламинарного режима к турбулентному таков:

- при  $Re \ll 1$ , когда роль силы трения велика, течение с большой степенью надежности будет устойчивым, ламинарным;
- при  $Re \gg 1$ , когда роль трения мала, - турбулентным, неустойчивым;
- при значениях  $Re \sim 1$  характер течения требует более детального анализа.

Известно, например, что для шара переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при значениях  $Re \approx 2,5$ .

При больших значениях  $Re \sim 1,5 \cdot 10^5$  наступает резкое падение силы сопротивления - малоизученное до сих пор явление, называемое **кризисом сопротивления**, а затем, при скоростях, сравнимых со средними скоростями теплового движения молекул среды

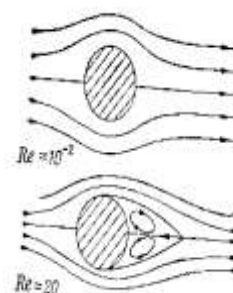


Рис. 7а. Обтекание шара при достаточно малых значениях числа Рейнольдса. Показано возникновение вихрей внутри пограничного слоя

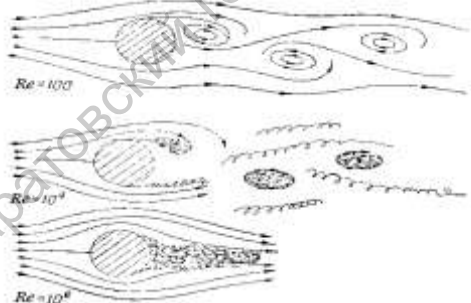


Рис. 7б. Обтекание шара при больших значениях числа Рейнольдса. Показано усложнение структуры пограничного слоя за счет отрыва вихрей.

( $Re \sim 1,5 \cdot 10^7$ ), начинается режим так называемого **волнового торможения**, называемый иначе режимом **сверхзвукового обтекания**. В этом режиме совершенно необходимым оказывается учет сжимаемости жидкости, а значительная доля энергии тела расходуется на создание волн в среде перед телом - тело догоняет и даже обгоняет созданные им волны. Так движется катер в воде, пуля, реактивный самолет.

Приведенные здесь и на следующей странице рис. 7а и 7б иллюстрируют различные моменты процесса возникновения турбулентности. А точные зависимости силы сопротивления от значения скорости и

от значения числа Рейнольдса изображены на графиках в конце описания

Для получения общего представления обо всех затронутых в данной работе режимах может оказаться полезной качественная картина полной зависимости силы сопротивления от скорости, приведенная в конце этой брошюры. Для дальнейшего ознакомления с удивительными реологическими явлениями обратитесь к дополнительной литературе, например [6,7,8].

### Задание к учебно-исследовательской работе

1. С использованием уже полученных данных о вязкости жидкости в цилиндре, уточните координату положения верхней метки на нем, доведя интегрирование уравнения движения до получения зависимости  $X(t)$  или  $V(X)$ .

2. Оцените число Рейнольдса для условий проводимого в работе эксперимента и проверьте, насколько точно выполняется в эксперименте условие ламинарности обтекания падающего шара.

3. Можно получить и более точную рабочую формулу, учитывающую инерционность жидкости и влияние стенок круглого сосуда радиусом  $R$  на движение жидкости при обтекании падающего шара радиусом  $r$  [5]:

$$\eta = \frac{2}{9}(\rho_b - \rho_s) \frac{g r^3}{L \left[ 1 + 2,4 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]} t$$

Разберитесь в выводе этой формулы.

4. На основании данных Ваших оценок и измерения параметров установки оцените критические размеры шаров, допустимых к использованию в данной установке. Проведите качественный эксперимент, подтверждающий Ваши выводы, подобрав соответствующие размеры шаров из имеющихся в лаборатории, но использующихся в других работах.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Что такое коэффициент динамической вязкости и каковы его размерность и характерные значения?
2. С какими явлениями связана и как возникает сила вязкого трения с позиции молекулярно-кинетических представлений? Почему вязкости газов ниже вязкости жидкости?
3. Получите формулу Стокса методом оценки. При каких условиях значение силы вязкого трения можно оценивать по формуле Стокса?
4. В чем заключается метод Стокса, какова цель и сущность эксперимента в данной лабораторной работе? Воспроизведите основные моменты получения зависимости скорости от времени ( $\oplus$ ) для случая падения шарика в вязкой среде. Получите рабочую формулу для определения коэффициента динамической вязкости.
- 5\*. Каков смысл числа Рейнольдса и какие явления возникают в условиях, когда формула Стокса неприменима? Приведите примеры наблюдения Вами различных режимов движения тела в среде.

### **Рекомендуемая литература:**

#### К основной части работы

1. Савельев И.В, Курс общей физики, т.1, -М.: Наука, Гл.ред.физ.-мат.лит. (любой год издания).
2. Кикоин И.К и Кикоин А.К, Молекулярная физика, М.:Физматгиз, (любой год издания).
3. Руководство к лабораторным занятиям по физике. Под ред. Л.Д.Гольдина, М.:Наука, (любой год издания).

#### К учебно-исследовательской работе

5. Коткин Г. Всплывающий воздушный пузырек и закон Архимеда. // журнал "Квант", 1, 1976. (При отсутствии в библиотеке, обращайтесь к лаборантам физического практикума).
6. Хилькевич С.С, Физика вокруг нас. Почему засасывает болото.// Библиотечка "Квант". -М.: Наука, 1985.
7. Фейнмановские лекции по физике, т.7 - Любой год издания.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.. Теоретическая физика, т. VI. Гидродинамика. -М.: Наука, Гл.ред.физ.-мат.лит. 1986., с.48 - 70.

### **Образец протокола измерений**

$$L = \dots \text{ см} \pm 1 \text{ мм}$$

$$t_{\text{реакции}} = \dots \text{ сек}$$

$$\sigma_L = 1 \text{ мм}$$

$$\sigma_t = t_{\text{ошибка}}$$

Шарик 1

$d_i$	$\bar{d}$	$\bar{d} - d_i$	$(\bar{d} - d_i)^2$	$\sigma_{d \text{ измер}}$
	.....			.....
$t_{\text{измер}} = \dots$			$\eta_1 = \dots$	

Шарик 2

$d_i$	$\bar{d}$	$\bar{d} - d_i$	$(\bar{d} - d_i)^2$	$\sigma_{d \text{ измер}}$
	.....			.....
$t_{\text{измер}} = \dots$			$\eta_2 = \dots$	

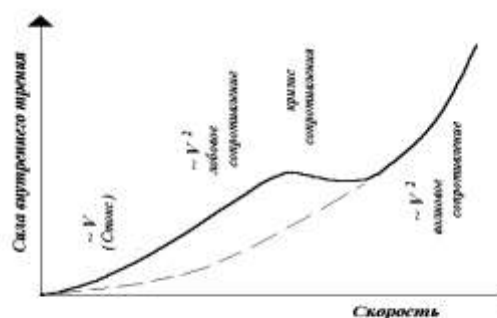
Шарик 3

$d_i$	$\bar{d}$	$\bar{d} - d_i$	$(\bar{d} - d_i)^2$	$\sigma_{d \text{ измер}}$
	.....			.....
$t_{\text{измер}} = \dots$			$\eta_3 = \dots$	

Итак,  $\bar{\eta} = \dots$   $\sigma^2_{\eta \text{ измер}} = \frac{\sum (\bar{\eta} - \eta_{\text{из}})^2}{N \cdot (N - 1)} = \dots$

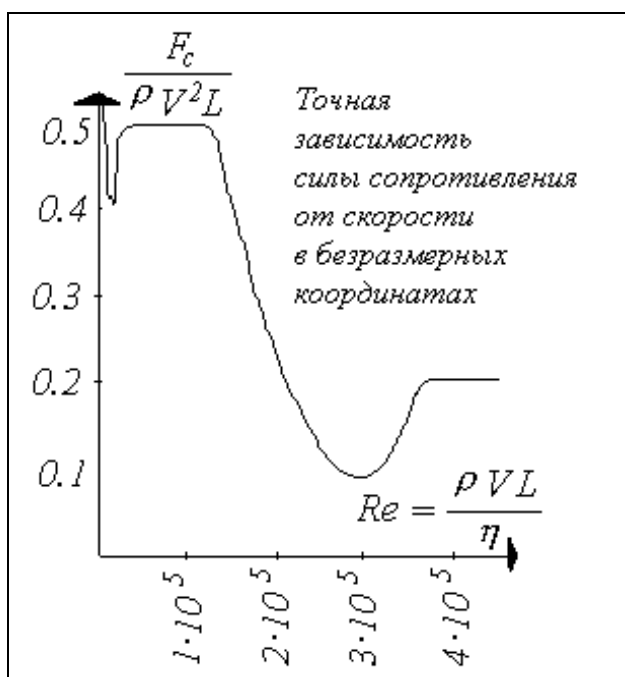
$$\sigma_{\eta} = \chi \cdot \bar{\eta} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\eta \text{ измер}}}{\bar{\eta}}\right)^2 + \sum \left(\frac{\sigma_i}{t_i}\right)^2 + \sum \left(\frac{\sigma_d}{\bar{d}_i}\right)^2} = \dots$$

Окончательно  $\eta = \dots \pm \dots \text{ Па} \cdot \text{с}$



Качественная зависимость силы внутреннего трения от скорости движения тела в среде





### Комплекс ЛКТ-9 Упражнение 6.

Определение вязкости воздуха по истечению из капилляра.

#### Технические характеристики установки

Напряжение питания 220В, 50Гц

Потребляемая мощность водонагревателя (электрочайник) 2кВт

#### Состав установки

1. Вольтметр стрелочный на приборной панели для измерения напряжения сети (0 – 250В)
2. Пневмосистема (кран-зажим и два штуцера, установленные внутри приборной панели). Нормальное положение крана – открытое, предохраняет пережимаемый силиконовый шланг от слипания.
3. Манометр на избыточное давление до 40 кПа (300мм.рт.ст.), установлен на приборной панели и входит в состав пневмосистемы. Исходное показание нулевое.
4. Секундомер. Управление секундомером осуществляется тремя кнопками. Кнопка "MODE" – выбор режима работы. В режиме секундомера кнопка ADVANCE поочередно запускает и останавливает отсчет времени. Если не сбрасывать отсчеты, то происходит суммирование измеряемых интервалов времени. Кнопка "SET", нажатая в процессе отсчета времени вместо кнопки "MODE", фиксирует показания дисплея, но не останавливает отсчета времени. При повторном нажатии этой кнопки показания дисплея будут соответствовать продолжающемуся отсчету времени. Кнопка "SET", нажатая при остановленном отсчете времени, сбрасывает (обнуляет) отсчет и показания дисплея.
5. Мультиметр с питанием от источника внутри приборной панели.
6. Калькулятор с питанием от собственной батареи.
7. Электроводонагреватель (чайник), используемый в качестве водяной бани и калориметра. Установлен на поддоне.



8. Баллон стеклянный объемом 1л, помещаемый в водонагреватель, с плотной крышкой с клапаном и штуцером для шлангов.
9. Баллон пластмассовый объемом 1л, на крышке которого смонтированы два штуцера для шлангов.
10. Шланги силиконовые длиной 600, 600 и 320мм.
11. Груша-помпа с винтовым зажимом и штуцером для шланга.
12. Дроссель-капилляр. Диаметр капилляра 0,26мм, длина 22мм.
13. Провода к мультиметру.
14. Термопара к мультиметру.
15. Мензурки на 1л и на 0,25л.
16. Флакон объемом 50мл со штуцером для шлангов на крышке.

**Перед началом практического этапа работы:**

1. Включить установку в сеть 220В для питания мультиметра. При этом вольтметр должен показать напряжение сети (коэффициент шкалы вольтметра 5В/дел).
2. Подключить термопару к мультиметру (черная – СОМ, красная – V $\Omega$ mA). При этом в состоянии измерения температуры мультиметр должен показывать значение комнатной температуры.

## Упражнение 6.

### Определение вязкости воздуха по истечению из капилляра.

Для измерения вязкости  $\eta$  часто используют формулу Пуазейля, которая определяет расход жидкости (объем в единицу времени) при ламинарном истечении через трубу диаметром  $d$  и длиной  $L$  при постоянной разности давлений  $(P - P_0)$  на концах трубы:

$$q = \frac{\pi \cdot (P - P_0)}{128 L \cdot \eta} \cdot d^4 \quad (1)$$

Вывод этой формулы общеизвестен (например, [1]). Применим формулу к прохождению воздуха из баллона с емкостью  $V_0$  через капилляр. Тогда  $P$  – текущее давление в баллоне,  $P_0$  – атмосферное давление. Главное препятствие непосредственного применения формулы состоит в том, что в результате вытекания газа давление в баллоне постоянно падает. Однако при изотермическом (медленном) расширении газа в результате истечения из баллона величину  $\frac{dV}{dt} = q$  можно связать со скоростью изменения дав-

ления посредством формулы  $\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{V} \cdot \frac{dV}{dt}$ , полученной путем дифференцирования формулы газового

состояния. Далее, учитывая, что измерение давления удобнее в будущем эксперименте, чем измерение объема, перепишем формулу Пуазейля

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\pi \cdot (P - P_0) \cdot d^4}{128 L \cdot \eta} \frac{P}{V}$$

Ламинарное истечение газа из объема возможно лишь при небольших перепадах давления  $(P - P_0)$  и достаточно большом значении начального объема  $V_0$ , по сравнению с объемом, вытекающим за время наблюдения. Значит, в правой части полученного уравнения можно считать  $V=V_0$  и  $P=\langle P \rangle$  – давление, среднее за время измерения. Тогда получаем уравнение, удобное для экспериментального использования:

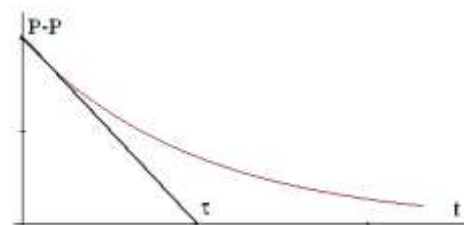
$$\frac{dP}{dt} = -\frac{(P - P_0)}{\tau}, \text{ где введено обозначение:}$$

$$\tau = \frac{128 L \cdot \eta \cdot V_0}{\pi \cdot \langle P \rangle \cdot d^4}$$

Интегрирование дает экспоненциальную зависимость избыточного давления  $(P - P_0)$  от времени истечения

газа:  $(P - P_0) = (P - P_0)_{нач} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ . Измеряя данную

зависимость в эксперименте, можно определить значение постоянной времени  $\tau$ , проводя подкастельную к графику (см. рис.), и уже по ней определить коэффициент вязкости.



1. С помощью шлангов подключить баллон с двумя штуцерами одним штуцером к груше-помпе, другим – к штуцеру Ш1 пневмосистемы.

2. К выходному концу пневмосистемы, через штуцер Ш2 подключить дополнительный шланг (длинный!) с дросселем на конце. Дроссель аккуратно (капилляр!) вставляется в конец шланга на 10–15мм капилляром внутрь шланга.

3. Перекрыть кран К1.

4. Грушей накачать в баллон воздух до избыточного давления не превышающего 250мм.рт.ст, после чего перекрыть шланг со стороны груши зажимом.

5. через 1...2 мин измерить установившееся в объеме "баллон-пневмосистема" начальное избыточное давление.

5. Приготовиться к записи значений избыточного давления по манометру от текущего времени, измеряемого секундомером. Особенно точными должны быть измерения в самом начале кривой (см. рис)!

$\Delta P$ , мм.рт.ст.	$\Delta P$ , Па.	$\ln \Delta P$	t, мин, с	t, с
------------------------	------------------	----------------	-----------	------

Серия при комнатной температуре				
...				
Значение $\tau$			Значение $\eta$	
Серия при температуре воздуха 70°C				
...				

6. Открыть кран К1 и начать измерения при комнатной температуре, заканчивая при значении избыточного давления примерно вдвое меньшем начального..
7. Провести серии измерений не менее трех раз.
8. Провести далее аналогичные серии измерений, опустив шланг с дросселем в емкость с горячей водой (чайник) при трех фиксированных температурах, измеряемых с помощью термопары. При необходимости воду аккуратно подогреть. Следить за тем, чтобы газ из баллона выходил не в воду, а в воздух. Вместе с тем дроссель не должен остывать.
9. Нанести данные одной из серий эксперимента на график, аналогичный изображенному на рисунке.
10. Произвести измерения вязкости по построению подкасательной.
11. Перестроить измеренные данные в полулогарифмическом масштабе  $\ln(P - P_0)$ .
12. Построить все данные в новом масштабе и определить значения  $\tau$  для каждой серии как коэффициенты наклона прямых, усредненных по каждой серии.
13. Сравнить результаты определения коэффициента вязкости двумя способами.
14. Получить таблицу значений коэффициента вязкости газа для различных температур.

### Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука. 1989. §§ 4...8, 97.
2. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высшая школа. 1981. §§ 50, 52.
3. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. М.: Наука. 1969. §§ 109, 112, 113.

(Комплекс ЛКТ-2)

Упражнение 15.

Вязкость воздуха по истечению из капилляра

Цель работы: **определение коэффициента вязкости воздуха и числа Рейнольдса при разных температурах.**

*Примечание. При подготовке к работе рекомендуется познакомиться с текстом "Явления переноса. Основы теории к циклу работ"*

**КРАТКАЯ ТЕОРИЯ**

Накачаем в баллон объемом  $V_0$  газ и будем «сравливать» его в атмосферу через капилляр диаметром  $d$  и длиной  $L$ . Если перепад давлений внутри сосуда  $P$  и атмосферного  $P_0$  мал ( $P - P_0 \approx P$ ), и течение газа в капилляре ламинарное, то расход газа определяется его вязкостью  $\eta$ :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi d^4 (P - P_0)}{128L\eta}, \quad (1)$$

а падение давления в баллоне описывается изотермическим процессом с убывающей массой газа:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{V} \frac{dV}{dt}.$$

При небольших перепадах давления можно заменить  $P$  на среднее за время наблюдения значение  $\langle P \rangle$ . В результате получим

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{(P - P_0)}{\tau},$$
$$\tau = \frac{128L\eta V_0}{\pi d^4 \langle P \rangle},$$

откуда следует, что перепад давлений  $\Delta P = (P - P_0)$  убывает по экспоненте с постоянной времени  $\tau$ :

$$\Delta P = \Delta P_{\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Угловой коэффициент графика зависимости  $\ln(\Delta P)$  от времени даст значение  $\tau$ , по которому можно найти вязкость:

$$\eta = \frac{\pi d^4 \langle P \rangle \tau}{128LV_0} \quad (2)$$

Если температура  $T$  газа в капилляре отличается от температуры  $T_0$  газа в баллоне, то объем прошедшего через капилляр газа равен  $V = V_0 T / T_0$ , и расчетная формула для вязкости

$$\eta = \frac{\pi d^4 \langle P \rangle \tau T_0}{128LV_0 T} \quad (3).$$

При больших  $\Delta P$  течение газа в капилляре будет турбулентным. Зависимость  $\ln(\Delta P)$  от времени также будет линейной, но с меньшим наклоном. По излому графика можно определить изменение типа течения. Критерием типа течения является значение числа Рейнольдса

$Re = \frac{\rho v r}{\eta}$ , где  $r$  - радиус капилляра,  $v$  - средняя скорость газа,  $\rho$  - плотность газа

(при нормальных условиях  $\rho_{\text{возд}} = 1,3 \text{ кг/м}^3$ ). Течение в капилляре ламинарно при  $Re < 1000$ . Поскольку  $\frac{dV}{dt} = v \frac{\pi d^2}{4}$ , имеем  $Re = \frac{\rho d^3 \Delta P}{64 L \eta^2}$ .

При диаметре капилляра  $d=0,4 \text{ мм}$  и длине капилляра  $L=40 \text{ мм}$ , получим  $Re=1000$  при  $\Delta P=100 \text{ мм/рт.ст.}$  Для расчетов по результатам эксперимента число Рейнольдса

$$Re_{\text{крит}} = \frac{\rho d^3 \Delta P_{\text{крит}}}{64 L \eta^2}, \quad (4)$$

а  $\Delta P_{\text{крит}}$  определяется по положению излома на зависимости  $\ln(\Delta P)$  от времени.

## ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

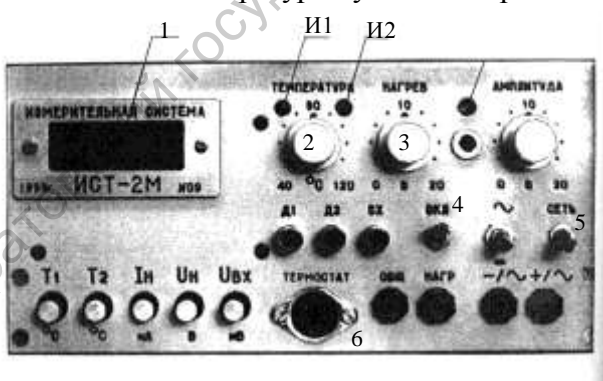
Для проведения измерений используются:

а) модуль ГАЗ-ЖИДКОСТЬ. На рис. 1 цифрами отмечены основные элементы модуля: 1- автоклав с мерной трубкой и отсчетной линейкой; 2- манометр на 300 мм. рт. ст.; 3- разветвитель с 4 штуцерами ; 4 – два крана с 2 штуцерами; 5- электронный секундомер; 6- разъем для подключения измерительного блока и электропитания нагревательного элемента автоклава.

б) измерительная система ИСТ-2М (см. рис.). Цифрами отмечены следующие основные элементы системы используемые при проведении измерений:

1- цифровой индикатор отображающий измеряемое (текущее) значение температуры;

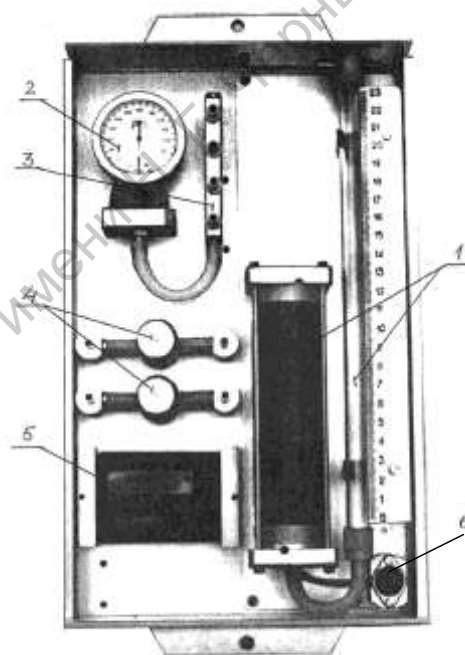
2- регулятор установки температуры автоклава «ТЕМПЕРАТУРА» в пределах  $40-120^{\circ} \text{С}$ . Для контроля режима термостатирования используется два индикатора И1, И2. Если горит индикатор И1 (красный), то текущая температура автоклава меньше или больше температуры установленной регулятором «ТЕМПЕРАТУРА». Если кроме И1 горит зеленый индикатор И2, то автоклав переходит в режим термостатирования и его температура будет поддерживаться постоянной около значения установленного регулятором «ТЕМПЕРАТУРА». Точное значение температуры автоклава отображается на цифровом индикаторе 1.



5- тумблер включения измерительного блока в сеть.

6- разъем «Термостат» для подключения измерительного блока к автоклаву.

**Внимание:** При проведении измерений кнопка  $T_1$  должна быть нажата, а кнопка  $T_2$  - отжата. Остальные кнопки и разъемы в данной работе не используются.



3- ручка регулировки напряжения питания нагревателя автоклава

4- тумблер включения нагревателя автоклава. При поднятой рукоятке (положение «ВКЛ») подается напряжение на нагревательный элемент.

в) воздушный компрессор для закачки воздуха в баллоны. Компрессор имеет тумблер включения- выключения и ручку регулировки давления на выходе компрессора. Крайнее левое положение ручки соответствует минимальному давлению, крайнее правое – максимальному.

г) комплект баллонов общим объемом  $V_0=4,2$  литра.

д) комплект заглушек для штуцеров

е) комплект дросселей (рис. 3). Каждый дроссель имеет номер совпадающий с числом канавок на штуцере. Так штуцер №1 имеет одну канавку, штуцер №2 – 2 канавки и т.д.

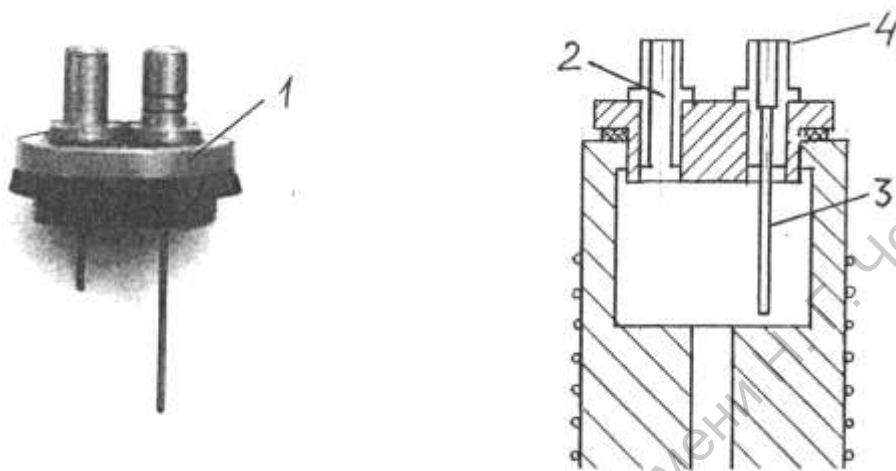


Рис. 3

## ПОДГОТОВКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ К ИЗМЕРЕНИЯМ

**Внимание: сборка и разборка экспериментальной установки производится только при выключенном сетевом питании.**

- 1) Выверните заглушку на верхнем торце автоклава.
- 2) Если в мерной трубке и автоклаве присутствует вода - слейте ее в емкость. Для этого осторожно освободите мерную трубку из держателей и, наклонив, слейте воду через отверстия в верхней части. Установите мерную трубку на место.
- 3) Установите две заглушки на штуцеры в верхней части мерной трубки.
- 4) Вместо заглушки автоклава установите блок дросселей, аккуратно ввернув его по часовой стрелке до упора.
- 5) Соедините кабелем разъемы автоклава и измерительного блока (разъем 6 (рис. 1) и разъем «Термостат» (рис.2) соответственно).
- 6) Соедините шлангами штуцеры разветвителя, краны, блок дросселей и баллоны по схеме показанной на рис. 4. К разветвителю манометра подключаются: компрессор (через кран К1 и штуцер с буквой К), два баллона общей емкостью 4,2 л (через штуцеры с буквами Б), полость автоклава (через штуцер дросселя №0). Соедините капилляр (дроссель №3) через второй кран К2 с атмосферой. Остальные дроссели заглушите пробками.

## ПРОВЕДЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

### Упражнение 1

### ВЯЗКОСТЬ ВОЗДУХА ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Включите питание измерительного блока (тумблер «Сеть»). На цифровом индикаторе должно отображаться значение температуры автоклава. Кран К2 закройте поворотом по часовой стрелке до упора, а кран К1 откройте.

Ручку регулировки давления компрессора установите на минимальное значение и включите компрессор. Увеличивая давление компрессора накачайте в систему воздух до давления  $\Delta P = 160-240$  мм рт. ст. по

шкале манометра. Закройте кран компрессора К1 и выключите компрессор. Откройте кран К2 (капилляра) и снимите зависимость давления  $\Delta P$  от времени в диапазоне изменения от  $\Delta P_{\text{нач}}$  до  $\Delta P_{\text{кон}}$ .  $\Delta P_{\text{нач}}$  выбирается равным 140-200 мм рт. ст.,  $\Delta P_{\text{кон}} - 20$  мм рт. ст.. При подходе давления к  $\Delta P_{\text{нач}}$ , включите секундомер и снимайте показания времени для последовательных значений  $\Delta P$  с интервалом 10 мм рт. ст.

Результаты измерений занесите в таблицу 1. Там же укажите значения температуры датчика и геометрические размеры капилляра дросселя №3.

**Таблица №1**

Температура T=

Капилляр: d= \_\_\_\_\_ мм, L= \_\_\_\_\_ мм.

$\Delta P$ , мм рт. ст.	$\ln(\Delta P)$	t, с

По данным таблицы 1 постройте график зависимости  $\ln(\Delta P)$  от времени, выделите линейные участки и определите постоянные времени  $\tau = -\Delta(\ln \Delta P)/\Delta t$ . По значению  $\tau$  для ламинарного течения определите вязкость газа (2). По положению излома зависимости  $\ln(\Delta P)$  от времени оцените величину  $Re_{\text{крит}}$  (4).

#### Упражнение 2

### **ВЯЗКОСТЬ ВОЗДУХА ПРИ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ**

Измерения вязкости воздуха при высокой температуре производится как в упражнении 1. Однако, после закачки воздуха в баллоны и закрытии кранов К1 и К2, автоклав нагревается до заданной температуры T. Для этого установите регулятор «Температура» измерительной системы (поз. 2, рис.2) в положение 90°. Регулятор нагрева (поз. 3, рис.2) установите на значение из диапазона 14-16 В. Включите нагрев автоклава тумблером «Вкл» (поз. 4, рис.2). Нагрев проводится до тех пор пока не наступит режим термостатирования (загорится зеленый индикатор И2). После этого фиксируются показания температуры T и проводятся измерения. Результаты измерений оформляются как в упражнении 1, расчет величины  $\eta$  проводится по формуле (3).

**По завершению измерений:** выключите нагрев автоклава, регуляторы «Температура», «Нагрев» и давления компрессора установите в крайнее левое положение. Дождитесь охлаждения автоклава до температуры 40-50° С, выключите измерительный блок, отсоедините все шланги и заглушки. Вместо блока дросселей установите заглушку автоклава. Краны К1 и К2 откройте.

### **Литература**

1. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. – М.:Наука. 1976. §§ 40-43.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. – М.: Наука. 1989. § 90.
3. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.:Высшая школа. 1981. §§ 52, 53.
4. Рейф Ф. Статистическая физика. – М.:Наука. 1972. Гл. 8, § 8.4.
5. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. – М.:Наука. 1969. §§ 108, 111, 113.



## Комплекс ЛКТ-2

### Упражнение 20

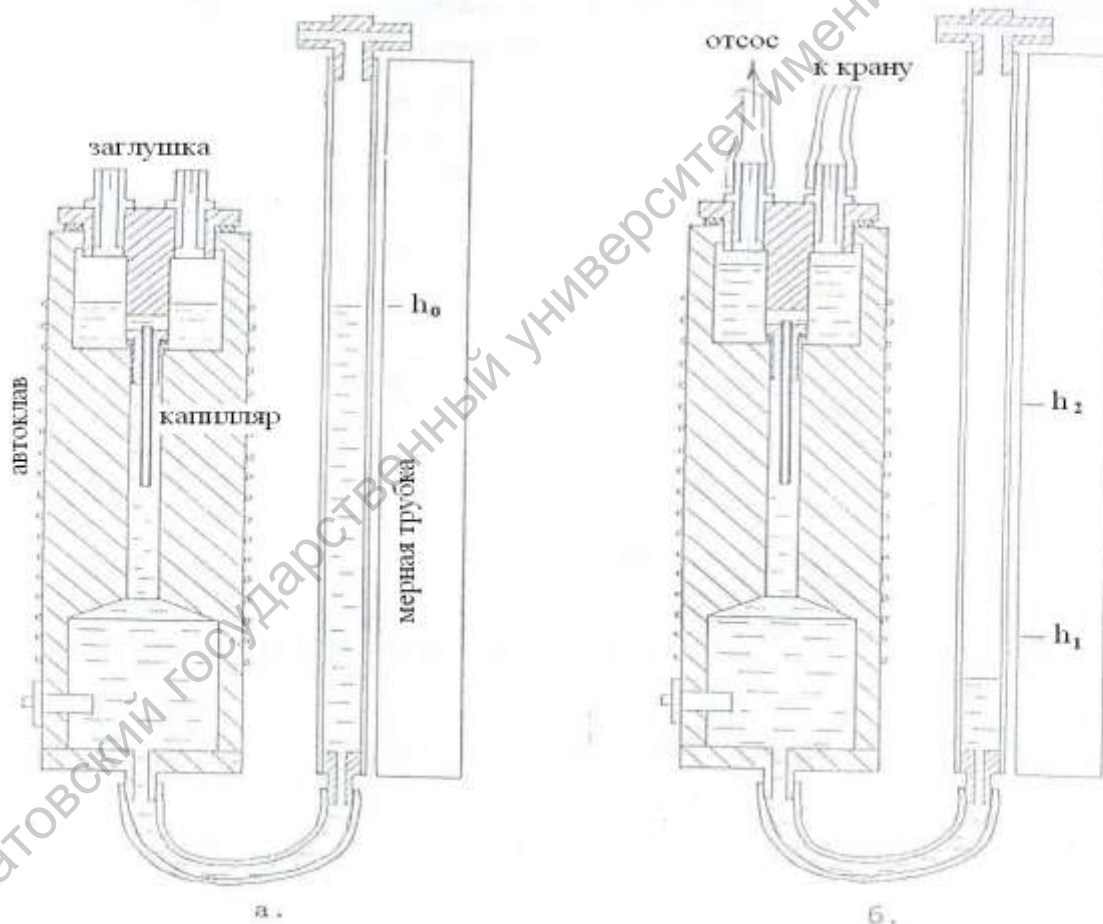
#### Измерение коэффициента динамической вязкости жидкости по истечению из капилляра

*Примечание. При подготовке к работе рекомендуется познакомиться с текстом "Явления переноса. Основы теории к циклу работ"*

#### Краткая теория.

Для измерения вязкости  $\eta$  часто используют формулу Пуазейля, которая определяет расход жидкости (объем  $V$  в единицу времени) при ламинарном истечении через трубу (капилляр) диаметром  $d$  и длиной  $L$  при постоянной разности давлений  $(P - P_0)$  на концах трубы: 
$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi \cdot (P - P_0)}{128 L \cdot \eta} \cdot d^4$$
. Вывод этой формулы общеизвестен (например, [1]).

Применим эту формулу к нашей экспериментальной установке с капилляром-вискозиметром собранной по схеме, изображенной на рисунке.



Здесь капилляр установлен в автоклаве, в который заливается исследуемая жидкость. При давлении верхней части автоклава равном атмосферному давлению жидкость заливается до определенного начального уровня  $h_0$ , который фиксируется отсчетом по мерной трубке. Если теперь давление в верхней части сделать меньшим (перекрывать кран и включить отсос), то на концах капилляра возникает перепад давлений и жидкость через капилляр начинает перетекать из нижней части – в верхнюю. При этом перепад давлений на концах капилляра будет определяться разностью отсчетов  $\Delta h = h_0 - h$  мерной трубки и вы-

числяться по формуле  $\Delta P = \rho g (h_0 - h) \cdot \left(1 + \frac{s}{S}\right)$ , где  $s = 0,75 \text{ см}^2$ ,  $S = 6,2 \text{ см}^2$  – сечения площадей мерной трубки и расширительной полости автоклава, соответственно,  $\rho$  – плотность жидкости,  $g$  – ускорение свободного падения.

Для дальнейшего применения формулы Пуазейля выразим скорость протекания жидкости как  $\frac{dV}{dt} = s \frac{dh}{dt}$ . Тогда формула запишется как дифференциальное уравнение относительно функции  $h(t)$ :

$s \frac{dh}{dt} = \frac{\pi \cdot \Delta P(h)}{128 L \cdot \eta} \cdot d^4$ . Разделяя переменные, не трудно получить решение, которое имеет вид

$h - h_0 = \text{Const} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ , где постоянная времени  $\tau$  равна

$$\tau = \eta \frac{128 s L}{\pi d^4 \rho g \cdot \left(1 + \frac{s}{S}\right)}$$

и содержит искомую вязкость жидкости  $\eta$ .

Эту же постоянную времени  $\tau$  можно определить экспериментально, измеряя время

$\Delta t$  прохождения жидкостью расстояния между уровнями  $h_1$  и  $h_2$ . Тогда, согласно формуле решения, по-

стоянную времени можно выразить как  $\tau = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}\right)}$

Сравнивая теоретическое и экспериментальное значения постоянной времени, получаем для искомого значения вязкости жидкости

$$\eta = \tau \frac{\pi d^4 \rho g \cdot \left(1 + \frac{s}{S}\right)}{128 s L}$$

### Описание экспериментальной установки

Для проведения измерений используются:

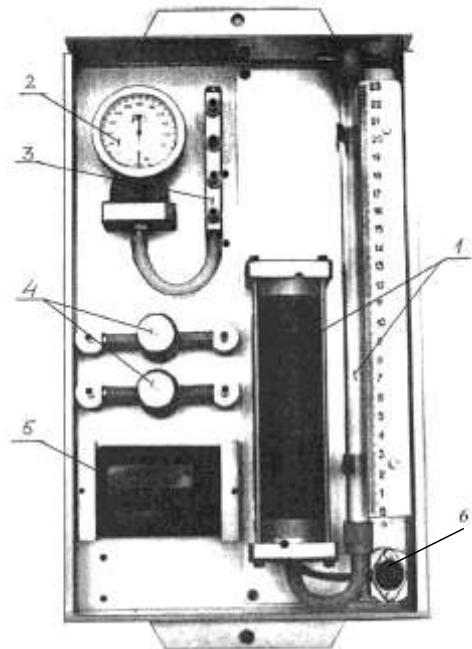
а) модуль ГАЗ-ЖИДКОСТЬ. На рисунке цифрами отмечены основные элементы модуля: 1- автоклав с мерной трубкой и отсчетной линейкой; 4 – два крана с 2 штуцерами; 5 - электронный секундомер; 6- разъем для подключения измерительного блока и электропитания нагревателя автоклава.

**Манометр 2 и разветвитель 3 с четырьмя штуцерами (в данной работе не используются!);**

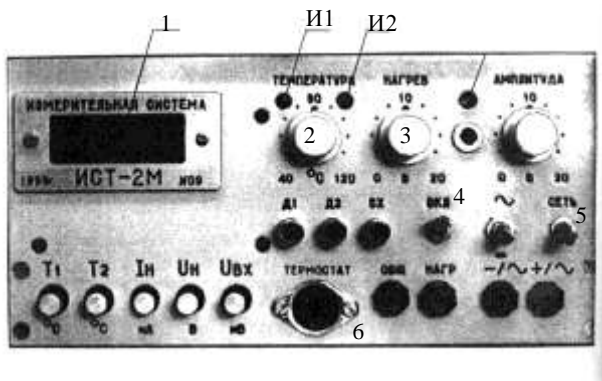
б) измерительная система ИСТ-2М (см. рис. ниже). Цифрами отмечены следующие основные элементы системы, используемые при проведении измерений:

7- цифровой индикатор, отображающий измеряемое (текущее) значение температуры;

8- регулятор установки температуры автоклава «ТЕМПЕРАТУРА» в пределах 40-120<sup>0</sup> С. Для контроля режима термостатирования используется два индикатора И1, И2. Если горит индикатор И1 (красный), то текущая температура автоклава меньше или больше температуры установленной регулятором «ТЕМПЕРАТУРА». Если кроме



И1 горит зеленый индикатор И2, то автоклав переходит в режим термостатирования и его температура будет поддерживаться постоянной около значения установленного регулятором «ТЕМПЕРАТУРА». Точное значение температуры автоклава отображается на цифровом индикаторе 1.



- 9- ручка регулировки напряжения питания нагревателя автоклава
- 10- тумблер включения нагревателя автоклава. При поднятой рукоятке (положение «ВКЛ») подается на-

пряжение на нагревательный элемент.

11- тумблер включения измерительного блока в сеть.

12- разъем «Термостат» для подключения измерительного блока к автоклаву.

**Внимание: При проведении измерений кнопка  $T_1$  должна быть нажата, а кнопка  $T_2$  - отжата.** Остальные кнопки и разъемы в данной работе не используются.

в) заглушка с капилляром-вискозиметром и двумя штуцерами

г) резиновая груша со шлангом для отсоса воздуха из автоклава.



**Внимание: сборка и разборка экспериментальной установки производится только при выключенном сетевом питании.**

### Подготовка экспериментальной установки

#### к измерениям

- 7) Выверните заглушку на верхнем торце автоклава.
  - 8) Залейте с помощью лейки (возьмите у инженера) в автоклав воду до уровня  $h_0 = 103 \text{ мм}$  по шкале линейки мерной трубки.
  - 9) Вместо заглушки автоклава установите капилляр-вискозиметр, аккуратно ввернув его по часовой стрелке до упора.
  - 10) Соедините кабелем разъемы автоклава и измерительного блока и разъем «Термостат»
  - 11) Присоедините резиновую грушу со шлангом к левому штуцеру крана К1. Правый штуцер этого крана соедините с одним из штуцеров капилляра-вискозиметра. Свободный штуцер капилляра-вискозиметра соедините с краном К2.
  - 12) Оба крана предварительно откройте.
- Установка собрана.

#### Проведение измерений

1. Включите питание измерительного блока (тумблер «Сеть»). На цифровом индикаторе должно отображаться значение температуры автоклава. Кран К2 закройте поворотом по часовой стрелке до упора, а кран К1 откройте.
2. Отсасывая грушей воздух из верхней части автоклава, добейтесь опускания уровня жидкости до отметки 0–5мм и перекройте кран груши К1.

3. Выберите начальное и конечное значения уровней. Рекомендуемые значения  $h_1 = 10 \text{ мм}$ ,  $h_2 = 70 \text{ мм}$ . Откройте кран К2 и определите по секундомеру интервал времени  $\Delta t$  прохождения жидкостью расстояния между уровнями  $h_1$  и  $h_2$ . Запишите измеренные значения времени и температуры (в этом опыте – комнатная).
4. Проведите измерения не менее трех раз и найдите среднее значение  $\langle \Delta t \rangle$  для этой температуры.
5. Проведите аналогичные измерения для температур жидкости  $40^\circ\text{C}$ ,  $60^\circ\text{C}$ ,  $80^\circ\text{C}$ . Для этого устанавливайте регулятор "Температура" измерительной системы на эти значения. Регулятор нагрева устанавливайте на значения 14-16В. Включите нагрев автоклава тумблером "ВКЛ". Нагрев автоклава производится до тех пор, пока не наступит режим термостатирования (загорится красный индикатор И2). После этого фиксируются показания температуры и производятся измерения.
6. Результаты измерений заносите в таблицу. Там же укажите значения температуры датчика и геометрические размеры капилляра-вискозиметра.

### Таблица №1

Температура  $T =$  \_\_\_\_\_

Капилляр:  $d =$  \_\_\_\_\_ мм,  $L =$  \_\_\_\_\_ мм.

$T, ^\circ\text{C}$				
$h_0, \text{мм}$				
$h_1, \text{мм}$				
$h_2, \text{мм}$				
$\Delta t, \text{с}$				
$\eta, 10^{-4} \text{Па}\cdot\text{с}$				

7. Постройте график зависимости вязкости жидкости от температуры

**По завершению измерений:** выключите нагрев автоклава, регуляторы «Температура», «Нагрев» установите в крайнее левое положение. Дождитесь охлаждения автоклава до температуры  $40\text{-}50^\circ\text{C}$ , выключите измерительный блок, отсоедините все шланги. Вместо блока капилляр-вискозиметра установите заглушку автоклава. Краны К1 и К2 откройте.

### Вопросы для самопроверки

1. Что такое коэффициент динамической вязкости и каковы его размерность и характерные значения?
2. С какими явлениями связана и как возникает сила вязкого трения с позиции молекулярно-кинетических представлений? Почему вязкости газов ниже вязкости жидкости?
3. Получите формулу Пуазейля. При каких условиях значение силы вязкого трения можно оценивать по этой формуле?
4. Каков смысл числа Рейнольдса и какие явления возникают в условиях, когда формула Пуазейля неприменима? Приведите примеры наблюдения Вами различных режимов движения тела в среде.

### Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.2. Термодинамика и молекулярная физика. – М.:Наука.1989. § 99-99.
3. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.:Высшая школа. 1981. §§ 49, 50.

## Комплекс ЛКТ-2

### Упражнение 21

#### Измерение коэффициента теплопроводности металлов

#### Упражнение 21

#### Измерение коэффициента теплопроводности металлов

*Примечание. При подготовке к работе рекомендуется ознакомиться с текстом "Явления переноса. Основы теории к циклу работ"*

**Цель эксперимента:** измерение коэффициентов теплопроводности различных металлов.

#### Метод измерения

Для определения теплопроводности образца измеряется мощность нагрева и установившаяся разность температур двух точек образца, разнесенных на расстояние 65 мм. Для уточнения тепловой мощности поступающей в образец определяется мощность потерь в окружающую среду.

#### Рабочая формула

Уравнение теплопроводности Фурье имеет вид:  $q = -\alpha \frac{dT}{dx}$ , где  $q$  - тепловой поток

(Вт/м<sup>2</sup>),  $\frac{dT}{dx}$  - градиент температуры,  $\alpha$  - коэффициент теплопроводности.

В нашем случае измеряется тепловая мощность  $W = qS$ , где  $S$  - площадь поперечного сечения образца, а градиент температуры может быть записан как  $\frac{T_2 - T_1}{h}$ , где  $T_2, T_1$  - температуры горячей и холодной частей образца,  $h$  - расстояние между точками, в которых измеряется температура (предполагается, что боковые потери тепла отсутствуют). Тогда получаем:

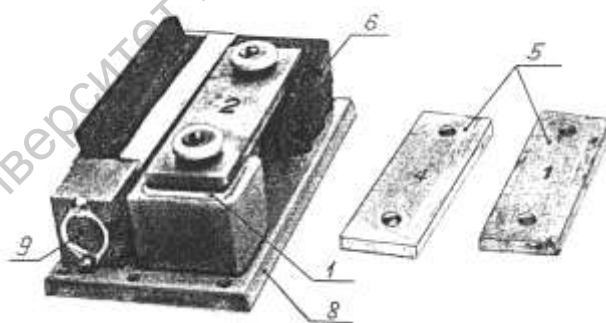
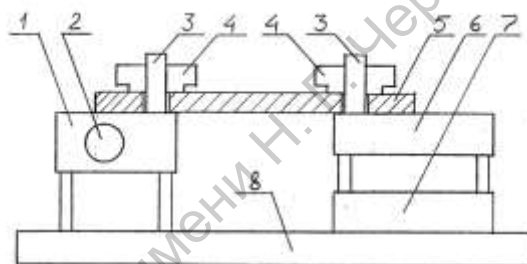
$$\frac{W}{S} = -\alpha \frac{T_2 - T_1}{h}; \quad \alpha = \frac{Wh}{(T_1 - T_2)S}.$$

Для учета части мощности, рассеивающейся с поверхности образца, измеряется мощность потерь  $W'$ . Окончательная формула имеет вид:

$$\alpha = \frac{(W - W')h}{(T_1 - T_2)S}.$$

#### Описание установки

Модуль 02 «Теплопроводность металлов» (в правой части установки ЛКТ-2) изображен на рисунке. Модуль содержит нагреватель 1 с теплопроводящим элементом 2 и радиатор 6 с вентилятором 7. Исследуемые образцы – металлические пластины 5 закрепля-



ются на нагревателе и радиаторе с помощью винтов 3 и гаек 4. Внутри винтов находятся диодные датчики температуры. Все элементы модуля установлены на основании 8. Нагреватель, вентилятор и датчики через разъем 9 подключаются к измерительной системе.

### Принадлежности и оборудование.

Пластины; шайбы (могут находиться на винтах модуля; перчатка х/б; глицерин; спичка (чистая палочка); салфетка; кабель с магнитофонными разъемами.

### Действия при проведении измерения

(для успешного проведения эксперимента не проявляйте опережающих действий, действуйте строго по приводимой инструкции, не пропуская пунктов!)

1. Прочтите описание измерительной системы установки ЛКТ-2 и ознакомьтесь с краткими сведениями по изучаемому явлению. Если вы уже сделали это, переходите к пункту 2.

Минимальное время проведения одной серии измерений – около 50-ти минут. Для проведения простейшей статистической обработки необходимы результаты не менее трех серий!  
Прежде, чем приступить к проведению очередной серии измерений убедитесь, что Вы располагаете необходимым временем!

2. Разметьте лист протокола измерений примерно так (около 10-ти строк):

Тема 21. **Прямое измерение коэффициентов теплопроводности металлов.**

Дата \_\_\_\_\_ Фамилии исследователей \_\_\_\_\_

Материал:

$h = 0,065 \text{ м}$  ,  $S = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$

#### 1. Измерение разности температур и тепловой мощности. Расчет коэффициента теплопроводности

$T_1, ^\circ\text{C}$	$T_2, ^\circ\text{C}$	$\Delta T, ^\circ\text{C}$	$I_n, \text{ А}$	$U_n, \text{ В}$	$W, \text{ Вт}$	$\alpha, \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$

#### 2. Измерение мощности потерь

$T', ^\circ\text{C}$	$I_n, \text{ А}$	$U_n, \text{ В}$	$W', \text{ Вт}$

Справочные данные для чистых металлов ( $\alpha$  - для температуры 300 К)

Материал	Алюминий	Латунь	Сталь	Нерж.сталь
Номер	1	2	3	4
сечение	4,8x30 мм	5,0x30 мм	5,9x30 мм	7,8 x30 мм
$\alpha, \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	180...210	70...120	40...48	

### Последовательность действий по проведению опыта

- Отвинтить гайки 4, снять алюминиевые шайбы.
- Нанести по две капли глицерина на поверхность печи 1 и радиатора 6 (осторожно и экономно).
- Взять одну из металлических пластин-образцов из гнезда слева от печи и радиатора.
- Установить пластину на штырях.
- Капнуть глицерин на место контакта гаек с пластиной.
- Закрутить гайки, прижав пластину.
- Подключить измерительный блок к модулю через разъем 9.
- Убедитесь что тумблеры "СЕТЬ" и "ВКЛ" на лицевой панели измерительной системы находятся в положении – вниз. Возьмите кабель с магнитофонными разъемами и соедини-

те посредством него измерительную систему и печь-термостат. Убедитесь, что провод на задней стенке лабораторного комплекса ЛКТ-2 включен в сеть. Включите установку тумблером "Сеть" на передней панели измерительной системы. На наличие напряжения в сети укажут зеленая лампочка регулятора "ТЕМПЕРАТУРА" и четырехразрядный индикатор. Если все кнопки нижнего ряда отжаты, то показания индикатора будут "-001".

9. Включить тумблер «СЕТЬ» измерительного модуля.

10. Установить ручку «температура» приблизительно на 70 °С (чуть больше).

11. Установить ручку «НАГРЕВ» на 14 В.

12. Включить тумблер «ВКЛ».

13. Нажать кнопку  $T_1$  под индикатором измерительного блока – индикатор будет показывать температуру нагревателя, которая при обработке результатов отождествляется с температурой нагретого конца пластины.

14. Дождаться, когда температура достигнет 72 °С.

15. Слегка повернуть ручку «ТЕМПЕРАТУРА» влево так, чтобы загорелся красный индикатор справа от ручки – включается режим термостатирования.

16. Записывать показания индикатора через 2 минуты до тех пор, пока рост температуры не перестанет превышать 0,2 градуса в минуту.

17. Записать установившееся значение температуры  $T_1$ .

18. Нажать кнопку  $T_2$  и записать значение температуры  $T_2$  – температура холодного конца пластины.

19. Нажать кнопку  $I_n$  и записать ток нагревательного элемента (показания в мА).

20. Нажать кнопку  $U_n$  и записать напряжение нагревательного элемента (показания в В).

21. Определить мощность нагрева  $W = I U$ .

22. Надеть перчатку(х/б) на руку.

23. Рукой в перчатке снять пластину (осторожно - горячая и в глицерине).

24. Протереть пластину салфеткой и убрать в гнездо.

25. Установить алюминиевые шайбы.

26. Повторить п.12-16, стараясь добиться температуры  $T_1'$ , близкой к установившемуся значению  $T_1$ .

27. Повторить п. 18-20, определив мощность потерь  $W'$ .

28. Отключить тумблер «нагреватель».

**29. По окончании работ, охладите печку, протрите ее и пустой тигель салфеткой. Восстановите порядок на рабочем месте.**

**30. Сделайте обработку результатов измерений. По рабочей формуле**

$$\alpha = \frac{(W - W')h}{(T_1 - T_2)S}.$$

**вычислите средние значения, оцените погрешности. Сравните результаты с табличными значениями**

Соображения к оценке погрешностей:

*Неизвестно насколько точно измерение мощности потерь учитывает боковые потери тепла в образце.*

*Температура в лаборатории может отличаться от 300 К.*

Образцы №1 и №2 являются сплавами, состав которых не уточняется, поэтому значения коэффициента теплопроводности этих образцов, полученные в опыте, могут не соответствовать приведенным в таблице справочных данных.

## Литература

1. А.К. Кикоин, И.К. Кикоин. Молекулярная физика. М.:Наука. 1976. §140, с.469

**Комплекс ЛКТ-2**  
**Упражнение 22**  
**Теплопроводность диэлектриков**

**ВНИМАНИЕ!**

Описанные в данном пособии работы физического практикума выполняются на рабочих местах Лабораторного комплекса (ЛКТ-2 – термодинамика и молекулярная физика), разработанного и изготовленного в Московском инженерно-физическом институте (НТЦ "Владис").

Комплекс предназначен для выполнения на нем около 20-ти различных упражнений по темам курса "Молекулярная физика и термодинамика".

Одна часть этого комплекса (каркас с электропитанием и ящиками, датчики температуры, соединительные кабели или провода, измерительная система и др.) является общей для всего комплекса и используется во всех работах.

Другая часть (баллоны с различными штуцерами, печь-термостат, резонатор, реометр, калориметр, принадлежности и проч.) – используется по специально объявленному назначению.

При подготовке к отчету перед выполнением работ по конкретной теме, Вам необходимо: изучить теоретическую часть данного упражнения (описание явления, метод конкретного измерения, рабочая формула, представления о методике обработки результатов эксперимента)

внимательно ознакомиться с инструкцией к измерительной системе комплекса и детально (по пунктам) освоить работу на той части комплекса, с соответствующими аксессуарами (калькулятор, мультиметр, кабели, штангенциркуль и т.п.), которая необходима вам для выполнения **данного упражнения** и которую вам предстоит использовать.

**Состояние остальной, не знакомой Вам, части комплекса  
изменять не следует**

Выполнение работы "Теплопроводность диэлектриков"

*Примечание. При подготовке к работе рекомендуется ознакомиться с текстом "Явления переноса. Основы теории к циклу работ"*

Цель упражнения: измерение коэффициентов теплопроводности диэлектриков.

Метод измерения

Исследуемый образец помещается на прогретую печь, сверху накладывается балластный калориметр с известной теплоемкостью. Проводится измерение температуры калориметра с интервалом 60 с. По скорости изменения температуры калориметра и его теплоемкости определяется тепловая мощность, прошедшая через образец. Измеряется разность температур печи и калориметра. По измеренным величинам рассчитывается теплопроводность образца.

**Рабочая формула**



Уравнение теплопроводности Фурье имеет вид:  $q = -\alpha \frac{dT}{dx}$ , где  $q$  - тепловой поток (Вт/м<sup>2</sup>),  $\frac{dT}{dx}$  - градиент температуры,  $\alpha$  - коэффициент теплопроводности.

В нашем случае измеряется тепловая мощность  $W = qS$ , где  $S$  - площадь контакта калориметра с образцом, а градиент температуры может быть записан как  $\frac{T - T_0}{h}$ , где  $T_0, T$  - температуры печи и калориметра соответственно,  $h$  - толщина исследуемого образца. Тогда получаем:  $\frac{W}{S} = -\alpha \frac{T - T_0}{h}$ ;  $\alpha = \frac{Wh}{(T_0 - T)S}$ .

В данном случае предполагается, что вся мощность поступившая в образец от печи, попадает в калориметр. Эта мощность определяется как

$$W = C \frac{dT}{dt},$$

где  $C$  - теплоемкость калориметра,  $\frac{dT}{dt}$  - скорость изменения его температуры.

Окончательная формула имеет вид:  $\alpha = \frac{C(dT/dt)h}{(T_0 - T)S}$ .

### Описание экспериментальной установки

Для проведения данного опыта используется печь-термостат - Модуль 01 (в правой части установки ЛКТ-2). Печь (см. рис) состоит из плиты 3, установленной на основании прибора 6 на ножках 5, и окруженной теплоизолирующим кожухом 1. В плиту встроены два тепловыводящих элемента 4 и датчик температуры 2. Через разъем 12 модуль подключается к измерительному блоку.

Измерение тепловой мощности производится с использованием балластного калориметра (см. на рисунке внизу). Пластина (диск) исследуемого материала накрывается калориметром, который прижимается стержнем с пружинами и подключается к разъему Д2 измерительного блока кабелем 4.

Исследуемый объект устанавливается на плите и прижимается к ней стержнем 9 с помощью двух пружин 10. Пружины прицеплены к двум штырям 11 и при необходимости могут быть сняты.

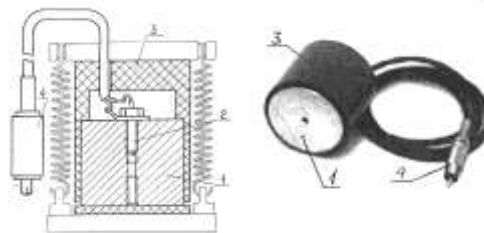
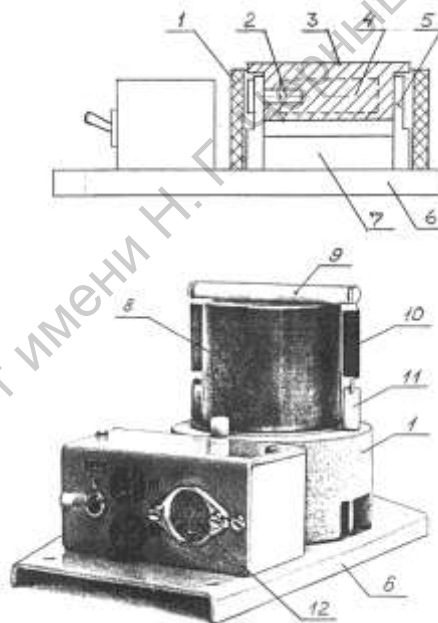
#### Принадлежности и оборудование.

Диски из различных материалов; перчатка х/б; глицерин; спичка (чистая палочка); салфетка; кабель с магнитофонными разъемами, балластный калориметр.

#### Действия при проведении измерении

(для успешного проведения эксперимента не проявляйте опережающих действий, действуйте строго по приводимой инструкции, не пропуская пунктов!)

1. Прочтите описание измерительной системы и ознакомьтесь с краткими сведениями по изучаемому явлению. Если вы уже сделали это, переходите к пункту 2.



Минимальное время проведения одной серии измерений – около 50-ти минут. Для проведения простейшей статистической обработки необходимы результаты не менее трех серий!  
 Прежде, чем приступать к проведению очередной серии измерений убедитесь, что Вы располагаете необходимым временем!

2. Разметьте лист протокола измерений примерно так (около 10-ти строк):

## Тема 22. Прямое измерение коэффициентов теплопроводности материалов.

Дата \_\_\_\_\_ Фамилии исследователей \_\_\_\_\_

Материал:

$T_{00} = \text{_____} \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $T_1 = \text{_____} \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $C_{\text{калориметра}} = 125 \text{ Дж/К}$

$h = \text{_____} \text{ м}$ ,  $S = 18 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$

$t$ , мин.	$T_0$ , $^\circ\text{C}$	$T$ , $^\circ\text{C}$	$dT/dt$ , $\text{K/c}$	$\alpha$ , $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$
0			--	--
1				
2				
...				
10				

### Справочные данные

Материал	Стекло	Картон	Текстолит	Пенопласт
Толщина ( $h$ )	4,2 мм	2,0 мм	3 мм	2 мм
$\alpha$ , $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$	0,8...1,2	0,2		0,045

### Последовательность действий по проведению опыта

1. Подключить Модуль 01 к измерительному блоку через разъем 12.
2. Включить тумблер «СЕТЬ» измерительного блока.
3. Капнуть глицерина на поверхность печи (осторожно и экономно).
4. На печь установить балластный калориметр и прижать его стержнем с пружинами (как на верхнем рисунке).
5. Подключить калориметр к входу Д2 измерительного блока.
6. Нажать кнопку Т1 под индикатором измерительного блока и записать показания индикатора – температуру холодной печи  $T_{00}$ .
7. Нажать кнопку Т2 и записать температуру холодного калориметра  $T_1$ .
8. Разность  $\Delta T = T_{00} - T_1$  определит систематическую погрешность измерения температуры – значение  $\Delta T$  впоследствии нужно будет прибавлять к показаниям температуры калориметра.
9. Снять калориметр с печи и удалить салфеткой глицерин.
10. Установить ручку «ТЕМПЕРАТУРА» приблизительно на  $70 \text{ } ^\circ\text{C}$  (чуть больше).
11. Установить ручку «нагрев» на 14В.
12. Включить тумблер «НАГРЕВ».
13. Нажать кнопку  $T_1$  под индикатором измерительного блока – индикатор будет показывать температуру печи.
14. Дождаться, когда температура достигнет  $72 \text{ } ^\circ\text{C}$ .
15. Слегка повернуть ручку «ТЕМПЕРАТУРА» вправо так, чтобы загорелся красный индикатор справа от ручки – включается режим термостатирования.
16. Записывать показания индикатора через 2 минуты до тех пор, пока рост температуры не перестанет превышать  $0,2 \text{ градуса в минуту}$ .

17. Положить образец (диск) диэлектрика на плиту печи и прижать сверху торцом холодного калориметра.
18. Калориметр прижать стержнем с пружинами.
19. Подключить калориметр к разъему Д2.
20. Измерять температуру калориметра и печи с интервалом  $60\text{с}$ , нажимая соответственно кнопки Т2 и Т1. Прodelать 10 измерений, получив, таким образом, зависимость температуры калориметра от времени.
21. Снять калориметр и образец.
22. Перед тем как перейти к следующему образцу калориметр необходимо охладить, поставив его на холодную подставку на столе, рядом с установкой.
23. После окончания измерений не забыть отключить нагрев.
24. По зависимости температуры от времени рассчитать  $dT/dt$  для каждого измерения (т.е.  $dT = T(t_n) - T(t_{n-1})$ ,  $dt = 60\text{с}$  и так 10 раз подряд), данные внести в таблицу.
25. Также для каждого измерения рассчитать  $\alpha$ , а затем найти среднее значение. Это тоже занести в протокол.

**При оценке погрешностей метода следует учесть, что:**

Температура калориметра растет нелинейно. Результаты, полученные в начале измерений сильно отличаются от полученных в конце. Рекомендуется построить график зависимости температуры от времени.

Расчетная формула выводится в предположении, что все тепло от печи проходит через образец и попадает в калориметр. При этом пренебрегают собственной теплоемкостью образца и боковыми тепловыми потерями. Это возможно в силу небольших размеров образца, тем не менее, потери на нагрев образца и боковые потери, в принципе, присутствуют.

**Литература**

1. А.К. Кикоин, И.К. Кикоин Молекулярная физика, М.: Наука. 1976. § 140, С. 469

**(Комплексы ЛКТ6-М, ЛКТ-2)**  
**Исследование теплопроводности газов**

**Цель работы:** Измерение коэффициента теплопроводности газов методом нагретой нити, расположенной по оси цилиндрической трубки. Исследуемый газ находится внутри цилиндра.

*Примечание. При подготовке к работе рекомендуется познакомиться с текстом "Явления переноса. Основы теории к циклу работ"*

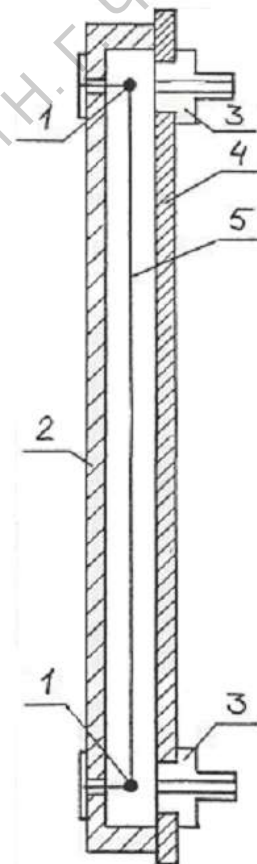
**Теория метода**

Теплота может передаваться от более нагретой области тела к менее нагретой тремя различными способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением. В данной работе будет исследоваться режим теплопроводности. Заметим, однако, что в практических ситуациях могут осуществляться одновременно разные способы передачи тепла. После выполнения работы интересно оценить возможный вклад других механизмов передачи тепла в выбранном методе измерений.

Физический механизм процесса теплопроводности связан с беспорядочным тепловым движением молекул. Подразумевается, что теплопроводность происходит в покоящейся среде, в частности отсутствуют какие-либо перепады давления, которые приводили бы к возникновению движения в ней. Количество теплоты, переносимое в единицу времени через единичную площадку (перпендикулярно направлению переноса), носит название теплового потока. Экспериментально установлено, что тепловой поток зависит от разности температур в разных областях среды, свойств этой среды, а также от размеров и формы тела. Если предположить, что температура  $T$  среды меняется только вдоль одного направления (например, вдоль радиуса, отсчитываемого от нагретой нити  $r$ ), то тепловой поток выражается соотношением  $Q(x) = -\kappa \frac{dT(x)}{dx}$ , где  $\kappa$  является коэффициентом

теплопроводности, а знак минус указывает, что направление теплового потока противоположно направлению возрастания температуры, то есть в сторону уменьшения температуры. Еще раз отметим, что коэффициент  $\kappa$  характеризует свойства самой среды и является предметом исследования в данной работе.

Предложенный в этой работе метод определения коэффициента теплопроводности газов, является одним из самых распространенных. По оси цилиндрической трубки, внутри которой находится исследуемый газ, натягивается тонкая проволока. Рис. 9 изображает поперечное сечение этого устройства. Обозначим  $r_1$  и  $r_2$  – соответственно радиусы проволоки и трубки. Если проволоку нагревать постоянным током, а температуру стенки трубки так же поддерживать постоянной, то в направлении радиуса трубки возникнет тепловой поток от нити с температурой  $T_1$  к стенке с температурой  $T_2$ . Очевидно, что в слое воздуха между проволокой и стенкой трубки установится стационарное распределение температуры, которое будет зависеть только от  $r$ . Коэффициент теплопроводности  $\kappa$  вещества, вообще говоря, зависит от температуры, однако, в нашей задаче этим изменением  $\kappa$  по толщине слоя будем пренебрегать (продумайте основание этого допущения в данной работе). Для указанных условий количество теплоты  $q$ , проходящее за 1 секунду через выбранное сечение трубки радиусом  $r$  (ее длину обозначим  $l$ ), постоянная величина, равная



$$q = \kappa 2\pi r l \frac{dT(r)}{dr} = Const \quad (15)$$

Разделим переменные в выражении (15):  $\frac{dr}{r} = \frac{\kappa 2\pi l}{q} dT$

и проинтегрируем его. В результате получим:

$$\kappa = \frac{q}{2\pi l (T_1 - T_2)} \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad (16)$$

Таким образом, для определения коэффициента теплопроводности газа, в данном опыте нужно знать переносимое за 1 секунду количество тепла  $q$  от проволоки к стенке трубки, температуры проволоки и трубки, а также геометрические размеры.

Геометрические размеры в данной задаче заданы. Температура стенки трубки (температура корпуса модуля) определяется термопарой. Температуру проволоки  $T_1$  можно определить, измеряя изменение электрического сопротивления при нагревании. Действительно, в области применяемых температур сопротивление проволоки растет с температурой по линейному закону

$$R = R'(1 + \alpha t) \quad (17)$$

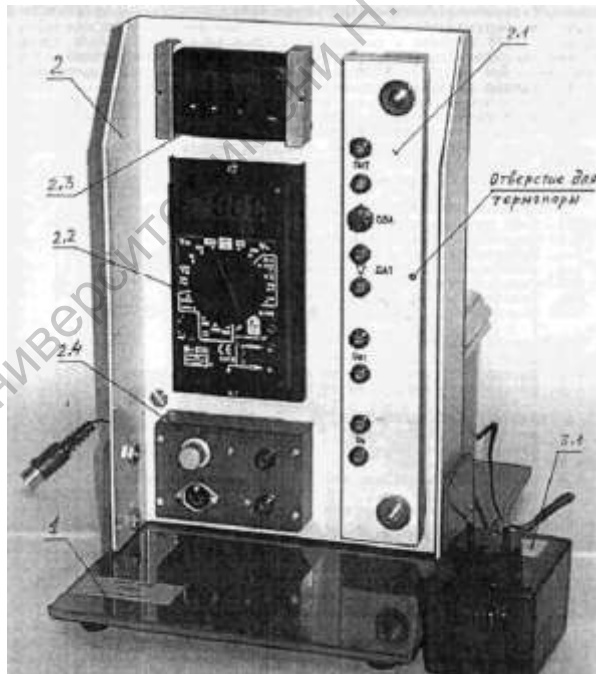
где  $R'$  – сопротивление проволоки при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$ , а  $R$  – ее сопротивление при температуре  $t$ ,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления нити.

При таком подходе считается, что все выделяемое идущим по проволоке током джоулево тепло переносится путем теплопроводности. Подумайте, к какой систематической ошибке в определении  $\kappa$  приводит это допущение.

### Установка и методика измерений

Измерения проводятся на установке ЛКТ-6М (рис. 10).

Схема измерительного модуля температуры уже изображена на рис. 9. В ней металлическая нить 5 (сплав на основе никеля с температурным коэффициентом сопротивления  $\alpha = 5,6 \cdot 10^{-3} 1/\text{K}$ ) натянута между стойками 1 по оси цилиндрического канала в корпусе 2. Диаметр нити  $2r_1 = 0,1$  мм, диаметр канала  $2r_2 = 12$  мм, длина нити  $l = 240$  мм. Канал закрыт пробками 3. Электрическая схема этого модуля показана на рис. 11. Здесь нить 5 подключена к гнездам «Ун» на панели модуля (рис. 10). Последовательно с нитью включен эталонный резистор  $R_0 = 10,3$  Ом (рис. 11), подключенный к гнездам «Уэт». Питание схемы осуществляется постоянным током от регулируемого источника тока (2.4 на рис. 10), для чего гнезда «+» и «-» на источнике соединяются с гнездами «Пит» на модуле. Сам регулятор тока с помощью специального кабеля (с разъемом СШ-5) подключается к блоку питания (3.1 на рис. 10), который включается в сеть 220 В. Для измерения необходимых электрических величин используется универсальный мультиметр (2.2 на рис. 10). Температура корпуса модуля  $t_k$  определяется на мультиметре при подключении к нему термопары, вставленной в специальное гнездо корпуса (рис. 10).



Как видно из схемы (рис. 11) через эталонный резистор  $R_0$  и нить с сопротивлением  $R$  (при определенной температуре  $t$ ) протекает одинаковый ток  $I$ , поэтому

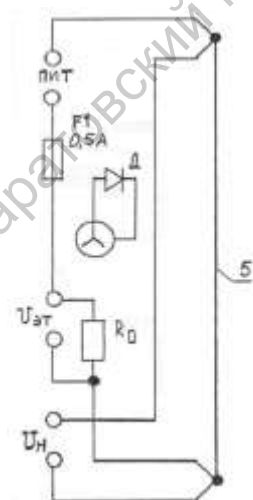
$$U_t = IR, \quad U_{\text{эт}} = IR_0, \quad R = R_0 \frac{U_t}{U_{\text{эт}}} \quad (18)$$

Сопротивление нити определяется из (18). Для этого необходимо с помощью мультиметра определить напряжения  $U_n$  и  $U_{\text{эт}}$  (значение сопротивления  $R$  составляет в опыте  $2 \dots 4$  Ом). Как уже отмечалось, температура нити определяется через её сопротивление. Действительно, если измерить сопротивление нити  $R_1$  при начальной (комнатной) температуре  $t_1$  ( $t_k \approx t_1$ ), а сопротивление при искомой температуре  $t$  обозначить через  $R$ , то с помощью соотношения (17) можно получить

$$t = t_1 + \frac{R - R_1}{R_1} \cdot \frac{(1 + \alpha t_1)}{\alpha}. \quad (19)$$

В установившемся режиме при температуре  $t$  коэффициент теплопроводности воздуха, на основании (16), находят по формуле:

$$\kappa = \frac{q}{2\pi l (t - t_1)} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (20)$$



Мощность  $q$  для заданной температуры  $t$  будет равна  $q = I U_t$ ,  $I = \frac{U_{\dot{\theta}}}{R_0}$ , где значения  $U_n$  и  $U_{\text{эт}}$  измеряются на соответствующих гнездах панели установки с помощью мультиметра.

#### Методика измерений.

Сопротивление  $R_l$  при комнатной температуре  $t_l$  измеряют при малом токе (30...40 мА), этому соответствует значение  $U_{\text{эм}} \sim 300$  мВ. Затем увеличивают напряжение  $U_{\text{эт}}$  в пределах 1000...4000 мВ. При каждом выбранном значении  $U_{\text{эт}}$  (для установления стационарного режима выждать несколько минут) измеряют значения  $U_n$  и рассчитывают величину  $U_{\dot{\theta}} = I R_0$ ,  $R = \frac{U_t}{I}$ ,  $t - t_l$  по формуле (19) и, наконец,  $\kappa$  по формуле (20).

Перед началом измерений следует приготовить таблицу по приведенной ниже форме.

$U_{\text{эм}}, \text{ мВ}$	$U_n, \text{ мВ}$	$I, \text{ мА}$	$R, \text{ мА}$	$q, \text{ Вт}$	$t, \text{ }^\circ\text{C}$	$t_l, \text{ }^\circ\text{C}$	$\kappa, \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$

Величину  $U_{\text{эм}}$  меняйте через 500 мВ. Найденное значение  $\kappa$  сопоставьте с табличными данными и оцените зависимость  $\kappa(t)$ . Оцените погрешность результатов измерений.

Найдите закон стационарного распределения температуры между двумя концентрическими бесконечно длинными цилиндрами для идеализированной модели получения соотношения (16). Постройте функциональную зависимость  $t(r)$  для параметров измерительной установки в случае максимального различия  $t_l$  и  $t$  в эксперименте:

$$T(r) = \frac{T_1 \ln r_2 - T_2 \ln r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{(t_2 - t_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r.$$

Вывод этой формулы можно найти в [1]

#### Определение теплопроводности углекислого газа

На описанной экспериментальной установке можно провести измерения с углекислым газом. Источником газа является огнетушитель, на выходе которого установлена капиллярная насадка. К насадке подключают резиновый баллон, который надувают до диаметра 15 – 20 см и перекрывают шланг баллона винтовым зажимом. Для заполнения цилиндра углекислым газом необходимо снять с модуля заглушки 3 (рис. 9) и подключить баллон к нижнему штуцеру модуля. После заполнения канала газом надеть заглушки. Методика измерений аналогична описанной выше.

#### Контрольные вопросы

1. Объясните физический смысл коэффициента теплопроводности.
2. Каков физический механизм явления теплопроводности газов при нормальных условиях?
3. Какова зависимость коэффициента теплопроводности газов от температуры по классической теории? Сопоставьте эти выводы с экспериментом.
4. Пользуясь выражением для коэффициента теплопроводности  $\kappa$  и найденным в эксперименте значением этой величины, оцените величину  $\bar{\lambda}$  для воздуха (значения  $\rho$ ,  $\bar{V}$ ,  $c_V$  возьмите из табличных данных). Прокомментируйте полученный результат.
5. Поясните смысл вакуумных явлений.

#### Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.2. Термодинамика и молекулярная физика. – М.:Наука. 1989. §§ 53, 86, 89.
2. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.:Высшая школа. 1981. §§ 50, 52.
3. Рейф Ф. Статистическая физика. – М.:Наука. 1972. Гл. 8, §§ 8.1, 8.3.
4. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. – М.:Наука. 1969. §§ 109, 112, 113.

**Комплекс ФТП1-4**  
**Определение коэффициента взаимной диффузии**  
**воздуха и паров жидкости**

**Технические характеристики установки**

**Экспериментальная установка.** Основным элементом установки является микроскоп, на предметном столике которого в держателе расположен шприц с исследуемой жидкостью. Вместо иглы в корпусе шприца укреплена стеклянная трубка (капилляр). Для подсветки капилляра при измерениях применяется фонарь, свет от которого передается по световоду из оргстекла. Яркость свечения лампы устанавливается регулятором «Подсветка капилляра», который находится на передней панели блока приборов (чтобы не нагревать капилляр, работайте при минимальной яркости фонаря). Время испарения жидкости из капилляра измеряется секундомером, однако можно использовать любой другой секундомер. Температура воздуха в блоке рабочего элемента измеряется полупроводниковым термометром и регистрируется на цифровом индикаторе «Температура» блока рабочего устройства. Однако с достаточной точностью можно использовать значение температуры по градуснику в лаборатории. Цена деления  $\alpha$  окулярной шкалы микроскопа указана на рабочем столе. Или легко определяется непосредственно, например, по наблюдению шкалы линейки

*Примечание. При подготовке к работе рекомендуется ознакомиться с текстом "Явления переноса. Основы теории к циклу работ"*

**Цель работы: по наблюдению процесса испарения жидкости в капилляре определить коэффициент взаимной диффузии паров жидкости в воздух<sup>1</sup>.**

**ВВЕДЕНИЕ**

Внутри выведенной из состояния равновесия системы возникают потоки частиц, энергии, импульса стремящиеся необратимо вернуть ее в равновесное состояние. Соответствующие процессы называют явлениями переноса. Диффузия – это один из процессов переноса, выражающийся во взаимном проникновении вещества в смесях, обусловленный тепловым движением молекул на фоне возникшего градиента концентрации веществ.

Экспериментально установленный закон, связывающий массу  $M$  одного из компонентов смеси, переносимого через поверхность площадки  $S$  перпендикулярной оси  $X$  за время  $\tau$  с градиентом плотности данного вещества  $\frac{d\rho}{dX}$ , имеет вид

$$M = -D \frac{d\rho}{dX} S \cdot \tau \quad (\text{A. Fick, 1855})$$

- здесь  $D$  коэффициент диффузии или взаимной диффузии.

Для молекул идеального газа коэффициент диффузии может быть рассчитан по формуле:

$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \cdot \langle V_T \rangle$ , где  $\langle V_T \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$  - тепловая (средняя) скорость молекул переносимого

вещества, а  $\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$  - средняя длина свободного пробега.

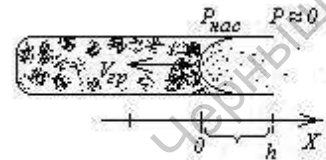
Коэффициент диффузии для молекул жидкости, пара, твердого тела не рассчитывается столь простыми формулами. Например, для жидкости известна формула Аррениу-

<sup>1</sup> При подготовке описания использовались материалы курсовой работы студента Алексея Калачева, выполненной на 2-м курсе ФНП СГУ в 2003г. (руководитель - доцент А.А. Князев).

са  $D = D_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$ , определяющая только закон зависимости коэффициента диффузии от температуры, через энергию активации  $E$ . Теория осложняется при взаимной диффузии молекул одного вещества в другое [1]. Однако часто коэффициент диффузии определяется экспериментально и здесь главным мешающим фактором является процесс конвективного теплообмена, поток которого часто является значительно более интенсивным, чем диффузионный поток.

### ТЕОРИЯ МЕТОДА

В данной работе предлагается один из методов для экспериментального определения коэффициента взаимной диффузии молекул пара некоторой жидкости (воды, этанола) в воздух по наблюдению процесса испарения жидкости в воздух внутри капилляра, где конвективные потоки могут быть пренебрежимо малыми.



Рассмотрим частично заполненную жидкостью узкую трубку постоянного сечения  $S$ , открытую с одного конца. Ось  $X$  направим из жидкости вдоль оси трубки, приняв за начало отсчета точку границы жидкости (см. рис.).

Массу вылетевшей жидкости можно, с одной стороны, выразить через скорость перемещения границы жидкости простым соотношением:

$$M = \rho_{жс} \cdot S \cdot V_{сп} \cdot \tau$$

Здесь  $\rho_{жс}$  – плотность жидкости,  $V_{сп}$  – скорость перемещения границы жидкости при испарении  $V_{сп} = \frac{\Delta h}{\Delta \tau}$ .

С другой стороны, ту же испарившуюся массу можно оценить по закону Фика:

$$M = -D \frac{d\rho_n}{dX} S \cdot \tau, \text{ где } \rho_n \text{ – плотность паров этой же жидкости.}$$

Приравняв два выражения для масс, получим дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, описывающее смещение границы жидкости влево за счет диффузионного ухода частиц жидкости вправо. Это уравнение легко подготовить к интегрированию по конечному перемещению границы раздела жидкости и пара:

$$\rho_{жс} \cdot S \cdot V_{сп} \tau \cdot dX = -D \cdot S \cdot \tau \cdot d\rho_n$$

Можно выразить плотность насыщенных паров через их давление (упругость):

$$P = \frac{\rho_n}{\mu} RT, \text{ поскольку значения этой величины для различных температур иногда}$$

легче найти в справочниках, чем плотность. Теперь полученное выражение примет вид:

$$\frac{V_{сп} \cdot R \cdot T}{\mu} \cdot \int_0^h dX = -D \cdot \int_{P_{нас}}^0 dP$$

После интегрирования за время наблюдения получаем:

$$D = \frac{V_{сп} \cdot R \cdot T \cdot h}{\mu \cdot (P_{нас} - P_0)}$$

Получена рабочая формула. Напомним, что здесь  $P_0$  – давление паров у края капилляра,  $h$  – расстояние от края капилляра, пройденное границей мениска к моменту измерения скорости движения границы  $V_{сп}$ .

Рекомендации по выполнению работы



1. Включите подсветку капилляра и внимательно рассмотрите устройство столика с установленной на нем подвижной пластиной, в которую встроены капилляр и механизм его заполнения.

*Внимание! Контролируйте ваши действия.  
Не ломайте капилляр неосторожным движением.  
Далее следуйте рекомендациям строго, пункт за пунктом!*

2. Наклоните столик в удобное для работы положение: примерно на  $40^\circ$ .

3. Извлеките из футляра измерительный микроскоп и познакомьтесь с его устройством: поставьте его на лист тетради или книги, и плавно перемещая тубус объектива, настройте его длину до наблюдения в микроскоп текста на листе. Точную подстройку осуществляйте поворотом настроечного винта механизма тубуса. Винт окуляра служит для настройки на измерительную шкалу. Рассмотрите посадочное место микроскопа на столике: точно над капилляром. Не закрепляйте микроскоп на столике до заполнения капилляра жидкостью.

4. Познакомьтесь с устройством встроенных часов, настройте их на режим секундомера и научитесь включать и выключать секундомер. Можно использовать любой другой секундомер, предварительно ознакомившись с его работой.

5. Приступайте к заполнению капилляра жидкостью (спирт, бензин, вода). Пригласите инженера или лаборанта для наблюдения за вашими действиями! Откройте флакон с жидкостью и плавно наберите в нее в шприц - около 1 мл. Плавно подавайте шток поршня вперед, чтобы закачать жидкость в капилляр до появления мениска у самого края капилляра.

6. Флакон тщательно закройте и уберите за пределы рабочей площади.

7. Соблюдая предосторожность, установите микроскоп в посадочное место на столике. Для этого необходимо вывернуть центральный винт накладной планки (не до конца!), ослабить отверткой один из крайних винтов, а другой вывернуть полностью. Отвернув планку вбок на ослабленном винте, как на оси, поставьте микроскоп и прижмите его накладной планкой, заворачивая винты. Зажимая винты, и перемещая основание микроскопа, проследите, чтобы капилляр попал в поле зрения микроскопа и был виден вместе с кончиком на возможно большей длине. Подстройте резкость изображения винтом тубуса объектива и поверните измерительную шкалу вдоль оси капилляра.

8. Рассмотрите мениск жидкости и наблюдайте за динамикой его перемещения по капилляру вследствие испарения жидкости. Учтите, что при испарении жидкости перевернутое изображение мениска перемещается вверх

Вам предстоит провести измерение скорости перемещения границы "жидкость-воздух". Вся процедура для одной серии может занять около 10 минут.

Выберите ориентиры на измерительной шкале, обсудите темп считывания и схему записи отсчетов по шкале и по секундомеру. Обдумайте схему дальнейших пересчетов в скорость  $V_{зр}$ . Для этого запишите цену деления шкалы измерительного микроскопа и координату края канала капилляра. Далее записывайте положение мениска в делениях шкалы и включите отсчет времени.

9. Плавно подавая шток поршня, выведите мениск в зону края капилляра и начинайте снятие первой серии данных наблюдения за процессом испарения на интервале полной длины шкалы (около 3 мм). Например, можно наблюдать в микроскоп за движением мениска жидкости через каждые 5 делений шкалы окуляра.

11. Сделать 5 - 7 измерений положения мениска. При выходе изображения мениска с поля зрения необходимо вращением гайки измерителя вернуть изображение в начальное положение.

12. Повторите серию измерений. Для этого или поршнем выдавите жидкость снова к краю капилляра в поле зрения микроскопа.

13. Приведите установку в исходное положение

14. Приступайте к выполнению расчетов и вычислению коэффициента диффузии.

Справочные данные:

**Таблица плотности насыщенных паров для этанола [1].**

<b>t, °C</b>	<b>-15,2</b>	<b>-6</b>	<b>3,9</b>	<b>18,2</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>61,6</b>	<b>77,3</b>
<b>P<sub>нас</sub>, кПа</b>	<b>0,5</b>	<b>1,0</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>50</b>	<b>100</b>

**Таблица плотности насыщенных паров для воды.**

<b>t, °C</b>	<b>15</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>
<b>P<sub>нас</sub>, кПа</b>	<b>1,704</b>	<b>2,062</b>	<b>2,337</b>	<b>2,486</b>	<b>2,809</b>	<b>2,984</b>	<b>3,168</b>	<b>3,361</b>

Список принадлежностей:

Микроскоп, отвертка, шприц (пипетка), флакон с жидкостью

Литература

1. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.: Высшая школа. 1981. § 52.
2. Физические величины. Справочник. М.: Энергоатомиздат. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова, 1991. Табл.11.5, с.280.

### Содержание

	Изучение внутреннего трения в жидкостях (метод Стокса)	3
Комплекс ЛКТ-9 Упражнение 6.	Определение вязкости воздуха по истечению из капилляра.	8
Комплекс ЛКТ-2 Упражнение 15.	Вязкость воздуха по истечению из капилляра	22
Комплекс ЛКТ-2 Упражнение 20	Измерение коэффициента динамической вязкости жидкости по истечению из капилляра	28
Комплекс ЛКТ-2 Упражнение 21	Измерение коэффициента теплопроводности металлов	33
Комплекс ЛКТ-2 Упражнение 22	Теплопроводность диэлектриков	36
Комплексы ЛКТ6-М, ЛКТ-2	Исследование теплопроводности газов	40
Комплекс ФТП1-4	Определение коэффициента взаимной диффузии воздуха и паров жидкости	43
	Содержание	47

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского