Министерство образования Российской Федерации
Саратовский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского

"Общая физика"

(Часть 1: Физическая механика)

Учебное пособие

Саратов 2013

В учебном пособии в определенном порядке скомпилирован апробированный (очное, заочное и дистанционное обучение) материал по Физической механике (часть 1 курса "Общая физика"). Приведены теоретические сведения и даны примеры решения типовых задач.

Учебное пособие предназначено для студентов технических специальностей.

Разработано в соответствии с Государственным стандартом высшей школы.

Авторы-составители:
д.ф.-м.н., проф. СГУ Лавкин А.Г.,
д.т.н., проф. СГУ, СГТУ Антонов И.Н.,
вед. инженер СГУ Мысенко М.Б.

Содержание

Занятие 1.1.
Введение

“Общая физика” представляет собой дисциплину, являющуюся одной из центральных в системе образования студентов технических специальностей в средних и высших учебных заведениях. Главная цель при ее изучении – освоить фундаментальные понятия каждой из областей физики, ориентироваться в их взаимосвязи, приобрести навыки практической работы – решение задач и выполнение лабораторных работ.

Дисциплина “Общая физика” имеет междисциплинарный характер, активно содействует развитию других научных направлений и осуществляет интерактивную функцию в системе наук. В связи с этим “Общая физика” представляется мощным средством для формирования мировоззрения, а также важнейшим элементом культуры.

В этом курсе изучаются фундаментальные понятия и сложность этого курса заключается в том, что многие разделы достаточно сложны и требуют математической подготовки.

В курсе по дисциплине “Общая физика” изучаемый материал распределен на модули, модули разделены на отдельные занятия. Освоение материала контролируется практическими работами и контрольными вопросами.

Требования к знаниям.

В итоге изучения курса студент должен знать:

1. **Определения основных физических величин.**
2. **Формулировки основных законов физики**
3. **О взаимосвязи между различными разделами физики.**
4. **О фундаментальных физических экспериментах, послуживших обоснованию физических законов.**
5. **Об основных технических применениях достижений физики.**
6. **О проявлениях физических законов в различных природных явлениях**
7. **О взаимосвязи физики с другими естественными науками.**
8. **О принципе относительности.**
9. **О принципе дополнительности.**

Требования к умениям

Студент должен уметь:

1. **Использовать физические величины при формулировке физических законов, находить их размерности.**
2. **Правильно применять физические законы при решении задач физики.**
3. **Давать научную трактовку результатам, полученным в лабораторном физическом эксперименте.**
4. **Объяснять наблюдаемые природные явления на основе физических законов.**
5. **Применять принцип относительности.**
6. **Формулировать положения о корпускулярно – волновом дуализме материальных частиц.**

Общие понятия.

Мир состоит из движущейся материи. Материей в широком смысле слова называется все, что реально существует в природе и может быть обнаружено с помощью специальных приборов. Виды материи многообразны - к ним относятся *элементарные частицы* (электроны, протоны, нейтроны и др.), совокупности небольшого числа этих частиц (атомы, молекулы, ионы), *физические тела* (совокупности множества элементарных частиц).

Неотъемлемым свойством материи является движение, под которым следует понимать изменения и превращения материи. Разнообразные формы движения материи исследуются различными науками, в том числе и физикой. *Физика изучает наиболее простую и вместе с тем наиболее общую форму движения материи*: механические, атомно-молекулярные, гравитационные, электромагнитные, внутриатомные и внутриядерные процессы.

Связь физики с другими науками - физика позволяет создавать приборы и вырабатывать методы исследования, необходимые для успешного развития других естественных и прикладных наук. Естественные и прикладные науки широко применяют метод меченых атомов, электронную аппаратуру, физические приборы и методы исследования.

Науки имеют специальные *физические* разделы: астрофизика — в астрономии, физическая химия — в химии, *агрофизика — в агрономии*, электрофизика — в электротехнике; металлофизика — в металловедении и т.д.

Следует подчеркнуть, что связь физики с другими науками *взаимна*: развиваясь с помощью физики, эти науки обогащают физику своими достижениями и ставят перед нею новые задачи, разрешая которые физика развивается и совершенствуется сама.

По предмету и методу своих исследований физика тесно связана с философией и способствует формированию материалистического мировоззрения; методом физических исследований является *материалистическая диалектика*. Этот метод исходит из признания материи единственной основой мира, рассматривая сознание как свойство высокоорганизованной материи — (человеческого мозга) — отражать объективный мир. Метод материалистической диалектики рассматривает явления окружающего нас мира (в том числе и физические явления) в их взаимосвязи и взаимодействии, в их развитии и изменении путем перехода количества в качество, обусловленном борьбой внутренних противоречий (противоположностей), заложенных в этих явлениях.

Всякое физическое исследование начинается с *наблюдения*, т. е. с изучения физических явлений в естественной, природной обстановке. Затем на основании размышлений и логических обобщений высказывается рабочая *гипотеза* — научное предположение, объясняющее эти явления. Гипотеза проверяется *экспериментом*, т. е. изучением явлений путем их воспроизведения в искусственных, лабораторных условиях. Гипотеза, подтвержденная экспериментом, становится научной *теорией*, которая в дальнейшем подвергается проверке *практикой*, вносящей в теорию необходимые дополнения и уточнения.

Физика оказывает весьма большое влияние на развитие производства как через соответствующие естественные науки, так и непосредственно - физика дала производству электроэнергию, транспорт, радиосвязь, телевидение, ядерную энергетику и т. д.

Большинство физических законов представляется в виде формул, связывающих численные значения различных физических величин. Для получения этих значений необходимо *измерять* физические величины. Измерение физической величины сводится к сравнению ее с *однородной* физической величиной, принятой за единицу. Для каждой физической величины единицу измерения можно выбирать совершенно произвольно, независимо от других величин. Однако на практике в целях удобства поступают иначе. Произвольно выбирают единицы измерения только для нескольких физических величин. Эти величины и их единицы измерения называют *основными.* Единицы измерения всех остальных физических величин устанавливают на основании законов (формул), связывающих эти величины с основными. Такие величины и их единицы измерения называют *производными.*

Совокупность всех основных и производных единиц измерения физических величин называется *системой единиц.*

Утверждена Международная система единиц — СИ (система интернациональная). Основными физическими величинами СИ является *длина, масса, время, термодинамическая температура, сила электрического тока, сила света и количество вещества.* За основные единицы приняты соответственно следующие семь: *метр* (м), *килограмм* (кг), *секунда* (с), *кельвин* (К), *ампер* (А), *кандела* (кд) и *моль* (моль)*.

Производные единицы устанавливаются указанным ранее способом. Например, на основании известной формулы равномерного прямолинейного движения

$$v = \frac{s}{t},$$

где s — путь, *t* — время, единица скорости оказывается равной 1м/с.

Наряду с СИ применялась физическая система (СГС), основными единицами которой являются *сантиметр* (см), *грамм* (г) и *секунда* (с).

Единицы измерения любой производной физической величины можно выразить через основные единицы (пользуясь форму-

лами, связывающими производную величину с основными). Иначе говоря, любую физическую величину можно выразить в основных единицах измерения. Выражение физической величины в основных единицах измерения называется *размерностью физической величины*.

Поясним это на примере работы А. Единицей измерения работы является джоуль. Для определения размерности работы выразим работу через основные физические величины — путь s, массу m и время t

$$A = Fs = mas = m\frac{v}{t}s = m\frac{s^2}{t^2},$$

где *F* — сила, *a* — ускорение. Подставив теперь в правую часть полученного равенства вместо основных физических величин их единицы измерения в СИ, получим размерность работы в этой системе: кг • м²/с². Результат определения размерности физической величины принято записывать условным равенством, в котором эта величина заключается в квадратные скобки. Применительно к нашему примеру это равенство записывается так:

$$[A] = \text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}.$$

***Размерности обеих частей физических равенств должны быть одинаковыми*. Это положение позволяет проверять правильность физических формул, в частности формул, получаемых при решении задач. .Проверим, например, формулу пути *s* равномерно ускоренного движения:**

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2},$$

где v_0 — начальная скорость, *a* — ускорение;

$$[s] = \text{м};\ [v_0t] = \frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\text{с} = \text{м};\ \left[\frac{at^2}{2}\right] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\text{с}^2 = \text{м}.$$

Строго говоря, размерностью физической величины называются показатели степени в символическом уравнении, выражающем эту величину через основные физические величины. Например, размерность работы

$$[A] = M^1L^2T^{-2},$$

где *M* — символ массы, *L* — символ длины, *T* — символ времени.

Кроме того, размерность помогает глубже уяснять физический смысл формул. Рассмотрим, например, закон Бойля— Мариотта:

$$pV = \text{const},$$

где p — давление, V — объем данной массы газа при постоянной температуре. Определим размерность левой части этого уравнения:

$$[pV] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Это есть размерность энергии (или работы). Следовательно, более глубокий физический смысл закона Бойля—Мариотта состоит в том, что *при изотермическом процессе энергия (внутренняя) газа остается неизменной.*

Таким образом, размерность играет важную роль при анализе физических закономерностей.

Занятие 1.2.
Кинематика материальной точки

Общий случай криволинейного движения материальной точки. Простейшим видом движения материи является *механическое движение*, представляющее собой перемещение в пространстве тел или их частей относительно друг друга.

Различают три вида механического движения тел — *поступательное, вращательное* и *колебательное.* При поступательном движении твердого тела все его точки описывают одинаковые (при наложении совпадающие) линии и имеют одинаковую скорость и одинаковое ускорение (в данный момент времени). Определение вращательного и колебательного движения тела дано ниже.

Если форма и размеры тела не оказывают существенного влияния на характер его движения, то такое тело можно рассматривать как *материальную точку.* При рассмотрении одного движения тела можно считать его материальной точкой, тогда как при рассмотрении другого движения это может оказаться недопустимым. Например, изучая движение Земли вокруг Солнца, можно и Землю и Солнце считать материальными точками. Изучая же движение Земли вокруг своей оси, нельзя принимать Землю за материальную точку, так как на характер вращательного движения Земли существенно влияют ее форма и размеры.

Перемещение тела можно рассматривать только относительно какого-либо другого тела или группы тел. Поэтому при изучении движения материальной точки необходимо выбрать *системy отсчета*, т. е. систему координат, связанную с телом, относительно которого рассматривается движение материальной точки. Такой системой отсчета может служить, например, прямоугольная система координат *XYZ* связанная с какой-нибудь точкой *O* земной поверхности. Тогда положение материальной точки *A* в любой момент времени определится координатами *xyz* (рис. 7).

Линия, описываемая движущейся материальной точкой, называется *траекторией.* Отрезок траектории *BC*, пройденный точкой за некоторый промежуток времени, представляет путь, пройденный точкой за этот промежуток времени. Движение называется *прямолинейным*, если траектория — прямая линия, и *криволинейным*, если траектория — кривая линия.

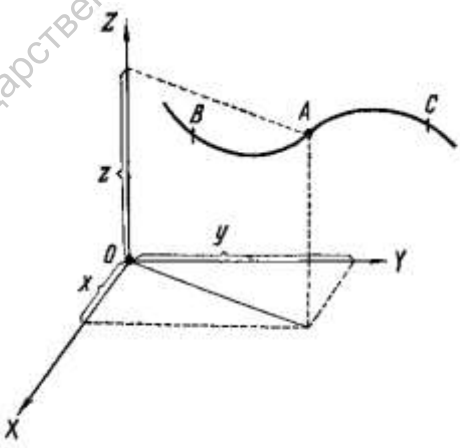

Рис. 7

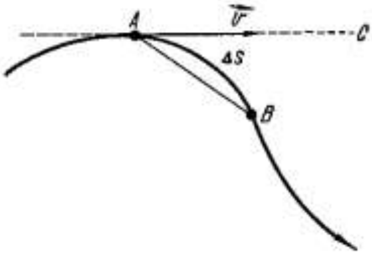

Рис. 8

Пусть материальная точка, двигаясь по криволинейной траектории, прошла за малый промежуток времени малый путь (рис. 8). Проведем касательную линию к траектории в точке *A* и хорду *A B.* Отношение пути, пройденного материальной точкой, к промежутку времени, за который этот путь пройден, называется *средней скоростью движения*

$$v_{ср} = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \qquad (1)$$

В общем случае величина средней скорости может быть различной на разных участках траектории и зависеть от величины рассматриваемого пути, или, что то же, от величины промежутка времени. Будем бесконечно уменьшать промежуток времени. Тогда точка *B* будет стремиться к точке А, хорда *AB* — к дуге и обе они в пределе совпадут с касательной *AC.* Таким образом, криволинейное движение по малой дуге перейдет в прямолинейное движение по бесконечно малому отрезку касательной к траектории, а средняя скорость на малом пути перейдет в *мгновенную скорость* в точке *A*.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} v_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}. \qquad (2)$$

Мгновенная скорость направлена по касательной к траектории.

Итак, мгновенная скорость движения в любой точке траектории есть вектор, направленный по касательной к траектории, а по величине равный пределу средней скорости при стремлении промежутка времени к нулю:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \mathbf{v}_{\text{ср}}.$$

Из этих формул следует, что скорость измеряется в м/с. Движение материальной точки называется *равномерным*, если его скорость не изменяется с течением времени. Неравномерность движения характеризуется физической величиной, называемой *ускорением.*

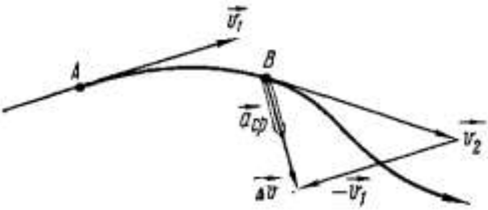

Рис. 9

Пусть материальная точка переместилась за малый промежуток времени из A, где она имела скорость $\mathbf{v}_1$ в B, где она имеет скорость $\mathbf{v}_2$ (рис. 9). Видно, что изменение скорости точки есть вектор, равный разности векторов конечной и начальной скоростей. Отношение изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло, называется *средним ускорением*:

$$\mathbf{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}. \tag{3}$$

Среднее ускорение направлено так же, как приращение скорости, т. е. под углом к траектории в сторону ее вогнутости (рис. 9).

В общем случае величина среднего ускорения может быть различной на различных участках траектории и зависеть от величины промежутка времени, по которому проводится усреднение. Будем уменьшать промежуток времени. В пределе точка *B* будет стремиться к точке A и среднее ускорение на пути *AB* превратится в *мгновенное ускорение* **a** *в точке* A. Поэтому

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \mathbf{a}_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}. \tag{4}$$

Итак, мгновенное ускорение движения в любой точке траектории есть вектор, направленный под углом к траектории в сторону ее вогнутости, а по величине равный пределу среднего ускорения при стремлении промежутка времени к нулю.

Ускорение измеряется в м/с^2. Вектор ускорения принято раскладывать на две составляющие, одна из которых направлена по касательной к траектории и называется *тангенциальным, уско-*

рением $a_к$, другая — по нормали к траектории и называется *нормальным, или центростремительным, ускорением* $a_ц$. Ускорение и его составляющие связаны между собой соотношениями:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_к + \mathbf{a}_ц; \quad a = \sqrt{a_к^2 + a_ц^2}.$$

Касательное ускорение изменяет только величину скорости, а центростремительное ускорение — только ее направление. Очевидно, что криволинейное движение происходит всегда с ускорением, так как в этом случае скорость обязательно будет изменяться (по крайней мере по направлению).

Далее рассмотрим частные случаи: прямолинейное движение и движение по окружности.

Занятие 1.3.
Прямолинейное движение материальной точки

При прямолинейном движении центростремительная составляющая ускорения отсутствует ($a_ц = 0$), поэтому полное ускорение совпадает со своей касательной составляющей ($a = a_к$).

Движение, происходящее с постоянным ускорением ($a = const$), называется *равномерно переменным* (равномерно ускоренным, если $a>0$, и *равномерно замедленным*, если $a<0$). В этом случае мгновенное ускорение будет равно среднему ускорению за *любой* промежуток времени. Тогда из формулы (3) получим

$$a = a_{ср} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t},$$

откуда

$$v = v_0 + at, \tag{5}$$

где v_0 — начальная скорость движения, v — скорость в момент времени t.

Средняя скорость на *отрезке* пути s в этом случае равна. Тогда, учитывая формулу (1),

$$v_{ср} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s}{t} = \frac{v_0 + v}{2},$$

откуда

$$s = \frac{v_0 + v}{2}\,t.$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \qquad (6)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as. \qquad (7)$$

Формулы (5), (6) и (7) справедливы для любого равнопеременного прямолинейного движения, в том числе для свободного падения тела и для движения тела, брошенного вертикально вверх. В этих случаях *a* = *g* = 9,81 м/с^2 (ускорение силы тяжести).

Движение материальной точки по окружности

Рассмотрим движение материальной точки по окружности с постоянной по величине скоростью.

В этом случае, называемом *равномерным движением по окружности*, касательная составляющая ускорения отсутствует ($a_к$ == 0) и ускорение совпадает со своей центростремительной составляющей ($a = a_ц$).

Определим величину центростремительного ускорения (рис. 11). Построим вектор изменения скорости и определим его величину

$$\Delta v; \angle AOB = \angle BCD$$

как углы с взаимно перпендикулярными сторонами: $vt = v_2 = v$, так как по величине скорость постоянна. Следовательно, *AOB* и *BCD* подобны как равнобедренные с одинаковыми углами при вершине, поэтому

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{AB}{R} \quad \text{и} \quad \Delta v = \frac{v}{R} AB.$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v \cdot AB}{R \cdot \Delta t},$$

$$a_ц = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{AB}{\Delta t}.$$

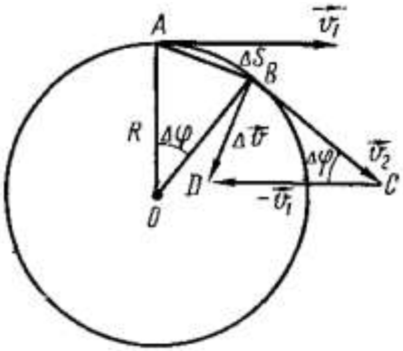

Рис. 11

Поэтому

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{AB}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=v.\ a_{ц}=\frac{v^2}{R}. \qquad (9)$$

Наряду со скоростью равномерное движение материальной точки по окружности можно характеризовать так называемой *угловой скоростью*, понимая под нею отношение угла поворота радиуса *R* (т. е. отношение *углового пути)* к промежутку времени, за который этот поворот произошел (рис. 11):

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.^{*} \qquad (10)$$

Единицей измерения угловой скорости является радиан в секунду (рад/с). Радиан в секунду — угловая скорость равномерно вращающегося тела, при которой за время 1 с совершается поворот тела относительно оси на угол 1 рад. В отличие от угловой скоростью скорость v принято называть линейной.

Умножая обе части равенства (10) на *R* , получим соотношение, связывающее линейную скорость с угловой:

$$v=\omega R. \qquad (11)$$

Введем еще две характеристики движения материальной точки по окружности: *период вращения T* (время одного оборота точки по окружности) и *число оборотов в единицу времени* ν *(частота вращения)*. Очевидно, что эти величины взаимно обратные.

Единицей измерения периода вращения является секунда (с); единицей измерения частоты вращения - герц (Гц). *Герц - часто-*

та, при которой за время **1 с** *происходит один цикл периодического процесса.*

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \qquad (13)$$

Из формул (11), (12) и (13) следует, что

$$v = \frac{2\pi}{T} R = 2\pi\nu R. \qquad (14)$$

При неравномерном движении материальной точки по окружности вместе с линейной скоростью изменяется и угловая. Поэтому можно ввести понятие углового ускорения (по аналогии с линейным ускорением).

Средним угловым ускорением **$\beta_{ср}$ называется отношение изменения угловой скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло (R=const) :**

$$\beta_{ср} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \qquad (15)$$

$$\Delta v = R \cdot \Delta\omega,$$

Мгновенным угловым ускорением **β называется предел среднего углового ускорения при стремлении промежутка времени к нулю:**

$$\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \qquad (16)$$

При ***равнопеременном*** **движении материальной точки по окружности ($a_ц$ = const, $a_к$ = const), $\Delta\omega = \Delta v / R$, линейная скорость и пройденный путь определяются по формулам (5) и (6), в которых в качестве ускорения надо брать его касательную составляющую.**

Соответствующие выражения для угловой скорости и угла поворота радиуса (углового пути):

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \beta t, \\ \varphi &= \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}, \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

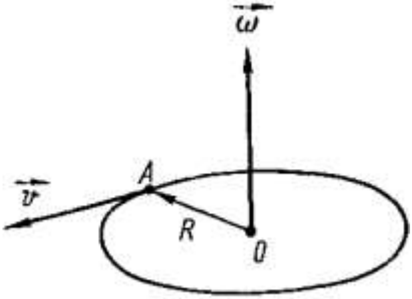

Рис. 12

Задача 1.1 С крыши дома высотой 16 м через равные промежутки времени падают капли воды, причем первая ударяется о землю в тот момент, когда пятая отделяется от крыши. Найти расстояние четвертой капли от крыши в момент удара первой капли о землю.

Решение. Падение капель является равноускоренным движением без начальной скорости с ускорением g = 9,81 м/с^2. Поэтому, согласно формуле (6),

$$H = \frac{gt_1^2}{2},$$

откуда время падения первой капли

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

$$l = \frac{gt_4^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot \frac{2H}{16g} = \frac{H}{16} = \frac{16\ \text{м}}{16} = 1\ \text{м}.$$

Так как капли отрываются от крыши через равные промежутки времени, то время падения четвертой капли $t_1/4$, а ее расстояние от крыши l.

Задача 2. Трамвай начал двигаться равноускоренно по закругленному участку пути и, пройдя расстояние s = 250 м, развил скорость v = 36 км/ч. Найти касательное, центростремительное и полное ускорения трамвая через 40 с после начала движения. Радиус закругления R = 200 м.

Решение. При равноускоренном движении без начальной скорости, согласно формуле (7),

$$v^2 = 2a_к s,$$

где $a_к$ — касательное ускорение (изменяющее величину скорости). Тогда

$$a_к = \frac{v^2}{2s} = \frac{100\ м^2/с^2}{2 \cdot 250\ м} = 0,2\ м/с^2.$$

Скорость, которую приобретает трамвай по истечении времени t = 40 с, согласно формуле (5).

Тогда, по формуле (9), центростремительное ускорение и полное ускорение

$$a_ц = \frac{v^2}{R} = \frac{64\ м^2/с^2}{200\ м} = 0,32\ м/с$$

$$a = \sqrt{a_к^2 + a_ц^2} = \sqrt{(0,04 + 0,10)\ м^2/с^4} = 0,37\ м/с^2.$$

Занятие 1.4.

Основные законы динамики. Масса и сила.

Перейдем к разделу, называемому *динамикой*, в котором движение тел изучается в связи с вызывающими его физическими причинами — *силами.*

Основные законы динамики представляют собой обобщение результатов опыта. Приведем их формулировки.

Первый закон Ньютона (закон инерции):

всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока воздействие других тел не выведет его из этого состояния.

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инерцией.* Опыт показывает, что при одинаковом воздействии различные тела поразному изменяют свою скорость. Иными словами, *одинаковые* *воздействия вызывают у различных тел различные ускорения.* Следовательно, величина ускорения, приобретаемого телом, зависит не только от величины воздействия, но и от некоторого *собственного свойства* тела. Это свойство тела характеризуют физической величиной, называемой *массой.* В этом смысле можно сказать, что *масса есть мера инерции тела.*

Масса является одной из основных физических величин. Подчеркнем, что она характеризует не только инерцию тел, но и их *гравитационные* свойства (тяготение). Кроме того, масса характеризует «энергосодержание» тела.

Масса тел определяется путем сравнения с массой некоторого выбранного эталонного тела. По международному соглашению, таким эталоном является платино-иридиевый цилиндр, хранящийся в Париже и называемый *килограммом массы* (кг); эта масса принята за единицу массы — 1 кг. Тысячная доля килограмма называется граммом массы (г). С высокой степенью точности масса 1 см^3 дистиллированной воды при 4°С равна 1 г.

Отмеченное в законе инерции «воздействие других тел» (как причина, изменяющая состояние *данного тела)* получило общее название *силы*, действующей на данное тело. Опыт показывает, что различные силы сообщают одному и тому же телу различные ускорения. Кроме того, оказывается, что сила есть *вектор*, направленный так же, как вектор вызванного этой силой ускорения. Обобщение приведенных опытных фактов составляет содержание **второго закона Ньютона:**

ускорение **a**, *приобретаемое телом под действием силы* **F**, *направлено так же, как сила, а по величине пропорционально силе и обратно пропорционально массе m тела:*

$$\mathbf{a} \sim \frac{\mathbf{F}}{m}.$$

Вводя коэффициент пропорциональности k, получим

$$\mathbf{F} = km\mathbf{a}. \tag{1}$$

Единицы измерения силы можно выбрать так, чтобы $k = 1$. Для этого примем за единицу силы такую силу, которая единичной массе сообщает единичное ускорение. Тогда из соотношения

(1) получим 1 (силы) = k • 1 (массы) • 1 (ускорения), откуда следует, что k = = 1. Вообще, *в физической формуле коэффициент пропорциональности можно принимать равным единице, если по этой формуле устанавливается единица измерения одной из величин, входящих в формулу.* Этим приемом мы будем очень часто пользоваться в дальнейшем, Если же все физические величины, входящие в формулу, имеют уже единицы измерения (установленные по другим физическим соотношениям), то коэффициент пропорциональности нельзя выбирать произвольно. В этом случае численное значение коэффициента определяется опытным путем.

В таком математическом виде принято выражать второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения). Подчеркнем, что под F подразумевается результирующая всех сил, действующих на тело.

Если одно тело действует на второе, то в свою очередь второе тело действует на первое. Например, груз, давящий на опору, испытывает давление со стороны этой опоры. Соотношение между силами, приложенными к взаимодействующим телам, описывается третьим законом Ньютона (закон действия и противодействия):

два взаимодействующих тела действуют друг на' друга с силами, равными по величине и противоположными по направлению:

$$F_{12} = -F_{21}, \qquad (3)$$

где F_{12} — сила действия первого тела на второе, F_{21} — сила действия второго тела на первое.

Из формулы (3) следует, что только одно взаимодействие двух тел друг с другом не может вызвать движения обоих тел в одном и том же направлении. Для того чтобы два взаимодействующих тела пришли в движение в одном направлении, должно иметь место взаимодействие их (или одного из них) с некоторым *третьим* телом. Например, тепловоз тянет вагоны не за счет своего взаимодействия с вагонами, а за счет своего взаимодействия с опорой (рельсами), обусловленного трением.

На основании законов Ньютона можно уточнить формулировку понятия силы: сила — физическая величина, характеризующая взаимодействие тел, в результате которого они приобретают ускорение.

Следует подчеркнуть, что действие силы проявляется не только в ускорении движения тел. Сила вызывает также *деформацию* (изменение формы) тела. Например, груз, висящий на проволоке, растягивает ее. По величине деформации можно определить величину силы. На этом, как известно, основано измерение силы пружинным *динамометром.*

Установим единицу измерения силы. В соответствии с формулой (2) за единицу силы следует принять *силу, которая телу массой* 1 кг *сообщает ускорение* 1 м/с^2 *в направлении действия силы.* Эта единица называется *ньютоном* (Н):

$$Н = кг \cdot м/с^2.$$

Закон изменения количества движения (импульса)

Пользуясь вторым законом Ньютона, можно определять значения движущей силы, массы и ускорения тела для *данного момента времени.* Однако необходимо определять эти характеристики для *любого наперед заданного момента времени* (будущего или прошедшего). Для такого рода расчетов применяется *закон изменения количества движения*, являющийся одним из выражений второго закона Ньютона.

Пусть в течение некоторого промежутка времени t на тело массой m, двигавшееся ранее со скоростью v_0, подействовала постоянная сила F. Она будет сообщать телу постоянное ускорение a, в связи с чем к концу промежутка времени тело приобретет скорость v. Тогда, согласно второму закону Ньютона, можем написать

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\,\frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{t},$$

или

$$\mathbf{F}t = m\mathbf{v} - m\mathbf{v}_0. \tag{4}$$

Если на тело действует не одна, а несколько сил, то под F следует понимать их *результирующую.* Произведение массы тела на его скорость называется *количеством движения* (или *импульсом)* тела; произведение движущей силы на время ее действия называется *импульсом силы.* Эти физические величины являются векторными. Формула (4) выражает (для постоянной силы) *закон изменения количества движения:*

импульс постоянной силы, действующей на тело, равен изменению количества движения тела.

Так как сила, действующая в течение малого промежутка времени, практически является постоянной, то закону изменения количества движения можно дать еще такую формулировку:

импульс силы, действующей на тело в течение малого промежутка времени, равен изменению количества движения тела за этот промежуток времени.

Этот закон позволяет определять конечную скорость движения тела по его начальной скорости и импульсу движущей силы.

Чтобы применять закон изменения количества движения к случаям действия переменной силы, надо обобщить понятие импульса силы на *любой* промежуток времени. С этой целью разобьем промежуток времени на n столь малых промежутков: что силу, действующую в течение каждого из них, можно будет считать постоянной и соответственно равной F_1, F_2, F_3, ..., F_n. Тогда, согласно формуле (4), для каждого из этих промежутков времени напишем:

$$\mathbf{F}_1 \cdot \Delta t_1 = m\mathbf{v}_1 - m\mathbf{v}_0,$$
$$\mathbf{F}_2 \cdot \Delta t_2 = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1,$$
$$\mathbf{F}_3 \cdot \Delta t_3 = m\mathbf{v}_3 - m\mathbf{v}_2,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\mathbf{F}_n \cdot \Delta t_n = m\mathbf{v}_n - m\mathbf{v}_{n-1},$$

поскольку скорость в начале каждого последующего промежутка времени равна скорости в конце предыдущего промежутка времени. Складывая равенства, получим

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot \Delta t_i = m\mathrm{v}_n - m\mathrm{v}_0. \qquad (5)$$

Сумма, стоящая в левой части равенства, называется полным импульсом силы. Следовательно,

полный импульс переменной силы, действующей на тело, равен изменению количества движения тела.

Закон сохранения количества движения

***Изолированной системой называется группа тел, взаимодействующих друг с другом и не взаимодействующих ни с какими иными телами*. Понятие изолированной системы рассмотрено подробнее в связи с термодинамическими процессами и энтропией. Здесь мы только отметим, что *абсолютно* изолированных систем не существует. Невозможно полностью изолировать систему от внешней (окружающей) среды хотя бы потому, что нет абсолютных теплоизоляторов и средств, экранирующих действие гравитационных полей. Однако во многих случаях взаимодействие системы с внешней средой может оказаться несущественным для тех протекающих в системе процессов, которые рассматриваются в данной задаче. Поэтому в целом ряде *конкретных задач* реальные системы можно считать изолированными.**

Представим себе *механическую* изолированную систему, состоящую из нескольких тел. Пусть для наглядности это будут упругие шары, беспорядочно движущиеся в некоторой части пространства (благодаря взаимным столкновениям). Сталкиваясь друг с другом, тела изменяют свое количество движения. Рассматривая взаимодействие тел в течение небольшого промежутка времени и применяя к каждому из тел закон изменения количества движения, напишем:

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot \Delta t = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \mathrm{v}'_i - \sum_{i=1}^{i=n} m_i \mathrm{v}_i.$$

Левая часть равенства представляет собой геометрическую сумму всех сил, действующих на тела изолированной системы. Си-

лы эти —*внутренние*; внешние силы на изолированную систему не действуют. Так как, по третьему закону Ньютона, каждой силе соответствует равная по величине *противодействующая* сила, то при сложении все эти силы взаимно уничтожаются, и левая, а следовательно, и правая часть последнего равенства обратятся в нуль. Тогда

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \mathbf{v}_i' = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \mathbf{v}_i.$$

Это означает, что сумма количества движения всех тел не изменяется со временем:

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 + m_3\mathbf{v}_3 + \cdots + m_n\mathbf{v}_n = \text{const}. \qquad (6)$$

(6) выражает закон сохранения количества движения: *в изолированной системе сумма количеств движения всех тел есть величина постоянная.*

Этот закон справедлив и для любого промежутка времени, в чем легко убедиться, применяя в данном выводе к каждому из тел обобщенный закон изменения количества движения. Закон сохранения количества движения применим не только к механическим, но и ко всяким изолированным системам. Он находит широкое отражение в природе и технике.

Рассмотрим явление отдачи (откатки) орудия при выстреле. Определяющую роль в этом явлении играет сила взаимодействия снаряда и орудия. Она значительно превосходит силы трения и тяготения, действующие на снаряд и орудие при выстреле. Поэтому можно считать систему снаряд — орудие изолированной и применить к ней закон сохранения количества движения:

$$m\mathbf{v} + M\mathbf{v}_0 = \text{const}, \qquad (7)$$

где m и v — масса и скорость снаряда, M и v_0 — масса и скорость орудия. Так как в начале промежутка времени (до выстрела) система покоилась ($v = v_0 = 0$), то константа в формуле (7) равна нулю. При выстреле система разделяется на две части (снаряд и орудие), которые могут разлететься только вдоль общей прямой.

Поэтому равенство (7) справедливо как для векторов скоростей, так и для их числовых значений. Тогда получим

$$mv + Mv_0 = 0,$$

откуда

$$v_0 = -\frac{m}{M}v. \tag{8}$$

Так как $m \ll M$, то $v_0 \ll v$; знак минус указывает на противоположность направления скоростей орудия и снаряда. Оба эти следствия согласуются с опытом.

Особый интерес представляет приложение закона сохранения количества движения к явлению «непрерывной отдачи», происходящему в реактивном двигателе (ракете). В этом случае изолированная система состоит из тела ракеты и вытекающего из его сопла газообразного продукта сгорания. Приближенно ракету можно рассматривать как орудие, непрерывно стреляющее струей газа и потому непрерывно движущееся в сторону, противоположную направлению этой струи. Однако пользоваться формулой (8) для расчета скорости ракеты уже нельзя хотя бы потому, что (в отличие от массы орудия) масса ракеты непрерывно *изменяется* — уменьшается по мере расхода горючего материала.

Ракета — *единственный* аппарат, способный приходить в движение и изменять свое движение *без опоры* (без посредства внешней среды). Поэтому реактивный двигатель является единственно возможным двигателем космических снарядов и кораблей.

Приоритет в области теории и практики реактивного движения принадлежит нашей стране. Обширны эти исследования - запуски искусственных спутников Земли, межконтинентальных баллистических снарядов и автоматической станции, совершившей посадку на поверхность Венеры.

В природе реактивное движение используется некоторыми живыми организмами. Например, кальмары, спруты, медузы и некоторые двустворчатые моллюски передвигаются посредством отдачи воды, выбрасываемой ими из особых полостей тела. При этом кальмары развивают весьма большую скорость движения, достигающую 70 км/ч.

Задача 4. Две гири весом $P_1 = 19{,}6$ Н и $P_2 = 9{,}8$ Н соединены нитью и перекинуты через невесомый блок (рис. 13). Найти ускорение а, с которым движутся гири, и натяжение нити.

Р е ш е н и е . Ускоряющая сила $F = P_1 - P_2$, или, по второму закону Ньютона, $P = (m_1 - m_2)\,a$, где $m_1 = \frac{P_1}{g}$ и $m_2 = \frac{P_2}{g}$ есть массы гирь. Тогда из равенства $(m_1 + m_2)\,a = P_1 - P_2$ получим

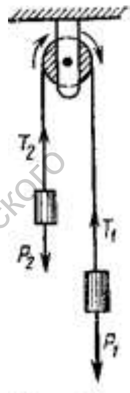

Рис. 13

$$a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{9{,}8\text{Н}}{3\text{ кг}} = 3{,}27\ \text{м/с}^2.$$

Натяжение нити со стороны первой (*падающей)* гири

$$T_1 = P_1 - m_1 a = 19{,}6 - 2 \cdot 3{,}27 = 13{,}1\ (\text{Н}).$$

Натяжение нити со стороны второй (*поднимающейся)* гири

$$T_2 = P_2 + m_2 a = 9{,}8 + 1 \cdot 3{,}27 = 13{,}1\ (\text{Н}).$$

Задача 5. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, при разрыве разлетелась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляла 60% массы m всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью 25 м/с. Найти скорость v_2 меньшего осколка.

Р е ш е н и е . Рассматривая гранату как изолированную систему, можем написать по закону сохранения количества движения (6):

$$mv = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

где m_2 — масса меньшего осколка.

$$m_1 = 0{,}6\ m \qquad m_2 = m - 0{,}6\ m = 0{,}4\ m.$$

Поэтому

$$mv = 0{,}6\ mv_1 + 0{,}4\ mv_2$$

Откуда

$$v_2 = \frac{v - 0{,}6\ v_1}{0{,}4} = \frac{10 - 15}{0{,}4} = -12{,}5\ (\text{м/с}).$$

Знак «минус» показывает, что меньший осколок летит в направлении, противоположном первоначальному направлению движения гранаты.

Занятие 2.1.
Виды сил.
Силы упругости

Выше говорилось о силе вообще. Перейдем к рассмотрению некоторых конкретных сил, широко представленных в природе и технике в *механических процессах.* К ним относятся силы упругости, трения, тяготения.

Как уже отмечалось, сила может деформировать тело — смещать составляющие его частицы относительно друг друга. При этом (в соответствии с третьим законом Ньютона) внутри деформированного тела возникает противодействующая сила, равная по величине деформирующей силе и называемая *силой упругости.* Например, груз, растягивающий пружину, подвергается действию силы упругости пружины. Силы упругости обусловлены взаимодействием между частицами *(молекулами* и *атомами)* тела и имеют в конечном счете электрическую природу.

Существует несколько видов деформации тел: одностороннее растяжение или сжатие, всестороннее растяжение или сжатие, кручение, сдвиг, изгиб. Каждый вид деформации вызывает появление соответствующей силы упругости.

Опыт показывает, что

сила упругости F, возникающая при малых деформациях любого вида пропорциональна величине деформации (смещения):

$$\mathbf{F} = -k \cdot \Delta x, \tag{9}$$

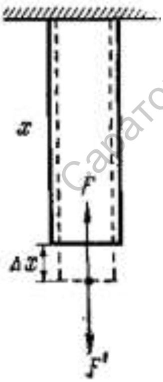

Рис. 14

где k — коэффициент пропорциональности. Это положение называется *законом Гука.* Знак минус указывает на противоположность направлений силы упругости и смещения.

Деформация называется *упругой*, если после устранения деформирующей силы силы упругости полностью восстанавливают первоначальные форму и размер тела. При малых смещениях; деформацию реальных тел можно считать упругой. При больших смещениях; возникает *остаточная дефор-*

мация — тело не восстанавливает полностью свои форму и размер. При значительных деформациях может даже произойти разрушение тела (разрыв — при растяжении, излом — при изгибе).

Рассмотрим упругую деформацию одностороннего растяжения стержня (рис. 14). Пусть к нижнему концу закрепленного стержня длиной x и площадью поперечного сечения S приложена деформирующая сила F. Стержень удлинится на величину Δx; и в нем возникнет сила упругости $F = - F'$. Опыт показывает, что удлинение пропорционально деформирующей силе и первоначальной длине стержня и обратно пропорционально площади его поперечного сечения:

$$\Delta x = \frac{F'x}{ES} = -\frac{Fx}{ES}, \tag{10}$$

Откуда

$$F = -\frac{ES \cdot \Delta x}{x}, \tag{11}$$

где E — коэффициент, характеризующий упругие свойства вещества стержня, называемый *модулем упругости*. Согласно формуле (10),

$$E = \frac{F'x}{S \cdot \Delta x}. \tag{12}$$

Модуль упругости численно равен силе, растягивающей вдвое стержень единичной площади поперечного сечения. Модуль упругости измеряется в ньютонах на квадратный метр ($Н/м^2$).

Изложенное остается справедливым и для деформации одностороннего сжатия.

Не останавливаясь на других видах деформации, отметим только, что все они в конечном счете могут быть сведены к соответствующим комбинациям деформаций одностороннего растяжения и сжатия. Например, деформация изгиба стержня сводится к деформации одностороннего растяжения верхней части стержня

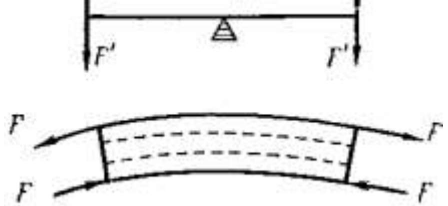

Рис. 15

при одновременной деформации одностороннего сжатия нижней его части (рис. 15; *F'* и F - деформирующие силы). Поэтому при изгибе верхняя часть стержня как бы работает на растяжение, а нижняя — на сжатие. Очевидно, что средняя часть стержня почти не оказывает сопротивления изгибу. Это обстоятельство учитывается в технике и находит отражение в природе. Например, стержни, работающие на изгиб, обычно делают полыми (трубчатыми), чем достигается экономия материала и облегчение конструкций без ущерба для прочности. Стебли злаковых растений и кости птиц имеют трубчатое строение, молодые неокрепшие листья бывают свернуты трубкой и т. п.

Силы трения

Распространенным взаимодействием тел является трение. Сила, препятствующая скольжению соприкасающихся тел друг относительно друга, называется *силой трения*. Она направлена по касательной к поверхности соприкосновения тел противоположно скорости скольжения данного тела *(трение скольжения)*. Трение существует и в случае неподвижных относительно друг друга тел *(трение покоя)*. Максимальная сила трения покоя равна по величине той наименьшей внешней силе, которая вызывает скольжение тел. С момента начала скольжения сила трения несколько уменьшается (сила трения скольжения всегда меньше максимальной силы трения покоя).

Благодаря трению равномерное прямолинейное движение тела возможно только тогда, когда сила трения скольжения уравновешена внешней (движущей) силой

Трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей — взаимным зацеплением выступов на них. При достаточно гладких поверхностях главной причиной трения становятся силы сцепления между молекулами трущихся поверхностей.

Опыт показывает, что сила трения $F_{тр}$ приблизительно пропорциональна силе Р, прижимающей соприкасающиеся тела друг к другу (т. е. силе *нормального давления):*

$$F_{тр} = kP. \qquad (13)$$

Множитель k называется *коэффициентом трения*. Он зависит от рода вещества и качества обработки трущихся поверхностей. В некоторой мере он зависит также от относительной скорости скольжения и от внешних условий (температуры, влажности и т. п.). Следует подчеркнуть, что коэффициент трения является довольно грубой характеристикой сил трения. Определяется он экспериментально. В технических таблицах обычно даются средние значения коэффициента трения. Например, для стали по стали k = 0,17, для стали по дереву k — 0,48.

Трение играет большую роль в природе и технике. Посредством трения осуществляется необратимый переход всех видов энергии в теплоту. Благодаря трению приходит в движение и останавливается транспорт. Действие органов передвижения и хватательных органов живых существ основано на трении скольжения. Трение удерживает корни растений в почве, песок — в железнодорожной насыпи и т. п.

В тех случаях, когда трение играет вредную роль, его уменьшают, помещая между трущимися поверхностями вязкую жидкость (смазку). Тем самым внешнее трение твердых тел заменяют значительно меньшим *внутренним трением* жидкости..

Другой способ уменьшения трения — замена скольжения *качением*: применение колес, катков, шариковых и роликовых подшипников. Коэффициент трения качения в десятки раз меньше коэффициента трения скольжения. Существенно, что сила трения качения обратно пропорциональна радиусу катящегося тела. В связи с этим у транспорта, предназначенного для движения по плохим дорогам (у телег, например), колеса имеют большой радиус. Сила трения качения $F_{тр\cdot к}$ выражается формулой

$$F_{тр.к} = \eta \frac{P}{R}$$

где P — сила нормального давления, R — радиус катящегося тела. Коэффициент трения, зависящий от свойств материала соприкасающихся поверхностей, как видно из формулы, имеет размерность длины.

Трение качения встречается редко. Можно только указать на шарообразность семян некоторых растений (горох, каштан, орех), способствующую откатыванию этих семян на более далекие расстояния от материнского растения.

Силы тяготения

Изучая движение небесных тел и падение тел в земных условиях, установлен закон всемирного тяготения, согласно которому

материальные точки притягиваются друг к другу с силой F, пропорциональной их массам m_t и m_2 и обратно пропорциональной квадрату расстояния г между ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}. \tag{14}$$

Закон справедлив также для взаимодействия шаров и взаимодействия большого шара с малым телом. Коэффициент $\gamma=6{,}67\cdot10^{-11}$ Н м^2/кг^2 был определен экспериментально и назван *гравитационной постоянной*. Физический смысл гравитационной постоянной заключается в том, что она равна выраженной в ньютонах силе тяготения между двумя точечными массами в 1 кг каждая, находящимися на расстоянии 1 м друг от друга.

Силы тяготения огромны для небесных тел и ничтожны для микрочастиц. Так, сила тяготения между Землей и Луной имеет порядок 10^{20} Н, а между двумя почти соприкасающимися молекулами кислорода — 10^{-32} Н.

Притяжение между телами осуществляется через пространство, которое, *казалось бы*, не заполнено никакой материальной средой. Однако такое представление привело бы к идеализму — к необходимости приписать осуществление взаимодействия между телами некоему духовному началу. Согласно материалистической философии взаимодействие между материальными телами может осуществляться только *материальным посредником*. В данном случае таким посредником является *гравитационное поле* (поле силы тяготения).

Гравитационное поле — это особый вид материи, посредством которого осуществляется взаимное притяжение тел. Фор-

мально гравитационное поле можно определить как пространство, в котором действуют гравитационные силы. Однако при этом надо отчетливо представлять, что поле материально.

Сказанное полностью относится и к другому виду взаимодействия через пространство — к электромагнитному взаимодействию. Вообще считается, что существует *два вида материи: вещество* и *поле.* Свойства поля существенно отличаются от свойств вещества. Если вещество подвержено действию некоторого поля, то и само оно способно создавать такое поле. Поэтому всякое взаимодействие тел через пространство можно схематически представить следующим образом: первое тело создает поле, которое действует на второе тело; в свою очередь второе тело действует своим полем на первое тело. Взаимоотношения поля с веществом (частицами) исследованы еще далеко не достаточно. Изучение этих взаимоотношений составляет одну из важнейших проблем физики.

Возвращаясь к закону всемирного тяготения и применяя его к случаю взаимодействия земного шара с телами, расположенными вблизи земной поверхности

$$F = \gamma \frac{Mm}{(R+h)^2},$$

где M — масса Земли, R — ее радиус, m — масса тела, h — его высота над земной поверхностью.
С другой стороны g—ускорение свободного падения вблизи земной поверхности.

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} = \text{const}, \tag{17}$$

Таким образом, вблизи Земли все тела падают с одинаковым ускорением 9,81 м/с^2.

Строго говоря, благодаря вращению Земли вокруг своей оси величина ускорения g не является постоянной, а изменяется в зависимости от широты и высоты места (приведенное значение g соответствует широте 45° на уровне моря). В этой связи оказывается переменной величиной и сила тяжести.

Центростремительная сила

Равномерное движение тела по окружности характеризуется центростремительным ускорением. Сила *любой природы*, вызывающая это ускорение, называется *центростремительной силой*. Она приложена к телу, направлена к центру окружности и, согласно второму закону Ньютона, равна

$$F_ц = ma_ц = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R, \qquad (18)$$

где m — масса тела, $a_ц$ — центростремительное ускорение, R — радиус окружности.

Центростремительная сила создается *связью*, удерживающей тело на окружности; она обусловлена *реакцией* связи на стремление тела удалиться от центра окружности. Рассмотрим в качестве примера движение шарика по окружности на резиновом шнурке (рис. 16). Сообщим шарику А скорость v перпендикулярно шнуру (связи) ОА, закрепленному в точке О. Шарик начнет двигаться по инерции прямолинейно, удаляясь от точки О. При этом шнур растягивается и возникающая в нем упругая сила, препятствуя прямолинейному движению шарика, заставит шарик двигаться по раскручивающейся спирали. Когда возрастающая по мере растяжения шнура сила упругости станет достаточной для того, чтобы воспрепятствовать удалению шарика от точки О, он начнет двигаться по окружности радиусом R. Очевидно, что при этом упругая сила связи будет равна центростремительной силе:

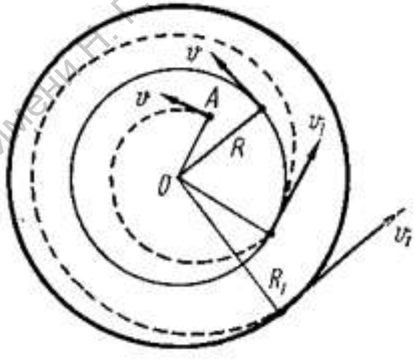

Рис. 16

$$F_ц = m\frac{v^2}{R}.$$

Таким образом, роль центростремительной силы играет сила упругости шнура.

Если по какой-либо причине скорость шарика возрастет, то он опять начнет удаляться от центра по спирали до тех пор, пока упругая сила дополнительно растянувшегося шнура не заставит его двигаться по окружности радиусом >*R*. При этом опять сила упругости связи станет равна центростремительной силе:

$$F_{ц} = m\frac{v_1^2}{R_1}.$$

На этом принципе основано, например, действие центробежного регулятора Уатта, в котором связью грузов с осью вращения служит шарнирно-рычажная система.

При некоторой достаточно большой скорости вращения шнур не выдержит растяжения и разорвется, а шарик полетит прямолинейно — по касательной к окружности. Именно так летят раскаленные частицы — искры, отрывающиеся от точильного круга.

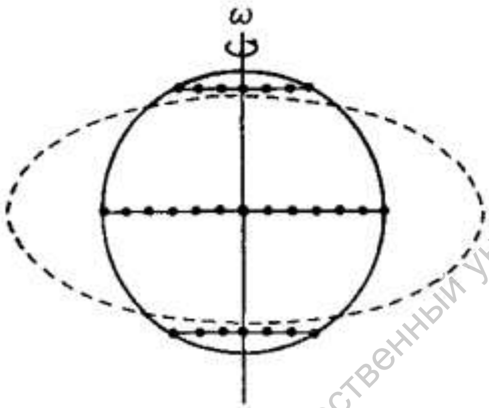

Рис. 17

Разрыв связи может произойти у махового колеса при слишком большой скорости вращения. На разрыве связи основано действие таких *центробежных механизмов*, как, например, сушильная машина, молочный сепаратор, центробежный насос. В сушильной машине связью является сцепление воды с тканью, в медогонке — сцепление меда с сотами, в сепараторе — вязкость молока, в центробежном насосе —трение воды (или воздуха) о вращающиеся лопасти насоса.

Рассмотрим еще один пример — вращение эластичного резинового шара с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через его центр (рис. 17). Мысленно разобьем шар на маленькие частицы — шарики одинаковой массы и представим, что сцепление между ними обеспечивается резиновыми шнурами (связями,, к которым шарики прикреплены). Так как массы и угловые

скорости у всех шариков одинаковы, то наибольшая центростремительная сила будет действовать на шарики, наиболее удаленные от оси вращения. Таких шариков больше всего в «экваториальном» слое шара и меньше всего в «приполярных» слоях. Поэтому связи сильнее растянутся в «экваториальном» слое. В результате шар примет форму эллипсоида вращения. Аналогично деформируется земной шар: он растянут у экватора и приплюснут у полюсов так, что экваториальный радиус на 1/300 больше полярного.

В заключение отметим, что, согласно третьему закону Ньютона, вместе с центростремительной силой, приложенной к телу, возникает равная ей по величине, но противоположно направленная сила, приложенная к связи: она называется *центробежной силой.*

Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

Система отсчета, движущаяся (относительно звезд) равномерно и прямолинейно (т. е. по инерции), называется *инерциальной*. Очевидно, что таких систем отсчета — неисчислимое множество, поскольку любая система, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы отсчета равномерно и прямолинейно, тоже инерциальна, Системы отсчета, движущиеся (относительно инерциальной системы) с ускорением, называются *неинерциальными.*

Опыт показывает, что

во всех инерциальных системах отсчета все механические процессы протекают совершенно одинаково (при одинаковых условиях).

Это положение, названное механическим *принципом относительности* (или *принципом относительности Галилея*). Пример - механических процессов, совершающихся в каюте корабля, плывущего равномерно и прямолинейно по спокойному морю. Для наблюдателя, находящегося в каюте* колебание маятника, падение тел и другие механические процессы протекают точно так же, как и на неподвижном корабле. Поэтому, наблюдая эти

процессы, невозможно установить ни величину скорости, ни даже сам факт движения корабля. Чтобы судить о движении корабля относительно какой-либо системы отсчета (например, поверхности воды), необходимо вести наблюдения и за этой системой (видеть, как удаляются предметы, лежащие на воде, и т. п.).

Выяснилось, что не только механические, но и тепловые, электрические, оптические и все другие процессы и явления природы протекают совершенно одинаково во всех инерциальных системах отсчета. На этом основании сформулирован *обобщенный принцип относительности*, названный *принципом относительности Эйнштейна:*

во всех инерциальных системах отсчета все физические процессы протекают совершенно одинаково (при одинаковых условиях).

Этот принцип наряду с положением о независимости скорости распространения света в вакууме от движения источника света - основа *специальной теории относительности*.

Законы Ньютона и другие рассмотренные нами законы динамики выполняются только в инерциальных системах отсчета. В неинерциальных системах отсчета эти законы, вообще говоря, уже несправедливы.

Рассмотрим пример, поясняющий последнее утверждение.

На совершенно гладкой платформе, движущейся равномерно и прямолинейно, лежит шар массой m на этой же платформе находится наблюдатель. Другой наблюдатель стоит на Земле недалеко от места, мимо которого вскоре должна пройти платформа. Очевидно, что оба наблюдателя связаны с инерциальными системами отсчета.

Пусть теперь, в момент прохождения мимо наблюдателя, связанного с Землей, платформа начнет двигаться с ускорением а, т. е. сделается *неинерциальной* системой отсчета. При этом шар, ранее покоившийся относительно платформы, придет (относительно нее же) в движение с ускорением а, противоположным по направлению и равным по величине, ускорению, приобретенному платформой. Выясним, как выглядит поведение шара с точек зрения каждого из наблюдателей.

Для наблюдателя, связанного с инерциальной системой отсчета — Землей, шар продолжает двигаться равномерно и прямолинейно в полном соответствии с законом инерции (поскольку на него не действуют никакие силы, кроме силы тяжести, уравновешиваемой реакцией опоры).

Наблюдателю, связанному с *неинерциальной* системой отсчета — платформой, представляется иная картина: шар приходит в движение и приобретает ускорение — *а без воздействия силы* (поскольку наблюдатель не обнаруживает воздействия на шар каких-либо других тел, сообщающих шару ускорение). Это явно противоречит закону инерции. Не выполняется и второй закон Ньютона: применив его, наблюдатель получил бы, что сила = *ma,* а это невозможно, так как *a* не равно нулю.

Можно, однако, сделать законы динамики применимыми и для описания движений в *неинерциальных* системах отсчета, если ввести в рассмотрение силы особого рода — *силы инерции.* Тогда в нашем примере наблюдатель, связанный с платформой, может считать, что шар пришел в движение под действием силы инерции

$$F_и = -ma.$$

Введение силы инерции позволяет записывать второй закон Ньютона в обычной форме; только под действующей силой надо понимать *результирующую* «обычных» сил и сил инерции:

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_и = m\mathbf{a}, \tag{19}$$

где m — масса тела, a — его ускорение.

Силы инерции действуют только в неинерциальных системах отсчета и для них в отличие от «обычных» сил невозможно указать, действием каких именно других тел (на рассматриваемое тело) они обусловлены. Очевидно, по этой причине к силам инерции невозможно применить третий закон Ньютона; это является особенностью сил инерции

Невозможность указать отдельные тела, действием которых (на рассматриваемое тело) обусловлены силы инерции, не означает, конечно, что возникновение этих сил вообще не связано с действием каких-либо материальных тел. Имеются серьезные основания предполагать, что силы инерции обусловлены действием всей совокупности тел Вселенной.

Дело в том, что между силами инерции и силами тяготения существует большое сходство: и те и другие пропорциональны массе тела, на которое они действуют, и потому ускорение, сообщаемое телу каждой из этих сил, не зависит от массы тела. При определенных условиях эти силы вообще невозможно различить. Пусть, например, где-то в космическом пространстве движется с ускорением (обусловленным работой двигателей) космический корабль. Находящийся в нем космонавт будет при этом испытывать силу, прижимающую его к «полу» (задней по отношению к направлению движения стенке) корабля. Эта сила создаст точно такой же эффект и вызовет у космонавта такие же ощущения, какие вызвала бы соответствующая сила тяготения.

Если космонавт считает, что его корабль движется с ускорением *a* относительно Вселенной, то он назовет действующую на него силу *силой инерции.* Если же космонавт будет считать свой корабль неподвижным, а Вселенную — несущейся мимо корабля с таким же ускорением а, то он назовет эту силу *силой тяготения.* И обе точки зрения будут совершенно равноправными. Никакой эксперимент, выполненный внутри корабля, не сможет доказать правильность одной и ошибочность другой точки зрения.

Из рассмотренного и других аналогичных примеров следует, что ускоренное движение системы отсчета эквивалентно (по своему действию на тела) возникновению соответствующих сил тяготения. Это положение получило название принципа эквивалентности сил тяготения и инерции (принципа эквивалентности Эйнштейна); данный принцип положен в основу общей теории относительности.

Силы инерции возникают не только в прямолинейно движущихся, но и во вращающихся неинерциальных системах отсчета. Пусть, например, на горизонтальной платформе, могущей вращаться вокруг вертикальной оси, лежит тело массой m, связанное с центром вращения O резиновым шнуром (рис. 18). Если платформа начнет вращаться с угловой скоростью (и, следовательно, превратится в неинерциальную систему), то благодаря трению тело тоже будет вовлечено во вращение. Вместе с тем оно будет перемещаться в радиальном направлении от центра платформы до тех пор, пока возрастающая сила упругости растягивающегося шнура не остановит это перемещение. Тогда тело начнет вращаться на расстоянии от центра.

С точки зрения наблюдателя, связанного с платформой, перемещение шара относительно нее обусловлено некоторой силой Это есть *сила инерции*, поскольку она не вызвана действием на шар других определенных тел; ее называют *центробежной силой инерции.* Очевидно, что центробежная сила инерции равна по величине и противоположна по направлению силе упругости растянутого шнура, играющей роль центростремительной силы, которая действует на тело, вращающееся по отношению к инерциальной системе. Поэтому

$$F_{ц.и} = m\omega^2 r, \qquad (20)$$

следовательно, центробежная сила инерции пропорциональна расстоянию тела от оси вращения.

Подчеркнем, что центробежную силу инерции не следует смешивать с «обычной» центробежной силой. Это силы, приложенные к разным объектам: центробежная сила инерции приложена к телу, а центробежная сила — к связи.

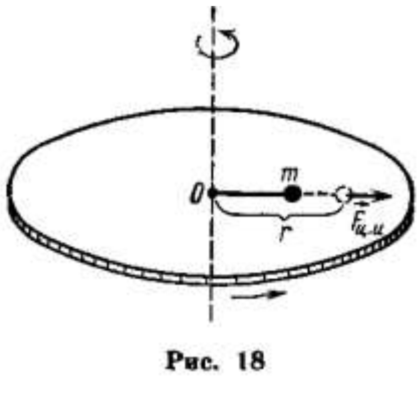

Рис. 18

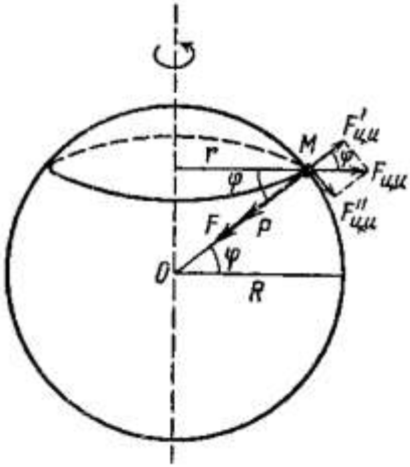

Рис. 19

С позиции принципа эквивалентности сил тяготения и инерции простое объяснение получает действие всех *центробежных механизмов:* насосов, сепараторов и т. п.

Любой центробежный механизм можно рассматривать как вращающуюся неинерциальную систему, вызывающую появление поля тяготения радиальной конфигурации, которое в ограниченной области значительно превосходит поле земного тяготения. В этом поле более плотные частицы вращающейся среды или частицы, слабо связанные с ней, отходят к ее периферии (как бы идут «ко дну»).

Вес тел. Ускорение силы тяжести. Невесомость

Введение сил инерции упрощает и делает более наглядным решение целого ряда вопросов и задач о движении тел в *неинерциальных системах.* Получим уточненные выражения веса тела и ускорения силы тяжести.

Сила, с которой тело притягивается к Земле, называется *силой тяжести*. Вес тела равен силе, с которой неподвижное относительно Земли и находящееся в пустоте тело давит на горизонтальную опору или растягивает пружину вследствие притяжения к Земле.

Таким образом, вес тела *равен* силе тяжести; поэтому мы зачастую будем пользоваться этими терминами как равнозначными.

Если бы Земля не имела суточного вращения, то вес тела равнялся бы силе тяготения тела к Земле, определяемой по формуле (15). Благодаря суточному вращению Земли (в котором участвуют и все земные тела) на тело М, лежащее на земной поверхности, кроме силы тяготения F, направленной по радиусу *R* к центру Земли, действует центробежная сила инерции направ-

ленная по линии продолжения радиуса от оси вращения Земли (рис. 19). Разложим F_{UH} на две составляющие: в направлении радиуса *R* и в направлении, перпендикулярном *R*. Первая составляющая уравновешивается силой трения тела о земную поверхность; вторая составляющая
противодействует силе тяготения тела к Земле. Поэтому сила притяжения тела к Земле, т. е. вес Р тела, выразится разностью силы тяготения *F* и составляющей центробежной силы инерции:

$$P = F - F'_{ц.и} = F - F_{ц.и} \cos\varphi,$$

где φ — географическая широта местонахождения тела.
Получим

$$P = \gamma \frac{mM}{R^2} - m\omega^2 R \cos^2\varphi. \tag{21}$$

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} - \omega^2 R \cos^2\varphi. \tag{22}$$

$$P = \gamma \frac{mM}{R^2} - m\omega^2 r \cos\varphi,$$

где m — масса тела, М — масса Земли, ω = 7,3 2 10^{-5} рад/с — угловая скорость суточного вращения Земли.

$$P = \gamma \frac{Mm}{R^2} - m\omega^2 R$$

Из формулы (21) следует, что вес тела зависит от широты места: уменьшается от полюса к экватору благодаря увеличению в этом направлении cosφ и R.

Следовательно, ускорение силы тяжести также уменьшается от полюса к экватору. Правда, это уменьшение столь мало (не превышает 0,5%), что во многих практических расчетах его не учитывают.

С помощью сил инерции можно объяснить так *состояние невесомости*. Тело, подверженное этому состоянию, не оказывает давления на опоры, даже находясь в соприкосновении с ними; при этом тело не испытывает деформации.

Состояние невесомости наступает в случае, когда на тело действует *только* сила тяготения, т. е. когда тело *свободно* движется в поле тяготения.

Это имеет место, например, в искусственном спутнике Земли, выведенном на орбиту и *свободно* движущемся в поле земного тяготения, т. е. вращающемся вокруг Земли.

При вращательном движении возникает центробежная сила инерции. Так как центробежная сила инерции, действующая *на каждую частицу тела*, находящегося в спутнике (и самого спутника), равна по величине и противоположна по направлению силе тяготения, действующей на соответствующую частицу, то эти силы взаимно уравновешиваются. В результате тело не подвергается деформации и не оказывает давления на стенки спутника, т. е. оно оказывается невесомым.

Невесомыми становятся и тела, находящиеся в космическом корабле, *свободно* (с выключенными двигателями) перемещающемся *по любой траектории* в безвоздушном пространстве в поле тяготения. Разумеется, что вместе со всеми телами, находящимися в корабле, становится невесомым и космонавт.

Ощущение невесомости у космонавта выражается в отсутствии привычных напряжений и нагрузок, которые обусловлены силой тяжести. Прекращается деформация внутренних органов, исчезает постоянное напряжение ряда мышц, нарушается деятельность вестибулярного аппарата (обеспечивающего чувство равновесия человека), пропадает чувство «верха» и «низа». Столь привычные действия, как, например, выливание воды из сосуда, тоже вызывают затруднения: воду теперь приходится буквально вытряхивать из сосуда.

Для устранения перечисленных и других трудностей при пребывании человека в космосе на космической станции предполагается создавать искусственную «весомость». С этой целью станцию будут конструировать в виде большого *вращающегося* диска с рабочими помещениями, расположенными на его периферии. Возникающая при этом центробежная сила инерции будет выполнять роль недостающей силы тяготения.

С вращением Земли вокруг своей оси связано еще одно явление: отклонение тел, движущихся по земной поверхности, от первоначального направления. Пусть тело массой *m*, двигаясь прямолинейно в северном полушарии, например вдоль меридиана, переместилось с широты φ_1, которой соответствует линейная скорость вращения v_1, на широту φ_2, которой соответствует скорость v_2 (рис. 20). Сохраняя по инерции свою первоначальную скорость вращения v_1, тело будет иметь на широте φ_2 большую скорость вращения, чем находящаяся под ним земная поверхность. Иначе говоря, на широте φ_2 тело приобретает ускорение $a_к$ относительно земной поверхности, направленное вправо перпендикулярно к перемещению **s** тела. В результате тело отклонится вправо от первоначального (меридионального) направления движения и его траектория (относительно земной поверхности) окажется *криволинейной.*

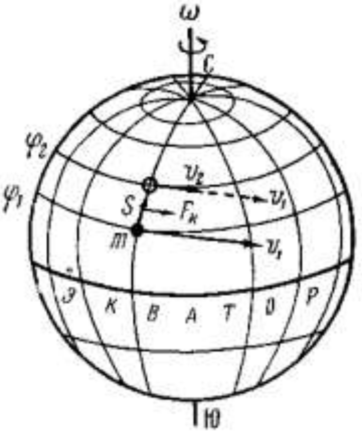

Рис. 20

Наблюдатель, связанный с вращающейся Землей (и потому не замечающий ее вращения), объяснит данное явление действием *на тело* некоторой *силы инерции*, направленной вправо перпендикулярно к скорости перемещения тела и равной по величине $F_K = ma_к$. Эта сила получила название *кориолисовой силы.*

Сила Кориолиса действует только на *движущиеся* (относительно Земли) тела. Будучи перпендикулярной к скорости движения тела, она изменяет только направление, но не величину этой скорости; в северном полушарии эта сила направлена вправо, в южном полушарии — влево. Во избежание недоразумений подчеркиваем, что сила Кориолиса возникает при любом (а не только при меридиональном) направлении, благодаря ей реки *северного* полушария подмывают *правые* берега.

Величина силы Кориолиса пропорциональна скорости движения тела, его массе и угловой скорости суточного вращения

Земли. Поскольку угловая скорость вращения Земли невелика, сила Кориолиса может принимать большие значения и вызывать существенные отклонения только у тел, движущихся с большой скоростью (например, у находящихся в полете межконтинентальных баллистических ракет).

Если движение тел на земной поверхности ограничено (в боковом направлении) какой-либо связью, то тело будет давить на эту связь с силой, равной кориолисовой. При *длительном* воздействии сила Кориолиса, несмотря на ее сравнительно малую величину, вызывает заметный эффект. берега, а воздушные течения приобретают *правое* вращение (по часовой стрелке). Действием силы Кориолиса обусловлен и повышенный износ правого рельса железнодорожных путей в *северном* полушарии.

Задача 6. К пластику длиной l = 12 см и диаметром d = 1,6 мм подвесили груз F = 68,6 Н. При этом он удлинился до h = 12,3 см. Определить модуль упругости E.

Решение. Пластик подвергается деформации одностороннего растяжения, поэтому, согласно формуле (12),

$$E = \frac{Fl}{S\Delta l},$$

где S — площадь поперечного сечения, Δl — величина удлинения.

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}6^2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2}{4} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2,$$

$$\Delta l = l_1 - l = 0{,}123\ \text{м} - 0{,}120\ \text{м} = 0{,}003\ \text{м},$$

$$E = \frac{68{,}6\ \text{Н} \cdot 0{,}12\ \text{м}}{2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 1{,}4 \cdot 10^9\ \text{Па}.$$

Задача 7. Найти силу тяги F, развиваемую мотором автомобиля, движущегося в гору с ускорением a= 1м/с^2. Уклон горы равен 1 м на каждые 25 м пути, масса автомобиля m=1000 кг, коэффициент трения k=0,1.

Ре ше н и е. Выразим вес автомобиля: $P = mg$.

Разложим его на две составляющие: силу F_1, скатывающую автомобиль с горы (параллельно поверхности горы), и силу F_2, прижимающую его к поверхности горы, т. е. силу нормального давления (перпендикулярна к поверхности горы).

Мотор движущегося в гору автомобиля должен преодолевать скатывающую силу F_1 и силу трения $F_{тр}$, кроме того, он должен обеспечить автомобилю ускорение а.

Поэтому сила тяги

$$F = F_1 + F_{тр} + F_{уск},$$

где $F_{уск}$ — сила, сообщающая автомобилю ускорение а.

Угол а наклона горы равен углу между силами F_2 и P (как углы со взаимно перпендикулярными сторонами), а по условию задачи

$$\sin\alpha = \frac{1}{25} = 0,04.$$

По второму закону Ньютона,

$$F_{уск} = ma = \frac{P}{g}$$

Согласно формуле (13),

$$F_{тр} = kF_2 = kP\cos\alpha.$$

Тогда

$$F = P\sin\alpha + kP\cos\alpha + P\frac{a}{g} = P\left(\sin\alpha + k\cos\alpha + \frac{a}{g}\right) =$$

$$= 9,8\cdot 10^3\ Н\left(0,04 + 0,1\cdot\sqrt{1-0,04^2} + \frac{1\ м/с^2}{9,8\ м/с^2}\right) = 2352\ Н.$$

Задача 8. Определить линейную скорость *v* движения Земли вокруг Солнца, принимая массу Солнца М и расстояние от Земли до Солнца R. Орбиту Земли считать круговой.

Решение. На орбите Землю удерживает центростремительная сила $Р_ц$, роль которой играет сила притяжения Солнца F. Поэтому $Р_ц = F$. Но, согласно формулам (15) и (18),

$$F = \gamma\frac{mM}{R^2} \text{ и } F_ц = \frac{mv^2}{R}.$$

где m — масса Земли, $\gamma = 6,67\cdot 10^{-11}$ Н • м^2/кг^2 — гравитационная постоянная. Тогда

$$\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{mM}{R^2}$$

Занятие 2.2.
Работа и энергия

Пусть под действием постоянной силы *F* тело *B* совершило перемещение *s*. Очевидно, что перемещение тела обусловлено только касательной (к траектории) составляющей силы, которую называют *движущей силой*. нормальная составляющая силы не вызывает перемещения тела по пути *s* (рис. 23). Для характеристики перемещающего действия силы вводится понятие *работы*.

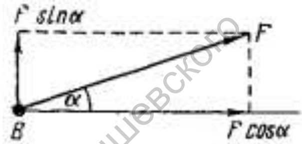

Рис. 23

Работа равна произведению постоянной движущей силы на величину перемещения:

$$A = (F\cos\alpha)s = Fs\cdot\cos\alpha. \qquad (1)$$

При $0<\alpha<90°$ работа положительна — сила вызывает перемещение тела; при $90°<\alpha<180°$ работа отрицательна — сила препятствует движению тела; при $\alpha = 90°$ сила не совершает работы по перемещению тела. Если направления силы и перемещения совпадают, то

$$A = Fs. \qquad (2)$$

Если тело перемещается под действием нескольких сил, то совершаемая ими работа равна сумме работ всех этих сил (т. е. равна работе результирующей этих сил). Отметим, что работа, определяемая произведением векторов силы и перемещения на косинус угла между ними, является скалярной величиной. Физический смысл работы выяснен в связи с понятием энергии.

Единицей измерения работы является *джоуль* (Дж) — это работа, совершаемая силой в 1 Н при перемещении тела на 1 м в направлении действия силы.

В случае переменной силы и криволинейного пути надо разбить весь путь *s* на малые прямолинейные отрезки

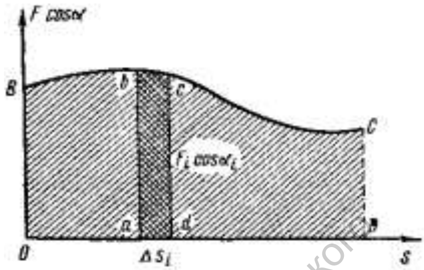

Рис. 24

Если график переменной силы изображается кривой *BC*, то работа на *i*-м отрезке пути графически представляется площадью узкого прямоугольника *abed*, а полная работа на всем пути площадью фигуры *OBCD* (рис. 24).

Если путь *OD* разбит на малые отрезки *ds*, то

$$A = \sum_{i=1}^{i=n} F_i \Delta s_i \cos\alpha_i.$$

полная работа на всем пути переходит в интеграл

$$A = \int_0^{OD} F \cos\alpha \, ds.$$

Для оценки эффективности важно знать, как быстро совершается работа. С этой целью вводится понятие *мощности.*

Мощность N измеряется отношением работы к промежутку времени за который она совершена:

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \tag{3}$$

В случае движения тела с постоянной скоростью *v* под действием силы *F* (преодолевающей сопротивление движению) мощность может быть выражена формулой

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = Fv.$$

Единицей измерения мощности служит *ватт* (Вт). Ватт — это мощность, при которой работа в 1 Дж совершается за время 1 с.

В случае переменной мощности вводятся понятия *средней мощности*

$$N_{ср} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

и мгновенной мощности

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}$$

Энергия

Энергия является важнейшей физической величиной, характеризующей способность тела или системы тел совершать работу; она измеряется величиной максимальной работы, которую *при определенных условиях* может совершить эта система. Например, катящийся шар, сталкиваясь с некоторым телом, перемещает его, т. е. совершает работу. Следовательно, катящийся шар обладает энергией. Растянутая пружина, сокращаясь после устранения деформирующей силы, совершает работу по перемещению своих частей (витков) или какого-либо другого тела. Следовательно, растянутая пружина обладает энергией. Система, состоящая из земного шара и расположенного на некоторой высоте над ним тела, обладает энергией, так как при устранении связи, удерживающей тело на высоте, оно начнет двигаться и может совершать работу. Подчеркнем, что катящийся шар, деформированная пружина и поднятое над Землей тело обладают энергией *независимо от того, совершают они работу или нет: энергия характеризует состояние системы, способность (возможность) системы к совершению работы при переходе из одного состояния в другое.*

Обычно за *другое* (конечное) состояние системы принимают такое ее состояние, в котором она уже не может совершать работу при *данных* условиях за счет энергии *данного* вида. Так, например, для растянутой пружины нормальным состоянием является такое, при котором полностью ликвидирована ее деформация, для приподнятого над Землей тела—такое, при котором оно пришло в соприкосновение с земной поверхностью.

Из приведенных примеров видно, что энергия связана либо с движением системы — в этом случае она называется *кинетической* либо с взаимным расположением взаимодействующих частей системы — в этом случае она называется *потенциальной.*

Потенциальная энергия тесно связана с существованием полей (гравитационных, электрических, магнитных и т. д.).

Изменение энергии измеряется работой, которую может совершить система, переходя из данного состояния в другое. Иными словами, работа, совершаемая системой при переходе из одного состояния в другое, равна разности энергий, присущих системе в этих состояниях:

$$A = W_0 - W_n, \tag{4}$$

где W_0 и W_n — энергии системы в исходном и конечном состояниях. В соответствии с этим определением получим конкретные выражения энергии для некоторых простейших (механических) систем.

Кинетическая энергия тела. Пусть под действием постоянной тормозящей силы *F* (например, силы трения) тело массой m, совершив перемещение s при прямолинейном движении, изменило свою скорость от v_0 до v_n. Тогда работа, совершенная телом против силы торможения,

$$a = \frac{v_0 - v_n}{t} \text{ и } s = \frac{v_0 + v_n}{2} t,$$

$$A = Fs = mas. \tag{5}$$

Подставляя выражения *a* и *s* в формулу (5), получим

$$A = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_n^2}{2}. \tag{6}$$

Таким образом, *работа, совершаемая движущимся телом, равна изменению его кинетической энергии*. Если в конце рассматриваемого перемещения тело останавливается ($v_n = 0$), то совершенная максимальная работа равна кинетической энергии тела вначале перемещения.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела. Определим потенциальную энергию W_n упруго растянутого стержня. Она должна равняться максимальной работе, совершаемой силами упругости, восстанавливающими первоначальный размер и форму стержня:

$$W_п = A.$$

Упругая сила равна *по величине:*

$$F = \frac{ES \cdot \Delta x}{x}$$

где x и S — длина и площадь поперечного сечения недеформированного стержня, Δx — его удлинение при деформации, E — модуль упругости. При вычислении работы A надо иметь в виду, что сила упругости является переменной величиной: она линейно зависит от удлинения.

$$A = \overline{F} \cdot \Delta x = \frac{1}{2} F \cdot \Delta x = \frac{ES \cdot \Delta x^2}{2x}$$

$$W_п = k \frac{\Delta x^2}{2}, \qquad (7)$$

где величина $k = \frac{ES}{x}$ сохраняет смысл и размерность коэффициента пропорциональности в законе Гука. Итак, потенциальная энергия упруго растянутого стержня пропорциональна квадрату его удлинения. Отметим, что и при всех других видах деформации потенциальная энергия тоже будет пропорциональна квадрату величины деформации (смещения).

Потенциальная энергия тела в гравитационном поле. Определим потенциальную энергию тела массой m находящегося в гравитационном поле другого тела массой М на расстоянии от него. Для этого рассчитаем работу A перемещения первого тела на пути x, соответствующем максимальному сближению тел.

Учитывая переменный характер силы тяготения, разобьем путь на достаточно малые отрезки, на каждом из которых можно считать силу тяготения постоянной.

Величина

$$W_п = -\gamma \frac{Mm}{r} \qquad (9)$$

представляет собой *потенциальную энергию тяготения*. Знак минус обусловлен тем, что по мере самопроизвольного

сближения тяготеющих тел их потенциальная энергия *должна уменьшаться*, переходя в кинетическую. В этой связи уместно отметить, что всякая предоставленная самой себе система стремится перейти в состояние, соответствующее минимуму потенциальной энергии. Из формулы (9) следует, что максимальное значение потенциальной энергии ($W_n = 0$) тяготеющие тела будут иметь в том случае, когда они бесконечно удалены друг от друга. Итак, работа перемещения тела между двумя точками гравитационного поля равна разности потенциальных энергий тела в этих точках:

$$A = (W_п)_0 - (W_п)_n.$$

Работа по перемещению в гравитационном поле единицы массы из рассматриваемой точки на бесконечность называется *потенциалом гравитационного поля* этой точки.

$$V = \frac{A}{m} = -\gamma\frac{M}{r_0},$$

Складывая эти равенства, получим работу *A:*

$$A = -\int_{r_0}^{r_n} F dr = -\gamma m M \int_{r_0}^{r_n} \frac{dr}{r^2} = \gamma\frac{Mm}{r_n} - \gamma\frac{Mm}{r_0},$$

Найдем связь между потенциальной энергией тяготения тела массой и потенциалом гравитационного поля:

$$V = -\gamma\frac{M}{r}, \qquad (10)$$

$$V = \frac{W_п}{m}, \qquad (11)$$

Гравитационный потенциал точки поля численно равен потенциальной энергии единичной массы, находящейся в этой точке. Поэтому единицей измерения потенциала является Дж/кг.

Сопоставляя формулы (8) и (10), получим

$$A = m(V_0 - V_n) = -m(V_n - V_0), \qquad (12)$$

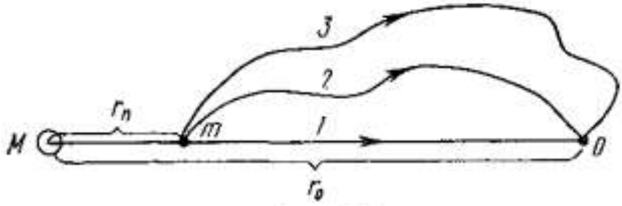

Рис. 26

Таким образом, работа по перемещению тела между двумя точками в гравитационном поле равна произведению массы тела на разность потенциалов этих точек, взятому с обратным знаком.

В гравитационном поле неподвижной массы М переместим тело массой *m*. Причем совершим это перемещение по нескольким различным траекториям — *1, 2* и *3* (рис. 26). Согласно формуле (8) работа, совершенная при каждом из этих перемещений, одинакова. Следовательно, *работа по перемещению тела в гравитационном поле не зависит от формы пути, а зависит только от разности гравитационных потенциалов начала и конца пути*. Отметим, что силы, работа которых (или против которых) не зависит от формы пути, называются *потенциальными*, а поле этих сил — *потенциальным.*

Определим потенциальную энергию тела массой m, находящегося на *небольшой* высоте *h над земной поверхностью.* Заменяя в формуле (9) *r* на *R* + А, где *R* — радиус Земли, получим

$$W_п = -\gamma \frac{Mm}{R+h} = -\gamma \frac{\frac{1}{R} Mm}{1+\frac{h}{R}},$$

где М —масса Земли. Так как h/R<< 1; поэтому (пренебрегая величиной h^2/R^2 в сравнении с единицей) можно считать, что

$$\frac{1}{1+\frac{h}{R}} = \frac{1-\frac{h}{R}}{1-\frac{h^2}{R^2}} \approx 1 - \frac{h}{R}.$$

Тогда

$$W_п = -\gamma \frac{Mm}{R}\left(1 - \frac{h}{R}\right) = -\gamma \frac{Mm}{R} + \gamma \frac{M}{R^2} mh,$$

$$W_п = -\gamma \frac{Mm}{R} + mgh, \quad (13)$$

где $-\gamma \frac{Mm}{R}$ есть потенциальная энергия тела, находящегося на уровне земной поверхности.

В задачах на притяжение Землей тел, лежащих на земной поверхности, их потенциальную энергию обычно принимают равной нулю. Тогда из формулы (13) получим известное выражение

$$W_п = mgh, \quad (14)$$

Закон сохранения и превращения энергии

Механическая энергия является лишь одним из многих видов энергии. Кроме механической энергии известны химическая, электрическая, электромагнитная (в частности, лучистая), ядерная и другие виды энергии, с которыми ознакомимся в разделах курса. В природе и технике постоянно имеют место переходы (превращения) энергии из одних видов в другие. Приведем примеры процессов, сопровождающихся превращением энергии, объединив их для наглядности в таблицу. При любых превращениях энергии некоторая ее часть непременно превращается в теплоту (энергию беспорядочного движения молекул); это обстоятельство в таблице не отражено.

Процесс или прибор	Превращение энергии	
	из вида	в вид
Электромашинный генератор	Механическая	Электрическая
Гальванический элемент	Химическая	Электрическая
Электродвигатель	Электрическая	Механическая
Зарядка аккумулятора	Электромагнитная	Химическая, электрическая.
Фитосинтез	Электромагнитная	Химическая
Фотоэффект	Электромагнитная	Электрическая
Ядерный реактор	Ядерная	Механическая, электромагнитная и др.

Полная энергия системы W **складывается из всех присущих системе видов энергии. Опыт показывает, что какие бы превращения энергии ни происходили в изолированной системе,**

величина полной энергии изолированной системы остается постоянной: $W = \text{const}$.

Эти положения являются наиболее общей формулировкой *закона сохранения и превращения энергии*: в ней отражены основные свойства энергии — количественная неизменность и качественная изменчивость.

Применительно к неизолированным системам закон сохранения и превращения энергии формулируется так:

изменение энергии неизолированной системы равно работе А, совершаемой системой: $\Delta W = -A$.

Если работа совершается внутренними силами самой системы, то энергия системы убывает. Если же работа совершается внешними силами над системой, то и энергия системы возрастает. К более углубленному рассмотрению закона сохранения и

превращения энергии вернемся в связи с изучением термодинамических процессов.

Следует подчеркнуть, что закон сохранения и превращения энергии является результатом обобщения опыта.

Закон сохранения и превращения энергии является *всеобщим* законом природы, не имеющим исключений. Однако именно ввиду всеобщности закона он не имеет общего теоретического доказательства и может быть теоретически выведен только для частных случаев (конкретных процессов).

Рассмотрим в качестве примера частного доказательства закона сохранения и превращения энергии падение тела на Землю с высоты H, на которой оно первоначально покоилось (рис. 27). В данной задаче систему тело — Земля можно считать изолированной. Ее полная энергия W в любом состоянии равна сумме потенциальной энергии тяготения W_n, кинетической энергии тела $W_{Кт}$ и кинетической энергии Земли $W_{К\,3}$. Имеется в виду кинетическая энергия «падения» Земли: Земля смещается навстречу телу, но это смещение столь мало, что в обычных расчетах никогда не принимается во внимание.

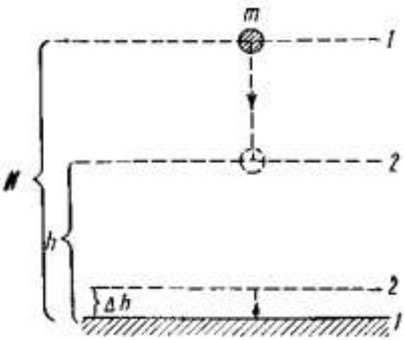

Рис. 27

В начальном состоянии 1 $W_n = mgH$, а $W_{k2} = W_{k3} = 0$, поэтому

$$W_1 = W_п + W_{к.т} + W_{к.з} = mgH.$$

В процессе падения тела потенциальная энергия системы, уменьшаясь, переходит в кинетические энергии тела и Земли. Поэтому для некоторого состояния *2* системы можно написать:

$$W_п = mg\,(h - \Delta h),$$

$$W_{к.т} = \frac{mv_т^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot 2g\,(H - h) = mg\,(H - h),$$

$$W_{к.з} = \frac{Mv_з^2}{2} = \frac{M}{2} \cdot 2a \cdot \Delta h.$$

где Δh — смещение Земли, a — ускорение на этом смещении, M —масса Земли, v_T и $v_З$ — скорости движения (падения) тела и Земли.

$$W_2 = W_п + W_{к.т} + W_{к.з} = mg(h - \Delta h) + mg(H - h) + mg \cdot \Delta h = mgH.$$

Энергия есть количественная и качественная характеристика движения материи, а работа — количественная характеристика превращения одних форм движения материи в другие.

Таким образом, работа и энергия — различные физические величины, хотя они и имеют одинаковые единицы измерения.

Занятие 2.3.
Понятие о космических скоростях

Как известно, для запуска искусственных космических тел — спутников, им необходимо сообщать определенные (довольно большие) начальные скорости, называемые *космическими*. Так, для запуска искусственного спутника Земли (вблизи Земли) ему должна быть сообщена скорость в *горизонтальном направлении* не менее v_1 = 8 км/с *(первая космическая скорость)*. Для запуска искусственной планеты ей необходимо сообщить начальную скорость удаления от Земли не менее v_2 = 11,2 км/с (*вторая космическая скорость)*. Для запуска искусственной звезды в пределы Галактики она должна получить начальную скорость удаления от Земли не менее v_3 = 16,7 км/с (*третья космическая скорость*), а для запуска искусственной звезды за пределы Галактики — v_4 = 290 км/с *(четвертая космическая скорость)*. Впервые в мире космические скорости были достигнуты в СССР при запуске искусственного спутника.

На основании рассмотренных ранее законов механики мы можем вычислить указанные значения космических скоростей.

Первая космическая скорость

Для того чтобы тело двигалось вблизи Земли по круговой орбите 1 (рис. 28), т. е. стало искусственным спутником, необходимо, чтобы действующая на него центростремительная сила равнялась силе тяготения:

$$\frac{mv_1^2}{R} = \gamma \frac{mM}{R^2}$$

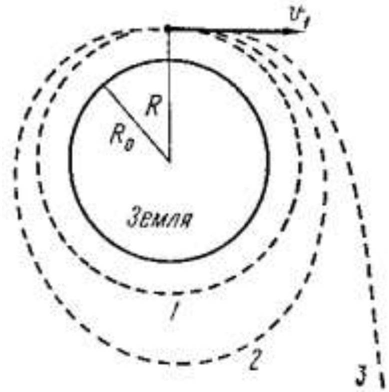

Рис. 28

где m — масса тела, v_1 — касательная к орбите скорость его движения, R — радиус орбиты, M — масса Земли, γ — гравитационная постоянная. При небольших высотах тела над Землей (порядка нескольких сотен километров) можно считать *R* « R_o = 6400 км, где R_o — радиус Земли. Тогда

$$\frac{v_1^2}{R_0} = \gamma \frac{M}{R_0^2}$$

Поэтому

$$v_1 = \sqrt{gR_0} = \sqrt{0{,}00981 \cdot 6400} = 8 \text{ (км/с)},$$

что соответствует первой космической скорости. При скорости, большей v_1, тело будет двигаться по эллиптической орбите 2, а при скорости, равной v_2 (вторая космическая), начнет двигаться по параболической орбите 3 и уйдет из сферы земного притяжения.

Вторая космическая скорость

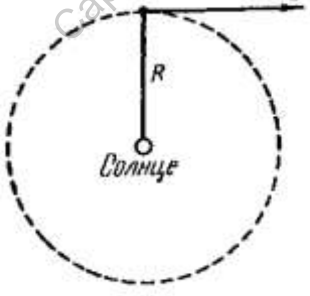

Рис. 29

Для того чтобы тело вышло из сферы земного притяжения и стало обращаться вокруг Солнца, т. е. превратилось в искусственную планету, необходимо сообщить ему такую кинетическую энергию, которая равнялась бы работе перемещения тела с земной поверхности на бесконечность (практически —

за пределы заметного влияния земного тяготения). Тогда, получим

$$\frac{mv_2^2}{2} = \gamma \frac{mM}{R_0}, \qquad (15)$$

где v_2 — начальная скорость отлета тела с Земли. Таким образом, искомая кинетическая энергия равна по величине потенциальной энергии тела, находящегося на земной поверхности. Отметим, что направление скорости v_2 может быть *каким угодно*: тело станет искусственной планетой при любом направлении скорости v_2.

Из формулы (15) найдем

$$v_2^2 = 2\gamma \frac{M}{R_0}. \qquad (16)$$

Умножая и делая правую часть на R_0 и учитывая, что

$$v_2 = \sqrt{2R_0 g} = \sqrt{2}\ v_1 = 1,4 \cdot 8 = 11,2 \text{ (км/с)}$$

что соответствует второй космической скорости.

Третья космическая скорость

Для того чтобы тело вышло из сферы притяжения Солнца и удалилось в Галактику, превратившись в искусственную звезду, необходимо сообщить ему кинетическую энергию, равную работе перемещения тела с земной орбиты на бесконечность. Очевидно, что эта работа равна потенциальной энергии тела, находящегося в поле солнечного тяготения на расстоянии радиуса земной орбиты от Солнца (рис. 29):

$$\frac{mv^2}{2} = \gamma \frac{mM_C}{R}$$

где M_c — масса Солнца, R — $1,5 \cdot 10^8$ км — радиус земной орбиты, v — скорость тела *относительно Солнца.* Тогда

$$v = \sqrt{2\gamma \frac{M_C}{R}}$$

Учитывая, что масса Солнца в 332 400 раз больше массы Земли, получим

$$v = \sqrt{2R_0\gamma \frac{M}{R_0^2} \frac{332400R_0}{R}} = v_2 \sqrt{\frac{332400 \cdot 6400}{15 \cdot 10^7}} = 11{,}2 \cdot 3{,}77 = 42{,}2 \text{ (км/с)}$$

Скорость *v* можно сообщить телу в *любом направлении.* Очевидно, что выгоднее всего сообщить ее в направлении касательной к земной орбите (см. рис. 29), так как в этом направлении тело уже имеет *относительно Солнца* орбитальную скорость Земли *u* — 29,8 км/с. Поэтому, *относительно Земли* достаточно сообщить телу скорость

$$v^* = v - u = 42{,}2 - 29{,}8 = 12{,}4 \text{ (км/с)}$$

Следует, однако, учесть, что скорость v_3 тело должно иметь *после выхода из поля тяготения Земли.* Поэтому начальная скорость отлета тела с земной поверхности v_3 должна быть несколько больше *v**. Для определения v_3 будем исходить из следующих соображений. Чтобы отлетающее с Земли тело могло уйти из сферы земного тяготения, сохранив после этого скорость *v**, его кинетическая энергия в момент отлета должна равняться сумме потенциальной энергии тела на земной поверхности и кинетической энергии тела, движущегося со скоростью v*:

$$\frac{mv_3^2}{2} = \gamma \frac{Mm}{R_0} + \frac{mv^{*2}}{2}$$

откуда

$$v_3^2 = 2\gamma \frac{M}{R_0} + v^{*2}$$

или, согласно формуле (16),

$$v_3 = \sqrt{v_2^2 + v^{*2}} = \sqrt{11{,}2^2 + 12{,}4^2} = 16{,}7 \text{ (км/с)}$$

что соответствует третьей космической скорости.

Четвертая космическая скорость

При этой скорости земное тело смогло бы преодолеть тяготение Галактики и уйти во Вселенную. Расчет четвертой космической скорости довольно сложен, поэтому мы ограничимся приближенной оценкой ее значения исходя из следующих соображений.

Астрофизические наблюдения показывают, что среди звезд, движущихся вокруг центра Галактики на том же расстоянии, что и Солнце, не существует ни одной звезды, скорость которой превышала бы 285 км/с*. Это обусловлено, вероятно, тем, что 285 км/с есть та наибольшая скорость, при которой звезды (находящиеся в указанной области Галактики); еще могут оставаться в пределах Галактики; при большей скорости они уже не удерживаются нашей звездной системой. Следовательно, четвертая космическая скорость должна быть несколько больше 285 км/с, т. е. v_4 « 290 км/с.

Границы применимости классической механики

Рассмотренные законы механики получены на основе наблюдений над *макроскопическими* телами (т. е. телами, состоящими из огромного числа атомов), движущимися с небольшими скоростями (по сравнению со скоростью света). Механика макроскопических, не быстро движущихся тел получила название *классической механики;* ее законы вполне точны для таких тел. Однако обнаружился целый ряд явлений, не согласующихся с законами и представлениями классической механики.

Было, например, открыто явление дифракции электронов, совершенно не присущее «классическим частицам» (телам). Здесь электрон проявляет свойства, присущие *волне*. Таким образом, электрон не является частицей в обычном (классическом) смысле слова.

Поэтому применение законов классической механики к электрону (и вообще ко всем *микрочастицам)* оказывается не всегда возможным.

В классической механике для движущегося тела *всегда* можно *одновременно* и *точно* (т. е. с точностью, допускаемой измерительными приборами) определить его координату x и скорость v (или импульс mv) и, следовательно, найти его траекторию. Между тем оказалось, что для микрочастиц это можно сделать лишь *приближенно.* Причем *произведение неточностей* («неопределенностей») *в одновременном определении координаты* и *скорости не может быть меньше величины порядка квантовой постоянной*

$$\Delta x \Delta v \geqslant \frac{h}{2\pi m}, \tag{17}$$

где m — масса частицы, $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — величина, называемая *постоянной Планка*. Это положение известно как *соотношение неопределенностей.*

Из соотношения неопределенностей следует, что чем больше точность определения координаты частицы, тем меньше точность одновременного определения ее скорости, и наоборот.

Существенно, что невозможность одновременного точного определения координаты и скорости частицы не есть следствие несовершенства измерительных приборов и методов измерения (не обычная погрешность измерения). Это *принципиальная* невозможность, отражающая объективные свойства микрочастиц, их *двойственную корпускулярно-волновую природу*.

Так как постоянная Планка h весьма мала, то для тел *большой* массы величина $\frac{h}{2\pi m} \to 0$; поэтому одновременное измерение координаты и скорости *макроскопического* тела производится практически точно, как и полагает классическая механика.

Соотношение неопределенностей проявляется только для микрочастиц, поскольку ввиду малости их массы величина $\frac{h}{2\pi m}$ существенно отличается от нуля.

Вообще говоря, соотношение неопределенностей и для микрочастиц проявляется не во всех случаях их движения.

Рассчитаем, например, неопределенность в координате электрона, движущегося в «луче» электронного осциллографа со скоростью порядка 10^7 м/с. Пусть скорость электрона определена

с достаточно большой точностью — 0,01%, т. е. неопределенность в скорости $\Delta v = 10^7 \cdot 10^{-4} = 10^3$ (м/с). Тогда, учитывая, что масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, получим из соотношения (17) для неопределенности в координате электрона тоже малую величину:

$$\Delta x = \frac{h}{2\pi m \Delta v} = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34}}{2\pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^3} \approx 10^{-7}\ (\text{м}) = 0{,}1\ \text{мкм}.$$

Следовательно, координата и скорость электрона определяются практически точно и его движение можно еще описывать законами классической механики.

Если же рассматривать движение электрона внутри атома, то принцип Гейзенберга даст большую неопределенность в координате или в скорости. Это означает, что электрон в атоме уже нельзя считать обычной «классической частицей».

Установлено (на опытах с электронами), что вопреки представлениям классической механики масса тела не является постоянной величиной, а зависит от скорости его движения — возрастает с увеличением скорости по закону

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{18}$$

где m_0— масса тела, покоящегося относительно наблюдателя *(масса покоя)*, m — масса этого же тела, движущегося со скоростью v относительно наблюдателя, c = 299 793 км/с — скорость распространения света в вакууме.

v (км/с)	m/m_0
0	1
1500	1,00001
3 000	1,00005
30 000	1,00504
150 000	1,1547
270 000	2,2941
298 300	10,0125
299 640	31,6268

Из таблицы, составленной на основании формулы (18), видно, что при не очень больших скоростях движения масса тела почти не изменяется и практически равна массе покоя. При больших же скоростях она заметно возрастает и, например, при скорости v = 270 000 км/с уже более чем вдвое превышает массу покоя.

Из формулы (18) следует, что *тело с массой покоя, отличной от нуля, не может двигаться со скоростью света*, следователь-

но, для сообщения телу скорости, равной скорости света, необходимо совершение бесконечно большой работы, что невозможно.

При $v<<c$ будет $(v/c)^2<<1$; тогда формулу (18) можно представить в виде

$$m = m_0\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{v}{c}\right)^4 + \cdots\right]$$

или

$$m = m_0 + \frac{\frac{m_0 v^2}{2}}{c^2} = m_0 + \frac{\Delta W_к}{c^2}.$$

Откуда

$$\Delta W_к = c^2(m - m_0) = \Delta mc^2, \qquad (19)$$

где $\Delta W_к$ и Δm изменение кинетической энергии и массы тела при изменении скорости его движения от 0 до v.

Соотношение (19) оказывается *универсальным:* оно точно выполняется в *любых* системах и процессах, для *любых* видов энергии и *любых* значений скорости. Поэтому вообще можно написать

$$\Delta W = \Delta mc^2, \qquad (20)$$

или

$$W - U_0 = mc^2 - m_0c^2, \qquad (20а)$$

откуда

$$W = mc^2 \qquad (20б)$$

$$U_0 = m_0c^2. \qquad (20в)$$

Величина U_0 — внутренняя энергия, присущая телу или системе («энергия покоя»); это может быть, например, ядерная энергия, «скрытая» в атоме. Величина W — полная энергия системы.

Каждое из соотношений (20)—(20в) выражает универсальный *закон взаимосвязи массы и энергии*, согласно которому

изменение массы тела (или системы) сопровождается пропорциональным изменением его энергии.

В свете закона взаимосвязи (пропорциональности) массы и энергии обнаруживается, что масса, которая в классической механике характеризует инертные и гравитационные свойства тел, является еще и характеристикой *энергосодержания* тела. Поскольку вместе с тем масса есть мера *количества материи*, а энергия — мера *движения материи*, то закон пропорциональности массы и энергии служит подтверждением фундаментального положения о неразрывности материи и движения.

Огромное численное значение коэффициента c^2 в выражении (20) закона взаимосвязи массы и энергии ведет к тому, что даже очень большие, технически достижимые изменения энергии тела сопровождаются ничтожно малым, практически не обнаружимым изменением массы: $\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2}$. Например, у космической ракеты массой покоя m_0 = 1 500 кг, посланной в сторону Луны со второй космической скоростью, энергия возрастает на

$$\Delta W = \frac{m_0 v_2^2}{2} = \frac{1500 \cdot 11200^2}{2} = 9{,}4 \cdot 10^{10} \text{ (Дж)}$$

$$\Delta m = \frac{9{,}4 \cdot 10^{10}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 10^{-6} \text{ (кг)} = 1 \text{ мг}$$

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{10^{-6}}{1500} < 10^{-9} = 10^{-7}\%,$$

что, конечно, не может быть обнаружено экспериментальным путем.

Поэтому экспериментальная проверка закона взаимосвязи массы и энергии возможна только на явлениях микромира (ядерных процессах или процессах превращения элементарных частиц), сопровождающихся большими изменениями энергии, сравнимыми по порядку величины с произведением $m_0 c^2$. В области микромира взаимосвязь массы и энергии проявляется весьма ощутимо. На законе взаимосвязи массы и энергии основаны ядерная физика и атомная энергетика.

В связи с тем что законы классической механики оказались применимыми лишь в области, охватывающей не очень быстро движущиеся макроскопические тела, возникли два новых раздела физики: *квантовая механика и релятивистская механика* *(теория относительности).* Квантовая механика изучает движение в взаимодействие микрочастиц. Теория относительности изучает движения тел, происходящие со скоростями, сравнимыми со скоростью света.

Законы квантовой и релятивистской механики более универсальны, чем законы классической механики: они применимы к любым телам и любым скоростям движения. Надо, однако, подчеркнуть во избежание недоразумений, что ограниченность области применения классической механики не означает, что основные ее законы не точны *по существу* и что, например, закон сохранения и превращения энергии теряет силу в областях микромира и больших скоростей. Закон сохранения справедлив для всех без исключения и превращения энергии систем и процессов. Неточными являются лишь выражения (формулы) физических величин, даваемые классической механикой; причем эти неточности сказываются только в областях микромира и больших скоростей движения. Например, если тело движется со скоростью v_1 относительно системы отсчета O_1 которая сама движется относительно другой системы отсчета O_2 со скоростью v_2, совпадающей по направлению с v_1 то скорость v тела относительно системы O_2 определится, согласно классической механике, по формуле

$$v = v_1 + v_2, \tag{21}$$

где *с* — скорость света в вакууме.

Формула (21) является приближенной и представляет собой частный случай формулы (22) при небольших значениях скоростей v_1 и v_2 (в сравнении с *с).* Релятивистская же формула (22) верна для *любых* значений скоростей.

В частности, при сложении двух скоростей, каждая из которых сколь угодно близка к скорости света, релятивистская формула даст результирующую скорость v = c, а не *2c,* как это получается по классической механике.

Таким образом, формула (22) согласуется с основным положением *специальной* теории относительности в том, что скорость света в вакууме — максимальная из возможных в природе скоростей и движение источника света не изменяет ее. Действительно, если источник света движется со скоростью $v_и$ по направлению или противоположно направлению посылаемого им света, то, полагая в формуле (22) получим

$$v = \frac{c \pm v_и}{1 \pm \frac{cv_и}{c^2}} = c.$$

Итак, теория относительности и квантовая механика не отвергают, а уточняют представления и законы классической механики и *устанавливают границы ее применимости.*

Задача 12. Баба копра массой m_1 = 500 кг падает на сваю массой m_2 = = 100 кг со скоростью v_1 = 4 м/с. Определить: а) кинетическую энергию W_1 копра в момент удара; б) энергию W_2, затрачиваемую на углубление сваи в грунт; в) энергию W_3, затрачиваемую на деформацию сваи; г) коэффициент полезного действия удара копра о сваю.

Решение, а) Согласно формуле (6а),

$$W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{500 \text{ кг} \cdot 16 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 4000 \text{ Дж}$$

б) Энергия, затрачиваемая на углубление сваи в грунт должна быть равна кинетической энергии, которой обладает система баба копра — свая в момент удара. Поэтому

$$W_2 = \frac{(m_1 + m_2)\, u^2}{2}$$

где *u* — скорость системы в момент удара. Эту скорость найдем по закону сохранения количества движения:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, u$$

где v_2 = 0 - скорость сваи перед ударом. Тогда

$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$W_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \frac{m_1^2 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2} \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} =$$

$$= W_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 4000 \text{ Дж} \cdot \frac{500 \text{ кг}}{600 \text{ кг}} = 3333 \text{ Дж}.$$

в)Кинетическая энергия бабы копра W_1 расходуется на углубление сваи в грунт и на деформацию сваи. Поэтому W_1 = W_2 + W_3, откуда $W_3 = W_1 - W_2$ = 4000 Дж — 3333 Дж = 667 Дж.

г)Копер предназначен для забивания (углубления в грунт) свай, то к.п.д.

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{500 \text{ кг}}{600 \text{ кг}} = 0{,}833 = 83{,}3\%$$

Занятие 2.4.

Вращательное движение твердого тела

Основной закон динамики вращения

Твердое тело рассматривается как совокупность материальных точек, не смещающихся друг относительно друга. Такое не поддающееся деформации тело называется *абсолютно твердым.*

Пусть твердое тело произвольной формы вращается под действием силы *F вокруг неподвижной *оси OO'* (рис. 30). Тогда все его точки описывают окружности с центрами на этой оси. Понятно, что все точки тела имеют одинаковую угловую скорость и одинаковое угловое ускорение.**

Разложим действующую силу F* на три взаимно перпендикулярные составляющие: *F'* (параллельную оси), *F"* (перпендикулярную оси и лежащую на линии, проходящей через ось) и *F* (перпендикулярную *F'* и *F")*. Очевидно, что вращение тела вызывает только составляющая F, являющаяся касательной к окружности, описываемой точкой приложения силы. Составляющие *F'* и *F"* вращения не вызывают. Назовем *F вращающей силой.* Как известно, действие силы *F* зависит не только от ее величины, но и от расстояния точки ее приложения *A* до оси вращения, т. е. зависит от *момента силы. Моментом M вращающей силы (вращающим моментом) называется произведение вращающей силы F на радиус окружности r, описываемой точкой приложения силы:*

$$M = Fr. \tag{1}$$

Мысленно разобьем все тело на очень малые частицы — элементарные массы. Хотя сила F приложена к одной точке A тела, ее вращающее действие передается всем частицам: к каждой элементарной массе Δm_i будет приложена элементарная вращающая сила ΔF_i (рис. 30).

Согласно второму закону Ньютона,

$$\Delta F_i = \Delta m_i a_i$$

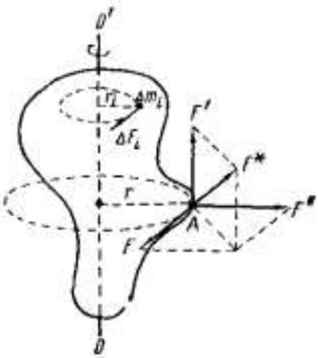

Рис. 30

где a_t — линейное ускорение, сообщаемое элементарной массе. Умножая обе части этого равенства на радиус r_i окружности, описываемой элементарной массой, и вводя вместо линейного угловое ускорение β, получим

$$\Delta F_i r_i = \Delta m_i r_i^2 \beta.$$

Учитывая вращающий момент, приложенный к элементарной массе, получим

$$\Delta m_i r_i^2 = \Delta J_i, \tag{2}$$

где ΔJ_i — момент инерции элементарной массы (материальной точки). Следовательно, моментом инерции материальной точки относительно некоторой оси вращения называется произведение массы материальной точки на квадрат ее расстояния до этой оси.

Суммируя вращающие моменты, приложенные ко всем элементарным массам, составляющим тело, получим

$$\Sigma \Delta M_i = \beta \Sigma \Delta J_i, \tag{3}$$

где $\Sigma \Delta M_i = M$ *— вращающий момент, приложенный к телу, т. е.* момент вращающей силы F_t, $\Sigma \Delta J_i = J$ *— момент инерции тела.* Следовательно, моментом инерции тела называется сумма моментов инерции всех материальных точек, составляющих тело.

Теперь можно переписать формулу (3) в виде

$$M = J\beta. \tag{4}$$

Формула (4) выражает основной закон динамики вращения (второй закон Ньютона для вращательного движения): момент вращающей силы, приложенной к телу, равен произведению момента инерции тела на угловое ускорение.

Из формулы (4) видно, что угловое ускорение, сообщаемое телу вращающим моментом, зависит от момента инерции тела; чем больше момент инерции, тем меньше угловое ускорение. Следовательно, момент инерции характеризует инерционные свойства тела при вращательном движении подобно тому, как масса характеризует инерционные свойства тела при поступательном движении, Однако в отличие от массы момент инерции данного тела может иметь множество значений в соответствии с множеством возможных осей вращения. Поэтому, говоря о моменте инерции твердого тела, необходимо указывать, относительно какой оси он рассчитывается. На практике обычно приходится иметь дело с моментами инерции относительно осей симметрии тела.

Из формулы (2) следует, что единицей измерения момента инерции является кг · квадратный метр (кг · м^2).

Если вращающий момент *M* = const и момент инерции тела *J* = = const, то формулу (4) можно представить в виде

$$M = J\frac{\omega_0 - \omega}{t}$$

или

$$Mt = J\omega_0 - J\omega, \tag{5}$$

где *t* — промежуток времени, в течение которого угловая скорость вращения тела изменяется Произведение слева (аналогичное импульсу силы *Ft*) называется *импульсом момента силы*, произведение *Jω* (аналогичное количеству движения *mv*) называется *моментом количества движения* (моментом импульса). Формула (5) выражает *закон изменения момента количества движения* (аналогичный закону изменения количества движения): изменение момента количества движение тела за некото-

рый промежуток времени равно импульсу момента силы за тот же промежуток времени.

Подчеркнем, что закон изменения момента количества движения остается справедливым и в общем случае переменного вращающего момента. Обобщение этого закона проводится посредством рассуждений, аналогичных тем, к которым мы уже обращались при выводе закона изменения количества движения.

Вращающий момент, импульс момента и момент количества движения являются *векторными* величинами; они направлены по оси вращения в соответствии с правилом буравчика, т. е так же, как вектор угловой скорости.

Моменты инерции некоторых тел

Для неоднородных тел и тел неправильной формы момент инерции определяют экспериментально, а для однородных тел геометрически правильной формы — посредством интегрирования.

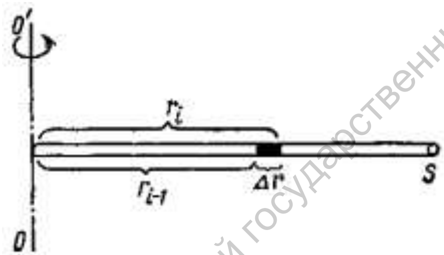

Рис. 31

Правда, для *тонкого стержня* момент инерции можно рассчитать и элементарным путем.

Пусть тонкий однородный стержень массой m, длиной l, площадью поперечного сечения *S* и плотностью ρ может вращаться относительно перпендикулярной оси 00', проходящей через его конец (рис. 31). Разобьем стержень на большое число n малых элементов длиной Δr и массой $\Delta m = \rho S \cdot \Delta r$ Момент инерции каждого такого элемента, согласно формуле (2),равен

$$\Delta J = \Delta m \cdot r^2 = \rho S \cdot \Delta r\,(r_{i-1}\, r_i),$$

где $r = \sqrt{r_{i-1} r_i}$ — *среднее геометрическое* расстояние элемента от оси вращения, и r_i — соответственно расстояния от начала и от конца элемента до этой оси. Но $r_{i-1} = (i-1)\cdot\Delta r$, а $r_i = i\cdot\Delta r$, поэтому

$$\Delta J = \rho S \cdot \Delta r^3\,(i-1)\,i.$$

Умножая и деля правую часть последнего равенства на n^3 и учитывая, что $n\cdot\Delta r = l$, а $\rho S l = m$, получим

$$\Delta J = \rho S\,\frac{(n\cdot\Delta r)^3}{n^3}\,(i-1)\,i = \frac{ml^2}{n^3}\,(i-1)\,i.$$

Будем теперь бесконечно увеличивать число n элементов, делая тем самым длину Δr каждого из них бесконечно малой.

Тогда, согласно определению, момент инерции J всего стержня будет равен пределу суммы моментов инерции всех элементов: в самом деле, как показывают непосредственные вычисления, последнее равенство верно для n = 1, 2, 3,..., следовательно, оно верно и для n = k.

Таким образом, рассматриваемое равенство оказывается справедливым для любого целого значения n, в том числе и для n = ∞. Тогда

$$J = ml^2 \lim_{n\to\infty} \frac{(n-1)\,n\,(n+1)}{3n^3} = \frac{ml^2}{3} \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{3}\,ml^2.$$

Аналогично выводится формула и для момента инерции тонкого стержня относительно перпендикулярной оси, проходящей через его середину.

Выведенное выражение момента инерции тонкого стержня проще всего получить посредством интегрирования.

$$dJ = r^2 dm = r^2 \rho S dr$$

Тогда момент инерции всего стержня

$$J = \int_0^l dJ = \rho S \int_0^l r^2 dr = \frac{1}{3}\,\rho S l^3$$

Но масса стержня $m = \rho Sl$, поэтому

$$J = \frac{1}{3} ml^2$$

Приведем формулы для расчета момента инерции некоторых однородных тел геометрически правильной формы массой m относительно оси симметрии 00'.

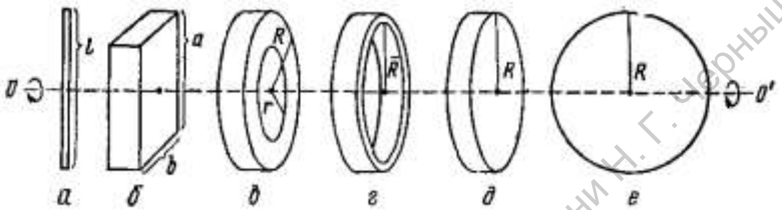

Рис. 32

Момент инерции тонкого стержня длиной l (рис. 32, а)

$$J = \frac{1}{12} ml^2. \tag{6}$$

***Момент инерции бруска* длиной *a* и шириной *b* (рис. 32, б)**

$$J = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2). \tag{7}$$

***Момент инерции кольца*, внешний радиус которого *R,* а внутренний (рис. 32, в),**

$$J = \frac{1}{2} m (R^2 + r^2). \tag{8}$$

Момент инерции тонкостенного кольца (обруча) радиусом ~R (рис. 32, г)

$$J = m\bar{R}^2. \tag{9}$$

Формулу (9) легко получить, полагая в формуле (8*) r = R = ~R.*
Момент инерции диска (цилиндра) радиусом R (рис. 32, д)

$$J = \frac{1}{2} mR^2. \tag{10}$$

Формулу (10) легко получить, полагая в формуле (8) $r = 0$.

Момент инерции шара радиусом R (рис. 32, е)

$$J = \frac{2}{5} mR^2. \tag{11}$$

Если ось вращения тела параллельна оси симметрии 00', но смещена от нее на расстояние d, то момент инерции J' относительно параллельно смещенной оси выражается соотношением, называемым *теоремой Штейнера:*

$$J' = J + md^2, \tag{12}$$

где J — момент инерции тела относительно оси симметрии. Например, момент инерции тонкого стержня относительно оси, проходящей перпендикулярно к стержню через его конец, равен

$$J' = \frac{1}{12} ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} ml^2$$

что совпадает с результатом расчетов.

Закон сохранения момента количества движения. Кинетическая энергия вращающегося тела

Сравним попарно между собой следующие законы (формулы) механики поступательного движения и механики вращательного движения: второй закон Ньютона — с основным законом динамики вращения (4), закон изменения количества движения — с законом изменения момента количества движения (5), выражение линейной скорости — с выражением угловой скорости. Видно большое сходство в формулировках сравниваемых законов и в структуре сравниваемых формул. Каждой физической величине, характеризующей поступательное движение, соответствует определенная физическая величина, характеризующая вращательное движение. Например, линейной скорости аналогична угловая скорость, силе — момент силы, массе — момент инерции. Эти аналогичные физические величины выписаны для наглядности в таблицу.

Поступательное движение	Вращательное движение
Время .... *t*	**Время .... *t***
Линейный путь......... *s*	**Угловой путь .... φ**
Линейная скорость .. *v*	**Угловая скорость ω**
Линейное ускорение *a*	**Угловое ускорение ε**
Сила .... *F*	**Момент силы *M***
Масса .... *m*	**Момент инерции *J***
Импульс силы........... *Ft*	**Момент импульса силы *Mt***
Количество движения *mv*	**Момент количества движения *Jω***

Обнаруженное сходство с законами поступательного движения имеет место вообще для всех законов вращательного движения. Пользуясь этим, напишем по аналогии (с помощью таблицы) закон вращательного движения, аналогичный закону сохранения количества движения:

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 + J_3\omega_3 + \cdots + J_n\omega_n = \text{const}, \qquad (13)$$

где J_t и ω_i, — моменты инерции и угловые скорости тел, составляющих изолированную систему.

Формула (13) выражает закон сохранения момента количества движения:

В изолированной системе сумма моментов количества движения всех тел — величина постоянная.

Этот закон, как и закон сохранения количества движения, обнаруживается во многих явлениях природы и техники.

Для изолированной системы, состоящей из одного тела, закон сохранения (13) запишется в виде

$$J\omega = \text{const}. \qquad (14)$$

Из формулы (14) следует, что изменение момента инерции тела должно сопровождаться изменением угловой скорости вращения тела: увеличение (уменьшение) J вызывает соответствующее уменьшение (увеличение) ω. Это следствие рассматриваемого закона обычно демонстрируют с помощью вращающейся скамьи. Человек с расставленными в стороны руками вращается, стоя на скамье(рис. 33). Затем он быстро опускает руки. При этом его момент инерции уменьшается, а угловая скорость вращения увеличивается. На законе сохранения момента количества движения основаны известный акробатический прием «сальто-мортале», балетный прием «пируэт» и т. п. Все свободные *гироскопы* действуют на основе этого закона: вращающаяся с большой скоростью масса сохраняет *вектор* момента количества движения, т. е. сохраняет неизменной ось своего вращения. Этим объясняется устойчивость положения земной оси, продольной оси летящего артиллерийского снаряда, вертикальная устойчивость движущегося велосипеда и т. п.

Рис. 33

Пользуясь ранее приведенной таблицей, напишем выражение кинетической энергии вращающегося тела по аналогии с выражением кинетической энергии поступательно движущегося тела:

$$W_{к.вр} = \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (15)$$

где J — момент инерции, ω — угловая скорость вращения тела.

Для того чтобы еще раз убедиться в правомерности применения «метода аналогий» к законам вращательного движения, получим формулу (15) путем вывода. Кинетическая энергия одной частицы вращающегося тела (рис. 30) движущаяся по окружности радиусом r_i равна

$$\Delta W_i = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \frac{\Delta m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\Delta J_i \omega^2}{2}$$

где J — момент инерции частицы, угловая скорость вращения тела. Тогда, суммируя энергии всех частиц, составляющих тело, получим выражение кинетической энергии вращающегося тела:

$$W_{к.вр} = \sum_{1}^{N} \Delta W_i = \frac{\omega^2}{2} \sum_{1}^{N} \Delta J_i = \frac{J\omega^2}{2}$$

За счет кинетической энергии вращения тело может совершать работу. В технике для обеспечения равномерного хода машин (тракторов, кораблей, прокатных станов и т. п.) широко используется кинетическая энергия махового колеса: при внезапном увеличении нагрузки машина не останавливается, а совершает работу за счет запаса кинетической энергии вращения маховика.

Если тело одновременно участвует в поступательном и вращательном движениях, то его кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного движения, и вращения:

$$W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \qquad (17)$$

Это положение надо учитывать при решении многих практических задач.

Определим, например, кинетическую энергию обруча радиусом R и массой /я, катящегося со скоростью v.

Кинетическая энергия поступательного движения обруча

$$W_{к.\,пост} = \frac{mv^2}{2}$$

Найдем угловую скорость вращения обруча и его момент инерции:

$$\omega = \frac{v}{R}, \quad J = mR^2.$$

Тогда

$$W_{к.вр} = \frac{mR^2v^2}{2R^2} = \frac{mv^2}{2}$$

и

$$W_к = W_{к.\,пост} + W_{к.\,вр} = mv^2.$$

Таким образом, для катящегося обруча энергии поступательного движения и вращения оказываются одинаковыми. Для тел другой формы соотношение этих энергий будет иным.

Задача 13. Колесо, вращаясь при торможении равнозамедленно, уменьшило в течение времени $t = 1$ мин частоту своего вращения с $\nu_0 = 300$ об/мин до 180 об/мин. Момент инерции колеса $J = 2$ кг · м^2. Определить: а) угловое ускорение колеса Р; б) тормозящий момент М; в) работу торможения A.

Решение, а) Угловое ускорение колеса определим как отношение изменения его угловой скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло:

$$\beta = \frac{\omega_0 - \omega}{t} = \frac{2\pi(\nu_0 - \nu)}{t} = \frac{2\pi(5 - 3)\ \text{об/с}}{60\ \text{с}} = 0{,}21\ (\text{рад/с}^2)$$

где ω и ω_0 — угловые скорости вращения колеса в начале и в конце промежутка времени t

б) По основному закону динамики вращения (4), тормозящий момент силы

$$M = J\beta = 2\ \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot 0{,}21\ \text{рад/с}^2 = 0{,}42\ \text{Дж}$$

в) При торможении колеса кинетическая энергия его вращения расходуется на совершение работы против тормозящих сил.

$$A = \frac{J\omega_0^2}{2} - \frac{J\omega^2}{2} = \frac{J}{2}\,4\pi^2\left(\nu_0^2 - \nu\right) = 2\ \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot 2\pi \cdot 16\ (\text{об/с}^2) = 640\ \text{Дж}.$$

Поэтому, согласно формуле (16),

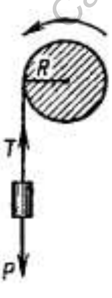

Рис. 34

Задача 14. На сплошной цилиндрический вал радиусом R = 0,5 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 10 кг. Найти момент инерции J вала и его массу m_1, если груз, разматывая шнур, опускается с ускорением а = 2,04 м/с^2.

Решение. Согласно основному закону динамики вращения

$$J = \frac{M}{\beta}$$

$\beta = \frac{a}{R}$ где М — вращающий момент силы Т натяжения нити, угловое ускорение вала.

По определению момента силы,

$$M = TR$$

Так как натяжение нити и ускорение груза обусловлены его весом Р = = mg = 10 кг • 9,8 м/с^2 = 98 Н, то $P = T$ + ma, откуда

$$T = P - ma$$

$$M = (P - ma)\,R$$

и

$$J = \frac{(P - ma)\,R^2}{a} = \frac{(98\ \text{Н} - 10\ \text{кг} \cdot 2{,}04\ \text{м/с}^2) \cdot 0{,}25\ \text{м}^2}{2{,}04\ \text{м/с}^2} = 9{,}5\ \text{кг} \cdot \text{м}^2$$

Момент инерции сплошного цилиндрического вала, согласно формуле (10), равен

$$J = \frac{m_1 R^2}{2}$$

откуда

$$m_1 = \frac{2J}{R^2} = \frac{2 \cdot 9{,}5\ \text{кг} \cdot \text{м}^2}{0{,}25\ \text{м}^2} = 76\ \text{кг}$$

Занятие 3.1.

Механика газа и жидкости (аэро-гидро-механика)

Основные определения. Уравнение неразрывности

В отличие от твердого тела в жидкости (или газе) возможны значительные смещения составляющих частиц относительно друг друга. Поэтому движущаяся жидкость может изменять свою форму в соответствии с формой русла.

Реальная жидкость *сжимаема*: ее объем уменьшается, а плотность увеличивается с повышением давления. Однако сжимаемость жидкости мала. Например, при повышении давления от

10^5 до 10^7 Па плотность воды увеличивается всего лишь на 0,5%. В движущейся жидкости обычно не бывает столь больших перепадов давления. Поэтому сжимаемостью движущейся жидкости можно пренебречь.

Реальная жидкость *вязка:* в движущейся жидкости всегда возникают силы внутреннего трения. Если условия движения жидкости таковы, что силы внутреннего трения малы по сравнению с другими действующими в ней силами (давления, тяжести и т. п.), то жидкость можно считать практически невязкой. Воображаемая жидкость, *совершенно* не обладающая вязкостью, называется *идеальной**.

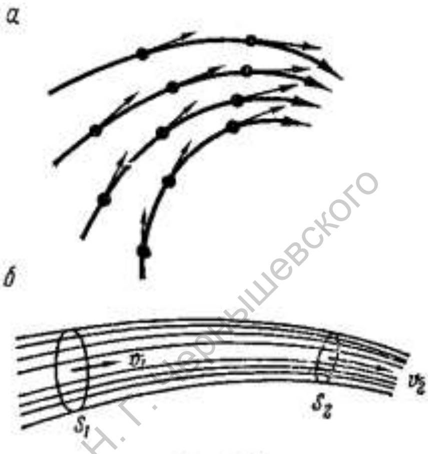

Рис. 35

Рассмотрим некоторый объем внутри движущейся идеальной несжимаемой жидкости. Мысленно отметим в нем ряд точек и изобразим векторами скорость движения частиц жидкости, находящихся в данный момент времени в этих точках (рис. 35, *а*). Проведем линии, в каждой точке которых касательная совпадает с вектором скорости движения частиц жидкости. Такие линии называются *линиями тока.*

Движение жидкости называется *установившимся (стационарным),* если скорость жидкости в каждой точке рассматриваемого объема не изменяется с течением времени. В этом случае линии тока также остаются неизменными и частица жидкости, находящаяся в данный момент на некоторой линии тока, будет все время оставаться на этой линии. Иными словами, *при установившемся движении траектории частиц жидкости совпадают с линиями тока.* Установившееся движение жидкости имеет место в случаях, когда силы, вызывающие движение, не изменяются со временем.

Мы рассматриваем только установившееся движение идеальной несжимаемой жидкости.

Покажем (прибегая к доказательству «от противного»), что линии тока не пересекаются между собой. Предположим, что две линии тока пересеклись. Тогда частица жидкости, находящаяся в точке пересечения, должна двигаться одновременно по двум траекториям, что невозможно. Следовательно, линии тока не пересекаются.

Выделим теперь в движущейся жидкости объем, ограниченный линиями тока (рис. 36, б). Из положения о непересекаемости линий тока следует, что жидкость не может проходить через боковую поверхность этого объема (ни внутрь объема, ни из него). Таким образом, рассматриваемый объем подобен трубке с непроницаемыми для жидкости стенками. Поэтому объем жидкости, ограниченный линиями тока, называется *трубкой тока.*

Выберем в трубке тока два поперечных сечения: S_1 (где скорость течения жидкости равна v_1) и S_2 (где скорость течения жидкости равна v_2). Так как жидкость не сжимается, не *разрывается* и не переходит через боковую поверхность трубки, то за время Δt через эти сечения пройдут одинаковые объемы, а следовательно, и одинаковые массы Δm жидкости. Объем жидкости, протекающий через широкое сечение, имеет форму цилиндра с основанием S_1 и высотой $v_1 \cdot \Delta t$; он равен $S_1 v_1 \cdot \Delta t$. Точно так же объем жидкости, протекающий через узкое сечение, равен $S_2 v_2 \cdot \Delta t$. Тогда

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

Так как сечения были выбраны произвольно, то

$$Sv = \text{const}, \tag{1}$$

т. е. для данной трубки тока произведение площади поперечного сечение трубки на скорость течения жидкости есть величина постоянная.

Соотношение (1) называется *уравнением неразрывности струи.* Оно справедливо не только для трубки тока, но и для всякой реальной трубы, для русла реки и т. п. В соответствии с уравнением неразрывности скорость течения на узких участках речного русла больше, чем на широких и глубоких; скорость воды в струе, вырывающейся из брандспойта, больше, чем в шланге, и т. п.

На рис. 36 изображено с помощью линий тока движение жидкости в трубе переменного сечения. В узкой части трубы, где скорость течения наибольшая, линии тока оказываются сгущенными. Таким образом, картина линий тока дает представление не только о направлении, но и о величине скорости течения жидкости.

Уравнение Бернулли

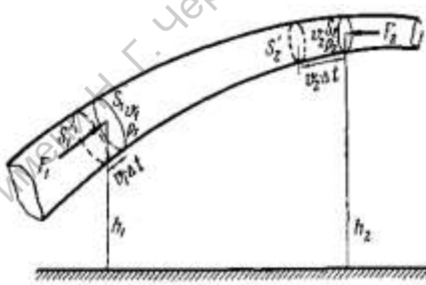

Рис. 37

Пусть по наклонной трубке тока (или реальной трубе) переменного сечения движется жидкость в направлении слева направо. Мысленно выделим область трубки, ограниченную сечениями S_1 и S_2, в которых скорости течения равны соответственно v_1 и v_2 (рис. 37). Определим изменение полной энергии, происходящее в этой области за малый промежуток времени Δt. За это время масса жидкости, заключенная между сечениями S'_1 и S_1, втекает в рассматриваемую область, а масса, заключенная между сечениями S'_2 и S_2, вытекает из нее. Иных изменений в рассматриваемой области не происходит. Поэтому величина изменения полной энергии ΔW равна разности полных энергий вытекающей и втекающей масс. Учитывая, что полная энергия идеальной несжимаемой жидкости слагается из ее кинетической W_K и потенциальной $W_п$ энергий, получим,

$$\Delta W = (W_к + W_п)_2 - (W_к + W_п)_1 \quad (2)$$

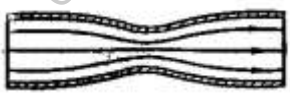
Рис. 36

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к сечениям S_1 и S_2.

$$\Delta W = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \Delta m g h_1. \quad (3)$$

$$\Delta W = \Delta A. \quad (4)$$

В соответствии с законом сохранения энергии, найденная величина изменения энергии должна равняться работе внешних сил (давления) по перемещению массы Δm.

Определим эту работу. Внешняя сила давления F_1 совершает работу по перемещению втекающей массы на пути $v_1 \cdot \Delta t$, в то же время вытекающая масса совершает работу *против* внешней силы давления F_2 на пути $v_2 \cdot \Delta t$. Поэтому

$$\Delta A_1 = F_1 v_1 \cdot \Delta t, \quad \Delta A_2 = -F_2 v_2 \cdot \Delta t,$$

а искомая работа

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 = F_1 v_1 \cdot \Delta t - F_2 v_2 \cdot \Delta t.$$

Учитывая, что

$$F_1 = p_1 S_1 \text{ и } F_2 = p_2 S_2,$$

где p_1 и p_2—давления на сечениях S_1 и S_2, получим

$$\Delta A = p_1 S_1 v_1 \cdot \Delta t - p_2 S_2 v_2 \cdot \Delta t.$$

Но

$$S_1 v_1 \cdot \Delta t = S_2 v_2 \cdot \Delta t = \Delta V.$$

где ΔV — объем каждой из рассматриваемых масс. Поэтому

$$\Delta A = p_1 \cdot \Delta V - p_2 \cdot \Delta V. \quad (5)$$

Объединяя формулы (3), (4) и (5), получим после перегруппировки слагаемых

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 + p_2 \cdot \Delta V = \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1 + p_1 \cdot \Delta V$$

Поделив обе части последнего равенства на ΔV и учитывая, что $\Delta m/\Delta V = \rho$ — плотность жидкости, получим

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1.$$

Поскольку сечения S_1 и S_2 выбраны произвольно, можно окончательно написать

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}. \qquad (6)$$

Это соотношение называется *уравнением Бернулли.* Первое слагаемое левой части этого уравнения представляет собой удельную кинетическую энергию жидкости; второе - удельную потенциальную энергию жидкости в поле силы тяжести; третье - удельную энергию жидкости, обусловленную силами давления (удельная энергия - энергия, приходящаяся на единицу объема жидкости).

Единицей измерения давления является паскаль (Па). *Паскаль* - давление, вызываемое силой 1 Н, равномерно распределенной на поверхности площадью 1 м^2;

$$\text{Па} = \text{Н/м}^2 = \text{Н} \cdot \text{м/м}^3 = \text{Дж/м}^3$$

Следовательно, уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии (удельной) и может быть сформулировано так:

при установившемся движении идеальной несжимаемой жидкости сумма удельной энергии давления и кинетической и потенциальной удельных энергий остается постоянной на любом поперечном сечении потока.

Из приведенного преобразования единиц измерения давления в единицы измерения удельной энергии следует, что все члены левой части уравнения (6) можно еще рассматривать как величины *давления.* Величину *p* называют *статическим давлением*, величину $\rho v^2/2$ — *динамическим давлением*, величину $\rho g h$ — *гидравлическим давлением.* Следовательно, уравнению Бернулли можно дать еще такую формулировку: в установившемся потоке идеальной несжимаемой жидкости полное давление, слагающееся из динамического, гидравлического и статического давлений, постоянно на любом поперечном сечении потока.

Для горизонтальной трубки тока (или реальной трубы) уравнение Бернулли принимает вид

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const} \qquad (7)$$

Из уравнений Бернулли и неразрывности следует, что в местах

сужения трубопровода скорость течения жидкости возрастает, а давление понижается.

В заключение остановимся на следующем важном положении. Уравнения (1) и (6) применимы не только к жидкостям, но и к газам в случаях, когда сжимаемостью и вязкостью газа можно пренебрегать. Оказывается, что это можно делать при небольших скоростях движения газа, когда в газовом потоке обычно не возникает больших градиентов скорости, а следовательно, и больших сил вязкости. Что касается сжимаемости газа, то, как показывают теория и опыт, ею можно пренебречь при скоростях движения газа, меньших скорости распространения звука в нем. Скорость звука в воздухе составляет около 340 м/с = 1224 км/ч. Поэтому *воздух, движущийся со скоростью, не превышающей* 150—200 м/с, *допустимо считать идеальной несжимаемой жидкостью и применять к нему уравнение неразрывности и уравнение Бернулли.*

Занятие 3.2.
О некоторых приложениях уравнения Бернулли

Уравнение Бернулли является одним из основных законов механики движения жидкостей и газов, имеющим большое прикладное значение. Приведем несколько примеров.

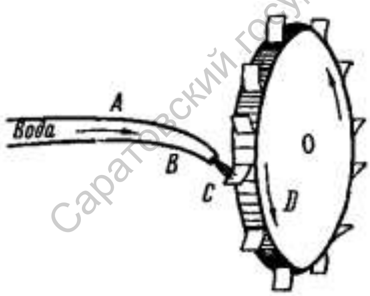

Рис. 38

1. Гидротурбина. Вода, находящаяся под большим давлением, но имеющая малую скорость, поступает по суживающемуся трубопроводу *A* через сопло *B* на лопатки *C* рабочего колеса *D* (рис. 38). Согласно уравнению Бернулли, потенциальная энергия давления воды переходит в узком трубопроводе и сопле в кинетическую энергию, за счет которой рабочее колесо приводится во вращение.

Аналогичным образом поток газа приводит в действие *газотурбину.*

2. Гидротаран. Вода движется от плотины по наклейному трубопроводу *A* (рис. 39). В конце трубопровода имеется подвижная заслонка 5, которая может периодически быстро перекрывать трубопровод. При каждом перекрытии потока динамическое давление в нем внезапно падает до нуля, а статическое давление резко возрастает, перегоняя часть воды по вертикальной трубе *C* в водонапорный бак.

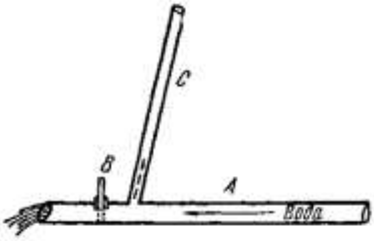

Рис. 39

Простота устройства и эксплуатации гидротарана позволяет применять его везде, где есть хотя бы небольшая речка. Вода из водонапорного бака может быть использована для орошения земель, водоснабжения животноводческих ферм и т. д.

3. Водоструйный насос. Вода течет по трубе, имеющей в узкой части неплотное сочленение (рис. 40). На выходе из трубы давление в струе воды равно атмосферному. Тогда, согласно уравнению Бернулли, давление в суженной части трубы ниже атмосферного. Поэтому воздух из резервуара Л, окружающего сужение, засасывается в трубу через сочленение и выходит из нее вместе с водой. Трубка *B* присоединяется к сосуду, из которого надо откачать воздух (или какой-нибудь другой газ).

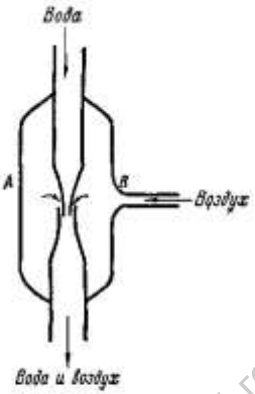

Рис. 40

Будучи крайне простым по устройству и эксплуатации, водоструйный насос может создавать разрежения до 90 Па. Водоструйные насосы широко используются в лабораториях, в конденсаторных установках паровых турбин и т. п.

Аналогично водоструйному насосу действует *пароструйный насос (инжектор)*, служащий для питания водой паровых котлов.

4. Подъемная сила крыла самолета. На рис. 41 представлена форма поперечного сечения крыла самолета («профиль Жуковского»), разработанная основателем аэродинамики *Н. Е. Жуковским*. Благодаря этой форме вокруг движущегося крыла возникает циркуляция (круговое течение) воздуха, направленная почасовой стрелке. Над крылом скоро-

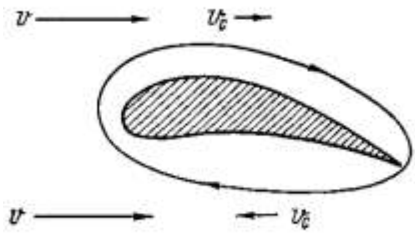

Рис. 41

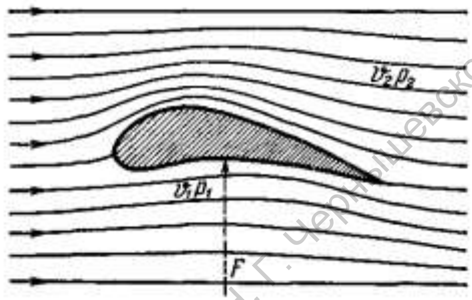

Рис. 42

сти циркуляции v_c и встречного воздушного потока v складываются, под крылом — вычитаются. Поэтому относительная скорость движения воздуха над крылом превышает относительную скорость под крылом, т. е. $v_1 < v_2$, что отражено на рис. 42 густотой линий тока. Тогда, согласно уравнению Бернулли, давление под крылом p_1 будет больше, чем над крылом. За счет разности давлений p_1 - p_2 возникает подъемная сила крыла самолета. Отметим, что отчасти подъемная сила обусловлена еще и небольшим наклоном плоскости крыла к направлению движения самолета (угол атаки).

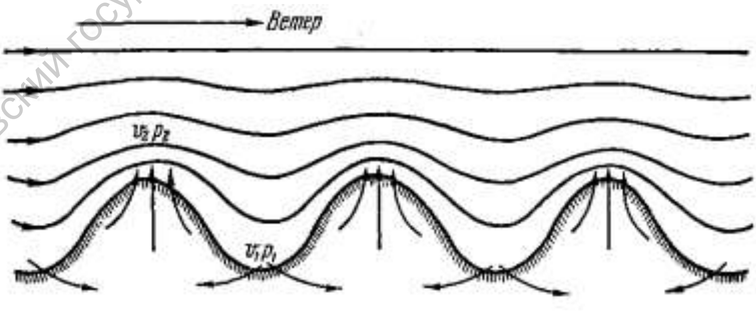

Рис. 43

5. Аэрация почвы. Представим себе участок неровной земной поверхности, например вспаханное поле, где валы чередуются с бороздами (рис. 43). Пусть ветер дует перпендикулярно к направлению борозд. Очевидно, что наличие этих неровностей скажется на характере воздушного потока: вблизи земли линии тока будут искривлены и выровняются лишь на некоторой высоте над землей. Поэтому приземный слой воздуха является своеобразной трубкой тока (точнее говоря, «слоем тока») переменного сечения, ограниченной снизу поверхностью земли, а сверху - ближайшей горизонтальной поверхностью, образованной невозмущенными линиями тока. Сечение трубки будет наибольшим над бороздами и наименьшим над валами. Тогда в соответствии с уравнением неразрывности и уравнением Бернулли давление воздуха над бороздами p_1 будет больше, чем над валами p_2 ($v_1 < v_2;\ p_1 > p_2$). Благодаря этому в поверхностном слое почвы возникает движение почвенного воздуха, направленное от оснований борозд к вершинам валов (см. рис 43), обеспечивающее газообмен между почвой и атмосферой. Это явление называется *аэрацией почвы.* Аэрация обогащает почвенный воздух кислородом, а приземный воздух — углекислотой, создавая тем самым благоприятные условия для развития растений.

При достаточно большой скорости ветра движение воздуха в почве может стать столь интенсивным, что вызовет разрушение (размельчение) почвенных частиц. Таким образом, ветровая аэрация способствует созданию мелко-комковатой структуры почвы. В заключение отметим, что на основе уравнения Бернулли действует *карбюратор* двигателя внутреннего сгорания, *пульверизатор, опрыскиватель* сельскохозяйственных растений и другие распылители жидкости.

Задача 15. Из опрыскивателя плодовых деревьев выбрасывается струя жидкости со скоростью v_2 = 25 м/с; плотность жидкости ρ = 1 г/см^8. Какое давление p_1 создает компрессор в баке опрыскивателя?

Р е ш е н и е . Исходя из уравнения Бернулли (7), напишем

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2.$$

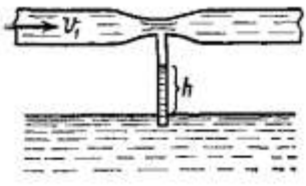

Рис. 44

где v_1, p_1 скорость и давление жидкости в баке опрыскивателя, p_2 - давление в струе жидкости на выходе из опрыскивателя. Но $v_1 = 0$, так как скорость жидкости в баке (и шланге) ничтожно мала по сравнению с v_2. Кроме того, $p_2 = 0$, поскольку в уравнении Бернулли р представляет собой давление *избыточное над атмосферным.* Поэтому

$$p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} = \frac{10^3\ кг/м^3 \cdot 625\ м^2/с^2}{2} = 3,12 \cdot 10^5\ Па.$$

Задача 16. На какую высоту *h* поднимается вода в вертикальной трубке, впаянной в узкую часть горизонтальной трубы (рис. 44) диаметром *d* = 2 см, если в широкой части трубы диаметром D = 6 см скорость воды v_1 = 30 см/с при давлении p_1 — 10^5 Па?

Р е ш е н и е. По уравнению неразрывности,

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \text{или} \quad \frac{\pi D^2}{4} v_1 = \frac{\pi d^2}{4} v_2$$

где S_1 и S_2— площади поперечных сечений трубы в широкой и в узкой ее частях, v_2 — скорость воды в узкой части трубы. Тогда

$$v_2 = \frac{D^2}{d^2} v_1 = \frac{0,06^2\ м^2}{0,02^2\ м^2} \cdot 0,3\ м/с = 2,7\ м/с$$

По уравнению Бернулли (7),

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

где p_2 — давление в узкой части трубы (и в вертикальной трубке), ρ = 10^3 кг/м^3 — плотность воды. Следовательно, давление в вертикальной трубке ниже атмосферного на величину

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{10^3\ кг/м^3}{2}\,(2,7^2 - 0,3^2)\ \ м^2/с^2 = 3,6 \cdot 10^3\ Па$$

Этот недостаток давления уравновешивается столбиком воды в вертикальной трубке. Но вес такого столбика равен ρ*hSg,* где *S*

— площадь поперечного сечения вертикальной трубки, g — ускорение свободного падения. Тогда

$$\rho hSg = (p_1 - p_2)\, S$$

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{3{,}6 \cdot 10^3\ \text{Н/м}^2}{10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2} \approx 0{,}37\ \text{м}$$

Занятие 4.1.

Физика колебаний и волн

Гармоническое колебание и его характеристики

Колебательным движением (колебанием) называется процесс, при котором система, многократно отклоняясь от своего состояния равновесия, возвращается к нему. Если этот возврат совершается через равные промежутки времени, то колебание называется *периодическим*. Наглядным примером колебания может служить движение часового маятника.

Колебательные движения исключительно широко распространены в природе и технике. Вибрация натянутой струны, движение поршня дизеля и ножей косилки, суточные и годичные изменения температуры воздуха, морские приливы и отливы, волнение водной поверхности, биение сердца, дыхание, тепловое движение ионов кристаллической решетки твердого тела, переменный ток и его электромагнитное поле, движение электронов в атоме и т. д. — все это в конечном счете колебательные процессы. В последующих разделах курса мы будем неоднократно встречаться с различным родом колебаний.

Несмотря на большое разнообразие колебательных процессов как по физической природе, так и по степени сложности, все они совершаются по некоторым общим закономерностям и могут быть сведены к совокупности простейших периодических колебаний, называемых *гармоническими**. В этой главе рассматриваются именно гармонические колебания.

С основными закономерностями и характеристиками гармонического колебания проще всего познакомиться на примере

равномерного движения материальной точки по окружности. Пусть материальная точка М движется против часовой стрелки по окружности радиусом А с постоянной угловой скоростью. Тогда ее проекция *N* на вертикальный диаметр будет совершать периодические колебания около положения равновесия О, а величина смещения этой проекции *(x — ON)* изменяться в пределах от +А до —А, также совершая периодические колебания.

Величина смещения в любой момент времени *t* определяется очевидным соотношением

$$x = A \sin \varphi. \tag{1}$$

Так как период вращения материальной точки Т, число ее оборотов в секунду ν, угловая скорость ω и угол поворота радиуса связаны между собой соотношениями:

$$\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} t = 2\pi\nu t,$$

то формулу (1) можно написать еще так:

$$x = A \sin \omega t, \tag{2}$$

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t, \tag{2а}$$

$$x = A \sin 2\pi\nu t. \tag{2б}$$

Соотношения (1) — (2б) являются разновидностями *уравнения гармонических колебаний*. Следовательно, гармоническим называется колебание, при котором изменение колеблющейся величины со временем происходит по закону синуса (или косинуса, если точка М проецируется на горизонтальной диаметр). Смещение x положительно, когда направлено вверх от положения равновесия, и отрицательно, когда направлено вниз. Абсолютное значение максимального смещения *A* называется *амплитудой колебания.*

При описании колебательных процессов физические величины принято называть иначе: *T* называется *периодом колебания,* ν—*частотой колебания,* ω— *циклической*, частотой. Единицы же измерения этих величин не меняются.

Фазой колебания называется аргумент тригонометрической функции в уравнении гармонического колебания. Физический смысл фазы состоит в том, что она *определяет смещение в любой момент времени*, т. е. определяет состояние колебательной системы. Например, при $\varphi = \pi/6$ смещение $x = A/2$, при $\varphi = \pi$ $x = 0$, при $\varphi = \frac{3}{2}\pi$ $x = -A$ и т. п. Из уравнения (1) следует, что фазам, различающимся между собой на величину, кратную 2π, соответствуют одинаковые смещения. Изменение фазы на 2π рад соответствует промежутку времени в один период Т.

Уравнения (1) — (2б) написаны в предположении, что в начальный момент времени (*t* = 0) фаза колебания была равна нулю (т. е. секундомер пущен в момент прохождения точки *N* через положение равновесия в положительном направлении). Если же в начальный момент фаза уже имела некоторое значение φ_0 (т. е. в момент пуска секундомера точка *N* уже была отклонена от положения равновесия), то упомянутые уравнения следует писать в виде

$$x = A\sin(\varphi + \varphi_0) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

где φ_0 называется *начальной фазой.* Поскольку выбор начального момента отсчета времени произволен, будем (при рассмотрении одного единственного колебания), как правило, полагать $\varphi_0 = 0$.

Скорость *v* колебания точки *N* определим как производную смещения (2) по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos\omega t$$

или, учитывая правило приведения тригонометрических функций,

$$v = \omega A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (3)$$

Из уравнения (3), видно, что скорость колебания изменяется со временем. Следовательно, колебательное движение совершается с ускорением, которое можно определить, продифференцировав выражение скорости (3) по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = \omega^2 A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \omega^2 A \sin(\omega t + \pi). \qquad (4)$$

Учитывая формулу (2), можно выразить ускорение через смещение:

$$a = \omega^2 A \sin(\omega t + \pi) = -\omega^2 A \sin \omega t = -\omega^2 x. \qquad (5)$$

Сравнение формул (2) — (4) приводит к следующим выводам.

1. **Как и смещение *x*, скорость *v* и ускорение *a* точки *N* совершают гармонические колебания с одинаковыми круговой частотой и периодом** $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

2. **Амплитуды этих колебаний различны: *A* — для смещения, ω*A* — для скорости и** $\omega^2 A$ **— для ускорения.**

3. **Фазы колебаний также различны: колебание скорости опережает колебание смещения по фазе на π/2 (по времени на T/4), колебание ускорения опережает колебание смещения по фазе на π; (по времени на *T/2*).**

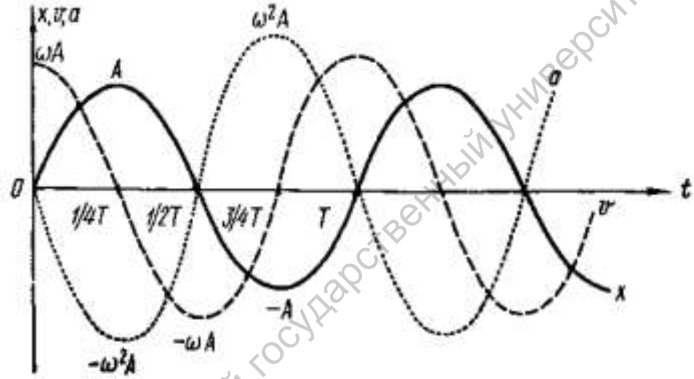

Рис. 46

Изменения *x*, *v* и *a* (при гармоническом колебании), рассчитанные по уравнениям (2а), (3) и (4), представлены на рис. 46.

Как видно, в момент прохождения колеблющейся точкой положения равновесия (*x* = 0) ее скорость максимальна, а ускорение равно нулю. Когда же точка максимально отклонится от положения равновесия (*x* = + *A* или *x* = — *A*), ее скорость равна нулю, а ускорение становится максимальным. Знак ускорения всегда противоположен знаку смещения. Следовательно, ускорение всегда направлено к положению равновесия колеблющейся точки.

Сложение гармонических колебаний

Независимые гармонические колебания могут складываться друг с другом. Например, в точке разветвления проводов трехфазной сети переменного тока (соединенных «звездой») складываются различные синусоидальные переменные токи. В результате возникает более сложное колебание, характер которого зависит от соотношения фаз, частот, амплитуд и направлений слагаемых колебаний. Рассмотрим несколько наиболее простых примеров сложения гармонических колебаний.

Сложение двух колебаний одного направления

1. ***Круговые частоты и фазы колебаний одинаковы, амплитуды различны:***

$$x_1 = A_1 \sin \omega t; \quad x_2 = A_2 \sin \omega t.$$

Тогда

$$x = x_1 + x_2 = (A_1 + A_2) \sin \omega t = A \sin \omega t,$$

т. е. возникает гармоническое колебание такой же частоты с амплитудой, равной сумме амплитуд слагаемых колебаний.

2. ***Круговые частоты и амплитуды одинаковы, фазы различны:***

$$x_1 = A \sin \omega t; \quad x_2 = A \sin (\omega t + \Theta),$$

где θ — разность фаз. Тогда, применяя формулу сложения синусов, получим

$$x = x_1 + x_2 = 2A \cos \frac{\Theta}{2} \sin \left(\omega t + \frac{\Theta}{2}\right) = B \sin \left(\omega t + \frac{\Theta}{2}\right). \quad (6)$$

Возникает гармоническое колебание такой же частоты, но отличающееся по фазе от первичных колебаний на половину разности фаз этих колебаний.

$$B = 2A \cos \frac{\Theta}{2}$$

Амплитуда, вообще говоря, меньше суммы амплитуд первичных колебаний. Только при разности фаз, кратной 2π, *B* = *2A*. При разности фаз, равной (2*n* +1) π (где *n* = = 0, 1, 2, 3, ...), *B* = 0 и слагаемые колебания взаимно «гасятся».

3. ***Амплитуды одинаковы, круговые частоты мало отличаются друг от друга:***

$$x_1 = A\sin\omega_1 t; \quad x_2 = A\sin\omega_2 t.$$

Тогда

$$x = x_1 + x_2 = 2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\sin\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t. \tag{7}$$

Результирующее колебание оказывается не гармоническим, так как она не соответствует уравнению (2). Однако учитывая, что (согласно условию) $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \ll \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, можно считать результирующее колебание почти гармоническим, имеющим круговую частоту

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

»

период $$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}$$

и амплитуду $$2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t,$$

которая очень медленно периодически изменяется со временем (круговая частота колебаний амплитуды $\omega' = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ слишком мала, поэтому период колебаний амплитуды будет

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

большим). Такого рода колебания называются *биениями*. График биений представлен на рис. 47.

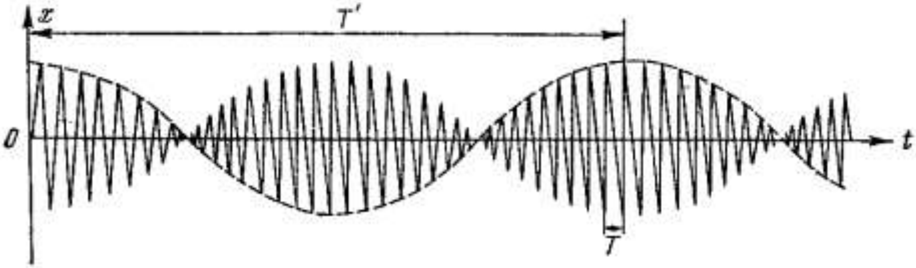

Рис. 47

Процесс возникновения и характер биений нетрудно представить себе, даже не прибегая к расчетам и рисунку. В самом деле, вначале фазы слагаемых колебаний совпадают, поэтому амплитуда результирующего колебания максимальна. Затем первое колебание постепенно отстает по фазе от второго и амплитуда результирующего колебания делается меньше суммы амплитуд исходных колебаний. По мере нарастания разности фаз результирующая амплитуда уменьшается, исходные колебания взаимно «погасятся» и результирующая амплитуда станет равной нулю. При дальнейшем увеличении разности фаз амплитуда начнет возрастать. Когда разность фаз составит 2π, амплитуда достигнет максимума, затем опять уменьшится до нуля и т. д.

Перейдем теперь к случаям, когда частица (или тело) совершает одновременные колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний

1. Круговые частоты и фазы одинаковы, амплитуды различны:

$$x = A_1 \sin \omega t; \quad y = A_2 \sin \omega t,$$

где x и y — смещения тела, вызванные первым и вторым колебаниями. Тогда

$$y = \frac{A_2}{A_1} x.$$

Это уравнение прямой. Следовательно, результирующее колебание совершается вдоль прямой, проходящей через положение равновесия под углом к направлению первого колебания (рис. 48):

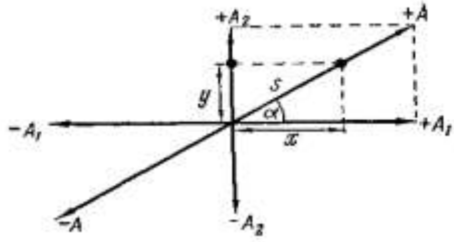

Рис. 48

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A_2}{A_1}$$

Величина результирующего смещения

$$\varepsilon = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}\,\sin\omega t = A\sin\omega t,$$

где

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

амплитуда результирующего колебания.

2. Круговые частоты одинаковы, фазы различаются на π/2, амплитуды различны:

$$\left.\begin{aligned} x &= A_1\sin\omega t;\\ y &= A_2\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A_2\cos\omega t. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Тогда

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

это уравнение эллипса. Следовательно, результирующее движение тела совершается по эллипсу, полуоси которого равны амплитудам слагаемых колебаний - рис. 49. Для уравнения (8) тело при движении будет описывать эллипс *по часовой стрелке*. Очевидно, что при разности фаз, равной 3π/2, тело описывает такой же эллипс *против часовой стрелки.*

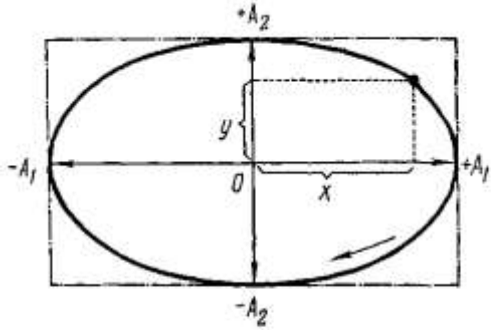

Рис. 49

Если $A_1 = A_2 = A$ то уравнение эллипса переходит в уравнение окружности ($x^2 + y^2 = A^2$) и тело будет описывать окружность.

Для более сложных случаев сложения колебаний отметим только, что форма и расположение эллипса зависят от величины разности фаз. По мере изменения разности фаз эллипс поворачиваться в плоскости слагаемых колебаний вокруг положения равновесия. Кроме того, он будет деформироваться, оставаясь при этом вписанным в прямоугольник со сторонами, равными удвоенным амплитудам слагаемых колебаний (прямоугольник изображен на рис. 49 пунктиром). При разности фаз = 0 (или π) эллипс вырождается в прямую линию. На рис. 50 представлены траектории колеблющегося тела при некоторых значениях разности фаз. Стрелками указаны направления движения тела по траектории.

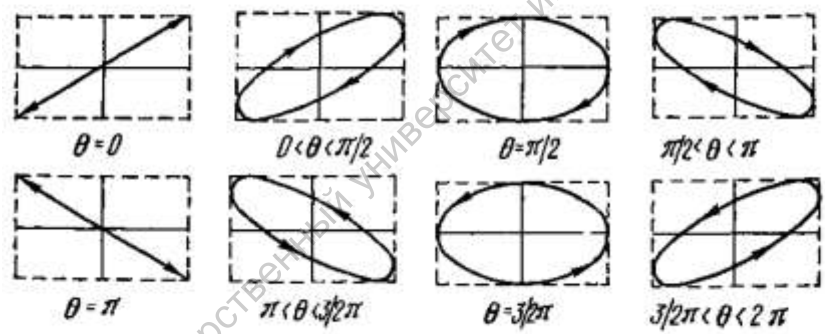

Рис. 50

Если слагаемые колебания имеют различную частоту, то траектории результирующего движения тела будут весьма сложными и разнообразными по форме (*фигуры Лиссажу)*.

Описанные формы траекторий можно непосредственно наблюдать на экране электронного осциллографа, если сообщить электронному лучу одновременные колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Занятие 4.2

Динамика колебательного движения. Маятник

Мы выяснили, что при колебательном движении ускорение *переменно*. Следовательно, это движение обусловлено действием *переменной* силы. Пусть под действием переменной силы *F* материальная точка массой m совершает гармоническое колебание с ускорением *a*. Тогда можно написать

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx, \tag{9}$$

где

$$k = m\omega^2. \tag{10}$$

Таким образом, сила, вызывающая гармоническое колебание, пропорциональна смещению и направлена против смещения. В связи с этим можно дать также следующее определение гармонического колебания: *гармоническим называется колебание, вызываемое силой, пропорциональной смещению и направленной против смещения*. Эта сила стремится возвратить точку в положение равновесия, поэтому ее называют *возвращающей силой*. Возвращающей силой может быть, например, сила упругости, так как она тоже пропорциональна смещению и противоположна ему по знаку Возвращающие силы могут иметь и иную, не упругую природу. В этих случаях они называются *квазиупругими силами.*

Если известны масса материальной точки и коэффициент k, то из формулы (10) можно определить круговую частоту и период колебания:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{11}$$

и

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{12}$$

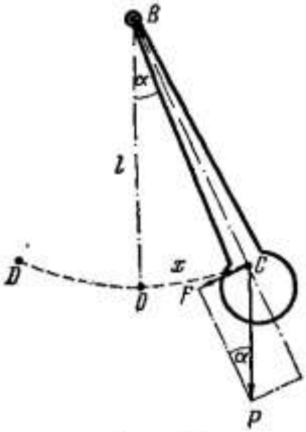

Рис. 51

Рассмотрим теперь механическую колебательную систему, называемую *физическим маятником*; это твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести относительно горизонтальной оси. Обычно физический маятник представляет собой стержень с утяжеленным концом; другой его конец подвижно связан с горизонтальной осью B, перпендикулярной к стержню (рис. 51). Отклоненный от положения равновесия на угол α, маятник под действием силы тяжести P возвращается к этому положению, переходит его по инерции, отклоняется в противоположную сторону, затем опять переходит положение равновесия и т. д. Если трение в подвесе мало, то маятник будет колебаться очень долго. Центр тяжести маятника C будет описывать дугу окружности. Возвращающая сила

$$F = -P\sin\alpha = -mg\sin\alpha,$$

где m — масса маятника. Знак минус обусловлен тем, что направления силы и угла отклонения всегда противоположны. При *малых отклонениях* ($\alpha < 0,14$ рад $= 8°$) $\sin\alpha \approx \alpha$. Тогда

$$F = -mg\alpha = -mg\frac{x}{l}, \tag{13}$$

где *α* — дуговое смещение центра тяжести маятника от положения равновесия, *l* — длина маятника (расстояние от точки подвеса до центра тяжести). Таким образом, возвращающая сила оказывается пропорциональной смещению и противоположной ему по знаку (т.е. является квазиупругой силой). Следовательно, колебания маятника *гармонические.*

В соответствии с основным законом динамики вращения момент *M* возвращающей силы *F* выразится соотношением:

$$M = Fl = J\beta,$$

где J — момент инерции маятника относительно оси подвеса, β — угловое ускорение. Тогда

$$F = \frac{J\beta}{l}$$

Так как

$$\beta = a/l$$

то, учитывая формулу (5), можем написать

$$F = \frac{Ja}{l^2} = -\frac{J}{l^2}\omega^2 x, \qquad (14)$$

где ω — круговая частота колебаний маятника.

Сопоставляя формулы (13) и (14), получим

$$mgl = J\omega^2,$$

откуда найдем выражения круговой частоты и периода колебании физического маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}} \qquad (15)$$

и

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}. \qquad (16)$$

На практике часто оказывается возможно рассматривать физический маятник как *математический. Математическим маятником называется материальная точка, колеблющаяся на невесомой и недеформируемой нити* (рис. 52).

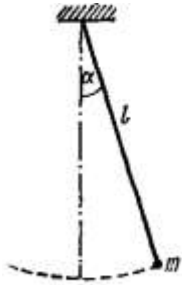

Рис. 52

Согласно определению момента инерции материальной точки, момент инерции математического маятника

$$J = ml^2$$

где m - масса материальной точки, l - длина нити. Подставляя это значение J в формулу (16), получим выражение периода колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (17)$$

Из (17) следует, что при малых отклонениях период колебания математического маятника пропорционален квадратному корню из длины маятника, обратно пропорционален квадратному корню из ускорения силы тяжести и не зависит от амплитуды колебаний и массы маятника.

При гармоническом колебании происходит периодическое взаимное превращение кинетической энергии колеблющегося тела и потенциальной энергии обусловленной действием квазиупругой силы. Из этих энергий слагается полная энергия колебательной системы:

$$W = W_к + W_п. \qquad (18)$$

Кинетическая энергия:

$$W_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\omega^2 A^2 \sin^2\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{m}{2}\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t, \qquad (19)$$

Потенциальная энергия обусловлена квазиупругой силой и выражается так же, как потенциальная энергия упруго деформированного тела, т.е. должна быть пропорциональна квадрату смещения.

$$W_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 \sin^2 \omega t.$$

$$W_п = \frac{m}{2}\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t. \qquad (20)$$

Таким образом, полная энергия гармонического колебания постоянна и пропорциональна квадрату амплитуды и квадрату круговой частоты колебания.

$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}(\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{m\omega^2}{2} A^2. \qquad (21)$$

О затухающих и вынужденных колебаниях

Колебательное движение реальной механической системы всегда сопровождается трением, на преодоление которого расходуется часть энергии колебательной системы. Поэтому энергия колебания в процессе колебания уменьшается, переходя в теплоту. Так как энергия колебания пропорциональна квадрату амплитуды, то постепенно уменьшается и амплитуда колебаний (рис. 53). Когда вся энергия колебания перейдет в теплоту, колебание прекратится (затухнет). Такого рода колебания называются *затухающими*.

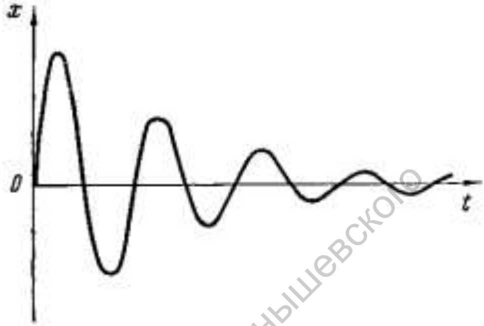

Рис. 53

Для того чтобы система совершала незатухающие колебания, необходимо восполнять извне потери энергии колебания на трение. Для этого надо воздействовать на систему периодически изменяющейся силой

$$f = f_0 \sin \omega_в t.$$

Внешняя сила, обеспечивающая незатухающие колебания системы, называется *вынуждающей* силой, а колебания системы — *вынужденными*. Очевидно, что вынужденные колебания происходят с частотой, равной частоте вынуждающей силы. Определим амплитуду вынужденных колебаний. Для упрощения пренебрежем силой трения, полагая, что на колеблющееся тело действуют только две силы: вынуждающая f и возвращающая F. Тогда, согласно второму закону Ньютона,

$$F + f = ma.$$

где m и a — масса и ускорение колеблющегося тела.
Так как $a=-\omega_в^2 x$, то

$$F + f = -m\omega_в^2 x$$

где x — смещение колеблющегося тела. Согласно формуле (9),

$$F = -m\omega^2 x$$

где ω — круговая частота собственных колебаний тела (т. е. колебаний, обусловленных только действием возвращающей силы). Поэтому

$$-m\omega^2 x + f_0 \sin\omega_в t = -m\omega_в^2 x,$$

откуда

$$x = \frac{f_0}{m\left(\omega^2 - \omega_в^2\right)} \sin\omega_в t. \tag{22}$$

Из уравнения (22) следует, что амплитуда вынужденного колебания

$$A = \frac{f_0}{m\left(\omega^2 - \omega_в^2\right)}$$

зависит от соотношения круговых частот вынужденного и собственного колебаний.

В действительности благодаря трению амплитуда вынужденных колебаний остается конечной. Она достигает максимального значения в том случае, когда частота вынужденных колебаний близка к частоте собственных колебаний системы. Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при называется *резонансом.*

Используя резонанс, можно посредством небольшой вынуждающей силы вызвать колебание с большой амплитудой. Подвесим, например, карманные или ручные часы на нити такой длины, чтобы частота собственных колебаний полученного физического маятника (рис. 54) совпала с частотой колебаний балансира часового механизма. В результате часы сами начнут колебаться, отклоняясь от положения равновесия.

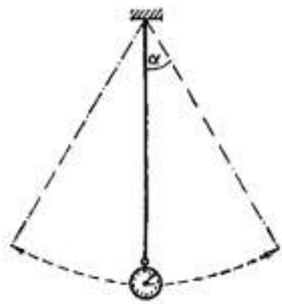

Рис. 54

Явление резонанса имеет место при колебаниях любой природы (механических, звуковых, электрических и др.). Оно широко используется в акустике — для усиления звука, в радиотехнике— для усиления электрических колебаний и т.п.

В некоторых случаях резонанс играет вредную роль. Он может вызвать сильную вибрацию конструкций (зданий, опор, мостов и т.п.) при работе установленных на этих конструкциях механизмов (станков, моторов и т.п.). Поэтому при расчете сооружений необходимо обеспечивать значительное различие между частотами колебаний механизмов и собственных колебаний конструкций.

В технике распространен еще один вид незатухающих колебаний — так называемые *автоколебания*, отличающиеся от вынужденных тем, что у них потери энергии колебания восполняются за счет *постоянного* источника энергии, вводимого в действие на очень короткие промежутки времени (в сравнении с периодом колебаний). Причем этот источник «включается» в нужные моменты времени автоматически самой колебательной системой. Примером автоколебательной системы может служить часовой маятник. Здесь потенциальная энергия приподнятого груза (или деформированной пружины) вводится в действие посредством анкерного механизма. Другим примером может служить замкнутый колебательный контур с электронной лампой.

Занятие 4.3.

Волновой процесс

Если в упругую среду поместить колеблющееся тело (источник колебаний), то соседние с ним частицы среды тоже придут в колебательное движение. Колебание этих частиц передается (силами упругости); соседним частицам среды и т. д. Через некоторое время колебание охватит всю среду. Однако оно будет совершаться с различными фазами: чем дальше расположена частица от источника колебаний, тем позднее начнет она колебаться и тем больше будет запаздывать по фазе колебание. Распространение колебаний в среде называется *волновым процессом* (*волной)*. Примером волнового процесса могут служить волны на поверхности воды, расходящиеся от места падения предмета.

Направление распространения волны называется *лучом.* Волна называется *поперечной*, если частицы среды колеблются перпендикулярно к лучу. Если же они колеблются вдоль луча, то волна называется *продольной.* В свободно подвешенной длинной пружине возникает поперечная волна, если по нижнему концу пружины нанесен удар в горизонтальном направлении (рис. 55, *а).* В этой же пружине возникает продольная волна, если удар нанесен в вертикальном направлении (рис. 55, б). Подчеркнем, что частицы среды не перемещаются вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия; перемещается только колебательный процесс - фаза колебаний.

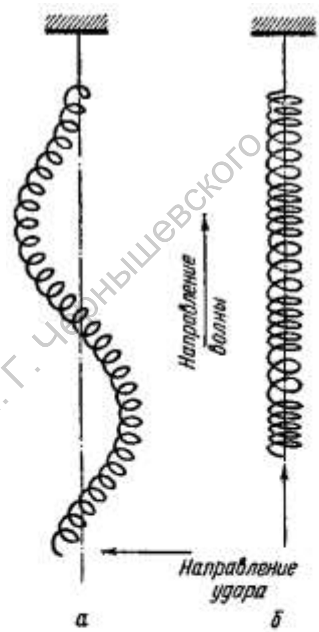

Рис. 55

Продольные волны могут возникать в среде, обладающей упругостью объема (в твердых, жидких и газообразных телах). Поперечные волны возникают только в среде, обладающей упругостью формы (деформацией сдвига), т. е. только в твердых телах.

Чтобы получить наглядное представление о волновом процессе, рассмотрим схемы распространения поперечной и продольной волн.

В покоящейся среде, обладающей упругостью формы, пронумеруем ряд частиц, расположенных вдоль горизонтальной линии (рис. 56). Пусть в начальный момент частица *1* приходит в гармоническое колебание с периодом Т под действием толчка, направленного вертикально вверх. С некоторым запаздыванием придут в колебание соседние частицы. Через четверть периода частица *1* максимально сместится вверх, частицы *2* и 3 также получат некоторое смещение, а до частицы *4* колебание еще только дойдет.

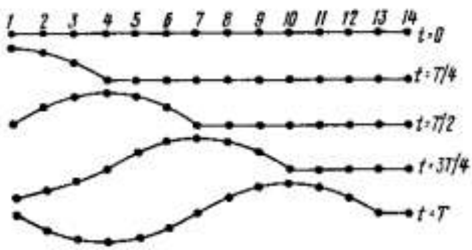

Рис. 56

Через половину периода частица максимально сместится вверх, частицы *5* и *6* также получат некоторое смещение, а до частицы 7 колебание еще только дойдет. В это время частицы *3* и *2* будут уже смещаться вниз, а частица 1 придет в положение равновесия. Очевидно, что к концу периода колебание дойдет до частицы *13* и начнет распространяться далее. Так образуется поперечная волна. Подобные волны возникают, например, в металлическом стержне (или натянутой струне) при ударе, нанесенном перпендикулярно к его длине.

Предположим теперь, что в начальный момент частица *1* пришла в гармоническое колебание вдоль линии расположения частиц (рис. 57). С некоторым запаздыванием придут в такое колебание и остальные частицы среды. В этом случае образуется продольная волна уплотнений и разрежений среды. Такие волны возникают, например, в металлическом стержне при ударе, нанесенном перпендикулярно к его торцу. Между прочим, очень наглядную модель продольной волны можно получить с помощью двух не совсем одинаковых гребенок, наложенных одна на другую (гребенки должны немного различаться частотой зубцов). Глядя на свет через зубцы этих гребенок и передвигая одну гребенку вдоль другой, увидим бегущую продольную волну сгущений и разрежений зубцов.

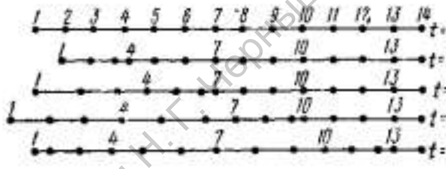

Рис. 57

Скорость распространения упругих колебаний, т. е. *скорость волны v* зависит от упругих свойств и плотности ρ среды:

$$v = \sqrt{\frac{\chi}{\rho}}$$

где χ — коэффициент, характеризующий упругие свойства среды, в частности, для продольных волн в твердом теле χ=E для поперечных волн χ = 0,4E (E — модуль упругости).

Подчеркнем, что основные закономерности волнового процесса справедливы не только для механических волн упругой среды (волн давления, звуковых и т. п.), но и для волн любой природы, в частности для волн электромагнитного поля (электромагнитных волн).

Уравнение волны. Интенсивность волны

Установим зависимость между смещением *x* частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием *y* этих частиц от источника колебаний для любого момента времени. Для большей наглядности рассмотрим поперечную волну, хотя все рассуждения верны и для продольной волны. Пусть колебания источника являются гармоническими:

$$x = A\sin\omega t.$$

Тогда частицы среды тоже придут в гармоническое колебание с такой же частотой и амплитудой, но с различными фазами. В среде возникает синусоидальная волна (рис. 57).

График волны (рис. 58) внешне похож на график гармонического колебания, но по существу они различны. График колебания представляет зависимость смещения *данной частицы от времени.* График волны представляет зависимость смещения *всех частиц среды от расстояния до источника колебаний в данный момент времени.* Он является моментальной фотографией волны.

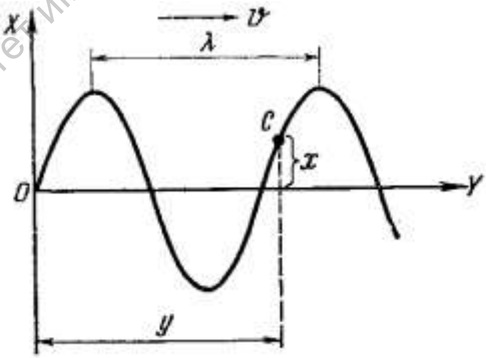

Рис. 58

Рассмотрим некоторую частицу С, находящуюся на расстоянии *y* от источника колебаний (частицы О). Очевидно, что если частица О колеблется уже *t* с, то частица С колеблется еще только (*t*—τ) с, где τ — время распространения колебаний от 0 до С, т.е. путь у. Тогда уравнение колебания частицы *С* следует написать так:

$$x = A\sin\omega(t - \tau).$$

но $\tau = y/v$, где *v* — скорость распространения волны. Тогда

$$x = A\sin\omega\left(t - \frac{y}{v}\right). \tag{23}$$

Соотношение (23), позволяющее определить смещение любой точки волны в любой момент времени, называется *уравнением волны*. Вводя в рассмотрение *длину волны* λ как расстояние между двумя ближайшими точками волны, находящимися в одинаковой фазе, например между двумя соседними гребнями волны, можно придать уравнению волны другой вид. Очевидно, что длина волны равна расстоянию, на которое распространяется колебание за период *T* со скоростью *v*:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}, \tag{24}$$

где ν — частота волны. Тогда, подставляя в уравнение(23) $v = \lambda/T$, получим другие формы уравнения волны:

$$x = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right) = A\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right) =$$
$$= A\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{y}{\lambda}\right). \tag{25}$$

Так как прохождение волны сопровождается колебанием частиц среды, то вместе с волной перемещается в пространстве и энергия колебаний. Энергия, переносимая волной за единицу времени через единицу площади, перпендикулярной к лучу, называется *интенсивностью волны* (или *плотностью потока энергии*).

Получим выражение для интенсивности волны. Пусть в 1 см^3 среды содержится n_0 частиц массой *m*. Тогда, в соответствии с формулой (21), энергия колебания среды в единице объема будет равна

$$\Omega = n_0\frac{m\omega^2}{2}A^2 = \frac{\rho\omega^2A^2}{2}$$

где $\rho = mn_0$— плотность среды. Очевидно, что за 1 с через площадку в 1 см^a переносится энергия, содержащаяся в объеме прямоугольного параллелепипеда с основанием 1 см^2 и высотой, равной *v*. Таким образом, интенсивность волны пропор-

циональна плотности среды и скорости, квадрату круговой частоты и квадрату амплитуды волны.

$$I = \Omega v = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 A^2. \qquad (26)$$

Интерференция волн. Стоячие волны

Если в среде несколько источников колебаний, то исходящие от них волны распространяются независимо друг от друга и после взаимного пересечения расходятся, не имея никаких следов происшедшей встречи. Это положение называется *принципом суперпозиции.* Его иллюстрацией может служить распространение водяных волн, вызванных двумя брошенными на поверхность воды предметами (рис. 60).

В местах встречи волн колебания среды, вызванные каждой из волн, складываются друг с другом Результат сложения (результирующая волна) зависит от соотношения фаз, периодов и амплитуд встречающихся волн. Большой практический интерес представляет случай сложения двух (или нескольких) волн, имеющих *постоянную разность фаз.* Такие волны и создающие их источники колебаний называются *когерентными*. Сложение когерентных волн называется *интерференцией.*

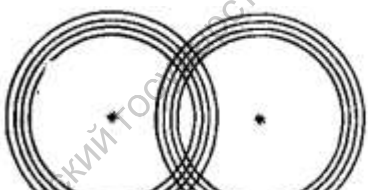

Рис. 60

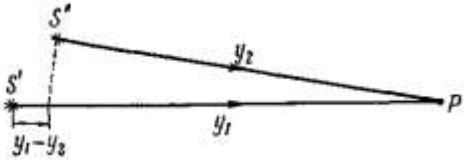

Рис. 61

Рассмотрим интерференцию двух волн одинаковой амплитуды, исходящих из когерентных источников S' и S'' и встречающихся в точке P (рис. 61). Согласно уравнению волны (25), смещения, вызванные в точке P первой и второй волнами, равны соответственно:

$$x_1 = A\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{y_1}{\lambda}\right) \text{ и } x_2 = A\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{y_2}{\lambda}\right)$$

Тогда результат сложения определится разностью фаз.

$$\Theta = 2\pi \frac{y_1 - y_2}{\lambda}$$

Если

$$2\pi \frac{y_1 - y_2}{\lambda} = 2\pi n, \tag{27}$$

то в точке Р *максимум* - колебания максимально усилят друг друга и результирующая амплитуда будет равна 2А. Если же

$$2\pi \frac{y_1 - y_2}{\lambda} = (2n + 1)\,\pi, \tag{28}$$

где n = 0, 1, 2, 3, ..., то в точке Р *минимум* - колебания взаимно погасятся и результирующая амплитуда будет равна нулю.

Условия максимума (27) и минимума (28) можно записать соответственно так:

$$y_1 - y_2 = n\lambda = 2n\,\frac{\lambda}{2} \tag{29}$$

$$y_1 - y_2 = (2n + 1)\,\frac{\lambda}{2}. \tag{30}$$

Разность y_1 — y_2 называется разностью хода волн.

Следовательно, в точке Р будет максимум, если разность хода волн составляет четное число полуволн (целое число волн); если разность хода составляет нечетное число полуволн, то в точке Р будет минимум.

Так как волны распространяются от источников *S'* и *S"* *по всем направлениям*, то в пространстве окажется множество точек, удовлетворяющих как условию (29), так и условию (30), т. е. окажется множество точек, соответствующих максимуму и минимуму колебаний. Поэтому интерференционная картина представит собой чередование областей усиления колебаний (максимумов) и областей, где колебания отсутствуют (минимумов).

Другим важным случаем интерференции волн является сложение двух когерентных волн, движущихся навстречу друг другу вдоль одной прямой. Если уравнение первой волны записать в обычном виде (25):

$$x_1 = A \sin \left(\omega t - 2\pi \frac{y}{\lambda} \right)$$

то уравнение второй волны будет иметь вид

$$x_2 = A \sin \left(\omega t + 2\pi \frac{y}{\lambda} \right)$$

(знак плюс указывает на движение этой волны в отрицательном направлении оси OY). Тогда уравнение результирующей волны представится (6), следующим выражением:

$$x = x_1 + x_2 = 2A \cos 2\pi \frac{y}{\lambda} \sin \omega t. \tag{31}$$

Уравнение (31) показывает, что в точках среды совершаются колебания с частотой ω и амплитудой $2A \cos 2\pi \frac{y}{\lambda}$**, зависящей от координаты *y* этих точек. Причем во всех точках, для которых *y* удовлетворяет условию**

$$\cos 2\pi \frac{y}{\lambda} = 0$$

или, что то же,

$$2\pi \frac{y}{\lambda} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \tag{32}$$

амплитуда колебаний равна нулю. Из формулы (32) следует

$$y = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

или, что то же, т. е. в точках с координатой *y* = λ/4, 3λ/4, ... колебания отсутствуют. Эти точки называют *узлами* волны. Точки, расположенные в середине между узлами, колеблются с наибольшей амплитудой, равной *2A.* Эти точки называются *пучностями* волны. Результат наложения двух встречных волн с одинаковыми амплитудами (периодом) называется стоячей волной (узлы, а следовательно, и пучности находятся на одном месте).

На рис. 62 изображена часть стоячей волны. Видно, что точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают. Точки, расположенные справа и слева от каждого узла, колеблются в противоположных фазах. Расстояние между соседними

узлами или пучностями равно половине длины бегущих волн, образующих стоячую волну.

Стоячая вода не переносит энергии (происходит как бы компенсация переносов энергии двух бегущих в противоположных направлениях волн).

Стоячие волны обычно возникают в ограниченной среде при интерференции бегущей волны и ее отражения от границы среды. Таковы, например, волны натянутой струны, воздушного столба в трубе ограниченной длины, водяные волны вблизи вертикальных преград (плотин) и т. п.

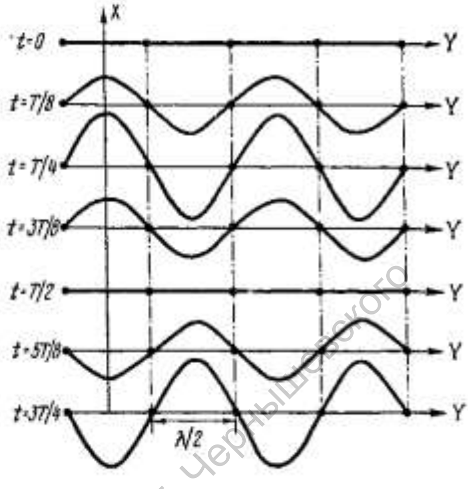

Рис. 62

Занятие 4.4.

Фронт волны. Принцип Гюйгенса—Френеля

Мы рассмотрели движение волн, происходящее только в некотором определенном направлении (вдоль одной линии). Это имеет место, например, в стержнях, воздушных столбах, волноводах и т. п. Вообще же от источника колебаний, находящегося в сплошной среде, волны распространяются *во всех направлениях.* Поверхность, до которой одновременно доходят волны от данного источника колебаний, называется *фронтом волны.* Форма волнового фронта зависит от формы источника колебаний и свойств среды. При точечном источнике колебаний S волновой фронт в однородной среде имеет форму сферы; лучи, являющиеся радиусами *R* этой сферы, перпендикулярны к волновому фронту (рис. 63, *а).* Очевидно, что

$$R = vt.$$

где v — скорость волны, t — время ее распространения. Волны, образующие сферический фронт, называются *сфериче-*

скими. Сферический волновой фронт является (в изотропной среде) вместе с тем *фазовой*, или *волновой поверхностью*, т.е. поверхностью, все точки которой колеблются в одинаковой фазе.

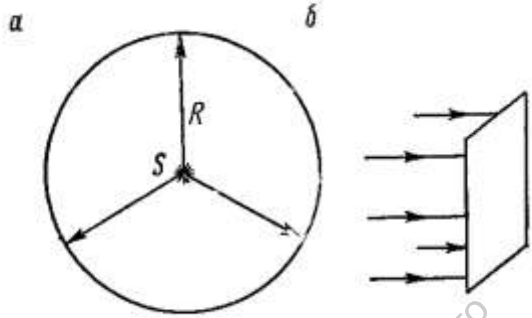

Рис. 63

Если фронт волны представляет собой плоскость, то волна называется плоской. В этом случае лучи параллельны между собой (рис.63, б). Небольшой участок сферического волнового фронта, находящегося на достаточном удалении от источника колебаний, можно практически считать плоским (пренебрегая кривизной фронта).

В неоднородной среде, где скорость волны неодинакова в различных направлениях, волновой фронт может иметь весьма сложную форму.

Интенсивность сферической волны изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния фронта от источника колебаний.

$$I = \frac{W}{S} = \frac{W}{4\pi y^2} \sim \frac{1}{y^2}$$

Так как интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды, то амплитуда сферической волны обратно пропорциональна расстоянию волнового фронта от источника колебаний. Тогда, получим уравнение сферической волны:

$$x = \frac{A}{y} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right)$$

При решении задач о распространении волн необходимо построить волновой фронт для некоторого момента времени по волновому фронту, заданному для начального момента времени. Это можно сделать с помощью *принципа Гюйгенса*.

Пусть волновой фронт, перемещающийся в однородной среде, занимает в данный момент времени определенное положение. Требуется найти его положение через Δt с. Согласно принципу Гюйгенса, *каждая точка среды, до которой дошла волна, сама становится источником вторичных волн.* Это значит, что от нее, как из центра, начинает распространяться новая сферическая волна. Чтобы построить вторичные волны, вокруг каждой точки исходного фронта опишем сферы радиусом

$$\Delta y = v \cdot \Delta t$$

где v — скорость волны. Вторичные волны взаимно гасятся во всех направлениях, кроме направлений исходного фронта (указанных на рис. 64 стрелками). Иными словами, колебания сохраняются только на внешней огибающей вторичных волн. Построив эту огибающую, получим искомое положение 2 волнового фронта.

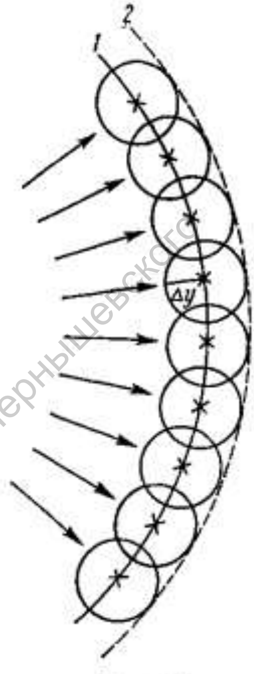

Рис. 64

Принцип Гюйгенса применим и к неоднородной среде. В этом случае волны неодинаковы в различных направлениях. Рассмотрим в качестве примера применения принципа Гюйгенса случай падения плоской волны на преграду с отверстием, размеры которого больше длины волны (рис. 65). Когда волновой фронт дойдет до преграды *аа*, каждая точка отверстия станет источником вторичных волн. Построив эти волны и проведя их огибающую, получим фронт волны, прошедший через отверстие. Он будет плоским только в своей средней части; у границ отверстия происходит загибание волнового фронта (а следовательно, и лучей) за преграду. Это явление называется *дифракцией* волн.

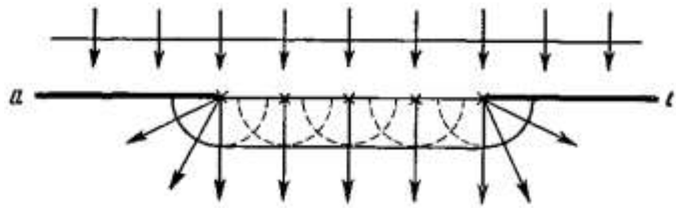

Рис. 65

Однако объяснение дифракции волн, даваемое принципом Гюйгенса, является неполным, так как он ничего не говорит об амплитудах волн, распространяющихся в различных направлениях, и, следовательно оставляет открытым вопрос о распределении интенсивности вдоль волнового фронта. Отмеченный недостаток принципа Гюйгенса устранил в 1815 г. французский физик *Френель*, дополнив этот принцип положением об *интерференции вторичных волн:*

волну, приходящую в любую точку P от первичного источника S, можно рассматривать как результат интерференции вторичных волн, приходящих в эту точку от множества элементарных вторичных источников ΔS_i некоторого волнового фронта F (рис. 66). Тогда интенсивность волны в точке P определится путем суммирования всех вторичных волн (с учетом размера ΔS_i вторичных источников, их расстояния r_i до P и угла α_i между направлениями r_i и нормали n к ΔS_i).

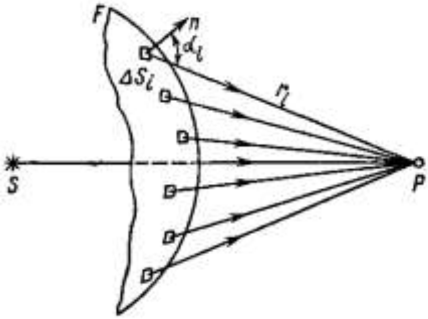

Рис. 66

Принцип Гюйгенса с дополнением *Френеля* получил название *принципа Гюйгенса - Френеля* и оказался полезным для решения вопросов о распространении волн - электромагнитных (световых) волна.

Задача 17. Уравнение колебания материальной точки массой 0,016 кг имеет вид

$$x = 0{,}1 \sin\left(\frac{\pi}{8} t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ м}$$

Найти: а) максимальные значения скорости v_m и ускорения a_m движения точки; б) значение максимальной силы F_m, действующей на точку; в) полную энергию W колеблющейся точки.

Р е ш е н и е. Сравнивая уравнение колебаний данной точки с уравнением гармонического колебания, видим, что амплитуда колебания точки A = 0,1 м, начальная фаза $\varphi_0 = \pi/4$ и

круговая частота ω = 2π/T = π/8 рад/с, где T = 16 с — период колебания точки.

а) Из формул (3) и (4) следует, что скорость и ускорение гармонического колебания точки имеют максимальные значения соответственно при

$$\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \text{ и } \sin(\omega t + \pi) = 1$$

Поэтому

$$v_m = \omega A = \frac{3,14}{8}\ 0,1 \text{ м/с} \approx 0,04 \text{ м/с}$$

и

$$a_m = \omega^2 A = \frac{3,14^2}{64}\ 0,1 \text{ м/с}^2 \approx 0,0154 \text{ м/с}^2$$

б) Очевидно, что при максимальном значении ускорения будет иметь место и максимальное значение силы, действующей на точку. Поэтому, согласно второму закону Ньютона,

$$F_m = ma_m = 0,016 \text{ кг} \cdot 0,0154 \text{ м/с}^2 = 2,46 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$$

в) Полную энергию колеблющейся точки найдем по формуле

$$W = \frac{m\omega^2}{2} A^2 = \frac{0,016 \text{ кг} \cdot 3,14^2 \cdot 0,01 \text{ м}^2}{2 \cdot 64 \text{ с}^2} = 1,23 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$$

Задача 18. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, заданных уравнениями:

$$x_1 = 2\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ м и } x_2 = 2\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ м.}$$

Решение. Амплитуды и начальные фазы слагаемых колебаний соответственно равны: $A_1 = A_2 = A = 2$ м, $\varphi_{01} = \pi.2$ и $\varphi_{02} = \pi/4$.

Условия задачи соответствуют случаю сложения колебаний одного направления, имеющих одинаковые круговые частоты и амплитуды, но различные фазы. Поэтому начальная фаза результирующего колебания должна отличаться от начальных фаз слагаемых колебаний на половину разности последних, т. е.

$$\varphi_0 = \varphi_{02} + \frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi/2 - \pi/4}{2} = \frac{3\pi}{8} \text{ рад} = 67^\circ 30'$$

Тогда амплитуда результирующего колебания

$$B = 2A \cos \frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} = 2 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\pi}{8} \approx 3{,}7 \text{ (м)}$$

Задача 19. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, заданных уравнениями

$$x = 2 \sin \omega t \quad \text{и} \quad y = 4 \cos \omega t$$

Определить траекторию движения точки.

Р е ш е н и е . Уравнение второго колебания перепишем в виде

$$y = 4 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Тогда станет очевидным, что условия задачи соответствуют случаю сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, имеющих одинаковые круговые частоты, различные амплитуды (2 м и 4 м) и различающиеся на π/2 начальные фазы. Поэтому точка движется по эллипсу, определяемому уравнением

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

Полуоси эллипса равны амплитудам слагаемых колебаний, т. е. 2 и 4 м.

Задача 20. Вдоль упругого шнура распространяется поперечная волна со скоростью v = 15 м/с. Период колебаний точек шнура T = 1,2 с, амплитуда колебаний А = 0,02 м. Определить: а) длину волны и б) фазу и смещение точки, отстоящей на расстоянии 45 м от источника волн в момент времени 4 с.

Р е ш е н и е , а) По формуле (24) находим длину волны:

$$\lambda = vT = 15 \text{ м/с} \cdot 1{,}2 \text{ с} = 18 \text{ м}$$

б) Фазу и смещение заданной точки определим из уравнения волны:

$$x = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right).$$

Так как фаза определяется выражением, находящимся под знаком синуса в уравнении волны, то

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{4}{1,2} - \frac{45}{18} \right) = 1,67\pi.$$

Тогда

$$x = A \sin \varphi = 0,02 \sin 1,67\pi = 0,02 \sin 301^\circ = -0,02 \sin 59^\circ =$$
$$= -0,017 \text{ (м)} = -1,7 \text{ см}.$$

Знак минус показывает, что в заданный момент времени точка шнура отклонялась книзу от положения равновесия.

ПРИЛОЖЕНИЕ
1. Практические занятия

1. Кинематические характеристики в простейших видах движения: прямолинейное равномерное, прямолинейное равнопеременное, равномерное и равнопеременное движение по окружности.
2. Законы Ньютона. Импульс системы материальных точек. Закон сохранения импульса.
3. Работа силы. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Закон сохранения энергии в механике.
4. Свободные и вынужденные колебания линейного гармонического осциллятора
5. Поперечные и продольные волны. Уравнение плоской бегущей волны.
6. Движение жидкости. Закон Бернулли.
7. Теплота и работа. Первое начало термодинамики. Работа в изопроцессах. Теплоемкости
8. Основные положения молекулярно-кинетической теории вещества. Основное уравнение кинетической теории идеального газа.
9. Закон Кулона. Электростатическое поле и его напряженность. Теорема Остроградского-Гаусса.
10. Потенциал электростатического поля. Связь потенциала с напряженностью. Энергия электрического поля.
11. Электрический ток, сила тока, напряжение, ЭДС. Закон Ома для неоднородного участка цепи.
12. Магнитное поле, магнитная индукция. Закон Ампера и сила Лоренца.
13. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея.
14. Закон Ома в цепи переменного тока.
15. Электромагнитная волна.
16. Интерференция и дифракция света.
17. Формула Планка. Внешний фотоэффект. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.
18.. Ядерная модель атома. Постулаты Бора. Атом водорода по Бору.

2. Список вопросов к зачету (экзамену) по курсу " Общая физика "

Механика, Молекулярная физика

1. Система отсчета. Материальная точка. Траектория движения. Путь. Перемещение. Скорость. Ускорение.
2. Кинематические характеристики в простейших видах движения: прямолинейное равномерное, прямолинейное равнопеременное, равномерное и равнопеременное движение по окружности.
3. Силы в природе. Примеры. Законы Ньютона. Система единиц.
4. Центр инерции. Внутренние и внешние силы. Уравнение движения центра инерции.
5. Импульс материальной точки. Импульс системы материальных точек. Закон сохранения импульса.
6. Момент импульса материальной точки. Момент импульса системы материальных точек. Момент силы.
7. Закон сохранения момента импульса системы материальных точек.
8. Вращательное движение твердого тела относительно закрепленной оси. Угловые скорость и ускорение. Уравнение вращательного движения. Момент инерции.
9. Работа силы. Консервативные силы. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Закон сохранения энергии в механике.
10. Движение частицы в центральном поле. Задача Кеплера. Космические скорости.
11. Свободные и вынужденные колебания линейного гармонического осциллятора в отсутствии и при наличии трения.
12. Волны в упругой среде. Поперечные и продольные волны. Уравнение плоской бегущей волны. Звуковые волны. Инфра и ультра звук.
13. Неинерциальные системы отсчета. Сила инерции. Понятие о принципе эквивалентности.

14.Закон Паскаля и Архимеда. Движение жидкости. Закон Бернулли для идеальной жидкости.
15.Специальная теория относительности Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца.
16.Следствие из преобразований Лоренца: относительность временных и пространственных интервалов.
17.Зависимость массы от скорости. Связь между массой и энергией. Кинетическая энергия в теории относительности. Релятивистский импульс.
18.Термодинамическая система параметры процесс и состояние равновесия. Уравнение состояния идеального газа.
19.Теплота и работа. Первое начало термодинамики. Работа в изопроцессах. Теплоемкости.
20.Цикл Карно. КПД идеальной тепловой машины работающей на цикле Карно.
21.Второе начало термодинамики. Статистический смысл энтропии.
22.Реальный газ. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Критическое состояние. Экспериментальные изотермы.
23.Фазовые переходы первого рода. Уравнение Клаузиуса-Клайперона. Понятие о фазовых переходах второго рода
24.Основные положения молекулярно-кинетической теории вещества. Кинетический смысл температуры.
25.Распределение Максвелла частиц газа по скоростям. Характерные скорости молекул газа.
26.Распределение Больцмана частиц идеального газа по пространству под действием внешнего поля. Барометрическая формула.

Электромагнетизм, Оптика, Атомная и Ядерная физика

1. **Взаимодействие неподвижных зарядов. Закон Кулона. Электростатическое поле и его напряженность. Теорема Остроградского-Гаусса.**
2. **Потенциал электростатического поля. Связь потенциала с напряженностью. Работа перемещения заряда в поле.**

3. Электрическое поле в проводниках. Электроемкость. Конденсаторы. Энергия электрического поля.
4. Диполь во внешнем поле. Полярные и неполярные диэлектрики. Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации. Вектор электрического смещения.
5. Электрический ток, сила тока, напряжение, ЭДС. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля - Ленца.
6. Электропроводность жидкостей газов и твердых тел. Ток в вакууме.
7. Магнитное поле, магнитная индукция. Закон Био–Савара-Лапласа. Поле прямого тока. Вихревой характер магнитного поля.
8. Действие магнитного поля на ток. Закон Ампера и сила Лоренца.
9. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Самоиндукция, взаимоиндукция, Энергия магнитного поля.
10. Переменный электрический ток. Активное, емкостное, индуктивное сопротивление. Закон Ома в цепи переменного тока.
11. Колебательный контур. Свободные и вынужденные колебания в контуре.
12. Ток смещения. Полная система уравнений Максвелла в интегральной дифференциальной форме.
13. Электромагнитная волна. Скорость распространения электромагнитных волн. Электромагнитная природа света.
14. Когерентные источники света. Принцип Гюйгенса-Френеля.
15. Интерференция света. Условия min и max. освещенности интерференционной картины.
16. Способы получения интерференционной картины.
17. Дифракция света. Дифракция Френеля на круглом отверстии. Дифракционная решетка.
18. Естественный и поляризованный свет. Методы получения поляризованного света. Законы Брюстера и Малюса.
19. Понятие о равновесном тепловом излучении. Закон Кирхгофа. Законы излучения абсолютно черного тела. Формула Планка.

20. Внешний фотоэффект. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.

21. Энергия, импульс и масса фотона.

22. Опыты Резерфорда по рассеянию α-частиц. Ядерная модель атома. Постулаты Бора. Атом водорода по Бору.

23. Волны де Бройля. Дифракция частиц.

24. Волновая функция и ее статистическая интерпретация. Уравнение Шредингера. Задача о частице в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками.

25. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.

26. Спин частиц. Системы, состоящие из одинаковых частиц. Принцип тождественности частиц. Принцип Паули..

27. Описание состояния электрона в атоме квантовыми числами. Периодическая система элементов Д.И.Менделеева.

28. Элементы квантовой статистики. Статистика Больцмана. Теория теплоемкостей твердых тел.

29. Статистика Ферми-Дирака. Электронный газ. Уровень Ферми.

30. Статистика Бозе-Эйнштейна. Равновесное излучение. Формула Планка для излучения абсолютно-черного тела.

31. Радиоактивность. α- и β-распады. Правило смещения при радиоактивных распадах.

32. Характеристики атомного ядра. Состав заряд масса спин и магнитный момент ядра. Стабильные и радиоактивные ядра.

33. Дефект массы и энергия связи ядра. Ядерные реакции. Реакции деления. Реакторы.

34. Термоядерные реакции. Проблема управления термоядерной реакцией.

35. Методы регистрации элементарных частиц.

36. Представление о классификации элементарных частиц. Частицы и античастицы.

37. Понятие о составных моделях частиц. Кварки

3. Перечень средств обучения

1. Комплект лекционных экспериментальных демонстраций.
2. Оборудование для проведения лабораторных работ по физике.
3. Комплект учебных видео - фильмов по физике.

Литература. (основная)

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики т.1-5 . М., «Просвещение» 2009
2. Савельев И.В. Курс общей физики т.1-3, М., «Наука», 2008

Литература. (дополнительная)

1. В.Н. Рыжов. Физика, ч.1,2,3 Учебное пособие Саратов, «Научная книга», 2006
2. Яворский Б.М., Дятлов А.А., Милковская Л.В. Курс общей физики. т.1-3. М., «Просвещение», 2009
3. Гершензон Е.М. Малов Н.Н. Курс общей физики. М., «Наука», 2007.